

УДК 62.50:658.21

**Т. М. Боровська, к. т. н., доц.; І. С. Колесник, к. т. н.;**  
**В. А. Северілов, к. т. н., доц.; І. І. Михайлова**

## **РОЗРОБКА МОДЕЛЕЙ УЗАГАЛЬНЕНИХ СИСТЕМ "ВИРОБНИКИ – ПРОДУКТИ – СПОЖИВАЧІ"**

*Побудовано систему робочих моделей розподіленої системи "виробники – продукти – споживачі". В моделі зімітовано поведінку кожного окремого виробника, споживача й ритейлера. Проведено дослідження на моделях. Отримано нові результати для прямої оцінки ризиків.*

**Ключові слова:** розподілена система, виробник, продукт, споживач, робоча модель, імітаційне моделювання, попит, пропозиція, нечіткий вибір, ризики, прийняття рішень.

**Постановка проблеми.** У сучасному світі гіперпропозицій необхідна умова виживання бізнес-одиниці – використання комп'ютерних моделей для прогнозування й планування. В економіці США банкрутство однієї фірми викликало ще 30 – 70 банкрутств. Для задовільного прогнозування необхідно моделювати діяльність окремого виробника певної галузі на фоні функціонування всіх виробників галузі і, по можливості, кожного споживача [1, 2]. Виділимо серед під- і псевдопроблем центральну проблему: конструювання імітаційних моделей розподілених систем "виробники – продукти – споживачі" з можливістю моделювання кожного елемента, не за 10 – 40 років, а за 1 – 4 місяці.

**Постановка завдання.** Ставимо за мету розробку робочої імітаційної моделі системи "виробники, продукти, споживачі" (коротко "N×M×K-системи"). Розглядаємо одночасно такі класи об'єктів:

- *споживач*, який характеризується доходом, інформованістю – спроможністю розрізнити вироби різних виробників і досвідом використання продукту, схильністю до споживання;
- *система споживачів*, що характеризується обсягом, розподілом доходів у певному регіоні, насиченістю ринку, залежностями імовірності вибору від рівня доходу, рейтингу продукту, "довжини і висоти полиці" або системою функцій попиту;
- *продукт* (марка) на ринку характеризується собівартістю, ціною, корисністю, цінністю, функцією пропозиції;
- *система продуктів і виробників* на ринку;
- *лінійка продуктів* – продукти певного класу, впорядковані за ціною.

### **Розробка структури моделі "N×M×K-системи"**

У роботі розглядається побудова моделі, яка є "сходинкою" в послідовності моделей:

- ☞ «один (агрегований) виробник на ринку **M** продуктів»;
- ☞ «**N** виробників на однопродуктовому (агрегованому) ринку»;
- ☞ «**N** виробників на ринку **M** продуктів».

Споживачі розглядалися як монолітно однорідна маса, яка має одну на всіх і на всі часи функцію попиту, маса, яка не вчиться, не спілкується, не організовується. Для переходу до моделей з імітацією поведінки окремих споживачів і виробників розроблено і досліджено модель системи:

☞ «два виробники на ринку двох альтернатив продукту певного класу й споживача, який вчиться вибирати кращий продукт». Це називається «ринком з асиметричною інформаційною структурою», або «ринком лимона». Ці моделі дозволяють відпрацювати методи, технології й програмні модулі для побудови узагальненої моделі:

- ☞ «ринок **N** виробників, **M** продуктів, **K** споживачів».

У цьому документі розглядаємо множину продуктів одного класу з різними цінами й цінностями. Вибираємо такий порядок побудови моделі [3, 5]: словесна модель, графічна

модель, робоча математична модель, комплексне випробування, порівняння із статистичними даними й коригування моделі. Два останні етапи – фактично один складний етап, подібний до створення «летючого корабля».

### Крок 1. Словесна модель реальної системи

**Покупець** характеризується доходом, інформованістю – можливістю розрізняти вироби різних виробників і досвідом використання продукту, наявністю в нього власного досвіду використання продукту, схильністю до споживання.

**Система покупців** характеризується обсягом певного регіону (області тяжіння), розподілом доходів в цьому регіоні, насиченістю ринку, залежністю ймовірності вибору від рівня доходу, рейтингу продукту й «довжини і висоти полиці» або системою функцій попиту.

**Продукт** (марка) на ринку характеризується собівартістю, ціною, корисністю і якістю (цінністю), функцією пропозиції і функцією "клубу споживачів".

