

Петрика Візуреану, д. е. н.

ТЕРМОФІЗИЧНІ ЯВИЩА, ЩО ВИНΙΚАЮТЬ ПРИ ВИСОКІЙ ТЕМПЕРАТУРІ В МЕТАЛЕВИХ СПЛАВАХ, ЯКІ ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ В АВТОМОБІЛЬНІЙ ПРОМИСЛОВОСТІ

Для конструктивно-функціонального поліпшення обладнання, що застосовується для термічної обробки металевих сплавів, які використовуються в автомобільній промисловості, першорядного значення набуває теоретичний аналіз термофізичних явищ, що відбуваються при високих температурах у камері печі електричного резистивного розігріву, оскільки саме цей тип печей найчастіше використовується для теплової обробки металів і сплавів.

В електропечах резистивного спрямованого розігріву представлені всі три види теплопереносу. Для резистивних печей при високих температурах основними шляхами теплопереносу є теплопровідність і випромінювання. Конвекційний теплоперенос практично не може бути прийнятий в розрахунок для цих печей як самостійний механізм у порівнянні з двома іншими, зазначеними вище.

Ключові слова: теплопередача, теплове випромінювання, метод граничних елементів, тепловий баланс, рівняння.

Вступ

Теплопровідність забезпечує передачу тепла від більш нагрітих ділянок до інших, менш нагрітих деталей того ж вузла або до інших вузлів, які перебувають з ними в прямому контакті; у печах резистивного розігріву це проявляється передачею тепла через теплоізолювані стінки печі, резистивні елементи, оснастку, деталі і прилади, що представляють собою обладнання камери.

Теплове випромінювання, на відміну від теплопровідності, не вимагає наявності матеріального середовища для розповсюдження тепла. Навпаки, чим вище вакуум, тим воно ефективніше. Це випромінювання являє собою певне електромагнітне випромінювання, що випускається нагрівачем при певній температурі й забезпечує теплообмін між різними поверхнями як усередині печі, так і між зовнішніми стінками й навколишнім середовищем.

У більшості випадків газові середовища, які використовуються при термообробці, не беруть участі в теплообміні шляхом абсорбції або емісії, отже, їх можна розглядати як ідеально прозоре середовище. Цей погляд ґрунтується на тому, що деякі газоподібні компоненти з симетрично неполярною молекулярною структурою (H_2 , N_2 , O_2) прозорі за своєю природою.

З іншого боку, поверхні всередині печі не можна розглядати як дзеркала, тому що вони випромінюють у певному напрямку пропорційно косинусу кута між напрямком випромінювання і нормаллю до випромінюючої поверхні.

Ізолюючі матеріали з тепловідбиваючими властивостями, опору та інші аксесуари мають досить шорстку поверхню, щоб їх можна було характеризувати випромінюваною або відбиваючою здатністю, досліджуючи їх крок за кроком за різними напрямками дифузного випромінювання. Крім того деталі, які обробляють за допомогою температури, зазнають поверхневого окислення в разі термообробки в повітряному середовищі. Гіпотеза дифузного випромінювання – це лише окремий випадок, що дає уявлення про складні фізичні явища, що мають тут місце.

Реальні поверхні печі, що беруть участь у радіаційному теплообміні, однаково можуть бути як випромінювачами, так і поглиначами випромінювання незалежно від довжини хвилі (т. зв. сірі поверхні).

Інше припущення, що приймається до уваги при розгляді радіаційного теплообміну в

електропечах резистивного нагріву, полягає в тому, що теплоізолюючі поверхні вважаються непрозорими й ізотермічними.

Теплообмін за допомогою випромінювання є основним способом подачі тепла в печі з непрямим резистивним нагрівом, особливо при високих температурах обробки або в печах з високою питомою потужністю.

Природна конвекція спричинена потоком газу в результаті різниці густин, що зумовлена самою теплопередачею. Вона є непрямую передачею тепла від більш нагрітих середовищ до менш нагрітих і разом з випромінюванням бере участь у втратах тепла через стінки печі в навколишнє середовище. На відміну від теплопередачі випромінюванням, конвекція тепла має певний вплив тільки на початку циклу термообробки, коли піч холодна. Коли ж поверхня нагрівається, частка конвекції в теплопередачу стає незначною.

Електропровідність резисторів залежить від матеріалу, з якого зроблений резистор, і його температури.

