УДК 519.876.5

В. М. Дубовой, д. т. н., проф.; О. Д. Никитенко; О. В. Глонь, к.т. н., доц.

ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ НЕВИЗНАЧЕНИХ АЛГОРИТМІВ

Розглянуто властивості алгоритмічних моделей, зокрема, еквівалентність невизначених алгоритмів. Запропоновано підхід для визначення ступеню еквівалентності алгоритмів в умовах невизначеності за допомогою операторного методу.

Ключові слова: *алгоритмічні моделі, еквівалентність невизначених алгоритмів, умови невизначеності, ступінь еквівалентності.*

Підвищення ефективності інформаційних систем (ІС) стає усе більше актуальною *проблемою* в зв'язку з глобальною інформатизацією всіх сфер життя суспільства, ускладненням і збільшенням масштабів ІС. Підвищення ефективності передбачає оптимізацію структури ІС, розподіл завдань за підсистемами ІС тощо. Одним з перспективних напрямків розв'язання цієї проблеми є оптимізація алгоритмічної моделі ІС із наступною її реалізацією програмно-апаратними засобами [1, 2].

Оптимізація алгоритмічної моделі (АМ) здійснюється за допомогою системи еквівалентних перетворень [3]. Еквівалентним називають перетворення, в результаті якого одержують еквівалентну алгоритмічну модель. Дві алгоритмічні моделі називають функціонально еквівалентними, якщо за однакових вхідних даних вони дають однакові результати.

Значні результати у дослідженні еквівалентності алгоритмів належать А. А. Ляпунову, який увів поняття схеми програм [4]. На базі стандартних схем алгоритмів уведено основні поняття й властивості, які пов'язані з алгоритмічними моделями, головне з яких – відношення функціональної еквівалентності алгоритмічних моделей.

Ідеї А. А. Ляпунова були розвинені наприкінці 50-х і в 60-і рр. А. П. Єршовим, Н. А. Криницьким, Л. А. Калужніним, Р. І. Подловченком і Ю. І. Яновим, який у [5] формалізував поняття схеми програми, визначив відношення еквівалентності схем і досліджував проблему еквівалентності для класу схем, які одержали згодом назву схем Янова. Н. А. Криницький [6] досліджував проблему еквівалентності й еквівалентних перетворень стандартних схем, причому для підкласу схем без циклів (тобто схем, граф яких не містить контурів), винайшов алгоритм розпізнавання еквівалентності й була побудована повна система перетворень, яка дозволяє будь-яку пару еквівалентних схем автоматично перетворити одна в одну. Графова форма схем була запропонована Л. А. Калужніним [7].

Алгоритмічні моделі інформаційних систем здебільшого розглядалося в детермінованих умовах [4 – 8]. Але в більшості практичних завдань функціонування ІС відбувається в умовах невизначеності (УН) вхідних даних, причому ступінь та походження невизначеності може істотно відрізнятися, зокрема, її причинами можуть бути: недостатні знання сфери предмета, недостача точної інформації про значення даних, невизначеність цілей тощо.

Врахування невизначеності відкриває нові можливості проектування й оптимізації ІС на основі алгоритмічних моделей.

Нехай є дві інформаційні системи ІС$_1$ і ІС$_2$, причому ІС$_2$ є менш витратним варіантом ІС$_1$ того ж призначення $C_1 > C_2$, де C_1, C_2 – витрати відповідних інформаційних систем ІС$_1$ і ІС$_2$. Системам відповідають алгоритмічні моделі АМ$_1$ і АМ$_2$, які визначають перетворення вхідних даних X на результат функціонування Y. Оскільки моделі систем відрізняються, то і результати функціонування будуть різними, отже:

$$Y_1 = AM_1(X) \text{ і } Y_2 = AM_2(X).$$

Охарактеризуємо результати Y_1 і Y_2 функціями невизначеності $\beta_1(Y_1)$ і $\beta_2(Y_2)$ відповідно, які показані на рис.1. Вірогідність збігу результатів в умовах невизначеності:

$$B(Y_1 = Y_2) = \int_{\Omega_{Y_1} \cap \Omega_{Y_2}} \beta_1(Y)\beta_1(Y)dY,$$

де Ω_{Y_1} і Ω_{Y_2} – відповідно області значень результатів Y_1 і Y_2.