**Система продуктів** (виробників) на ринку. У певному сегменті ринку існують продукти різної ціни і якості. Потенційно можливо дати оцінку корисності (цінності) продуктів і побудувати залежність "ціна – цінність". Для моделювання виділених систем слід зробити такі функціональні моделі: модель продажів, модель вибору й навчання споживачів, модель виробництва, моделі споживання й насичення попиту для різних типів продуктів – разові, багаторазові, "одвічні" та ін.

### Крок 2. Графова модель системи "продукти – споживачі"

Відображаємо словесні моделі в граф впливів (рис.1).

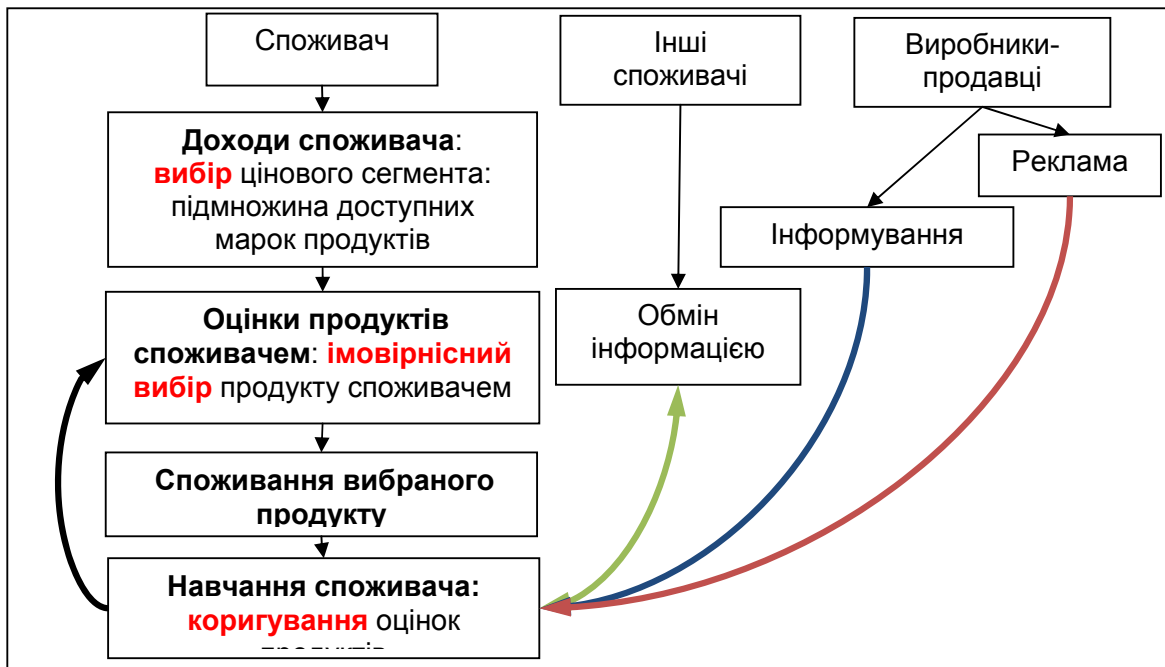


Рис. 1. Схема процесу вибору споживача

### Крок 3. Виділення й розробка функціональних субмоделей

**Модуль "система марок продуктів"**. Сьогодні вимоги виробництва й ринку зумовлюють необхідність і для виробника, і для ритейлера оперувати з наборами продуктів певного класу. Це модельні ряди автомобілів, продуктові лінійки для кави й майонезу та ін. Продукти лінійки ранжуються за ціною або цінністю. Показник "цінність" є достатньо ситуативним і розмитим показником. На рис. 2 представлено "стенд" для аналізу моделей лінійок

продуктів. Модуль "лінійка продуктів" бере "хмару крапок" на площині "ціна – цінність", а повертає залежності "середня ціна – цінність", "максимальна цінність – ціна", "максимум цінності на одиницю вартості".