Використання методу кінцевих елементів і скінченних різниць у вирішенні завдань теплообміну

Використанню методу скінченних різниць у вирішенні завдань теплообміну повинна передувати оцифрування кінцевих елементів для створення теплової моделі [1]. Тестування теплової моделі виконується аналогічно тестуванню електричної моделі.

Рівняння теплопередачі апроксимуються за допомогою лінійних диференціальних рівнянь у окремих похідних типу [2]:

параболічних, внаслідок їхньої природної залежності від часу; потрібні певні умови для просторової (граничні умови) та часової (характеризує перехідні процеси) частин;

еліптичних, внаслідок їхньої природної залежності від просторових умов і рішень, незалежних від часу (характеризують стаціонарні режими).

Виходячи з цього, проблема створення теплових моделей ґрунтується на принципах оцифрування у двох аспектах:

- просторового геометричного оцифрування ($i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z$);
- часового оцифрування ($n\Delta t$).

Термальний вузол визначається за геометричним центром тяжіння створеного кінцевого елемента. Вважаємо, що загальну масу вузла зосереджено в термічному вузлі.

Просторове оцифрування.

Виходячи з конкретних особливостей кожного застосування, оцифрування твердих тіл, незалежно від їхньої геометричної форми, може бути виконано різними способами. Основні способи оцифровки ґрунтуються на таких критеріях:

– кожен контрольний обсяг, контрольна поверхню або i -а контрольна точка асоціюється з термальним вузлом;

– у кожному термічному вузлі повинна зберігатися тепла енергія.

Для промислових електричних печей найбільш адекватним способом оцифрування в кінцевих елементах є площина теплового обміну.

Трикутна оцифровка [1].

Для внутрішніх вузлів:

Вважаємо, що термальний вузол розташовано в центрі тяжіння трикутника (точка перетину медіан). Отже, градієнт температури направлено перпендикулярно межі, яка розділяє два сусідніх елементи, що знаходяться при різних температурах. Цей тип моделі дозволяє легко визначити температурну провідність між вузлами i , до того ж, ця модель забезпечує набагато більшу кількість ступенів свободи теплового потоку. Відцентровий термобаланс кожного вузла відповідає термічному елементу (рис. 1).

Для вузлів з граничними умовами (конвекція i / або радіація):

У цьому типові моделі беруться до уваги особливі просторові (граничні) умови. У цих умовах на межі теплообміну з навколишнім середовищем рівняння теплового балансу

будуть:

$$\Phi_{i \text{ conduction}} = \Phi_{\text{convection}} + \Phi_{\text{radiation}}, \quad (1)$$

Лінійне односпрямоване оцифрування.

У цьому випадку застосовується точкове оцифрування з одним ступенем свободи. Це оцифрування часто використовується для аналізу термальної провідності через ізольовані стінки промислових печей, форма і розміри яких можуть допускати апроксимацію у вигляді теплопровідності через пласку плиту.