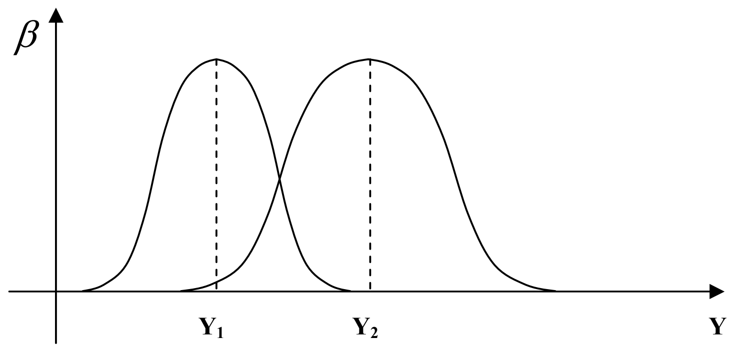

Рис. 1. Функції невизначеності результатів Y_1 і Y_2

Виходячи з визначення еквівалентності алгоритмічних моделей, можна сказати, що системи IS_1 і IS_2 в умовах невизначеності є еквівалентними з вірогідністю $B(Y_1 = Y_2)$. Тоді вибір ефективного варіанту IS зводиться до оцінювання вартості ризику $Q = (1 - B)/(C_1 - C_2)$.

Отже, для проектування інформаційних систем актуальною є задача дослідження еквівалентності алгоритмічних моделей в умовах невизначеності.

Задача визначення еквівалентності алгоритмічних моделей в умовах невизначеності наразі не має загальновизнаних підходів до розв'язку. Удосконалення методів аналізу еквівалентності алгоритмічних моделей, з метою врахування в них умов невизначеності функціонування систем є *завданням* цієї роботи.

Клас стандартних схем характеризуються базисом класу *B* і структурою схеми. Базис класу фіксує символи, з яких будуються схеми, визначає їхню роль (змінні, функціональні символи й т. п.), задає вид виразів і операторів схеми [8]. Фіксація конкретної інтерпретації перетворює стандартну схему в конкретну алгоритмічну модель. Інтерпретацією базису *B* у області інтерпретації *D* називається функція *I*, яка зіставляє кожному елементу (змінним, константам, функціональним символам, предикатам) з базису *B*, деякі всюди визначені функції й елементи з області інтерпретації *D*. Пара (*S, I*), де *S* – схема в базисі *B*, а *I* – інтерпретація цього базису, називається *інтерпретованою стандартною схемою алгоритму або алгоритмічною моделлю*.

У [8] введене відношення еквівалентності для стандартних схем алгоритмів у одному базисі. Якщо схеми S_1 і S_2 побудовані у двох різних базисах B_1 і B_2, то можна їх "привести до одного базису", за якого взяти об'єднання базисів B_1 і B_2. Стандартні схеми S_1 і S_2 у базисі *B* функціонально еквівалентні ($S_1 \sim S_2$), якщо для будь-якої інтерпретації *I* базису *B* програми (S_1, I) і (S_2, I) або обидві зациклюються, або обидві зупиняються з однаковим результатом, тобто $val(S_1, I) \approx val(S_S, I)$. *Еквівалентними перетвореннями* алгоритмічної моделі будемо називати таку послідовність операцій над моделлю, яка не змінює зміст результатів роботи системи.

Введені поняття дозволяють перейти до визначення еквівалентності алгоритмічних моделей в умовах невизначеності.

В умовах невизначеності це поняття має розмиті межі. З огляду на обмежену вірогідність результату роботи алгоритму, одержуваного в умовах невизначеності, можна говорити лише про еквівалентність алгоритмів із заданою вірогідністю або про ступінь еквівалентності алгоритмічних моделей. Розглянемо можливий підхід до оцінки цієї вірогідності.

Невизначеність може описуватися різними способами. Скористаємося функціональним способом опису. При функціональному способі невизначеність стохастичного типу описується розподілами ймовірності, а нечіткого типу – функціями належності. Метод узагальнюючих функцій [9] враховує невизначеність різного типу. Під узагальнюючою функцією розуміють додатно визначену функцію на проміжку можливих значень аргументу, яка позначається $\beta(x)$ і характеризує можливість π або ймовірність P прийняття аргументом значення з певного інтервалу $[x_1, x_2]$, $x_1 \in B$, $x_2 \in B$, за правилами:

$$p = \frac{\int_{x_1}^{x_2} d[\beta(x)]}{\int_B d[\beta(x)]}, \qquad \pi = \frac{\int_{x_1}^{x_2} d[\beta(x)]}{\max\limits_B \int_{[x_{i-1}, x_i]} d[\beta(x)]}, \tag{1}$$

де $x_{i-1}, x_i \subset B$, $i = \overline{1, n}$, n – кількість інтервалів розбивки B.