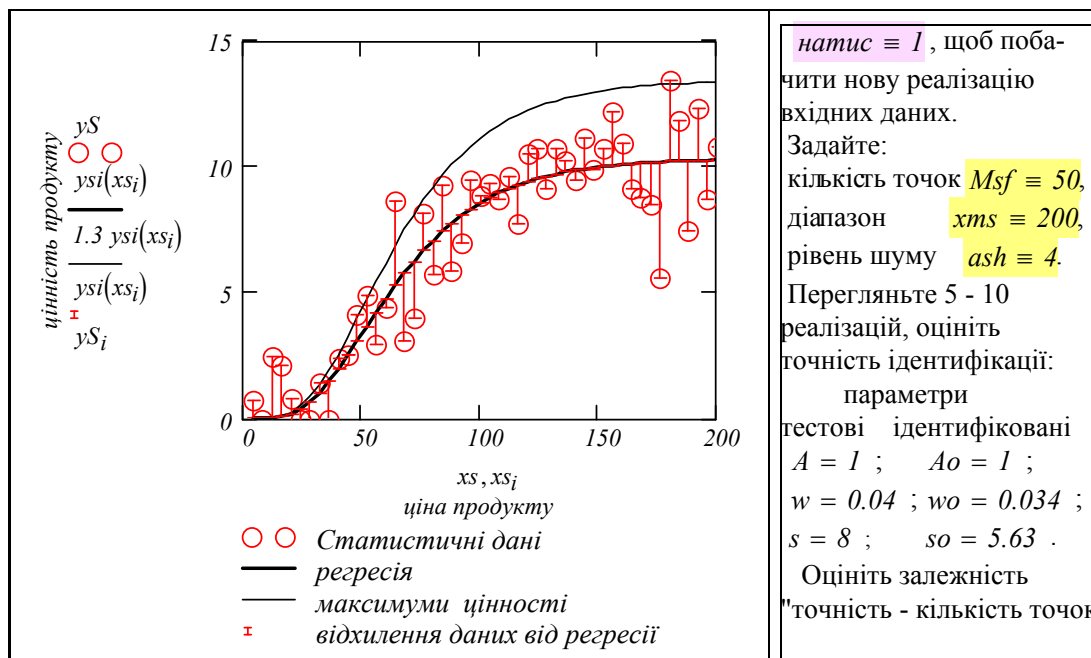


Рис. 2. Система продуктів – "лінійка продуктів"

**Модуль "вибір споживача на системі марок продукту".** Споживач із певним рівнем доходу вибирає, за яку ціну й від якого виробника купувати певний продукт на поточному кроці процесу. У цілому він не має повної інформації про цінності альтернативних продуктів. З декількох альтернатив побудови моделі вибору споживача вибрана модель дворівневого вибору: споживач спочатку вибирає ціновий діапазон, а потім у цьому діапазоні вибирає конкретний продукт. Використовуємо нечітку логіку: будуємо функції належності для мети – залежність показника "цінність/ціна" від ціни – і розмите бюджетне обмеження – залежність від ціни. На рис. 3 подана функція належності мети, що параметризується, і функція належності обмеження з доходу.

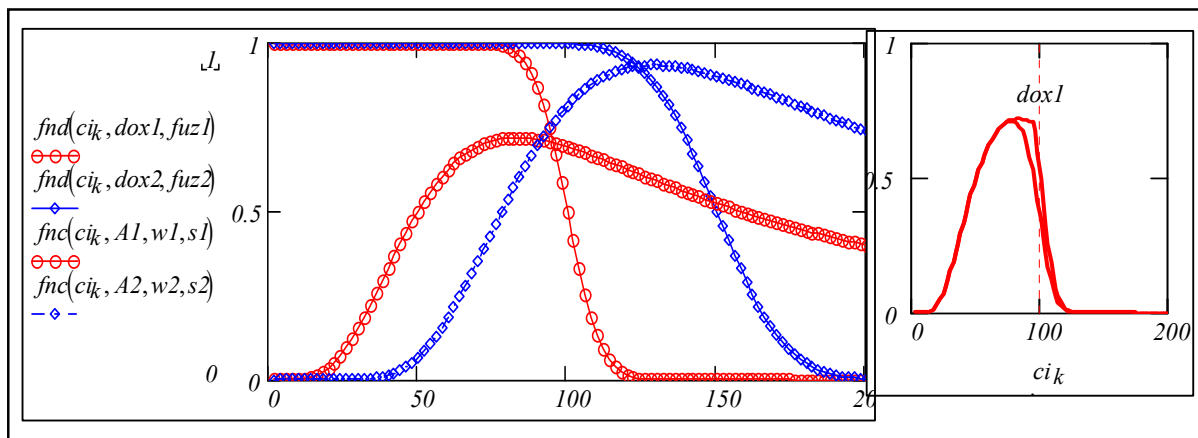


Рис. 3. Приклади функцій належності мети й належності обмежень

**Згортка функцій належності мети й обмеження.** "Скрутити" функції належності мети й обмежень у загальну функцію належності можна двома способами – перемножити функції або взяти їхнє мінімальне значення для певної ціни. Записуємо ці функції для двох наборів

параметрів:

$$ZFNmak1(cin, dox) := \min(fnd(cin, dox, fuz1), fnc(cin, A1, w1, s1));$$

$$ZFNmul2(cin, dox) := fnd(cin, dox, fuz2) \cdot fnc(cin, A2, w2, s2).$$

Будуємо графіки для цих двох випадків. На рис. 4 подано результати роботи модуля для споживачів з малим і великим доходом. Цей модуль **виділяє нечітка підмножина "бажано-можливих" продуктів**.

