А. О. Азарова

Економетрія. Практикум

Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

А. О. Азарова

Економетрія. Практикум

Електронний практикум

Вінниця
ВНТУ
2024

УДК 330.43(075)
А35

Рекомендовано до видання Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 7 від 26.12.2024 р.)

Рецензенти:

С. В. Козловський, доктор економічних наук, професор кафедри підприємництва, корпоративної та просторової економіки Донецького національного університету ім. В. Стуса

Н. В. Буреннікова, доктор економічних наук, професор

Л. М. Ткачук, кандидат економічних наук, доцент

Азарова, А. О.

А35 Економетрія. Практикум : практикум [Електронний ресурс] / Азарова А. О. – Вінниця : ВНТУ, 2024. – 77 с.

Практикум присвячено практичним засадам економетричного моделювання, що посідає чільне місце у системі підготовки менеджерів нового покоління. Запропоновані автором завдання до практичних робіт дозволяють здобувачам моделювати різноманітні аспекти господарської діяльності на мікро-, мезо- та макроекономічному рівні, засновуючись на сучасних програмних засобах, таких як MathCad та Excel, а також методах економетричного аналізу, що використовуються для дослідження реальних господарських суб’єктів і управлінських процесів. Цей матеріал охоплює весь практичний курс із дисципліни «Економетрія» для здобувачів (денної та заочної форм), які навчаються за спеціальностями 073 Менеджмент, 075 Маркетинг, 051 Економіка, 076 Підприємництво та торгівля.

УДК 330.43(075)

ЗМІСТ

ПРАКТИЧНА РОБОТА 1

ВИЯВЛЕННЯ ПРОБЛЕМ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ ЗАСОБАМИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ. РОЗРАХУНОК ВИТРАТ НА ВИРОБНИЦТВО З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТА ПРОГРАМ MATHCAD

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо розрахунку витрат на виробництво засобами лінійної алгебри.
2. Приклад розв'язання задачі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.
3. Індивідуальні завдання для розрахунок витрат на виробництво з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо розрахунок витрат на виробництво:

B – коефіцієнт повних виробничих витрат: $\mathbf{B} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$;

C – коефіцієнт внутрішніх витрат: $\mathbf{C} = \mathbf{B} - \mathbf{E}$;

S – коефіцієнт непрямих витрат: $\mathbf{S} = \mathbf{C} - \mathbf{A}$;

X – витрати на валову продукцію: $\mathbf{X} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Y}$.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

Для підприємства, що складається з 3-х цехів, за допомогою матриці прямих[1] витрат – ***A*** та матриці кількості випуску товарної продукції ***Y*** кожного виду визначити:

- коефіцієнт повних виробничих витрат (**B**);
- коефіцієнт внутрішніх витрат (**C**);
- коефіцієнт непрямих витрат (**C'**);
- валові витрати на продукцію кожного цеха (**X**).

---

[1] За способом обчислення на окремі різновиди продукції витрати поділяються на прямі й непрямі.

Прямі витрати безпосередньо пов'язані з виготовленням певного різновиду продукції і можуть бути обчислені на її одиницю прямо. Якщо виготовляється один різновид продукції, усі витрати — прямі.

Непрямі витрати не можна безпосередньо обчислити на окремі різновиди продукції, бо вони пов'язані з виготовленням різних виробів (***зарплата обслуговуючого і управлінського персоналу, утримання і експлуатація будов, споруд, машин***). Зростання частки прямих витрат у загальній сумі підвищує точність обчислення собівартості одиниці продукції, зміцнює економічні основи управління.

$$A := \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Розв'язання:

Крок 1. Створити новий файл у MATHCAD з назвою, що містить Ваше прізвище та номер практичного заняття.

Крок 2. Ввести початкові дані задачі (згідно з Вашим варіантом):

$$E := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad A := \begin{pmatrix} 0.2 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0.6 \\ 0.2 & 0 & 0.4 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 20 \\ 30 \\ 30 \end{pmatrix}$$

*Крок 3. Визначимо коефіцієнт повних виробничих витрат **B**:*

$$\mathbf{B} := (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}$$

Введемо:

B =

Отримаємо:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1.429 & 0.714 & 0.714 \\ 0.357 & 1.429 & 1.429 \\ 0.476 & 0.238 & 1.905 \end{pmatrix}$$

Крок 4. Визначимо коефіцієнт внутрішніх витрат **C**:

$$\mathbf{C} := \mathbf{B} - \mathbf{E}$$

Введемо:

C =

Отримаємо:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0.429 & 0.714 & 0.714 \\ 0.357 & 0.429 & 1.429 \\ 0.476 & 0.238 & 0.905 \end{pmatrix}$$

Крок 5. Визначимо коефіцієнт непрямих витрат **S**:

$$\mathbf{S} := \mathbf{C} - \mathbf{A}$$

Введемо:
S =

Отримаємо:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 0.229 & 0.314 & 0.714 \\ 0.357 & 0.229 & 0.829 \\ 0.276 & 0.238 & 0.505 \end{pmatrix}$$

Крок 6. Визначимо витрати на валову продукцію: **X**:

$$\mathbf{X} := \mathbf{B} \cdot \mathbf{Y}$$

Введемо:

X =

Отримаємо:

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 71.429 \\ 92.857 \\ 73.81 \end{pmatrix}$$

Крок 7. Зберегти файл.

Індивідуальні завдання для розрахунку витрат на виробництво з використанням математичного пакету програм MATHCAD

Для підприємства, що складається з 3-х цехів, за допомогою матриці прямих витрат *A* та матриці кількості випуску товарної продукції *Y* кожного виду визначити (за поданим нижче своїм варіантом):

- коефіцієнт повних виробничих витрат (B);
- коефіцієнт внутрішніх витрат (C);
- коефіцієнт непрямих витрат (C’);
- валові витрати на продукцію кожного цеха (X).

Варіант 1:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}3 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 80 \\ 32 \\ 19 \end{pmatrix}.$$

Варіант 2:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Варіант 3:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 4:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 5:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 6:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 7:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 16 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 8:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 17 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 9:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 10:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 11:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

Варіант 12:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 13:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 14:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 16 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 15:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Варіант 16:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 13 \\ 17 \end{pmatrix}$$

Варіант 17:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}5 \\ 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 13 \\ 17 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 18:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 19:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}7 & 0{,}1 \\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Варіант 20:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 21:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}2 & 0{,}5 & 0{,}1\\ 0{,}3 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2\end{pmatrix};Y=\begin{pmatrix}19\\ 18\\ 15\end{pmatrix}.$$

Варіант 22:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}1\\ 0{,}8 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2\end{pmatrix};Y=\begin{pmatrix}30\\ 25\\ 40\end{pmatrix}$$

Варіант 23:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}8 & 0{,}5 & 0{,}1\\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2\end{pmatrix};Y=\begin{pmatrix}40\\ 25\\ 30\end{pmatrix}.$$

Варіант 24:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}7 & 0{,}3 & 0{,}1\\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2\end{pmatrix};Y=\begin{pmatrix}70\\ 55\\ 80\end{pmatrix}$$

Варіант 25:

$$A=\begin{pmatrix}0{,}4 & 0{,}9 & 0{,}1\\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2\\ 0{,}9 & 0{,}1 & 0{,}2\end{pmatrix};\quad Y=\begin{pmatrix}20\\ 15\\ 60\end{pmatrix}.$$

ПРАКТИЧНА РОБОТА 2

ВИЯВЛЕННЯ ПРОБЛЕМ ТА ОБҐРУНТУВАННЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ ЗАСОБАМИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ. РОЗРАХУНОК ВИТРАТ НА ВИРОБНИЦТВО З ВИКОРИСТАННЯМ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА EXCEL

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо розрахунку витрат на виробництво засобами MS EXCEL.
2. Приклад розв'язку задачі з використанням математичного пакета програм MS EXCEL.
3. Індивідуальні завдання для розрахунок витрат на виробництво з використанням математичного пакета програм MS EXCEL.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо розрахунок витрат на виробництво:

B – коефіцієнт повних виробничих витрат: $\mathbf{B} = (\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{D}^{-1}$

C – коефіцієнт внутрішніх витрат: $\mathbf{C} = \mathbf{B} - \mathbf{E}$;

S – коефіцієнт непрямих витрат: $\mathbf{S} = \mathbf{C} - \mathbf{A}$;

X - витрати на валову продукцію: $\mathbf{X} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Y}$.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням MS EXCEL.

Для підприємства, що складається з 3-х цехів, за допомогою матриці прямих витрат ***A*** та матриці кількості випуску товарної продукції ***Y*** кожного виду визначити:

- коефіцієнт повних виробничих витрат (**B**);
- коефіцієнт внутрішніх витрат (**C**);
- коефіцієнт непрямих витрат (**C'**);
- валові витрати на продукцію кожного цеха (**X**).

$$A = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 & 0,2 \\ 0,3 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,3 \end{pmatrix}; \qquad Y = \begin{pmatrix} 80 \\ 32 \\ 19 \end{pmatrix}.$$

Розв'язання:

Крок 1. Створити новий файл у Excel з назвою, що містить Ваше прізвище та номер практичного заняття.

Крок 2. Ввести початкові дані задачі (згідно з Вашим варіантом):

Матриця прямих витрат **A** :

0,1	0	0,2
0,3	0,1	0,2
0	0,2	0,3

Матриця випуску товарної продукції **Y:**

80
32
19

Одинична матриця **E**:

1	0	0
0	1	0
0	0	1

Крок 2. Визначимо допоміжну матрицю **D = E – A:**

D =

0,9	0	-0,2
-0,3	0,9	-0,2
0	-0,2	0,7

Крок 3. Визначимо коефіцієнт повних виробничих витрат $\boldsymbol{B}$=$\mathbf{D}^{-1}$.

Для цього отриману на кроці 2 матрицю D зробимо оберненою за таким алгоритмом:

1) серед списку функцій виберемо функцію «**MINVERSE»** (або «МОБР» (обернена матриця **D)** і, виділивши масив матриці **D**, натиснемо ОК;
2) ставимо курсор у клітинку (1, 1) новоствореної матриці $\mathbf{D}^{-1}$ і виділяємо решту 8 клітинок. Натискаємо клавішу F2, а після натискаємо на сполучення клавіш Ctrl+Shift+Enter і отримаємо матрицю $\boldsymbol{B}$=$\mathbf{D}^{-1}$:

Коефіцієнт повних виробничих витрат $\boldsymbol{B} = \mathbf{D}^{-1}$:

1,1368	0,0771	0,3468
0,4046	1,2139	0,4624
0,1156	0,3468	1,5607

Крок 4. Визначимо коефіцієнт внутрішніх витрат **C= B – E**:

C=

0,1368	0,0771	0,3468
0,4046	0,2139	0,4624
0,1156	0,3468	0,5607

Крок 5. Визначимо коефіцієнт непрямих витрат **S** = **C** – **A**:

S=

0,0368	0,0771	0,1468
0,1046	0,1139	0,2624
0,1156	0,1468	0,2607

Крок 6. Визначимо витрати на валову продукцію: **X** = **B** · **Y**:

X=

100,0000
80,0000
50,0000

Індивідуальні завдання для розрахунку витрат на виробництво з використанням табличного процесора Excel

Для підприємства, що складається з 3-х цехів, за допомогою матриці прямих витрат – ***A*** та матриці кількості випуску товарної продукції ***Y*** кожного виду визначити (за поданим нижче своїм варіантом):

- коефіцієнт повних виробничих витрат (**B**);
- коефіцієнт внутрішніх витрат (**C**);
- коефіцієнт непрямих витрат (**C'**);
- валові витрати на продукцію кожного цеха (**X**).