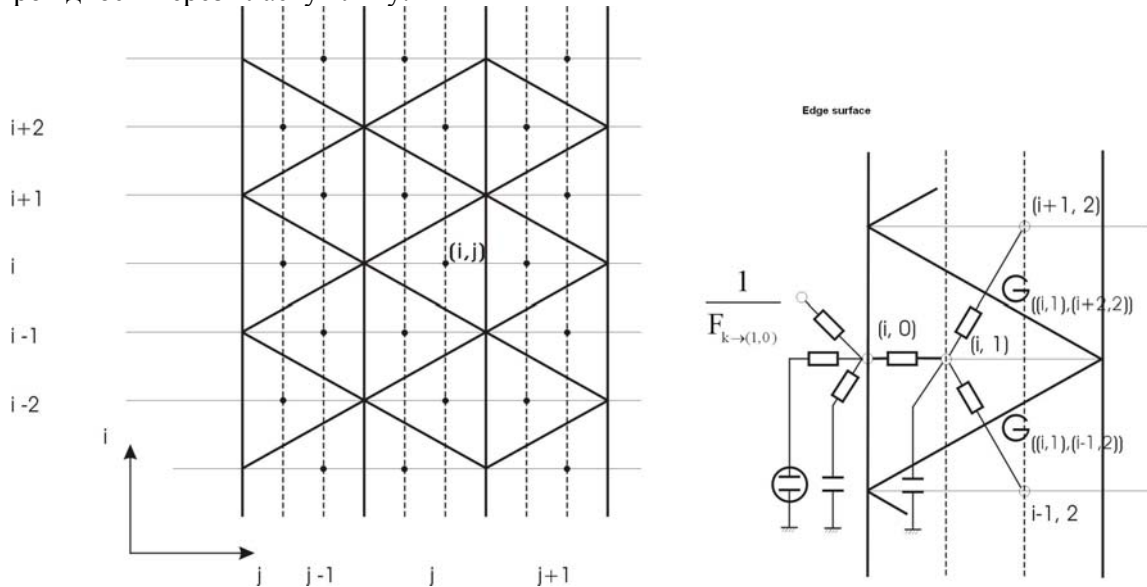


Рис. 1. Просторове оцифрування у вигляді трикутних елементів і еквівалентна електрична схема [1]

Оцифровка вздовж осі часу.

З урахуванням обраної методології обчислень перевіряються на критерій збігу такі форми часового оцифрування [1]:

Визначення величини невідомого параметра в конкретній формі:

$$\theta_i(t_{n+1}) = f[\theta_i(t_n)]. \quad (2)$$

Це означає пряме обчислення температури, доцентрової до просторового термального вузла в конкретний момент (t_n) у припущенні, що значення температури в попередній момент (t_n) відомі (рис. 2). У цьому випадку умовою стабільності мінімуму буде: $\frac{\Delta t}{(\Delta l)^2} \leq \frac{1}{2}$

(при вирішенні випадку кінцевих різниць).

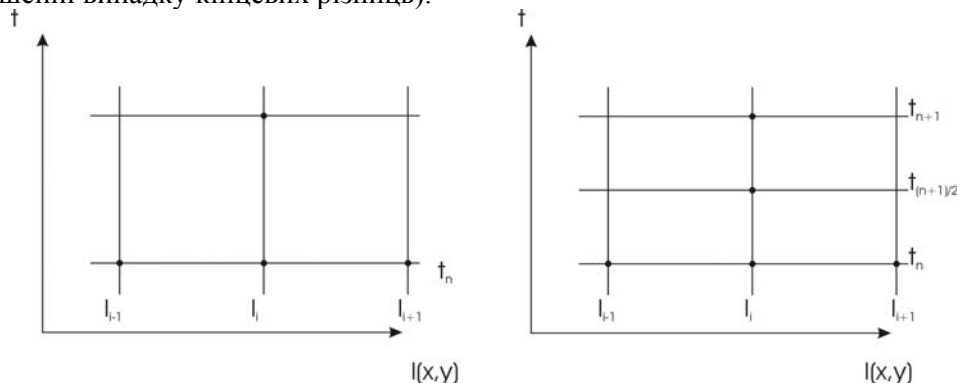


Рис. 2. Часове оцифрування [1]

Визначення величини невідомого параметра в конкретній формі при швидкому збільшенні швидкості вирівнювання температури (метод Кранка – Ніколсона).

Цей метод зменшує залежність від обраного інтервалу збільшення часу increment Δt і не залежить від значення затримки відбиття $\Delta t / (\Delta t)^2$.

Використання експліцитного виразу для диференційного рівняння забезпечує контроль умов стабільності рішень і постійну корекцію значення затримки для наступного часового інтервалу.

Теплопередача при процесах термообробки в обладнанні з електрорезистивним нагрівом

При аналізі теплопередачі в будь-якій замкнутій системі використовуються рівняння енергетичного балансу, яке відповідає закону збереження енергії:

$$\frac{dE_i}{dt} + \frac{dE_g}{dt} = \frac{dE_e}{dt} + \frac{dE_a}{dt}, \quad (3)$$

де dE_i / dt – енергія, що надходить у систему за одиницю часу; dE_g / dt – енергія, яка виробляється в системі за одиницю часу; енергія, dE_e / dt – яка залишає систему за одиницю часу; dE_a / dt – енергія, яка акумулюється системою за одиницю часу.

Теплообмін шляхом теплопровідності.

Рівняння теплопровідності в матеріальному середовищі з термічною провідністю, густиною та масовим нагріванням має вираз:

$$d_{iv} (-\lambda \text{ grad } T) + \gamma c \, dT/dt = P, \quad (4)$$

де P представляє об'ємну потужність, яка розсіюється в матеріал.