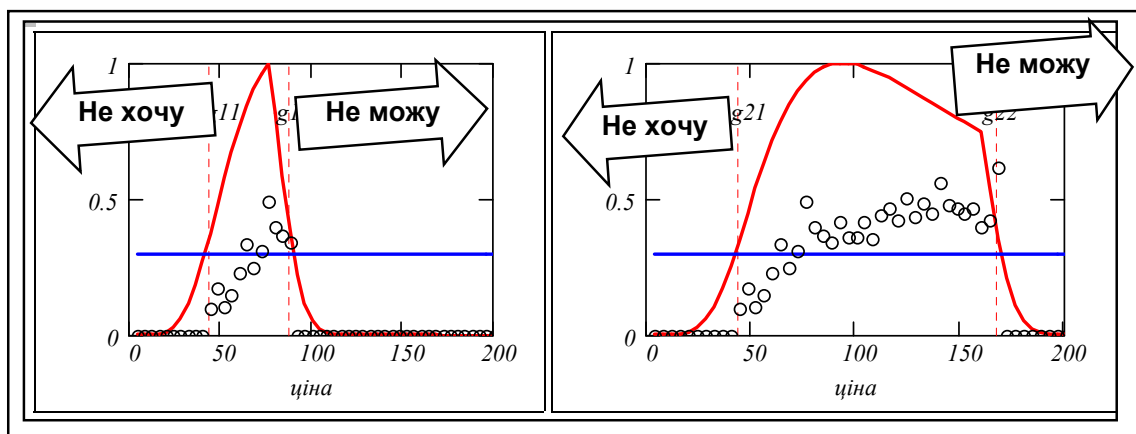


Рис. 4. Контроль функції виділення підмножини доступних продуктів

**Модуль "вибір індивіда з навчанням"**. Будуємо три альтернативні моделі, кожна з яких може бути задовільною для деяких окремих ситуацій параметрів продуктів і споживачів [4]:

- модель 1 на базі статистичних даних, на яких ідентифікується простіша модель навчання (з часом оцінки продуктів наближаються до "істинних");
- модель 2 на базі допущення про пропорційність темпу навчання темпам споживання і інформаційного обміну між споживачами;
- модель 3 базується на "викреслюванні" "дискредитованих" продуктів.

Маємо  $M$  альтернативних продуктів, з яких випадково, з вірогідністю пропорційним "вагам" продуктів, вибирається споживачем певний продукт. Вважаємо, що існує можливість об'єктивно оцінити цінність кожного продукту. У програму імітаційного моделювання вводимо "дійсні оцінки цінності". Купівля певного продукту певним споживачем призводить до відповідної зміни індивідуальної "оцінки цінності". За наслідками споживання "оцінка цінності" коригується у бік наближення до "дійсної оцінки".

**Модуль "переоцінка цінностей"** є критичною для програми моделювання системи. Робимо модуль, розрахований на векторизацію обчислень. Спочатку робимо функцію користувача для обробки скалярних параметрів:

$$dMU := \overline{dmu(Vyb, Bolv, Nvz)},$$

де  $Vyb$  – матриця поточного вибору споживачів,  $Bolv$  – матриця, кожен стовпець якої – «істинні цінності продуктів»,  $Nvz$  – матриця невизначеності вибору. Стрілка над виразом – символ векторизації, суть якої – «виконати задану функцію одночасно над усіма відповідними елементами матриць». Функція повертає матрицю змін оцінок продуктів споживачами за наслідками поточного споживання.

**Модуль "коригування оцінок цінностей"**. Знову робимо векторизовану функцію користувача для обробки скалярних параметрів  $z \min(Mu, dMU)$ . Функція бере матриці оцінок і приросту оцінок і повертає нову матрицю оцінок.