Варіант 1:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0 & 0{,}2 \\ 0{,}3 & 0{,}1 & 0{,}2 \\ 0 & 0{,}2 & 0{,}3 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 80 \\ 32 \\ 19 \end{pmatrix}.$$

Варіант 2:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}3 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Варіант 3:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 4:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}4 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 15 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 5:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}5 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 6:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}6 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 13 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 7:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 16 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 8:

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 17 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 9:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 11 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 10:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}1 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 11:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}7 & 0{,}6 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 15 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

Варіант 12:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 14 \\ 16 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 13:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}1 \\ 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 14:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 16 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 15:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Варіант 16:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}4 & 0{,}1 \\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 13 \\ 17 \end{pmatrix}$$

Варіант 17:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}5 \\ 0{,}7 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 13 \\ 17 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 18:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}9 & 0{,}8 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 19:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}8 & 0{,}7 & 0{,}1 \\ 0{,}9 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

Варіант 20:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0{,}3 & 0 & 0{,}1 \\ 0 & 0{,}4 & 0{,}2 \\ 0{,}1 & 0{,}1 & 0{,}2 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 10 \\ 15 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

Варіант 21:

$$A = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,5 & 0,1 \\ 0,3 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 19 \\ 18 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

Варіант 22:

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,2 & 0,1 \\ 0,8 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 30 \\ 25 \\ 40 \end{pmatrix}$$

Варіант 23:

$$A = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,5 & 0,1 \\ 0,9 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 40 \\ 25 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Варіант 24:

$$A = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0,1 \\ 0,9 & 0,4 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; Y = \begin{pmatrix} 70 \\ 55 \\ 80 \end{pmatrix}$$

Варіант 25:

$$A = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,9 & 0,1 \\ 0 & 0,4 & 0,2 \\ 0,9 & 0,1 & 0,2 \end{pmatrix}; \quad Y = \begin{pmatrix} 20 \\ 15 \\ 60 \end{pmatrix}.$$

ПРАКТИЧНА РОБОТА 3

АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ДІЯЛЬНОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ ТА ЗІСТАВЛЕННЯ ЇХ З ФАКТОРАМИ ВПЛИВУ ЗОВНІШНЬОГО ТА ВНУТРІШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА ЗАСОБАМИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ. РОЗРАХУНОК СОБІВАРТОСТІ ОДИНИЦІ ПРОДУКЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТА ПРОГРАМ MATHCAD

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо розрахунку собівартості одиниці продукції.
2. Приклад розв'язку задачі з використанням MATHCAD.
3. Індивідуальні завдання для розрахунку собівартості одиниці продукції з використанням MATHCAD.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо розрахунку витрат на виробництво:

Розглянемо систему n-рівнянь з n невідомими виду:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = y_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = y_2; \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \cdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = y_n. \end{cases} \tag{2.1}$$

де a_{ij} – це коефіцієнти при невідомих $x_1 \ldots x_n$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$;

$y_1 \ldots y_n$ – вільні члени.

Складемо матрицю **A** з коефіцієнтів при невідомих та матрицю-стовпець **B** вільних членів і матрицю-стовпець **X** невідомих таким чином:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}; \qquad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}.$$

Якщо система (2.1) має визначник, який не є **0**, тобто $|A| \neq 0$, то вона є **невиродженою** і завжди має **єдине рішення**.

Систему (2.1) можна переписати у матричному вигляді так:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{Y} = \mathbf{X}$$

Тоді розв'язком невиродженої системи буде матриця **X**:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Y}$$

2. Приклад розв'язання задачі з використанням MATHCAD.

Для підприємства, що складається з чотирьох цехів, визначити собівартість кожного виду продукції за заданих матриць виробничої програми (А) випуску чотирьох видів продукції, а також цехової собівартості (В).

Розв'язання:

Крок 1. Створити новий файл у MATHCAD з назвою, що містить Ваше прізвище та номер практичного заняття.

Крок 2. Ввести початкові дані задачі (згідно з Вашим варіантом):

$$\mathbf{A} := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 14 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{Y} := \begin{pmatrix} 20 \\ 35 \\ 23 \end{pmatrix}$$

Крок 3. Розрахувати значення матриці **X**:

$$\mathbf{X} := \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{Y}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1.0826446281 \\ 9.0495867769 \\ 0.2727272727 \end{pmatrix}$$

Крок 4. Зберегти файл.

Індивідуальні завдання для розрахунку витрат на виробництво з використанням математичного пакета програм MATHCAD

Для підприємства, що складається з чотирьох цехів, визначити собівартість кожного виду продукції (за власним варіантом) за заданих матриць виробничої програми (А) випуску чотирьох видів продукції, а також цехової собівартості (В).

Варіант 1:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 7 & 3 & 1\\ 1 & 1 & 14\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}19\\ 36\\ 23\end{bmatrix}.$$

Варіант 2:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 5\\ 7 & 6 & 1\\ 1 & 1 & 6\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}33\\ 37\\ 35\end{bmatrix}.$$

Варіант 3:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & 2 & 3\\ 7 & 9 & 1\\ 1 & 1 & 4\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}47\\ 62\\ 35\end{bmatrix}.$$

Варіант 4:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}5 & 2 & 3\\ 7 & 3 & 5\\ 1 & 1 & 5\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}49\\ 72\\ 26\end{bmatrix}.$$

Варіант 5:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 8\\ 7 & 5 & 1\\ 1 & 1 & 13\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}23\\ 70\\ 24\end{bmatrix}.$$

Варіант 6:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\ 7 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 4\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}95\\ 66\\ 41\end{bmatrix}.$$

Варіант 7:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}2 & 2 & 3\\ 8 & 3 & 9\\ 1 & 7 & 4\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}33\\ 106\\ 40\end{bmatrix}.$$

Варіант 8:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3 & 2 & 3\\ 7 & 5 & 1\\ 1 & 4 & 11\end{bmatrix},\qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}28\\ 48\\ 46\end{bmatrix}.$$

Варіант 9:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}7 & 2 & 13\\ 7 & 8 & 1\\ 1 & 7 & 4\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}56\\ 68\\ 37\end{bmatrix}.$$

Варіант 10:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}11 & 2 & 8\\ 7 & 6 & 7\\ 5 & 11 & 1\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}99\\ 81\\ 70\end{bmatrix}.$$

Варіант 11:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}8 & 2 & 5\\ 7 & 7 & 9\\ 8 & 3 & 11\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}87\\ 128\\ 102\end{bmatrix}.$$

Варіант 12:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}7 & 3 & 5\\ 5 & 9 & 1\\ 2 & 1 & 9\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}110\\ 88\\ 85\end{bmatrix}.$$

Варіант 13:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}21 & 2 & 4\\ 7 & 3 & 1\\ 1 & 5 & 17\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}163\\ 68\\ 54\end{bmatrix}.$$

Варіант 14:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}8 & 2 & 7\\ 11 & 3 & 1\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}71\\ 72\\ 17\end{bmatrix}.$$

Варіант 15:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}1 & 11 & 2\\ 12 & 4 & 7\\ 7 & 1 & 9\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}85\\ 133\\ 104\end{bmatrix}.$$

Варіант 16:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}8 & 2 & 3\\ 7 & 8 & 5\\ 1 & 2 & 3\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}55\\ 110\\ 34\end{bmatrix}.$$

Варіант 17:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}22 & 3 & 5\\ 7 & 11 & 1\\ 3 & 1 & 7\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}109\\ 40\\ 66\end{bmatrix}.$$

Варіант 18:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}3 & 2 & 3\\ 7 & 5 & 1\\ 1 & 3 & 8\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}43\\ 79\\ 61\end{bmatrix}.$$

Варіант 19:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}7 & 5 & 3\\ 7 & 3 & 6\\ 1 & 2 & 11\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}67\\ 78\\ 65\end{bmatrix}.$$

Варіант 20:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}9 & 2 & 3\\ 7 & 11 & 1\\ 1 & 14 & 13\end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix}99\\ 154\\ 211\end{bmatrix}.$$

Варіант 21:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 3 & 8 \\ 19 & 9 & 1 \\ 2 & 5 & 5 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} 39 \\ 41 \\ 32 \end{bmatrix}.$$

Варіант 22:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 7 & 5 & 1 \\ 1 & 6 & 9 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} 50 \\ 67 \\ 66 \end{bmatrix}.$$

Варіант 23:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 15 & 3 \\ 9 & 13 & 1 \\ 1 & 11 & 18 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} 32 \\ 36 \\ 103 \end{bmatrix}.$$

Варіант 24:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 7 & 17 & 12 \\ 2 & 1 & 13 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} 35 \\ 146 \\ 101 \end{bmatrix}.$$

Варіант 25:

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 9 \\ 7 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{Y}=\begin{bmatrix} 60 \\ 106 \\ 71 \end{bmatrix}.$$

ПРАКТИЧНА РОБОТА 4

ЗАСТОСУВАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНИХ МЕТОДІВ В ОРГАНІЗАЦІЙНОМУ ПРОЄКТУВАННІ. АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ. ОДНОФАКТОРНИЙ КОРЕЛЯЦІЙНИЙ АНАЛІЗ З ВИКОРИСТАННЯМ MS EXCEL

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо побудови простої лінійної регресійної моделі.
2. Приклад розв'язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL.
3. Індивідуальні завдання для побудови простої лінійної регресійної моделі з використанням табличного процесора MS EXCEL.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо побудови простої лінійної регресійної моделі.

Проста вибіркова лінійна регресія записується так:

$$y = b_0 + b_1 x + e, = \hat{y} + e, \tag{4.1}$$

де y – вектор спостереження за змінною $y = \{y_1,..., y_n\}$;
x – вектор спостережень за факторною ознакою $x = \{x_1,..., x_n\}$;
e – вектор помилок $e = \{e_1,..., e_n\}$;
b_0 та b_1 – невідомі параметри лінійної регресійної моделі.

Для оцінювання невідомих параметрів лінійної регресії використовують такі залежності для b_1 та b_0:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \tag{4.2}$$

де b_1 – нахил оціненої прямої;

$$b_0 = \overline{y} - b_1 \overline{x}. \tag{4.3}$$

де b_0 – параметр оціненої прямої.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL

У табл. 4.1 наведено умовні дані спостережень витрат на відпустку залежно від кількості членів родини. Оцініть невідомі параметри b_0, b_1 такої лінійної регресійної залежності та накресліть її графік, позначивши на ньому відхилення (помилки e_i).

Таблиця 4.1

Кількість членів родини, x	Витрати на відпустку, y, ум.од.
1	16
2	12
2	23
4	19
6	30

Розв'язання:

Для того, щоб встановити залежність витрат на відпустку від розмірів родини, припустимо, що ця залежність описується лінійною функцією, тобто її можна розглядати як просту лінійну регресію $y_i = b_0 + b_1 x_i + e_i = \hat{y}_i + e_i$.

Крок 1. Створити новий файл у EXCEL із назвою, що містить Ваше прізвище та номер практичного заняття.

Крок 2. Ввести початкові дані задачі:

i	x_i	y_i
1	1,000	0,500
2	2,000	1,000
3	2,000	1,500
4	2,500	2,000
5	2,500	2,500

Крок 3. Визначити невідомі параметри простої лінійної регресії за формулами (4.2) та (4.5).