Інтегруючи це рівняння по i елементарних об'ємах, які оточують j найближчих до них, отримуємо чисельний вираз, що представляє термобаланс V :

$$C_i \frac{d\theta_i}{dt} = \Phi_i + \sum_j G_{ij} (\theta_i - \theta_j), \quad (5)$$

де G_{ij} – теплопровідність між елементами i і j [W/K]; $C_i = \gamma_i c_i V_i$ – теплоємність i -го елемента, що відповідно зберігає теплоту при підвищенні температури зі швидкістю [Wh/k]; $\Phi_i = P_i V_i$ – енергія, вироблена i -тим елементом [W].

Термальний вузол визначається геометричним елементом, матеріальна маса якого зосереджена в центрі його тяжіння. На плоскій поверхні цей вузол розташований на перетині медіан сторін геометричного елемента. Це дозволяє створити мережу точок теплопровідності. З іншого боку, температурний градієнт, отриманий у результаті різниці температур між центром вузла й серединою відрізка, що відокремлює цю зону від наступної, завжди перпендикулярний цій зоні, що розділяє два елементи.

Термальний баланс, що розглядається в якості термічного вузла, відповідає балансу на елементі прирощення, отже, метод, який використовується, є вузловим методом, при якому зберігається термальна енергія.

Термальні вузли об'єднані між собою теплопередачею, яка може здійснюватися через теплопровідність, конвекцію чи випромінювання.

Джерела тепла розташовані в термальному вузлі. Розташування вузла залежить від геометричної форми елемента. Це може бути не зовсім зручно, якщо трикутний елемент має прямий кут (вузол буде на гіпотенузі) або тупий (вузол буде поза елементом). Найчастіше елементами, які використовуються є рівносторонні трикутники (див. рис. 3).

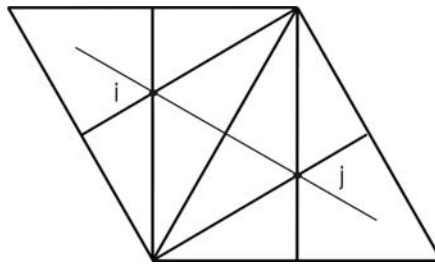


Рис. 3. Розташування термального вузла для оцифрування на трикутних елементах [1]

Провідність обчислюється між суміжними вузлами, що мають спільну межу (рис. 4). Провідність між центром і межею, що розглядається, обчислюється для кожного вузла:

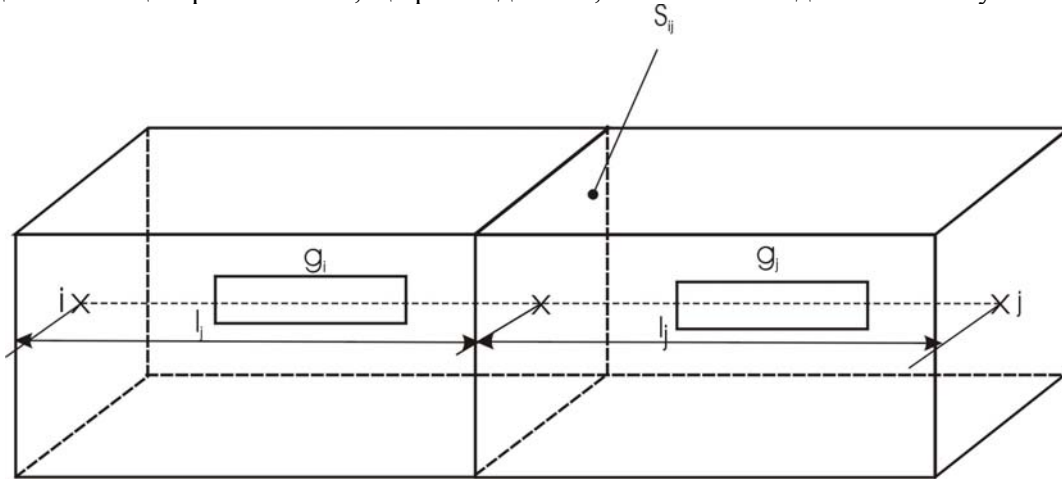


Рис. 4. Обчислення теплопередачі, що відбувається за рахунок теплопровідності [3]

$$\frac{1}{G_{ij}} = \frac{l_i}{\lambda_i S_{ij}} + \frac{l_j}{\lambda_j S_{ij}} = \frac{1}{g_i} + \frac{1}{g_j}, \quad (6)$$

де G_{ij} – провідність між центрами елементів i і j [W/K]; g_i, g_j – термальна провідність між центрами вузлів та межами поділу між двома суміжними елементами [W/K]; l_i, l_j – відстань між вузлами елементів i, j та спільною межею [m]; λ_i, λ_j – термальні провідності вузлів елементів i і j [W/K]; S_{ij} – поверхня розподілу між двома прилеглими елементами [m²].