Будуємо з цих модулів функцію нормалізації матриць оцінок продуктів споживачами – модуль  $nrmlz2(Mu, Vyb, Bolv, Nvz, A1)$ , який бере матрицю поточних оцінок продуктів споживачами  $Mu$ , поточну матрицю вибору споживачів  $Vyb$ , матрицю "дійсних оцінок

продуктів"  $Bolv$ , матрицю невизначеності оцінок продукту споживачем  $Nvz$  і матрицю темпів навчання споживачів  $Al$ , а повертає нормалізовану матрицю наступного стану оцінок продуктів споживачами (рис. 5).

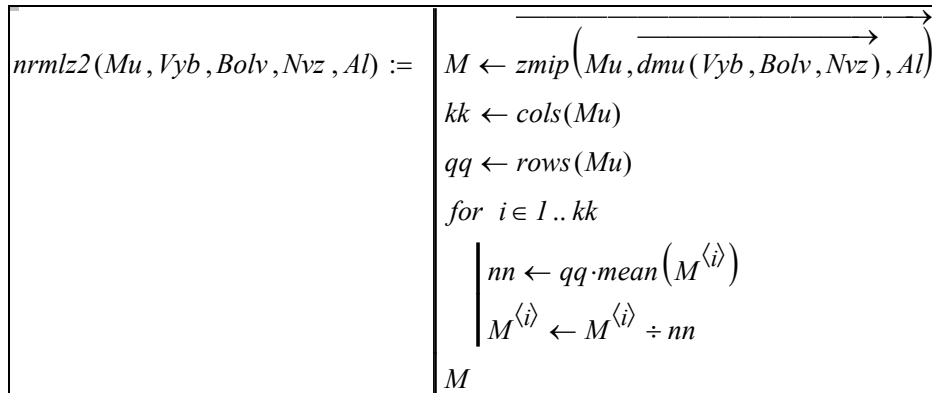


Рис. 5. Модуль коригування матриці рейтингів продуктів

Цей чисто технологічний модуль забезпечує задовільну швидкодію програми.

#### Крок 4. Розробка програми випадкового вибору споживачів з навчанням

Програма бере вектор параметрів, який складається з таких компонентів:

$$Vpar = \left( \begin{array}{l} "Mf - \text{матриця оцінок продуктів споживачами}" \\ "Blv - \text{матриця "істинної" цінності продуктів}" \\ "Nevz - \text{матриця розкидів оцінок продуктів споживачами}" \end{array} \right),$$

повертає програма вектор, який складається з таких матриць:

$$Vuxid = \left( \begin{array}{l} "Vubir - \text{матриця поточних виборів продуктів споживачами}" \\ "Mf - \text{скоректована матриця оцінок продуктів споживачами}" \end{array} \right).$$

**Модуль "розподіл споживачів по доходах".** Розподіл доходів будується на базі статистичних даних, на яких ідентифікується теоретична модель, яка відповідає певній гіпотезі щодо того, що породжує цей розкид механізму. Зазвичай ця модель негаусова, навіть не унімодальна, якщо врахувати розшарування соціуму за віком, професіям тощо.

**Зміна й перерозподіл доходів соціуму.** Для практики важливо знати, як змінюються потенційні обсяги ринку для груп споживачів з різними рівнями доходів. У моделі слід відобразити можливі механізми перерозподілу доходів у соціумі в різних ситуаціях:

- зростання або падіння національного (регіонального) доходу;
- директивне або стихійне зростання середньої зарплати для найманих працівників;
- зміна розподілу доходів через зміну демографічній ситуації;
- імпульсні зміни доходів (вибори, свята, бонуси, роздача слонів...);
- локальні зміни зарплати в окремих фірмах, корпораціях, галузях.

Далі використана простіша (для математика, а не економіста), соціально "нейтральна" модель: при зміні національного доходу розподіл доходів "певним чином" зрушується в бік більших або менших доходів. Модифікуємо модель доходів на базі більш простої гіпотези про зрушення розподілу

$$doxpoz(x) := d \ln orm(x, mu, roz) \Rightarrow doxpom(x, nd) := d \ln orm(x - nd, mu + 0.1 \cdot nd, roz),$$

де  $x$  – рівень доходу,  $nd$  – параметр типу "національний дохід на душу населення".

На рис. 6 представлено дві серії графіків – розподіл потенційних споживачів і розподіл потенційних доходів ринку за величиною доходу споживачів. Відобразимо це математичною й словесною формулами:

$$\text{doxsum}(x, nd) := \text{doxpom}(x, nd) \cdot x;$$

"сумарний дохід категорії покупців з доходом  $x$  на одиницю доходу (щільність сумарного доходу) = щільність вірогідності зустріти такого покупця у вибірці "інтервал" · "дохід"".