Для узагальнюючої функції визначені також правила узагальнення математичних операцій. Всі операції поділено на три групи: нелінійні унарні, нелінійні бінарні, інтегро-диференційні. За основу визначення цих операцій прийнятий операторний метод перетворення, який використовує інтегральні оператори виду:

$$\beta_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \overset{n}{\cdots} \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_X(\bar{x}) \psi(\bar{x}, y, F, Q) \mathrm{d}\bar{x}, \tag{2}$$

де ψ – ядро оператора, F и Q – характеристики операції, яка виконується; n – кратність інтегрування, яка залежить від розмірності вектора $\bar{x}$ і характеристик операції F *і* Q.

Функції невизначеності результатів роботи двох алгоритмів, ступінь еквівалентності яких досліджується, може бути отримана за допомогою операторного методу. Для цього алгоритми подаються в алгебраїчній формі з наступним перетворенням у операторну форму запису.

Для перетворення детермінованої моделі (R-форма) операторів $\tilde{u}$ в узагальнену (G-форма) вихідну модель записують у виді ряду символів, які утворять визначену математичну формулу в системі R. Під час запису моделі використовуються невизначені змінні, знаки операцій {+, -, *, /}, знаки елементарних функцій, позначення інтегро-диференціального (динамічного) перетворення у формі інтеграла Дюамеля *I(x*g)*, де *x* – вихідна функція, *g* – ядро перетворення (імпульсна перехідна функція динамічного перетворення), роздільники.

Приклади типових записів наведені у табл. 1.

Перетворення алгоритмічної моделі формалізовано у вигляді алгебраїчної системи [3]. Еквівалентні перетворення алгоритмічної моделі здійснюються на основі властивостей:

- *paste(B,n1,n2) cut(n1,n2)* $\equiv$ *1;*
- *cut(n1,n2) paste(B,n1,n2)* $\equiv$ *1;*
- *paste(B1,n1,n2) paste(B2,n3,n4)* $\equiv$ *paste(B2,n3,n4) paste(B1,n1,n2), якщо (n1,n2)* $\cap$ *(n3,n4) =* $\varnothing$*;*
- *cut(n1,n2) cut(n3,n4)* $\equiv$ *cut(n3,n4) cut(n1,n2), якщо (n1,n2)* $\cap$ *(n3,n4) =* $\varnothing$*;*
- *En1(op,X,Y) En2(op-1,Y,X)* $\equiv$ *1* .

У [9] визначені також відносини порівняння невизначених даних у системі *G*:

Визначення 1. Невизначені дані *x, y* вважаються рівними $X \underset{\sim}{=} Y$, якщо $\beta_X = \beta_Y$.

Визначення 2. Для невизначених даних $X \underset{\sim}{\geq} Y$, якщо $Z = X - Y$ і

$$\int_0^{+\infty} \beta_Z dz > \int_{-\infty}^{0} \beta_Z dz.$$

Для оцінювання ступеня еквівалентності алгоритмів в умовах невизначеності введемо поняття ступеня рівності.

Таблиця 1

Приклади типових записів алгоритмічної моделі в алгебраїчній та операторній формах