Для підрахунку визначимо проміжні дані, які занесемо до кореляційної табл. 4.2, що складемо за допомогою EXCEL, доповнивши попередню таблицю відповідними стовпцями та рядком сум і середніх значень:

Таблиця 4.2

i	x_i	y_i	$x_i \cdot y_i$	x_i^2
1	1,000	0,500	0,50	1,000
2	2,000	1,000	2,000	4,000
3	2,000	1,500	3,000	4,000
4	2,500	2,000	5,000	6,250
5	2,500	2,500	6,250	6,250
Σ	**10,000**	**7,500**	**16,750**	**21,500**
Σ/n	2	1,5		

Крок 4. Оцінити параметри регресії із використанням (4.2) та (4.3) на основі визначених у кореляційній табл. 4.2 сум, ввівши розраховані у певних комірках таблиці суми для залежності (4.2) для b_1 *та (4.3) – для розрахунку* b_0*.*

Як результат Ви маєте отримати такі значення параметрів:

Параметр (нахил): b_1 = 1,1667 Параметр (перетин) b_0 = - 0,8333

Отже, ми отримаємо таку лінійну регресійну залежність:

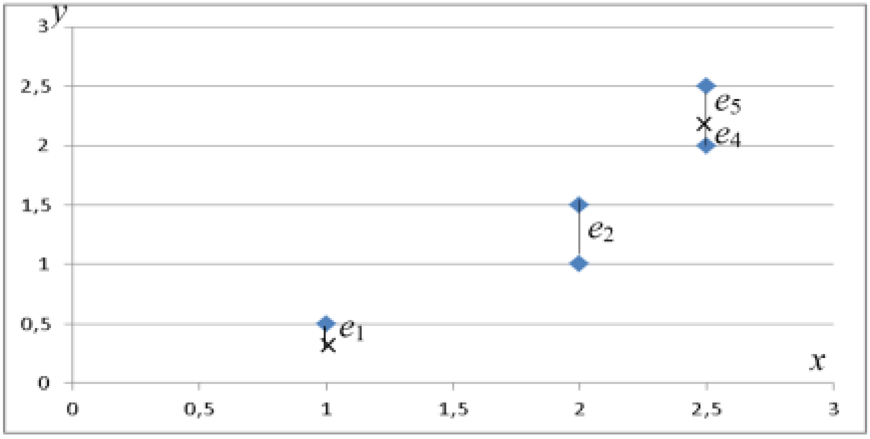
$$\widehat{y_i} = -0{,}8333 + 1{,}1667 \cdot x_i \tag{4.4}$$

Крок 5. Визначити оцінені значення $\widehat{y_i}$ (*підставивши почергово усі* x_i *до рівняння (4.4)*) *та помилки (відхилення)* e_i *регресії за допомогою кореляційної таблиці 4.2, доповнивши її відповідними стовпцями та рядком сум*:

i	$\widehat{y_i}$	$e_i = y_i - \widehat{y_i}$
1	0,333[2]	0,167
2	1,500	-0,500
3	1,500	0,000
4	2,083	-0,083
5	2,083	0,417
Σ	**7,500**	**0,000**

Отже, отримане оцінене рівняння дає для кожного спостережуваного значення x_i значення $\hat{y}_i$. Сума оцінених значень $\hat{y}_i$ має відповідати сумі фактичних значень y_i, а сума помилок e_i має дорівнювати 0.

Крок 6. Нанесіть на координатну площину дослідні реальні точки з координатами (x_i, y_i) та *оцінені їх значення* (x_i, $\hat{y}_i$), а також відмітьте відхилення (помилку) e_1:



Крок 7. *Зберегти файл.*

Індивідуальні завдання для побудови простої лінійної регресійної моделі з використанням табличного процесора MS EXCEL

У завданнях згідно з Вашим варіантом наведено умовні дані спостережень витрат на відпустку залежно від кількості членів родини. Оцініть невідомі параметри b_0, b_1 такої лінійної регресійної залежності та накресліть її графік, позначивши на ньому відхилення (помилки e_i).

Варіант 1:

x	y
0,1	1,6
0,2	1,2
0,2	2,3
0,4	1,9
0,6	3,0

Варіант 2:

x	y
2	32
4	24
4	46
8	38
12	60

Варіант 3:

x	y
3	48
6	36
6	69
12	57
18	90

Варіант 4:

x	y
4	64
8	48
8	92
16	76
24	120

Варіант 5:

x	y
5	80
10	60
10	115
20	95
30	150

Варіант 6:

x	y
6	96
12	72
12	138
24	114
36	180

Варіант 7:

x	y
0,3	4,8
0,6	3,6
0,6	6,9
1,2	5,7
1,8	9,0

Варіант 8:

x	y
0,4	6,4
0,8	4,8
0,8	9,2
1,6	7,6
2,4	12

Варіант 9:

x	y
3	48
6	36
6	69
12	57
18	90

Варіант 10:

x	y
0,3	4,8
0,6	3,6
0,6	6,9
1,2	5,7
1,8	9

Варіант 11:

x	*y*
1,1	16,1
2,1	12,1
2,1	23,1
4,1	19,1
6,1	30,1

Варіант 12:

x	*y*
1,5	16,5
2,5	12,5
2,5	23,5
4,5	19,5
6,5	30,5

Варіант 13:

x	*y*
1,4	16,4
2,4	12,4
2,4	23,4
4,4	19,4
6,4	30,4

Варіант 14:

x	*y*
1,7	16,7
2,7	12,7
2,7	23,7
4,7	19,7
6,7	30,7

Варіант 15:

x	*y*
0,1	1,6
0,2	1,2
0,2	2,3
0,4	1,9
0,6	3,0

Варіант 16:

x	*y*
0,2	3,2
0,4	2,4
0,4	4,6
0,8	3,8
1,2	6

Варіант 17:

x	*y*
3	4,8
6	3,6
6	6,9
12	5,7
18	9

Варіант 18:

x	*y*
4	6,4
8	4,8
8	9,2
16	7,6
24	12

Варіант 19:

x	*y*
0,5	8,0
1	6,0
1	11,5
2	9,5
3	15,0

Варіант 20:

x	*y*
0,6	9,6
1,2	7,2
1,2	13,8
2,4	11,4
3,6	18

Варіант 21:

x	*y*
0,6	7,0
1,1	6,0
1	11,5
2	9,5
3	15,0

Варіант 22:

x	*y*
0,7	9,9
1,3	7,2
1,2	13,8
2,4	11,4
3,6	18

Варіант 23:

x	*y*
0,4	8,5
1	6,0
1,2	11,5
2	9,5
3	15,0

Варіант 24

x	*y*
0,3	9,0
1,0	7,2
1,2	13,8
2,4	11,4
3,6	18

Варіант 25:

x	*y*
0,45	8,5
1,2	6,0
1	11,0
2	9,5
3	15,0

ПРАКТИЧНА РОБОТА 5

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ОЦІНЮВАННЯ ЩІЛЬНОСТІ ЗВ’ЯЗКУ МІЖ ПОКАЗНИКАМИ ТА ПРИДАТНОСТІ ОДНОФАКТОРНОЇ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ MS EXCEL

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо перевірки регресійної моделі на адекватність, оцінювання щільності зв’язку між ознаками.
2. Приклад розв’язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL.
3. Індивідуальні завдання для перевірки простої лінійної регресійної моделі на адекватність та оцінювання щільності зв’язку між ознаками з використанням табличного процесора MS EXCEL.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо перевірки простої регресійної моделі на адекватність, оцінювання щільності зв’язку між ознаками.

Щільність зв’язку між ознаками оцінюють за допомогою **коефіцієнта кореляції** *r* (або *R*), який обчислюється за формулою:

$$r = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \overline{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2}} = \pm\sqrt{D} = \pm\sqrt{\frac{SSR}{SST}}, \tag{5.1}$$

де $\hat{y}_i$ – оцінене значення y_i;

$\overline{y}$ – середнє значення y_i;

y_i – емпіричні (дослідні) значення ознаки Y

(знак «–» в формулі ставиться для зворотного зв’язку між ознаками X та Y).

Властивості коефіцієнта кореляції:

1. Якщо >0, то кореляційний зв’язок прямий, за якого збільшення однієї змінної приводить до збільшення іншої змінної.
2. Якщо <0, то кореляційний зв’язок зворотний, за якого збільшення однієї величини приводить до зменшення іншої.
3. Якщо =1, то кореляційна залежність лінійна, тобто всі емпіричні точки лежать на прямій.
4. [-1,1].
5. Якщо =0, то лінійний зв’язок відсутній і лінія регресії паралельна осі *Ox*.

Кореляційний зв'язок між ознаками може бути слабким і сильним (щільним). Він оцінюється за шкалою Чеддока таким чином:

0,1 < < 0,3: слабкий;
0,3 < < 0,5: помірний;
0,5 < < 0,7: помітний;
0,7 < < 0,9: щільний;
0,9 < < 1: дуже щільний.

Однією з найбільш ефективних оцінок адекватності регресійної моделі є коефіцієнт **детермінації – *D***, який обчислюється за формулою:

$$D = \frac{SSR}{SST}, \quad D \in (0;1], \quad D = r^2, \tag{5.2}$$

де SSR – сума квадратів, що пояснює регресію: $SSR = \sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \overline{y})^2$;

SST – загальна сума квадратів: $SST = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y})^2$.

Рівняння регресії є адекватним експериментальним даним, якщо D [0,55; 1].

У разі, якщо $D \in [0,45 - 0,55)$ – необхідною є додаткова перевірка лінійної моделі за F-критерієм (критерієм Фішера);

Якщо $D \in (0 - 0,45)$ – *модель є неадекватною.* Потрібно перевірити правильність оцінювання параметрів, і, якщо вони є коректними, то обрати (за допомогою графіка емпіричних точок з координатами (x_i, y_i)) іншу форму залежності між Y та X і продовжувати аналогічно оцінювати параметри.

Коефіцієнт детермінації D показує, яка частка варіації змінної Y залежить від змінної X, а яка − від неврахованих факторів.

F-тест (критерій Фішера) для перевірки лінійної моделі на адекватність. Його застосування відбувається за трьома етапами:

1) Обчислюється F-відношення:

$$F_{1,n-2} = \frac{MSR}{MSE} = \frac{SSR/1}{SSE/(n-k)}, \tag{5.3}$$

де SSE – сума квадратів помилок: $SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$; $SST = SSR + SSE$.

k – кількість параметрів в лінійній регресійній моделі (для однофакторної k=2).

2) Задається рівень значимості $\alpha \cdot 100\%$ (зазвичай, $\alpha \cdot 100\%$ становить 5% або 1%) для вибору відповідної таблиці Фішера. Наприклад, якщо можлива помилка $\alpha \cdot 100\%$ складає 5%, це означає, що ми можемо помилитись не більш як в 5% випадків, а в 95% випадків наші висновки правильні.

За статистичною таблицею F-розподілу Фішера (для відповідного рівня значимості) обчислюється критичне значення $F_{кр} = F_{(\alpha,k_1,k_2)} = F_{(\alpha,m-1,n-m)}$.

3) Якщо $F > F_{кр}$, то з ризиком помилитися не більше ніж в $\alpha \cdot 100\%$ випадках можна стверджувати, що побудована модель адекватна реальному об'єкту.

Критерій Фішера застосовують як самостійний критерій перевірки адекватності лінійної регресійної моделі або у разі неспроможності перевірки адекватності за коефіцієнтом детермінації, якщо він потрапив у межі $D \in [0{,}45\text{-}0{,}55)$.

2. Приклад розв’язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL.

Перевірити отриману за даними табл. 5.1 лінійну регресійну модель $\widehat{y_i}$ = -0,174 + 0,7609$\cdot x_i$ на адекватність та оцінити щільність зв’язку між ознаками згідно з даними табл. 1.