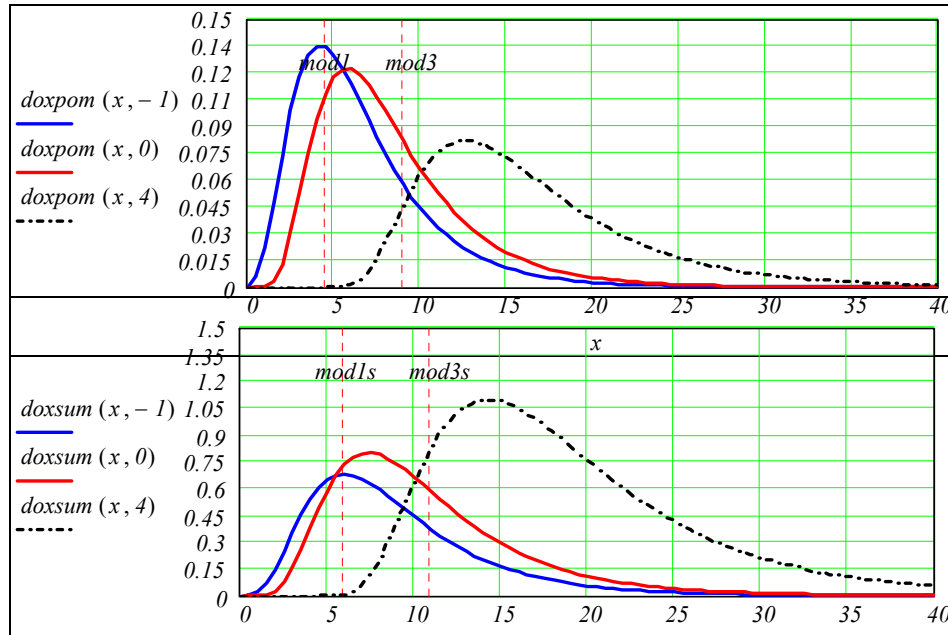


Рис. 6. Розподіли споживачів і доходів ринку за рівнями доходу споживача

Модель перерозподілу доходів дозволяє досліджувати ситуації, коли під час помірною (10 – 20 %) зростання середнього доходу доходи ринку на продукт, який не є обов'язковим, зростають (і падають) на порядки. Для бізнес-одиниць важливо прогнозувати такі ситуації для свого бізнесу, зокрема й такий ефект: за умови збільшення середнього доходу, продажі дешевих продуктів лінійки можуть зменшуватися – попит споживачів зрушується у бік дорожчих, якісніших, престижніших продуктів.

### Аналіз результатів моделювання

Розширення моделі від моделі "виробники – споживачі" до моделі "виробники – продукти – споживачі" вимагало створення нових форм впорядкування результатів моделювання. На рис. 7, 8 представлено комплекс графіків і блоків вхідних і початкових даних. На рис. 7 представлено стан системи в певний момент часу – стан розподілів вибору кожного споживача й темпи продажів продуктів лінійки. На ці графіки накладено «причини» – функція лінійки продуктів, ранговий і частотний розподіли споживачів за доходами. На рис. 8 представлено перехідні процеси темпів продажів продуктів лінійки для початкового стану «ненавчені споживачі». Це мала частина системи інтерфейсів, але вона дає достатнє візуальне представлення розподіленої системи.

Зазвичай вважається, що призначення робочої моделі – видавати все точніші прогнози (за критерієм мінімуму інтегральної квадратичної помилки) майбутнього деякої конкретної системи (корпорації Майкрософт, французької мови, економіки України).