Запис алгоритмічною мовою	Алгебраїчна форма (R-форма)	Коментар	Операторна форма (G-форма)	Коментар
Перевірка умови і розгалуження if (*a*) then *n1* else *n2*	<<$E_1(n_1)$ *w2* (*i*>*a*)_|*1* $E_2(n_2)$>>	*a* – логічна змінна, $n1 \in N$ – номер оператора алгоритму, до якого здійснюється перехід при істинному значенні *a*, $n2 \in N$ – при помилковому; *N* – нумерована множина операторів алгоритму	Операторна модель буде мати вигляд двухкомпонентного вектора $b(g)=\begin{Bmatrix} b(a1)\cdot(n1), \\ b(a2)\cdot b(n2) \end{Bmatrix}$	$b(a)=k\cdot\delta[a-a1]+$ $+(k-1)\cdot\delta[a-a2],$ *k* – імовірність (можливість) істинного значення умови *a*
Обчислення функції $p_2=f(p_1)$	$I(f(p_1)/p_2)$	p_1 – вихідні дані; p_2 – результат обчислення; *f* – формула обчислення	$b(p2)=F(1,f)[b(p1)]$	$F(1,f)$ – оператор *n*-го порядку; нелінійна бінарна операція; $b(p_1),b(p_2)$ – узагальнюючі функції
Ініціалізація констант *# define* p_2, p_1	$C(p_1/p_2)$	p_1 – значення константи; p_2 – ім'я константи	$b(p_1)=\delta[p_1]$ $b(p_2)=F(1,1)[b(p_1)]$	$\delta[p2-p1]=$ $=\begin{vmatrix} 0, за\ p_1\neq p_2 \\ \infty, за\ p_1=p_2 \end{vmatrix}$ $\int_{-\infty}^{+\infty}\delta[p_2-p_1]dp_2=1$
Вимірювання *import (&p1)* $p_2=f(p_1)$ $p_3=\varepsilon$	$Im(p_1,\varepsilon/p_2,p_3)$	p_1 – вимірювана величина; p_2 – результат вимірювання; p_3 – похибка вимірювання	$b(p_2)=F(2,+)[b(p_1),b(p_2)]$	$b(p_3)=\frac{1}{2\pi p_3}e^{-\frac{(p_3)^2}{2\varepsilon^2}}$ $b(p_2)=\delta[p_1]$ Припускається нормальний розподіл похибки вимірювань
Експертні дані *scan (&p1, &p2);* $p_3=(p_1+p_2)/2;$ $p_4=(p_1-p_2)/6$	$Ex(p_1,p_2/p_3,p_4)$	p_1, p_2 – ліва та права межі оцінки експерта;	$b(p_3)=F(1,N)[e(p)]$	$e(p)=\begin{vmatrix} 1, -0.5\leq p\leq +0.5 \\ 0, \|p\|>0.5 \end{vmatrix}$ $N=p\cdot(p_2-p_1)+\frac{p_1+p_2}{2}$
Затримка delay (τ)	$I(p1(t-\tau)/p2(t))$	τ – час затримки	$b(p_2)=F(n,g_\tau)[b(p_1)]$	g_τ – імпульсна перехідна функція ланки затримки $g_\tau=\frac{1}{2\pi}\int_0^\infty e^{-p\tau}e^{pt}dp$
Початок (кінець) циклу { }	A(B), A(E)			

Визначення 3. Ступенем рівності невизначених даних *x* і *y*, які характеризуються функціями невизначеності β_x і β_y, відповідно будемо називати величину

$$d = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_{xy}(x=\xi, y=\xi) d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} \beta_x(\xi) \cdot \beta_y(\xi) d\xi . \tag{4}$$

Очевидно, d=1 якщо $x = y$ за *визначенням 1*.

Результат роботи алгоритму можна визначити на основі таких типів подання:

1. Числове значення, яке належить деякому неперервному інтервалу можливих значень;
2. Числове значення, яке належить деякій скінченній дискретній множині можливих значень;
3. Дія, яка здійснюється іншими технічними засобами системи;
4. Зображення на екрані.

Для застосування означення 3 для кожного виду результатів необхідно визначити метрику з урахуванням невизначеності. Враховуючи зручність застосування під час розв’язання оптимізаційних задач, використаємо евклідову метрику.

Метрику результатів 1-го типу визначимо відповідно до виразу:

$$M_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} z^2 \cdot \beta(z) \cdot dz , \tag{5}$$

де $z = x - y$.

Враховуючи незалежність результатів двох алгоритмів, отримуємо:

$$M_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-y)^2 \cdot \beta(x)\beta(y) \cdot dx \cdot dy .$$

Метрику результатів 2-го типу визначимо відповідно до виразу:

$$M_2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (x_i - y_i)^2 \cdot \mathrm{B}_{x_i} \cdot \mathrm{B}_{y_j} , \tag{6}$$

де n – потужність множини результатів; $\mathrm{B}_\xi : \beta_\xi = \sum_{i=1}^{n} \mathrm{B}_{\xi_i} \cdot \delta[\xi - \xi_i]$; $\delta[\xi]$ – дельта-функція.