Таблиця 5.1

Кількість реалізованої продукції, x	Ціна одиниці продукції, y
1,000	0,500
2,000	1,000
3,000	1,500
2,500	2,000
2,500	2,500

Розв’язання:

Крок 1. Створити новий файл у EXCEL з назвою, що містить Ваше прізвище та номер практичного заняття.

Крок 2. Ввести початкові дані задачі (згідно з Вашим варіантом):

i	x_i	y_i
1	1,000	0,500
2	2,000	1,000
3	3,000	1,500
4	2,500	2,000
5	2,500	2,500

Крок 3. Визначити за допомогою EXCEL усі оцінені значення $\widehat{y_i}$, підставляючи до оціненого рівняння почергово усі значення x_i, як зазначено у табл. 5.1:

Таблиця 5.1

i	x_i	y_i	$\widehat{y_i}$
1	1,000	0,500	0,587
2	2,000	1,000	1,348
3	3,000	1,500	2,109
4	2,500	2,000	1,728
5	2,500	2,500	1,728
Σ	**11,000**	**7,500**	**7,500**
Σ/n	2,2	1,5	

Крок 4. Для перевірки адекватності запропонованої моделі потрібно визначити коефіцієнт детермінації D за залежністю (5.2) на основі розрахованих у кореляційній табл. 5.1 сум квадратів для SSR та SST, а також визначити коефіцієнт кореляції R на основі залежності (5.1):

i	x_i	y_i	$\widehat{y_i}$	$(y_i - \widehat{y_i})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
1	1,000	0,500	0,587	0,834	1,000
2	2,000	1,000	1,348	0,023	0,250
3	3,000	1,500	2,109	0,371	0,000
4	2,500	2,000	1,728	0,052	0,250
5	2,500	2,500	1,728	0,052	1,000
Σ	**11,000**	**7,500**	**7,500**	**1,332**	**2,500**
Σ/n	2,2	1,5		**SSR**	**SST**

D = 0,53; R = 0,73.

Значення *коефіцієнта кореляції* свідчить про щільний зв'язок між ціною одиниці продукції Y та її кількістю X.

Оскільки *коефіцієнт детермінації* такої лінійної регресійної залежності потрапив у межі [0,45 – 0,55), то необхідною є додаткова перевірка лінійної моделі за F-критерієм (критерієм Фішера).

Крок 5. Для перевірки лінійної моделі на адекватність необхідно обчислити F-відношення за залежністю (5.3), для цього попередньо розрахувавши SSE= SST- SSR:

$$F_{1,3} = 3{,}421.$$

Крок 6. Порівняти отримане нами $F_{1,3}$ = 3,421 *із табличним* $F_{1,3}$,*табл.*= =10,13 *за ступенів вільності* 1 *(номер стовпця таблиці Фішера) і* 3 *(номер рядка таблиці Фішера: 3 =* n-2, де n=5*).*

Оскільки $F_{1,3} < F_{1,3}$,*табл.*, то модель є неадекватною. Таким чином, припущення про лінійність зв'язку між ціною одиниці продукції Y та її кількістю X було хибним і необхідно вибрати іншу форму залежності та виконувати аналогічні розрахунки доти, доки D [0,55; 1].

Отже, модель $\widehat{y_i} = -0{,}174 + 0{,}7609 \cdot x_i$ є неадекватною.

Крок 7. Зберегти файл.

3. Індивідуальні завдання для перевірки простої лінійної регресійної моделі на адекватність та оцінення щільності зв'язку між ознаками з використанням табличного процесора MS EXCEL

Побудувати лінійну регресійну модель $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_i$ та перевірити її на адекватність і оцінити щільність зв'язку між ознаками згідно з даними вашого варіанта.

Варіант 1:

x	*y*
0,1	1,6
0,2	1,2
0,2	2,3
0,5	1,9
0,6	3,0

Варіант 2:

x	*y*
1	16
2	12
2	23
5	19
6	30

Варіант 3:

x	*y*
2	32
4	24
4	46
10	38
12	60

Варіант 4:

x	*y*
1,5	24
3	18
3	34,5
7,5	28,5
9	45

Варіант 5:

x	*y*
1,1	17,6
2,2	13,2
2,2	25,3
5,5	20,9
6,6	33

Варіант 6:

x	*y*
1,3	20,8
2,6	15,6
2,6	29,9
6,5	24,7
7,8	39

Варіант 7:

x	*y*
1,4	22,4
2,8	16,8
2,8	32,2
7	26,6
8,4	42

Варіант 8:

x	*y*
1,6	25,6
3,2	19,2
3,2	36,8
8	30,4
9,6	48

Варіант 9:

x	*y*
0,1	1,6
0,2	1,2
0,2	2,3
0,5	1,9
0,6	3,0

Варіант 10:

x	*y*
1	16
2	12
2	23
5	19
6	30

Варіант 11:

x	*y*
2	32
4	24
4	46
10	38
12	60

Варіант 12:

x	*y*
1,5	24
3	18
3	34,5
7,5	28,5
9	45

Варіант 13:

x	*y*
1,1	17,6
2,2	13,2
2,2	25,3
5,5	20,9
6,6	33

Варіант 14:

x	*y*
1,3	20,8
2,6	15,6
2,6	29,9
6,5	24,7
7,8	39

Варіант 15:

x	*У*
1,4	22,4
2,8	16,8
2,8	32,2
7	26,6
8,4	42

Варіант 16:

x	*y*
2,1	33,6
4,2	25,2
4,2	48,3
10,5	39,9
12,6	63

Варіант 17:

x	*y*
2,2	35,2
4,4	26,4
4,4	50,6
11	41,8
13,2	66

Варіант 18:

x	*y*
2,3	36,8
4,6	27,6
4,6	52,9
11,5	43,7
13,8	69

Варіант 19:

x	*y*
2,4	38,4
4,8	28,8
4,8	55,2
12	45,6
14,4	72

Варіант 20:

x	*y*
2,5	40
5	30
5	57,5
12,5	47,5
15	75

Варіант 21:

x	*y*
1,4	38,4
2,8	28,8
3,8	55,2
11	45,6
13,4	72

Варіант 22:

x	*y*
3,5	40
4,5	30
5	57
12,5	47
15	75

Варіант 23:

x	*y*
2	37
4	28
5	52
11	45
14	72

Варіант 24:

x	*y*
4	40
6	30
5	57
12	47
15	75

Варіант 25:

x	*y*
1,5	30
3,5	20
4,8	55
12	45
14,5	72

ПРАКТИЧНА РОБОТА 6

ВИЗНАЧЕННЯ ТА ОПИС ХАРАКТЕРИСТИК ПІДПРИЄМСТВА ЗАСОБАМИ БАГАТОФАКТОРНОГО ЛІНІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ І ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ МОДЕЛІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТА ПРОГРАМ MATHCAD

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо перевірки багатофакторної лінійної регресійної моделі на адекватність.
2. Приклад розв'язку задачі з використанням математичного пакету програм MATHCAD.
3. Індивідуальні завдання для побудови та перевірки на адекватність багатофакторної лінійної регресійної моделі з використанням математичного пакету програм MATHCAD.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо побудови багатофакторної лінійної регресійної моделі.

Багатофакторна лінійна регресійна модель має вигляд:

$$y_i = b_0 + b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + \ldots + b_px_{ip} + e_i, \qquad (6.1)$$

де y_i – залежна змінна, $i=\overline{1,n}$;
x_{ip} – незалежна змінна, $i=\overline{1,n}$;
e_i – відхилення, $i=\overline{1,n}$;
$b_0 \ldots b_p$ – параметри моделі.

Оцінювання параметрів класичної регресійної моделі методом найменших квадратів здійснюється за формулою:

$$b=(X^TX)^{-1}\cdot X^TY. \qquad (6.2)$$

На практиці досить часто необхідне порівняння відокремленого впливу на залежну змінну різних пояснювальних змінних, коли останні виражають різними одиницями виміру. В цьому випадку використовують коефіцієнти еластичності E_j $\left(j=\overline{1,p}\right)$:

$$E_j = b_j \cdot \frac{\bar{x}_j}{\bar{y}}, \qquad (6.3)$$

де b_j – відповідний коефіцієнт з рівняння регресії;

$\bar{x}_j$ – середнє арифметичне незалежної змінної x_j;

$\bar{y}$ – середнє арифметичне залежної змінної Y.

Коефіцієнт еластичності E_l показує, на скільки відсотків зміниться в середньому Y, якщо x_j збільшити на 1%.

Коефіцієнт детермінації D характеризує частку варіації залежної змінної, зумовленої регресією. Чим ближчий цей коефіцієнт до одиниці, тим краще регресія описує залежність між пояснювальними x_j та залежною Y змінними.

$$D = \frac{Q_R}{Q} = \frac{b^T X^T Y - n\bar{y}^2}{Y^T Y - n\bar{y}^2}, \tag{6.4}$$

Доцільніше використовувати *скоригований (адаптований, виправлений) коефіцієнт детермінації* D_1, що визначається за формулою

$$D_1 = 1 - \frac{n-1}{n-p-1} \cdot (1 - D), \tag{6.5}$$

де n – кількість дослідів (аналізованих періодів) у моделі;

p – кількість пояснювальних змінних X у моделі.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

Побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на харчування, загальними витратами та складом сім'ї на основі даних, наведених у табл. 6.1. Проаналізувати зв'язок, визначений на основі побудованої моделі.

Таблиця 6.1 – Розрахункові дані для оцінювання параметрів моделі

№ п/п	Витрати на харчування (гр.од.)	Загальні затрати (гр.од)	Склад сім'ї (чол.)
1	20	45	1,5
2	32	75	1,6
3	48	125	1,9
4	65	223	1,8
5	45	92	3,4
6	64	146	3,6
7	79	227	3,5
8	104	358	5,5
9	68	135	5,4
10	93	218	5,4
11	117	331	5,3
12	145	490	8,5
13	91	175	8,3
14	131	205	8,1
15	167	468	7,3
16	195	749	8,4

Розв'язання:

Крок 1. Ідентифікувати змінні моделі:
y – витрати на харчування (залежна змінна);
x_1 – загальні витрати (незалежна змінна);
x_2 – розмір сім'ї (незалежна змінна).

Крок 2. Специфікувати модель, тобто визначити її аналітичну форму:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2}.$$

Крок 3. Оцінити параметри моделі на основі методу найменших квадратів, попередньо висунувши гіпотезу, що всі чотири передумови для його застосування дотримано.

3.1 Створити новий файл у MATHCAD і ввести значення матриць X та Y.

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 45 & 1.5 \\ 1 & 75 & 1.6 \\ 1 & 125 & 1.9 \\ 1 & 223 & 1.8 \\ 1 & 92 & 3.4 \\ 1 & 146 & 3.6 \\ 1 & 227 & 3.5 \\ 1 & 358 & 5.5 \\ 1 & 135 & 5.4 \\ 1 & 218 & 5.4 \\ 1 & 331 & 5.3 \\ 1 & 490 & 8.5 \\ 1 & 175 & 8.3 \\ 1 & 205 & 8.1 \\ 1 & 468 & 7.3 \\ 1 & 749 & 8.4 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \\ 48 \\ 65 \\ 45 \\ 64 \\ 79 \\ 104 \\ 68 \\ 93 \\ 117 \\ 145 \\ 91 \\ 131 \\ 167 \\ 195 \end{pmatrix}$$

3.2 Використовуючи залежність (6.2) оцінити параметри моделі за допомогою математичного пакету програм MATHCAD. Присвоїмо змінній X значення загальних витрат та складу сім'ї (другий та третій стовпці матриці, відповідно), а змінній Y – значення витрат на харчування.