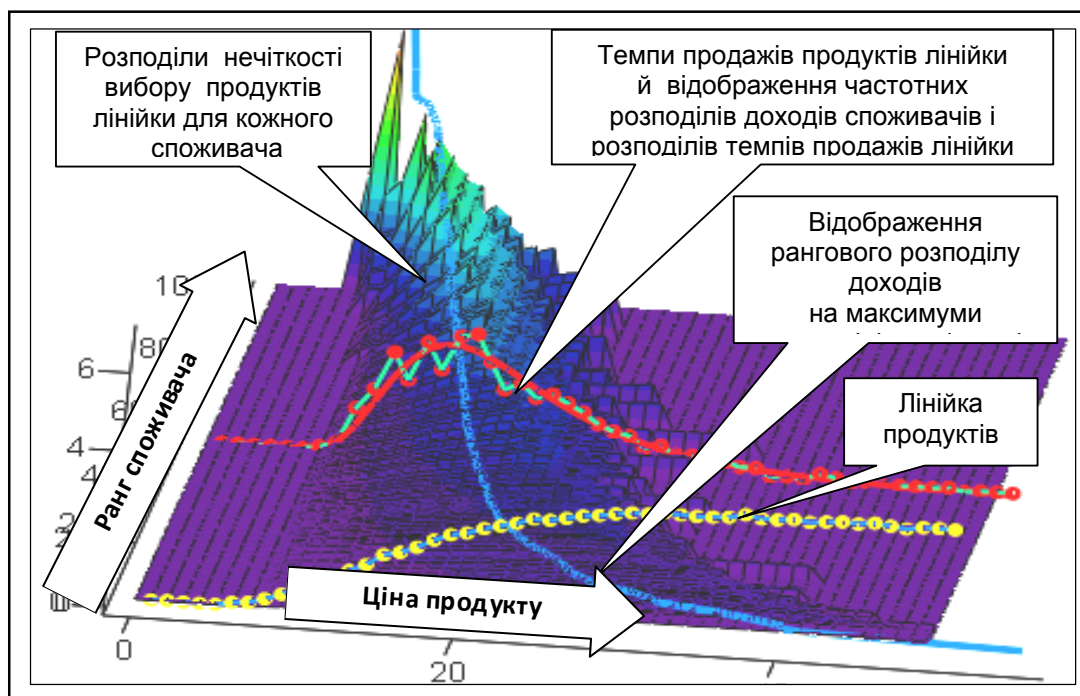


Рис. 7. Аналіз стану системи "4 виробники, 50 продуктів, 1000 споживачів"

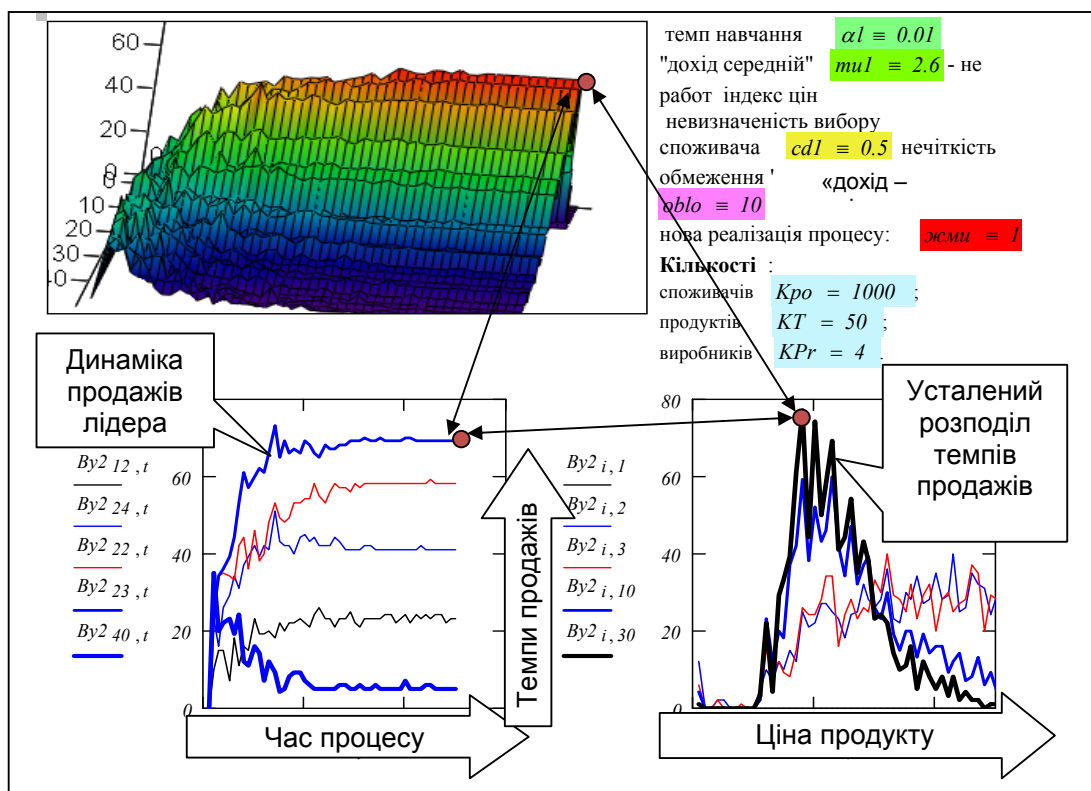


Рис. 8. Аналіз перехідних процесів у системі "4 виробники, 50 продуктів, 1000 споживачів"