Метрику результатів 3-го типу визначимо аналогічно до виразу (6), враховуючи, що $\{y\}$ – множина можливих дій технічних засобів системи.

Метрика результатів 4-го типу вводиться окремо для двох випадків: коли зображення на екрані обирається з певної множини стандартних зображень, тоді означення метрики аналогічне виразу (6), і коли зображення має сталу структуру зі змінними параметрами (наприклад, графік функції), тоді означення метрики аналогічне виразу (5), де x і y множини невизначених параметрів зображень двох алгоритмів.

Розглянемо приклад. Система обробки сигналів, наведена на рис. 2, може бути виконана у паралельному (2, а) і послідовному (2, б) варіантах.

Алгоритмічна модель паралельного виконання матиме вигляд:

$$\mathrm{M1{=}A(B)} \ \| \ [\ \mathrm{Im_1(a(t)} \ / \ A\sin[\omega(t+\tau)], \varepsilon 1) \ \ \mathrm{I_2(f(a(t)},\xi_1) \ / \ \mathrm{u(t)=a(t)}+\xi_1) \ \ \mathrm{I_3(u(t) \ / \ u'(t}+\tau)) \ \ \mathrm{Im_4(d(t)} \ / \ D\sin[\omega(t+\tau)],\varepsilon 2) \ \ \mathrm{I_5\ (f(d(t)},\xi_2) \ / \ \mathrm{v(t)=d(t)}+\xi_2) \ \ \mathrm{I_6(v(t) \ / \ v'(t}+\tau))] \ \ \mathrm{I_7(f(u'(t}+\tau),\mathrm{v'(t}+\tau)) \ / \ \mathrm{x(t))\ A(E)}. \tag{7}$$

Алгоритмічна модель послідовного виконання в алгебраїчному вигляді має вигляд:

$$\mathrm{M2{=}A(B)} \ \ \mathrm{Im_1(a(t)} \ / \ A\sin[\omega(t+\tau)], \ \varepsilon 1) \ \ \mathrm{I_2(f(a(t)},\xi_1)/\mathrm{u(t)=a(t)}+\xi_1) \ \ \mathrm{I_3(u(t)/u'(t}+\tau)) \ \ \mathrm{Im_4(d(t}+\tau) \ / \ D\sin[\omega(t+2\tau)],\varepsilon 3) \ \ \mathrm{I_5\ (f(d(t}+\tau),\xi_2) \ / \ \mathrm{v(t}+\tau)=\mathrm{d(t}+\tau)+\xi_2) \ \ \mathrm{I_6(v(t}+\tau) \ / \ \mathrm{v'(t}+2\tau)) \ \ \mathrm{I_7(f(u'(t}+\tau),\mathrm{v'(t}+2\tau)) \ / \ \mathrm{x(t))\ A(E)}. \tag{8}$$

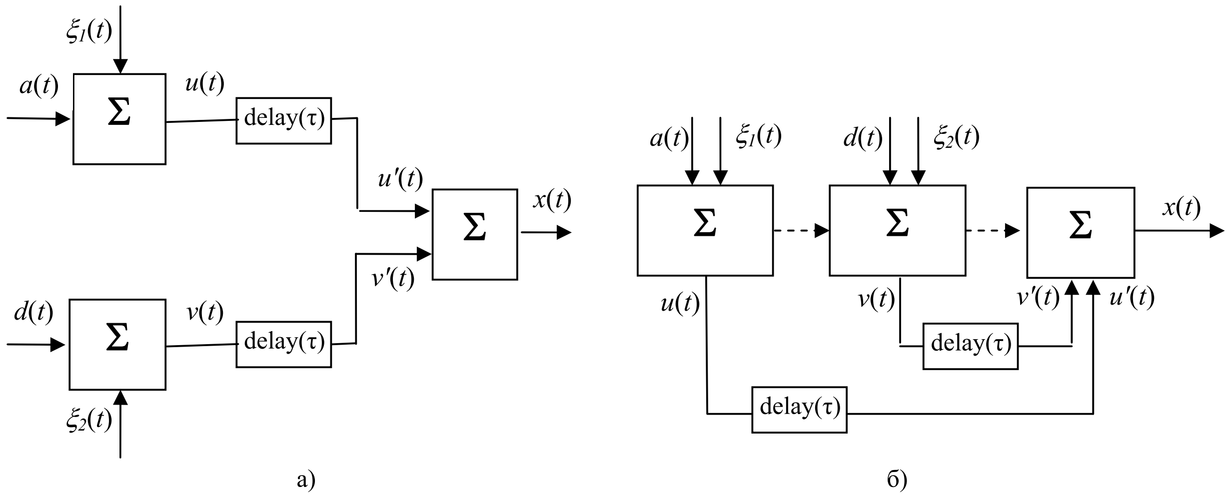

Рис. 2. Приклад системи обробки сигналів

Алгоритмічні моделі (7) та (8) в операторній формі будуть мати вигляд:

$b_1(x) = F_7(2,+)[\ F_6(n,g_\tau)\ [F_5(2,+)[\beta(\xi_2)\ ,\ F_4(2,\ +)[b(d),\ b(\varepsilon_2)]]]\ ,\ F_3(n,\ g_\tau)[F_2(2,\ +)[b(\xi_1),\ F_1(2,\ +)[b(a),\ b(\varepsilon_1)]];$

$b_2(x) = F_7(2,+)[\ F_6(n,g_{\ 2\tau})\ [F_5(2,+)[\beta(\xi_2)\ ,\ F_4(2,\ +)[b(d),\ b(\varepsilon_2)]]]\ ,\ F_3(n,\ g_\tau)[F_2(2,\ +)[b(\xi_1),\ F_1(2,\ +)[b(a),\ b(\varepsilon_1)]].$

Нехай сигнали, які надходять на входи алгоритмів мають вигляд:

$$a(t) = A\sin\omega t,\quad d(t) = D\sin\omega t.$$

На входи також надходить білий нормальний шум ξ_1 та ξ_2.

В умовах визначеності (за відсутності шуму) результат отримується за допомогою R-моделі. Для схем рис. 2, а, б отримуємо:

а) $A\sin[\omega(t+\tau)] + D\sin[\omega(t+\tau)] = (A+D)\sin[\omega(t+\tau)]$,

звідки $Y_1 = (A+D)$.

б) $A\sin[\omega(t+\tau)] + B\sin[\omega(t+2\tau)] = \sqrt{A^2 + 2AB\cos(\omega\tau) + B^2}\ \sin[\omega t + \phi]$,

звідки $Y_2 = \sqrt{A^2 + 2AD\cos(\omega\tau) + D^2}$.

Очевидно, в умовах визначеності алгоритмічні моделі (7) і (8) не еквівалентні.

В умовах невизначеності (за наявності шуму) результат перетворень отримуємо за допомогою G-моделі, яка дозволяє визначити функції невизначеності результатів $\beta(Y_1^*)$ і $\beta(Y_2^*)$:

а) $Y_1^* = (A+D) + \xi_1 + \xi_2$;

б) $Y_2^* = \sqrt{A^2 + 2AD\cos(\omega\tau) + D^2} + \xi_1 + \xi_2$.

За умови нормального білого шуму функції невизначеності результатів будуть гаусіанами з середніми значеннями відповідно Y_1 і Y_2 і дисперсіями $D_{Y^*} = \sigma_{\xi_1}^2 + \sigma_{\xi_2}^2$.

Вірогідність збігу результатів в умовах невизначеності:

$$B\left(Y_1^* = Y_2^*\right) = \int_{-(A+B)}^{+(A+B)} \left[\frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{\xi_1}^2 + \sigma_{\xi_2}^2}} e^{-\frac{(Y-Y_1)^2}{2\left(\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2\right)}} \right] \left[\frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma_{\xi_1}^2 + \sigma_{\xi_2}^2}} e^{-\frac{(Y-Y_2)^2}{2\left(\sigma_{\xi_1}^2+\sigma_{\xi_2}^2\right)}} \right] dY = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi\cdot\sigma} e^{-\left(\frac{y_1-y_2}{2\sigma}\right)^2}.$$

Залежність ступеня еквівалентності моделей (7) і (8) в умовах невизначеності від часу виконання операцій і дисперсії шуму наведена на рис. 3. З рис. 3 видно, що при взятих для прикладу параметрах сигналів і швидкодії блока $0.15 < \tau < 0.25$ вірогідність збігу результатів для систем рис. 2, а і рис 2, б має максимум за сумарної дисперсії шуму $\sigma = 0.1$.