Необхідно розрахувати оператор оцінювання b за допомогою MATHCAD:

$$b := \left(X^T \cdot X\right)^{-1} \cdot \left(X^T \cdot Y\right)$$

$$b = \begin{pmatrix} 8.348 \\ 0.168 \\ 8.175 \end{pmatrix}$$

Таким чином, $b_0 = 8{,}348$; $b_1 = 0{,}168$; $b_2 = 8{,}175$.

Крок 4. Записати отриману економетричну модель:

$$\hat{y} = 8{,}348 + 0{,}168x_1 + 8{,}175x_2\,.$$

Крок 5. Обчислити коефіцієнти еластичності у MATHCAD:

5.1 Для обчислення коефіцієнтів еластичності попередньо розраховуються середні арифметичні значення змінних y, x_1, x_2 функцією MATHCAD *mean*(x). Перед цим задаємо значення змінних y, x_1, x_2 у матричному вигляді:

$$X1 := \begin{pmatrix} 45 \\ 75 \\ 125 \\ 223 \\ 92 \\ 146 \\ 227 \\ 358 \\ 135 \\ 218 \\ 331 \\ 490 \\ 175 \\ 205 \\ 468 \\ 749 \end{pmatrix} \quad X2 := \begin{pmatrix} 1.5 \\ 1.6 \\ 1.9 \\ 1.8 \\ 3.4 \\ 3.6 \\ 3.5 \\ 5.5 \\ 5.4 \\ 5.4 \\ 5.3 \\ 8.5 \\ 8.3 \\ 8.1 \\ 7.3 \\ 8.4 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \\ 48 \\ 65 \\ 45 \\ 64 \\ 79 \\ 104 \\ 68 \\ 93 \\ 117 \\ 145 \\ 91 \\ 131 \\ 167 \\ 195 \end{pmatrix}$$

$$E_1 := \frac{b_1 \cdot mean(X1)}{mean(Y)} \qquad\qquad E_2 := \frac{b_2 \cdot mean(X2)}{mean(Y)}$$

$E_1 = 0{,}466;$ $\qquad\qquad$ $E_2 = 0{,}444.$

5.3 Зробимо висновки щодо коефіцієнтів еластичності. За умови зростання загальних витрат на 1 %, витрати на харчування зростуть на 0,466 %. У разі збільшення складу сім’ї на 1 %, витрати на харчування зростуть на 0,444 %.

Коефіцієнт b_0=8,348, характеризує граничні витрати на харчування.

Крок 6. Знайти коефіцієнт детермінації.

Задаємо значення кількості аналізованих періодів:

$$n := 1€.$$

Розраховуємо значення коефіцієнта детермінації так:

$$D := \frac{\left[b^T \cdot X^T \cdot Y - \left(n \cdot mean(Y)^2\right)\right]}{Y^T \cdot Y - \left(n \cdot mean(Y)^2\right)}$$

$$D = 0{,}957.$$

Це означає, що отримане нами рівняння лінійної регресії є значущим, тобто побудована лінійна двофакторна модель є адекватною.

Крок 6. Знайти скоригований (адаптований, виправлений) коефіцієнт детермінації D_1*, за залежністю (6.5):*

$$D_1 := 1 - \left(\frac{n-1}{n-2-1}\right) \cdot (1 - D)$$

$$D_1 = 0{,}95.$$

3. Індивідуальні завдання для побудови багатофакторної лінійної регресійної моделі з використанням математичного пакета програм MATHCAD

Побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на харчування – y (гр.од.) та загальними витратами – x_1 (гр.од) і складом сім'ї – x_2 (чол.) на основі даних, наведених у завданнях згідно з вашим варіантом. Проаналізувати зв'язок, визначений на основі побудованої моделі.

ВАРІАНТ 1		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 2		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 3		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
80	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,5
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 4		
y	x_1	x_2
20	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,8
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 5		
y	x_1	x_2
20	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	93	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 6		
y	x_1	x_2
21	48	1,5
33	76	1,7
48	126	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 7		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
105	358	5,5
68	135	5,4
94	218	5,4
117	333	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 8		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	219	5,4
116	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 9		
y	x_1	x_2
23	46	1,5
31	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 10		
y	x_1	x_2
22	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 11		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	228	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 12		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
44	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
69	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	491	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 13		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
47	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
65	146	3,6
80	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,5
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 14		
y	x_1	x_2
20	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,8
65	223	1,8
44	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
118	332	5,3
145	490	8,5
91	176	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 15		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	93	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	359	5,5
68	135	5,4
94	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 16		
y	x_1	x_2
21	48	1,5
33	76	1,7
49	127	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 17		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
105	358	5,5
68	135	5,4
91	218	5,4
117	333	5,3
145	490	8,4
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 18		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	219	5,4
116	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 19		
y	x_1	x_2
23	43	1,5
31	75	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 20		
y	x_1	x_2
23	46	1,5
33	76	1,7
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 21		
y	x_1	x_2
24	44	1,4
32	74	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 22		
y	x_1	x_2
25	45	1,3
35	75	1,6
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 23		
y	x_1	x_2
22	42	1,3
29	76	1,5
48	125	2,0
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 24		
y	x_1	x_2
21	45	1,5
32	75	1,6
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 25		
y	x_1	x_2
25	45	1,5
33	74	1,7
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ПРАКТИЧНА РОБОТА 7

ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРСПЕКТИВ РОЗВИТКУ ОРГАНІЗАЦІЇ ЗАСОБАМИ КЛАСИЧНОЇ ЛІНІЙНОЇ БАГАТОФАКТОРНОЇ МОДЕЛІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТА ПРОГРАМ MATHCAD. ОЦІНЕННЯ ПАРАМЕТРІВ БАГАТОФАКТОРНОЇ ЛІНІЙНОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ ТА ПЕРЕВІРКА ЇЇ АДЕКВАТНОСТІ ЗА КРИТЕРІЄМ ФІШЕРА

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо побудови та перевірки на адекватність багатофакторної лінійної регресійної моделі.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

3. Індивідуальні завдання для побудови та перевірки на адекватність багатофакторної лінійної регресійної моделі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо побудови багатофакторної лінійної регресійної моделі.

Багатофакторна лінійна регресійна модель має вигляд:

$$y_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + \ldots + b_p x_{ip} + e_i\,, \tag{7.1}$$

де y_i – залежна змінна, $i = \overline{1, n}$;
x_{ip} – незалежна змінна, $i = \overline{1, n}$;
e_i – відхилення, $i = \overline{1, n}$;
$b_0 \ldots b_p$ – параметри моделі.

Оцінювання параметрів класичної регресійної моделі методом найменших квадратів здійснюється за формулою:

$$b = (X^T X)^{-1} \cdot X^T Y. \tag{7.2}$$

Коефіцієнт детермінації D перевіряє адекватність регресійної моделі і характеризує частку варіації залежної змінної, зумовленої регресією. Чим ближчий цей коефіцієнт до одиниці, тим краще регресійна модель описує залежність між пояснювальними X_j та залежною Y змінними:

$$D = \frac{b^T X^T Y - n\bar{y}^2}{Y^T Y - n\bar{y}^2}, \tag{7.3}$$

У разі, якщо коефіцієнт детермінації знаходиться в межах D∈(0,45–1], то модель є адекватною, тобто форму зв'язку та параметри оцінено правильно.

Якщо коефіцієнт детермінації знаходиться в межах D∈(0–0,44], то модель є неадекватною, тобто неправильно обрано форму залежності або параметри оцінено неправильно.

Потрапляння коефіцієнта детермінації у межі D∈[0,45 –0,54] свідчить про те, що критерій детермінації не дає відповіді про адекватність чи неадекватність побудованої моделі і для лінійних регресійних моделей застосовують інший критерій, що уможливлює отримання точної відповіді на таке питання – критерій Фішера.

Для перевірки адекватності побудованої лінійної регресійної моделі за критерієм Фішера необхідно виконати таких 3 кроки:

Крок 1. Оцінити значення F-критерію таким чином:

$$F_{\alpha;\upsilon_1;\upsilon_2} = \frac{D(n-p-1)}{(1-D)p}, \tag{7.4}$$

де n – кількість дослідів (аналізованих періодів) у моделі;

p – кількість незалежних (пояснювальних) зміннихx_{ip};

υ_1 – ступінь вільності SSR, $\upsilon_1 = p$;

υ_2 – ступінь вільності SSE, $\upsilon_2 = n-p-1$, оскільки в рівнянні множинної регресії разом із вільним членом оцінюється кількість параметрів $m = p + 1$.

Крок 2. Задамо рівень значимості α або $\alpha 100\%$. Наприклад, якщо ми вважаємо, що можлива помилка для нас становить 0,05 (5%), то це означає, що ми можемо помилитися не більше, ніж у 5% випадків, а у 95% =(100(1-α))% наші висновки будуть правильними.

Крок 3. На третьому етапі за статистичними таблицями F-розподілу Фішера з (υ_1, υ_2) ступенями вільності і рівнем значимості (100(1-α))% обчислимо критичне значення $F_{кр\alpha;\upsilon1;\upsilon2}$. Якщо розраховане нами значення $F_{\alpha;\upsilon1;\upsilon2} > F_{кр\alpha;\upsilon1;\upsilon2}$, то побудована регресійна модель є адекватною.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням математичного пакета програм MATHCAD.

Побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на харчування, загальними витратами та складом сім'ї на основі даних, наведених у табл. 6.1. Проаналізувати зв'язок, визначений на основі побудованої моделі.

Таблиця 6.1 – Розрахункові дані для оцінювання параметрів моделі

№ періоду	Витрати на харчування (гр.од.)	Загальні затрати (гр.од)	Склад сім'ї (чол.)
1	20	65	3,5
2	32	75	7,1
3	48	25	1,9
4	65	23	1,8
5	45	92	3,4
6	64	46	3,6
7	79	27	3,5
8	104	58	5,5
9	68	35	5,4
10	93	18	5,4
11	117	31	5,3
12	145	90	8,5
13	91	75	8,3
14	131	20	8,1
15	167	68	7,3
16	195	49	8,4

Розв’язання:

Крок 1. Ідентифікувати змінні моделі:

y – витрати на харчування (залежна змінна);
x_1 – загальні витрати (незалежна змінна);
x_2 – розмір сім’ї (незалежна змінна);

Крок 2. Специфікувати модель, тобто визначити її аналітичну форму:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2}.$$

Крок 3. Оцінити параметри моделі на основі методу найменших квадратів, попередньо висунувши гіпотезу, що всі чотири передумови для його застосування дотримано.

3.1 Створити новий файл у MATHCAD.
3.2 Присвоїти:
– змінній X значення загальних витрат та розміру сім’ї, (див. другий та третій стовпці матриці, відповідно);
– змінній Y значення даних витрат на харчування:

$$X := \begin{pmatrix} 1 & 65 & 3.5 \\ 1 & 75 & 7.1 \\ 1 & 25 & 1.9 \\ 1 & 23 & 1.8 \\ 1 & 92 & 3.4 \\ 1 & 46 & 3.6 \\ 1 & 27 & 3.5 \\ 1 & 58 & 5.5 \\ 1 & 35 & 5.4 \\ 1 & 18 & 5.4 \\ 1 & 31 & 5.3 \\ 1 & 90 & 8.5 \\ 1 & 75 & 8.3 \\ 1 & 20 & 8.1 \\ 1 & 68 & 7.3 \\ 1 & 49 & 8.4 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 20 \\ 32 \\ 48 \\ 65 \\ 45 \\ 64 \\ 79 \\ 104 \\ 68 \\ 93 \\ 117 \\ 145 \\ 91 \\ 131 \\ 167 \\ 195 \end{pmatrix}$$

Використовуючи залежність (7.2) потрібно оцінити параметри моделі за допомогою математичного пакета програм MATHCAD:

$$b:=(X^T X)^{-1} X^T Y$$

$$b = \begin{pmatrix} 28.534 \\ -0.569 \\ 16.796 \end{pmatrix}$$

Таким чином, b_0 =28,534; b_1=-0,569; b_2 = 16,796.