Класики менеджменту й моделювання вважають першим призначенням моделі краще розуміння менеджером і аналітиком системи, з якою і в якій вони працюють. Розроблена модель відповідає цьому призначенню. Уже під час настройки і тестування моделі "виробники, продукти, споживачі" отримано ряд нових результатів, які, на перший погляд, виявились парадоксальними й неймовірними. Під час аналізу й порівняння цих результатів з

доступними статистичними для моделі даними для них були знайдені логічні виправдання. Наведемо список таких результатів, які можуть бути цікавими для теорії й корисними для практики.

☞ **Реакція «багатих» і «бідних» ринків на малі коливання рівня цін.** При малому зростанні цін на певний клас продуктів, при початковому глобально усталеному стані, сумарні доходи ринку зростають у "багатому" соціумі й падають у "бідному".

☞ **«Ерозія» розподілу темпів продажів некерованої лінійки продуктів.** Лінійка продуктів локально нестійка до малих збурень ранжирування за ціною й цінністю. Спрощено це пояснюється так: якщо в лінійці для двох суміжних продуктів має місце інверсне відношення "дорожчий має меншу оцінку цінності", то темп продажів лідера збільшуватиметься за рахунок аутсайдера. Зі збільшенням вибірки розподіл не згладжується. Це тема окремого дослідження.

☞ **Прості зв'язки «причини – результат».** Функція розподілу споживачів за доходами і функція «ціна – цінність» досить точно лінійно відображаються в частотний розподіл темпів продажів продуктів лінійки за відсутності збурень, а ранговий розподіл – в моди (максимуми) розподілів нечіткості вибору споживачів, які ранжовані за доходами.

Розроблена модель дозволила зробити чіткі постановки загальних завдань управління й окремих завдань оптимального управління лінійками продуктів для ритейлера й окремого виробника. Для ритейлера це управління – витрати ресурсів на зміну позиціонування продукту в лінійці ритейлера. Для виробника зміст цього управління – витрати ресурсів на збільшення цінності й зменшення собівартості продукту.

**Практичне значення** розробки моделі й проведених досліджень – визначення напрямків збору даних у реальних системах для побудови системи підтримки рішень у розробці, виробництві й продажу продуктів певного класу.

**Теоретичне значення** – визначення напрямків теоретичного обґрунтування виявлених властивостей системи, а саме: динамічних і статичних залежностей між частотним розподілом доходів і розподілом темпів продажів, між ранговим розподілом доходів і параметрами частотних розподілів вибору споживачів. У рамках розробленої моделі такі зв'язки є стійкими до змін параметрів моделі. У концептуальному плані продемонстровано роль концепції «конструювання нових моделей для нових задач» – роль генератора нових знань.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Нэгл Томас Т. Стратегия и тактика ценообразования. Руководство для принятия решений, приносящих прибыль / Томас Т. Нэгл. — М.: Питер, 2001. — 375 с.
2. Kelly K. New Rules for the New Economy. 10 radical strategies for a connected world. — Penguin books, 1999. — 180 p.
3. Форрестер Дж. Основы кибернетики предприятия / Дж. Форрестер. — М.: Прогресс, 1971. — 340 с.
4. Боровська Т. М. Основы теории управления та дослідження операцій. Навчальний посібник / Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. — 242 с. — ISBN 978-966-641-275-4.
5. Моделирование та оптимізація у менеджменті: Навчальний посібник / Т. М. Боровська, В. А. Северілов, С. П. Бадьора, І. С. Колесник. — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. — 145 с. — ISBN 978-966-641-287-7.

**Боровська Таїса Миколаївна** – к. т. н., доцент кафедри комп'ютерних систем управління; інститут автоматизації, електроніки та комп'ютерних систем управління.

**Колесник Ірина Сергійівна** – к. т. н., старший викладач кафедри обчислювальних систем. Вінницький національний технічний університет.

**Северілов Віктор Андрійович** – к. т. н., доцент кафедри інформаційних технологій. Вінницький соціально-економічний інститут.

**Михайлова Інна Іванівна** – студентка групи 2КС – 05. Вінницький національний технічний університет.