Переважаючим видом теплообміну в електричних резистивних печах непрямого нагріву з високими робочими температурами й густинами енергій є випромінювання. Резистивні системи, що нагрівають до температур 950 – 1200 °С, з успіхом можуть розглядатися як інфрачервоні випромінювачі.

З іншого боку, у статті йдеться про термообробку певних деталей невеликого розміру, термічно тонких, чий теплообмін між собою і з внутрішніми поверхнями печі відбувається переважно шляхом випромінювання.

Виходячі з цих міркувань, проблеми обробки деталей пов'язуємо зі специфікою теплопередачі шляхом випромінювання.

Термальні вузли розглядаємо як поверхневі, тому, з огляду на це, у процесах термообробки в умовах радіаційної теплопередачі в печах формулюємо такі припущення [1]:

1. Камера печі – замкнена і складається з ізотермічних елементарних поверхонь, які повинні бути непрозорими з обмеженим випромінюванням у зону ззовні поблизу стінки: товщина стінок відповідно зменшена, щоб узгодити їх з геометричними поверхнями, які

можна описати математично в умовах розв'язуваної задачі.

2. Усі поверхні – сірі, і їхнє випромінювання не залежить від довжини хвилі.

3. Ці поверхні деякою мірою випромінюють, і разом з тим є і дифузними відбивачами згідно закону Ламберта;

4. Середовище в камері абсолютно прозоре і не бере участі в радіаційному теплообміні.

Радіаційний теплообмін розглядаємо в таких трьох основних аспектах: теплообмін відбувається виключно між двома поверхнями, теплообмін між більш ніж двома поверхнями і визначення форм-факторів (форми-фактори це коефіцієнти, що враховують кількість і конфігурацію поверхонь, які беруть участь у теплообміні).

Радіаційний теплообмін між двома поверхнями.

У термодинамічній теорії щільність енергії є енергія, яка випромінюється з одиничної поверхні за одиницю часу. Стефан і Больцман встановили закон теплообміну між двома абсолютно чорними тілами:

$$\Phi_{ij} = \sigma C_0 S_i (T_i^4 - T_j^4) \quad [W], \quad (7)$$

де $C_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} [W/m^2k^4]$, представляє константу Стефана – Больцмана; T_i, T_j – температури тіл, що є причиною теплового обміну між ними [K].

Нагрівання тіла залежить від його форми, від його здатності випромінювати або поглинати теплове випромінювання. Отже, рівняння теплопередачі шляхом дифузного випромінювання між двома реальними сірими поверхнями має вигляд:

$$\Phi_{ij} = C_0 F(\varepsilon) S_i F_{i \rightarrow j} (T_i^4 - T_j^4) \quad [W], \quad (8)$$

де Φ_{ij} – сітковий (оскільки під час поділу поверхні на елементи загальний тепловий потік розглядається як мережа потоків між вузлами) тепловий потік між двома поверхнями S_i, S_j та S_1, S_2 у розглянутий інтервал часу; T_i – температура тіла, яке випромінює [K]; T_j – температура тіла, яке поглинає [K]; $F(\varepsilon)$ – функція, що залежить від факторів випромінювання ε_i і ε_j двох матеріальних поверхонь, які обмінюються енергією шляхом теплового випромінювання. Ця функція залежить від того, що реальні поверхні не є абсолютно чорними тілами (це – сірі тіла), і відповідно не вся енергія, яка надходить, поглинається, але частина її відбивається на інші поверхні або йде за межі системи. До того ж, явище відбиття між поверхнями може бути багаторазовим чи повторюваним в обох напрямках. $F(\varepsilon)$ представляє собою характеристику поверхні і може бути виражена як термальний опір поверхні.

Вид тіла i з боку тіла j , що враховує той факт, що тільки частина випромінювання тіла i може потрапити на тіло j . Цей чинник пов'язаний з орієнтацією поверхні і може бути виражений як просторовий термальний опір.