Крок 4. Отже, отримаємо таку економетричну модель:

$$\hat{y} = 28{,}534 - 0{,}569x_1 + 16{,}796x_2 .$$

Крок 5. Знайти коефіцієнт детермінації на основі залежності (7.3). Задати значення кількості аналізованих періодів:

$$n := 16$$

$$D := \frac{\left[b^T \cdot X^T \cdot Y - \left(n \cdot mean(Y)^2\right)\right]}{Y^T \cdot Y - \left(n \cdot mean(Y)^2\right)}$$

Розрахувати D:

$$D = 0.542 \; .$$

Оскільки значення коефіцієнта детермінації потрапило у межі $D \in [0{,}45–0{,}54]$, це свідчить про те, що критерій детермінації не дає відповіді про адекватність чи неадекватність побудованої моделі і для лінійних регресійних моделей застосовують інший критерій, що уможливлює отримання точної відповіді на таке питання – критерій Фішера.

Крок 6. Перевірити адекватність отриманої багатофакторної лінійної регресійної моделі за критерієм Фішера із використанням (7.4):

Ввести значення кількості факторів (у двофакторній моделі):

$$p := 2$$

$$F := \frac{D \cdot (n - p - 1)}{(1 - D) \cdot p}$$

$$F = 7.699$$

Критичне значення критерію Фішера зі ступенями вільності υ_1=2 та υ_2= 13 і рівнем значимості 95% становить $F_{кр0,05;2;13}$= 3,81.

Оскільки розраховане нами значення $F_{0,05;2;13}$=7,699, то воно є більшим за критичне $F_{0,05;2;13} > F_{кр0,05;2;13}$. Отже, побудована модель є адекватною.

3. Індивідуальні завдання для побудови багатофакторної лінійної регресійної моделі з використанням математичного пакета програм MATHCAD

Побудувати економетричну модель, яка характеризує залежність між витратами на харчування, загальними витратами та складом сім'ї на основі даних, наведених у завданнях (згідно з вашим варіантом), де y – витрати на харчування (гр.од.); x_1 – загальні затрати (гр.од); x_2 – склад сім'ї (чол.)

Проаналізувати зв'язок, визначений на основі побудованої моделі.

ВАРІАНТ 1		
Y	x_1	x_2
21	46	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 2		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 3		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
80	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,5
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 4		
y	x_1	x_2
20	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,8
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 5		
y	x_1	x_2
20	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	93	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 6		
y	x_1	x_2
21	48	1,5
33	76	1,7
48	126	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 7		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
105	358	5,5
68	135	5,4
94	218	5,4
117	333	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 8		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	219	5,4
116	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 9		
y	x_1	x_2
23	46	1,5
31	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 10		
y	x_1	x_2
22	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 11		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	228	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 12		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
44	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
69	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	491	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 13		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
47	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
65	146	3,6
80	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,5
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 14		
y	x_1	x_2
20	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,8
65	223	1,8
44	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
118	332	5,3
145	490	8,5
91	176	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 15		
y	x_1	x_2
21	47	1,5
32	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	93	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	359	5,5
68	135	5,4
94	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 16		
y	x_1	x_2
21	48	1,5
33	76	1,7
49	127	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 17		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	75	1,6
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
105	358	5,5
68	135	5,4
91	218	5,4
117	333	5,3
145	490	8,4
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 18		
y	x_1	x_2
21	46	1,5
33	76	1,7
48	125	1,9
65	223	1,8
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	219	5,4
116	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 19		
y	x_1	x_2
23	43	1,5
31	75	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 20		
y	x_1	x_2
23	46	1,5
33	76	1,7
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 21		
y	x_1	x_2
21	42	1,2
30	75	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 22		
y	x_1	x_2
24	45	1,6
33	76	1,7
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 23		
y	x_1	x_2
22	42	1,45
31	75	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 24		
y	x_1	x_2
22	45	1,35
33	76	1,7
49	125	1,9
65	223	1,8
46	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
92	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ВАРІАНТ 25		
y	x_1	x_2
24	44	1,7
31	75	1,6
48	125	1,9
65	221	1,9
45	92	3,4
64	146	3,6
79	227	3,5
104	358	5,5
68	135	5,4
93	218	5,4
117	331	5,3
145	490	8,5
91	175	8,3
131	205	8,1
167	468	7,3
195	749	8,4

ПРАКТИЧНА РОБОТА 8

АНАЛІЗ ОПТИМАЛЬНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ДІЯЛЬНОСТІ ОРГАНІЗАЦІЇ, ЗІСТАВЛЯННЯ ЇХ ІЗ ФАКТОРАМИ ВПЛИВУ ЗОВНІШНЬОГО ТА ВНУТРІШНЬОГО СЕРЕДОВИЩ ЗАСОБАМИ ЛІНІЙНОГО ТА НЕЛІНІЙНОГО КОРЕЛЯЦІЙНО-РЕГРЕСІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА MS EXCEL ТА МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТА ПРОГРАМ MATHCAD

План

1. Вивчення теоретичних відомостей щодо аналізу оптимальності результатів діяльності підприємств (організацій) засобами кореляційно-регресійного аналізу та пошук оптимального рішення щодо управління базовими характеристиками підприємства.
2. Приклад розв'язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL та математичного пакета програм MATHCAD.
3. Індивідуальні завдання для аналізу оптимальності результатів діяльності підприємств (організацій), пошуку функції оптимізації прибутку з використанням табличного процесора MS EXCEL та математичного пакета програм MathCad.

Хід роботи

1. Теоретичні відомості щодо побудови простої регресійної моделі, перевірки її на адекватність, оцінювання щільності зв'язку між ознаками та побудови функції максимізації прибутку.

1.1 Важливою проблемою кореляційного аналізу є визначення **типу залежності** функції $\hat{Y} = Y(X)$. Для цього необхідно нанести емпіричні точки з координатами (x_i, y_i) на графік, згідно з яким вибирається та форма залежності, яка є найближчою до усіх точок одночасно (сума квадратів відхилень від цієї форми залежності має бути мінімальною $\sum_{i=1}^{n} e_i^2 \to min$), застосовується метод найменших квадратів, що зумовлює такі залежності для оцінювання:

1) параметрів b_0 та b_1 лінійної залежності $\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_i$:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n}}{\sum_{i=1} x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}; \qquad (8.1)$$

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \tag{8.2}$$

2) параметрів b_0, b_1 та b_2 параболічної залежності $\hat{y} = b_0 + b_1 x + b_2 x^2$:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \text{В}_i\,; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} K_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^3 = \sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \text{В}_i\,; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^4 = \sum_{i=1}^{n} K_i^2 \cdot \text{В}_i\,. \end{cases} \tag{8.3}$$

3) параметрів b_0 та b_1 гіперболічної залежності $\hat{y} = b_0 + \frac{b_1}{x}$:

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i} = \sum_{i=1}^{n} y_i\,; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{x_i}. \end{cases} \tag{8.4}$$

1.2. Щільність зв’язку між ознаками оцінюють за допомогою **коефіцієнта кореляції** r (або R), який обчислюється за формулою:

$$r = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}} = \pm\sqrt{D} = \pm\sqrt{\frac{SSR}{SST}}\,, \tag{8.5}$$

де $\hat{y}_i$ – оцінене значення y_i;

$\bar{y}$ – середнє значення y_i;

y_i – емпіричні (дослідні) значення ознаки Y (знак «-» в формулі ставиться для зворотного, лише лінійного зв’язку між ознаками X та Y).

Кореляційний зв’язок між ознаками може бути слабким і сильним (щільним). Він оцінюється за шкалою Чеддока таким чином: 0,1 < $r_{y/x}$ < 0,3: слабкий; 0,3 < $r_{y/x}$ < 0,5: помірний; 0,5 < $r_{y/x}$ < 0,7: помітний; 0,7 < $r_{y/x}$ < 0,9: щільний; 0,9 < $r_{y/x}$ < 1: дуже щільний.

1.3 Однією з найбільш ефективних оцінок адекватності регресійної моделі є коефіцієнт **детермінації – *D***, який обчислюється за формулою:

$$D = \frac{SSR}{SST}, \quad D \in (0;1], \quad D = r^2, \tag{8.6}$$

де SSR – сума квадратів, що пояснює регресію: $SSR = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2$;

SST – загальна сума квадратів: $SST = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2$.

Коефіцієнт детермінації D показує, яка частка варіації змінної Y залежить від змінної X, а яка − від неврахованих факторів.

Рівняння регресії є адекватним експериментальним даним, якщо $D \in [0{,}55; 1]$.

У разі, якщо $D \in [0{,}45 – 0{,}55)$ – необхідною є додаткова перевірка (для лінійної моделі) за F-критерієм (критерієм Фішера);

Якщо $D \in (0 – 0{,}45)$ – *модель є неадекватною.* Потрібно перевірити правильність оцінювання параметрів, і, якщо вони є коректними, то вибрати (за допомогою графіка емпіричних точок з координатами (x_i, y_i)) іншу форму залежності між Y та X і продовжувати аналогічно оцінювати параметри.

1.4 Для пошуку оптимального (за критерієм максимуму) прибутку застосовують залежність

$$П(К) = \hat{Ц}_i(К) \cdot К - \hat{В}(К), \tag{8.7}$$

де $П$ – прибуток;

$К$ – кількість виробленої та реалізованої продукції;

$\hat{Ц}_i(К)$ – вираз для оцінювання залежності ціни від кількості;

$\hat{В}(К)$ – вираз для оцінювання залежності витрат від кількості.

Пошук максимального прибутку зумовлює пошук похідної для функції (8.7) та прирівнювання її до нуля.

Отримане оптимальне значення $К_{opt}$ потрібно підставити у вирази $\hat{Ц}_i(К)$ та $\hat{В}(К)$, щоб визначити отримати оптимальну ціну $\hat{Ц}_{opti}$ одиниці продукції та оптимальні витрати $\hat{В}_{opt}$ на весь обсяг продукції. Із застосуванням (8.7) визначають $\hat{П}_{opt}$ та порівнюють його значення із наявним на підприємстві за останній період. Це уможливлює формування відповідних пропозицій щодо покращення функціонування підприємства.

2. Приклад розв'язання задачі з використанням табличного процесора MS EXCEL та математичного пакета MATHCAD.

Є такі показники діяльності підприємства за 6 періодів: кількість виробленої та реалізованої продукції (*К*) (тис. од.), ціна одиниці продукції ($Ц_i$) (тис. гр. од.), витрати ($В_i$) виробництва за повною собівартістю (млн гр. од.).

Необхідно знайти:

1) кореляційну залежність ціни (*Ц*), витрат (*В*) від кількості реалізованої продукції (*К*); $\widehat{Ц} = Ц(К)$; $\widehat{В} = В(К)$;

2) Оцінити щільність зв'язку між відповідними ознаками та обчислити коефіцієнт детермінації, тобто перевірити адекватність моделі;

3) Здійснити аналіз на оптимальність обсягу реалізації продукції за критерієм максимізації прибутку;

4) Зробити висновки.