З аналізу еквівалентності моделей випливає, що за певних умов послідовна система, яка може бути реалізована з меншою кількістю апаратних засобів, є еквівалентною паралельній системі, причому ступінь еквівалентності може бути збільшений штучним введенням невизначеності.

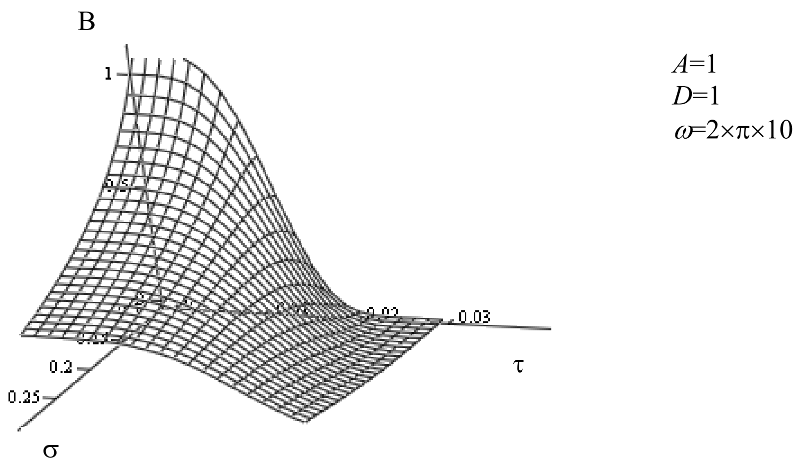

Рис. 3. Залежність ступеня еквівалентності моделей в умовах невизначеності від дисперсії шуму

Висновки

Для оцінювання ступеня еквівалентності алгоритмів в умовах невизначеності введено поняття ступеня рівності. Функції невизначеності результатів роботи двох алгоритмів, ступінь еквівалентності яких досліджується, отримуються за допомогою операторного методу. На прикладі доведено, що алгоритми, які нееквівалентні у визначених умовах, можуть бути еквівалентними у невизначених умовах, причому ступінь еквівалентності може бути збільшений штучним введенням невизначеності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Дубовой В. М. Визначення вимог до структури підсистеми керування вимірювально-обчислювальної системи/ Дубовой В. М., Никитенко О. Д. // Вісник Хмельницького національного університету. – 2005. – №4. Ч.1. – Т.1(68). С. 115 – 118.

2. Цапенко М. П. Измерительные информационные системы: Структуры и алгоритмы, системотехническое проектирование. Учебн. Пособие для вузов. – 2-е. изд. перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 439 с.

3. Дубовой В. М. Застосування алгоритмічної моделі до оптимізації інформаційно-обчислювальних систем в умовах невизначеності / Дубовой В. М., Никитенко О. Д. // Вісник ВПІ. – №6. – 2005. – С. 9 – 13.

4. Ляпунов А. А. О логических схемах программ // Проблемы кибер нетики: Сб. статей. – Вып.1. – М.: Фнзматгнз, 1958. – С. 46 – 74.

5. Янов Ю. И. О логических схемах алгоритмов // Проблемы кибернетики: Сб. статей. – Вып. 1. – М.: Физматгиз, 1958. – С. 75 – 127.

6. Криницкий Н. А. Равносильные преобразования алгоритмов и программирование. – М.: Советское

радио, 1970. – 304 с.

7. Калужнин Л. А. Об алгоритмизации математических задач // Проблемы кибернетики: Сб. статей. – Вып. 2. – М.: Физматгиз, 1959. – С. 51 – 67.

8. Котов В. Е., Сабельфельд В. К. Теория схем программ. – М.: Наука, 1991. – 248 с.

9. Глонь О. В., Дубовой В. М. Моделювання систем керування в умовах невизначеності: Монографія: – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2004. – 169 с.

Дубовой Володимир Михайлович – д. т. н., професор, завідувач кафедри комп'ютерних систем управління. тел.: (0432) 598-157, E-Mail: dub@faksu.vstu.vinnica.ua.

Никитенко Олена Дмитрівна – аспірантка кафедри комп'ютерних систем управління, тел.: (0432) 27-20-44, E-Mail: lena_2607@mail.ru.

Глонь Ольга Віталіївна – к. т. н., доцент кафедри комп'ютерних систем управління, тел.: (0432) 598-222.

Вінницький національний технічний університет.