Таблиця 8.1

Період	1	2	3	4	5	6
К	68	31	26	25	14	12
Ц	6	17	19	19	24	25
В	401	420	520	484	280	255

***Розв'язання*:**

Крок 1. Створити власний файл у *EXCEL* і ввести у стовпці початкові дані з табл. 8.1 щодо ціни та кількості. Накреслити у Вашому файлі діаграму для цих початкових даних. На базі графіка зробити припущення щодо форми залежності між *Ц* та *К* для функції $\hat{Ц} = Ц(К)$:

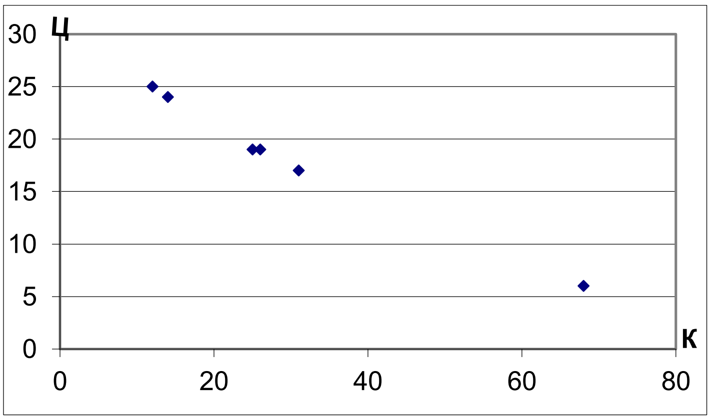


Рисунок 8.1 – Графік емпіричних даних *Ц*(*К*)

Виходячи з графіка рис. 8.1, залежність $\hat{Ц} = Ц(К)$ є лінійною. Отже, вигляд лінійної однофакторної моделі є таким: $\widehat{Ц}_i = b_0 + b_1 \cdot К_i$.

Крок 2. Значення параметрів лінійної однофакторної моделі оцінюємо за такими залежностями:

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i Ц_i - \frac{\sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \sum_{i=1}^{n} Ц_i}{n}}{\sum_{i=1}^{n} K_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} K_i\right)^2}; \qquad b_0 = \overline{Ц} - b_1 \overline{K}$$

Для пошуку необхідних сум створимо в нашому файлі EXCEL відповідну кореляційну табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Ч.ч.	K_i	$Ц_i$	K_i^2	$K_i Ц_i$	$\widehat{Ц}_i$	$(\widehat{Ц}_i - \overline{Ц})^2$	$(Ц_i - \overline{Ц})^2$
1	68	6	4626	408	5,465	165,587	152,111
2	31	17	961	527	17,779	0,308	1,778
3	26	19	676	494	19,443	1,231	0,444
4	25	19	625	475	19,775	2,08	0,444
5	14	24	196	336	23,436	26,039	32,111
6	12	25	144	300	24,102	33,275	44,444
Σ	176	110	7226	2540	110	228,519	231,333
Σ/n	29,33	18,33					

Введемо у відповідні комірки нашого файлу вищевикладені формули для розрахунку параметрів b_1 та b_0:

$$b_1 = \frac{2540 - \frac{176 \cdot 110}{6}}{7226 - \frac{1}{6} \cdot 176^2} = -0{,}3327948; \quad b_0 = 18{,}33 + 0{,}3327948 \cdot 29{,}33 = 28{,}095315.$$

Таким чином, оцінене рівняння для залежності $\hat{Ц} = Ц(K)$ набуває вигляду (8.8):

$$\widehat{Ц}_i = 28{,}095315 - 0{,}3327948 \cdot K_i. \qquad (8.8)$$

Для визначення усіх $\widehat{Ц}_i$ (стовпець 6 табл. 8.1) потрібно у відповідні комірки цього стовпця ввести формулу (8.8), в яку підставити відповідне значення K_i.

Крок 3. Розрахунок коефіцієнтів кореляції між *Ц* і *К* та детермінації здійснюється для побудованої залежності (8.8) так:

$$R = \pm\sqrt{D} = \pm\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}.$$

Оскільки під час зростання ціни одиниці продукції кількість реалізованої продукції неухильно спадає, то кореляція між ними є від'ємною. Отже, вибираємо знак «-» перед коренем:

$$R = -\sqrt{D} = -\sqrt{\frac{SSR}{SST}} = -\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}}. \quad (8.9)$$

Для пошуку *SSR* і SST розрахуємо відповідні суми квадратів у 7 і 8 стовпцях створеної в EXCEL табл. 8.2.

Отже, у відповідні комірки файлу введемо формули, складені на основі (8.9) для розрахунку коефіцієнтів кореляції на детермінації.

Виходячи із значення коефіцієнта кореляції (R = 0,994), існує щільний негативний зв'язок між *Ц* та *К*.

Виходячи із значення коефіцієнта детермінації (D=0,987835), модель є адекватною і зміна результативної ознаки – ціни (*Ц*) – відбувається на 98,8% за рахунок зміни факторної ознаки – кількості реалізованої продукції – (*К*), і лише на 1,2% – за рахунок не врахованих у моделі факторів.

Крок 4. Визначимо тип залежності *В*(*К*) за допомогою побудованої в файлі EXCEL діаграми точок з координатами ($К_i$,$В_i$) як зображено на рис. 8.2:

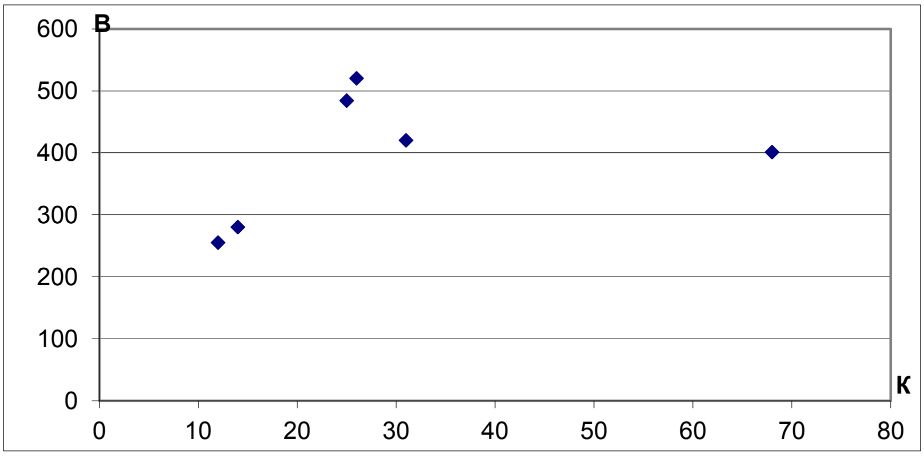


Рисунок 8.2 – Діаграма розподілу даних для залежності *В*(*К*)

Виходячи з графіка рис. 8.2, залежність $\hat{B}$ =*В*(*К*) – є параболічною, тому її вигляд є таким: $\widehat{B}_i = \boldsymbol{b_0 + b_1 \cdot K_i + b_2 \cdot K_i^2}$.

Для пошуку параметрів параболічної залежності скористаємося відповідною системою нормальних рівнянь (8.3):

$$\begin{cases} nb_0 + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \text{В}_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} K_i + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^3 = \sum_{i=1}^{n} K_i \cdot \text{В}_i; \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} K_i^2 + b_1 \sum_{i=1}^{n} K_i^3 + b_2 \sum_{i=1}^{n} K_i^4 = \sum_{i=1}^{n} K_i^2 \cdot \text{В}_i. \end{cases}$$

Крок 5. Для розрахунку значень параметрів параболічної однофакторної моделі створимо у файлі EXCEL відповідну кореляційну табл. 8.3.

Таблиця 8.3

Ч.ч.	*B*	*K*	K^2	K^3	K^4	*K·B*	$K^2 \cdot B$	$\widehat{\text{В}}_i$	$(\widehat{B}_i - \overline{B})^2$	$(B_i - \overline{B})^2$
1	401	68	4624	314432	21381376	27268	1854224	397,718247	19,22747	58,77778
2	420	31	961	29791	923521	13020	403620	500,250094	11431,19	711,1111
3	520	26	676	17576	456976	13520	351520	456,744459	4020,971	16044,44
4	484	25	625	15625	390625	12100	302500	446,404438	2816,542	8220,444
5	280	14	196	2744	38416	3920	54880	296,608539	9355,686	12844,44
6	255	12	144	1728	20736	3060	36720	262,271047	17177,32	19136,11
Σ	**2360**	**176**	**7226**	**381896**	**23211650**	**72888**	**3003464**	**2360**	**44820,94**	**57015,33**
Σ/*n*	393,33	29,33								

Крок 6. На базі (8.3) складемо відповідну систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 6b_0 + 176 \cdot b_1 + 7226 \cdot b_2 = 2360; \\ 176 \cdot b_0 + 7226 \cdot b_1 + 381896 \cdot b_2 = 72888; \\ 7226 \cdot b_0 + 381896 \cdot b_1 + 23211650 \cdot b_2 = 3003464. \end{cases}$$

Для розв'язання цієї системи створимо файл у математичному пакеті MATHCAD. Матричним методом розв'яжемо складену вище систему рівнянь:

$$A := \begin{pmatrix} 6 & 176 & 7226 \\ 176 & 7226 & 381896 \\ 7226 & 381896 & 23211650 \end{pmatrix} \qquad Y := \begin{pmatrix} 2360 \\ 72888 \\ 3003464 \end{pmatrix}$$

$$X := A^{-1} \cdot Y$$

$$X = \begin{pmatrix} 10.3570634652 \\ 24.2706202365 \\ -0.2731485666 \end{pmatrix}.$$

Отже:

$$b_0 = 10{,}357063$$
$$b_1 = 24{,}27062$$
$$b_2 = -0.273149$$

Таким чином, оцінене рівняння $\hat{B} = B(K)$ набуває вигляду:

$$\widehat{\text{В}}_i = 10{,}35706 + 24{,}27062 \cdot K_i - 0{,}273149 \cdot K_i^2. \quad (8.10)$$

Для визначення усіх $\widehat{\text{В}}_i$ (стовпець 9 табл. 8.3) потрібно у відповідні комірки цього стовпця ввести формулу (8.10), в яку підставити відповідне значення K_i.

Крок 7. Розрахуємо *коефіцієнти кореляції* та *детермінації* для цієї залежності на базі сум, розрахованих у табл. 8.3:

Коефіцієнт кореляції:

$$R = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{SSR}{SST}} = \sqrt{\frac{44820.94}{57015.33}} = \sqrt{0{,}7861} = 0{,}8866.$$

Коефіцієнт детермінації: D = 0,7861.

Виходячи із значення коефіцієнта детермінації, зміна результативної ознаки (B) за рахунок зміни факторної ознаки (K) на 78,7%, а на 21,3% – за рахунок інших, не врахованих у моделі факторів.

Крок 8. Розрахуємо *оптимальний прибуток* шляхом підставляння до залежності для прибутку від кількості $П(К)$ замість $\widehat{\text{Ц}}(\text{К})$ – вираз (8.8), а замість $\widehat{\text{В}}(\text{К})$ – вираз (8.10):

$$\widehat{\text{П}}(\text{К}) = \widehat{\text{Ц}}(\text{К}) \cdot \text{К} - \widehat{\text{В}}(\text{К}) = (28{,}095315 - 0{,}3327948 \cdot \text{К}) \cdot \text{К} - 10{,}35706 -$$
$$-24{,}27062 \cdot \text{К} + 0{,}273149 \cdot \text{К}^2 = 3{,}824695 \cdot \text{К} - 0{,}059851 \cdot \text{К}^2 - 10{,}357063$$

Оскільки b_2= – 0,059851< 0, то гілки параболи направлені донизу, що свідчить про те, що ця крива має максимум. Отже, для того, щоб його знайти, визначимо похідну по K і дорівняємо до нуля:

$$\text{П}' = 3{,}8294695 - 0{,}119702K = 0$$
$$\text{К}_{\text{опт}} = 31{,}99169$$

Перевіримо функцію на наявність максимуму. Для цього візьмемо похідну в точках (K-1) та (K+1):

$$(П_{к=31})' = 0{,}1197 > 0; \quad (П_{к=33})' = -0{,}1197 < 0.$$

Таким чином, *К* =31,99169 дійсно є точкою оптимуму (максимуму).

Крок 9. Для отримання висновків порівняємо показники діяльності підприємства за останній (шостий) період із визначеними оптимальними значеннями, склавши табл. 8.4:

Таблиця 8.4 – Порівняльна характеристика показників діяльності підприємства в останній період із запропонованими оптимальними значеннями

Показники	*К*	*Ц*	*В*	*П*
6-й період	12	25	255	45
Оптимальне	31,99169	17,442	507,25589	50,74316698
Відхилення	-19,99169	7,558	-252,25589	-5,7416698

На базі отриманих відхилень показників табл. 8.4 зробити висновки щодо оптимізації роботи підприємства.

3. Індивідуальні завдання для аналізу оптимальності результатів діяльності підприємств (організацій), пошуку функції оптимізації прибутку з використанням табличного процесора MS EXCEL та математичного пакета програм MATHCAD

У завданнях згідно з вашим варіантом вказано показники діяльності підприємства за 6 періодів: кількість виробленої та реалізованої продукції (*К*) (тис. од.), ціна одиниці продукції ($Ц_i$) (тис. гр. од.), витрати ($В_i$) виробництва за повною собівартістю (млн гр. од.).

Необхідно знайти:

1) кореляційну залежність ціни (*Ц*), витрат (*В*) від кількості реалізованої продукції (*К*); $\widehat{Ц} = Ц(К)$; $\widehat{В} = В(К)$;

2) оцінити щільність зв'язку між відповідними ознаками та обчислити коефіцієнт детермінації, тобто перевірити адекватність моделі;

3) здійснити аналіз на оптимальність обсягу реалізації продукції за критерієм максимізації прибутку.

Зробити висновки.

Варіант 1

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	90	69	48	45	43	18
Ц	3,968	11,506	17,491	19,597	22,123	24,00
В	228	715	762	980	898	403

Варіант 2

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	97	73	50	47	45	19
Ц	3,306	9,588	14,476	16,33	18,436	20
В	196	599	630	812	746	353

Варіант 3

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	229	175	122	114	109	44
Ц	1,356	3,931	5,976	6,695	7,559	8,2
В	171	535	572	733	672	308

Варіант 4

Період	1	2	3	4	5	6
К	275	211	147	137	125	51
Ц	1,306	3,787	5,757	6,450	7,282	7,900
В	198	623	666	852	781	345

Варіант 5

Період	1	2	3	4	5	6
К	55	44	39	34	33	27
Ц	75	266	266	280	280	300
В	3240	7011	8989	8989	8500	7776

Варіант 6

Період	1	2	3	4	5	6
К	8	6	5,6	4,3	4	3
Ц	47	135	140	140	190	200
В	340	709	730	709	690	570

Варіант 7

Період	1	2	3	4	5	6
К	25	19	15	11	8	6
Ц	26	62	62,5	62,5	80	82
В	404	640	778	729	458	377

Варіант 8

Період	1	2	3	4	5	6
К	68	31	26	25	14	12
Ц	6	17	19	19	24	25
В	401	420	520	484	280	255

Варіант 9

Період	1	2	3	4	5	6
К	19	9,3	7,6	7,4	6	5
Ц	23	78	85	85	107	108
В	400	453	485	620	620	529

Варіант 10

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	55	45	39	34	33	27
Ц	75	260	266	280	280	300
В	3220	7011	8989	8989	8500	7770

Варіант 11

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	45	38,5	37,5	37	33	20
Ц	8	20	21	21	29	36
В	248	736	785	790	930	713

Варіант 12

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	25	20	15	11	8	6
Ц	28	62	62,5	62,5	80	82
В	405	640	778	729	458	370

Варіант 13

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	65	30	26	25	14	12
Ц	5	15	19	19	24	25
В	400	420	520	484	280	250

Варіант 14

Період	1	2	3	4	5	6
К	20	9	7,5	7,4	6	5
Ц	24	78	85	85	107	108
В	410	460	485	620	620	529

Варіант 15

Період	1	2	3	4	5	6
К	1550	780	555	535	348	300
Ц	10	14	15	15	22	23
В	5550	7850	7950	8100	7413	6555

Варіант 16

Період	1	2	3	4	5	6
К	45	39	37,2	37	35	20
Ц	10	20	21	21	29	36
В	250	736	785	790	930	715

Варіант 17

Період	1	2	3	4	5	6
К	130	117	92	60	31	28
Ц	16	53	61	110	165	170
В	1301	4350	5432	5199	2802	2666

Варіант 18

Період	1	2	3	4	5	6
К	2700	2413	2200	2150	1066	900
Ц	0,57	1,66	1,75	1,75	2,14	2,22
В	1486	4005	3850	3763	2047	1798

Варіант 19

Період	1	2	3	4	5	6
К	48	37	25	23	22	21
Ц	1,653	4,794	7,288	8,165	9,218	10
В	55	120	137	153	173	182

Варіант 20

Період	1	2	3	4	5	6
К	589	528	367	342	327	134
Ц	2,484	7,203	10,950	12,268	13,850	15,025
В	1027	3214	3428	4380	4017	1877

Варіант 21

Період	1	2	3	4	5	6
К	85	70	50	45	43	20
Ц	4,8	11,5	18,5	20,5	22,5	23
В	230	715	760	980	890	400

Варіант 22

Період	1	2	3	4	5	6
К	95	75	50	47	45	19
Ц	3,5	9,5	14,5	16,5	18,5	20
В	195	560	630	812	745	355

Варіант 23

Період	1	2	3	4	5	6
К	100	75	50	47	45	20
Ц	4,6	10,5	15,5	16,6	18,5	20
В	195	600	635	815	745	355

Варіант 24

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	270	210	145	135	125	51
Ц	1, 6	3,8	5,8	6,5	7,5	8
В	200	625	665	852	785	345

Варіант 25

Період	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
К	50	40	35	30	25	20
Ц	75	265	260	280	285	300
В	3200	7000	9000	9010	8500	7770

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Азарова А. О., Краєвська А. С., Міронова Ю. В., Краус О. О. Кореляційно-регресійне моделювання впливу базових чинників на рівень інфляції в Україні. *Innovation and Sustainability*. 2024. № 1. С. 63–72. URL: https://doi.org/10.31649/ins.2024.1.63.72
2. Азарова А. О., Краус О. О. Ідентифікація чинників впливу на рівень інфляції в Україні засобами економетричного моделювання. Україна та світ: виміри сьогодення : кол. моногр. Харків : СГ НТМ «Новий курс», 2024. 220 с. С. 98–108. ISBN 978-617-7886-50-0.1.
3. Azarova A., Solomoniuk I. Modeling of the process of estimating the influence of internal factors on price on the basis of the correlation-regression method least squares. Innovation and entrepreneurship: collection of scientific articles. Ajax Publishing, Montreal, Canada, 2020. P. 27–31. 208 p.
4. Азарова А. О., Азарова Л. Є., Міронова Ю. В., Соломонюк І. Л. Максимізація прибутку та оптимізація базових економічних показників виробництва із використанням кореляційно-регресійного моделювання. Існуюча практика та новітні тенденції в управлінні суб'єктами господарювання різних організаційно-правових форм : монографія / за ред. Л. М. Савчук, Л. М. Бандоріної. Дніпро : Пороги, 2020. С. 344 – 358. 480 с.
5. Азарова А., Єлісєєва О., Нікіфорова Л., Химич В. Кореляційно-регресійне моделювання впливу експорту, імпорту та індексу інфляції на рівень ВВП України. *Innovation and Sustainability*. 2024. №4. С. 43–54. https://doi.org/10.31649/ins.2024.4.43.54
6. Азарова А., Нікіфорова Л., Рузакова О., Химич В. Економетричне моделювання впливу експортно-імпортних операцій на рівень ВВП України. *Herald of Khmelnytskyi National University. Economic Sciences*. 2024. № 336 (6). С. 363–369. https://doi.org/10.31891/2307-5740-2024-336-57
7. Азарова А. О., Лесько О., Міронова Ю., Гнатюк С. Оцінювання ефективності роботи маркетингового відділу засобами кореляційно-регресійного моделювання. *Modeling the development of the economic systems*. 2024. №4. С. 77–86. https://doi.org/10.31891/mdes/2024-14-10
8. Азарова А. О., Пугач В. С., Скомаровський В. Математична та структурна моделі оцінювання рівня управління людським капіталом. *Економіка та суспільство*. 2022. №36. https://doi.org/10.32782/2524-0072/2022-36-24.
9. Економетрія : навчальний посібник із грифом МОНУ №1/11–7160 від 17.04.13. / Азарова А. О., Сачанюк-Кавецька Н. В., Роїк О. М., Міронова Ю. В. Вінниця : ВНТУ, 2014. 304 с.
10. Кобець В. М. Економетрика в RSTUDIO : навчальний посібник. Херсон : Видавництво «ОлдіПлюс», 2021. 132 с.
11. Доля В. Т. Економетрія : навч. посібник. Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. Х. : ХНАМГ, 2020. 171 с.

12. Кузьмічов А. І. Економетрія : навчальний посібник. К. : Вид-во «Ліра-К», 2020. 212 с.
13. Здрок В. В., Лагоцький Т. Я. Економетрія : підручник. К. : Знання, 2020. 541 с.
14. Мороз В., Диха М. Економетрія. К. : Центр навчальної літератури. 2019. 206 с.
15. Кузьменко О., Козьменко О. Економіко-математичні методи та моделі (економетрика). Суми : Видавництво «Університетська книга», 2019. 406 с.
16. Навігатор по дисципліні «Економетрія» https://iq.vntu.edu.ua/b04213/html/nlr/nlr.php?card_id=60306&id=606&renum=1
17. Курс Датааналітік. Вступ до Excel. URL: https://osvita.diia.gov.ua/courses/data-analyst-excel___ (дата звернення: 02.10.24).
18. Курс «Аналіз даних та статистичне виведення на мові R» на платформі Прометеус. URL : https://prometheus.org.ua/prometheus-free/data-analysis-statistics/ (Дата звернення 16.05.24).
19. Курс «Word та Excel: інструменти і лайфхаки». URL: https://prometheus.org.ua/prometheus-free/word-excel-instrumenty-lifhaky/(дата звернення: 20.05.24).

Електронне навчальне видання

Анжеліка Олексіївна Азарова

ЕКОНОМЕТРІЯ. ПРАКТИКУМ

Практикум

Рукопис оформила *А. Азарова*

Редактор *Т. Старічек*

Оригінал-макет виготовила *Т. Старічек*

Підписано до видання 30.12.2024 р.
Гарнітура Times New Roman.
Зам. № Р2024-210.

Видавець та виготовлювач
Вінницький національний технічний університет,
Редакційно-видавничий
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Хмельницьке шосе, 95,
м. Вінниця, 21021.
press.vntu.edu.ua;
Email: rvv.vntu@gmail.com
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.