$F(\varepsilon)$ та $F_{i \rightarrow j}$ можуть бути пов'язані у взаємозалежну форму за допомогою «сірого» форм-фактора F_{fg} , який позначає частину теплового потоку, що залишає поверхню елемента i і поглинається елементом j після багатьох дифузних відбиттів від інших вузлів області перенесення.

$$F_{fg} = \overline{F(\varepsilon) F_{i \rightarrow j}} = f(F_{i \rightarrow j}, \overline{f(\varepsilon_i, \varepsilon_j)}, \overline{S_i}, \overline{S_j}). \quad (9)$$

У практичних розрахунках використовується уточнена концепція випромінювання системи тіл, в якій беруться до уваги неповне поглинання енергії сірих тіл і відбитих потоків [4]

$$\Phi_{ij} = C_0 F(\varepsilon_c) \rho F_{i \rightarrow j} (T_i^4 - T_j^4), \quad (10)$$

де ρ – індекс відбиття.

З огляду на той факт, що на поверхні тіла, на яке спрямований потік випромінювання, окрім відбиття, також наявні явища поглинання і пропускання, можна записати таке співвідношення між коефіцієнтами часток, які розділяють потік, що потрапляє на поверхню тіла:

$$\rho + a + \tau = 1, \quad (11)$$

де a – коефіцієнт поглинання; τ – коефіцієнт пропускання.

Для непрозорих тіл можна написати:

$$\rho + a\tau = 1, \quad (12)$$

Згідно з законом Кірхгофа

$$\rho = 1 - a = 1 - \varepsilon \quad (13)$$

На рис. 5 представлено схему потоків, які задіяні в радіаційному теплообміні на поверхні тіла.

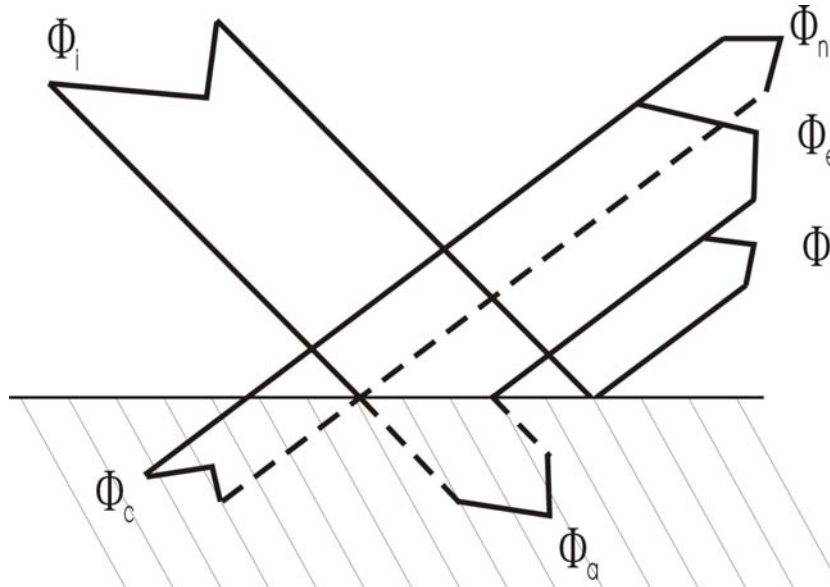


Рис. 5. Потіки, які беруть участь у поверхневому радіаційному теплообміні [2]

Φ_i – потік, який випромінюється усіма поверхнями камери і потрапляє на розглянуту поверхню або відразу, або після одно- чи багаторазових відбиттів; Φ_a – потік, який поглинається поверхнею; ($\Phi_a = \varepsilon\Phi_i$); Φ_r – потік, який відбивається поверхнею; ($\Phi_r = (1-\varepsilon)\Phi_i$); Φ_e – потік, який випромінюється на поверхні і пов'язаний з температурою тіла; ($\Phi_e = \varepsilon C_0 ST^4$); Φ_n – випромінюваний сітковий потік, ефективні втрати внаслідок випромінювання на поверхні ($\Phi_n = \Phi_e - \Phi_a$); Φ_c – потік, який проводиться.

Для непрозорих сірих тіл коефіцієнт поглинання залежить від спектрального складу падаючого потоку.

Однотимний радіаційний теплообмін між більш ніж двома поверхнями.

Якщо в печі, виготовленій із закритих камер різних геометричних форм, у робочих просторах якої розташовано деталі різних форм і конфігурацій, буде більше двох поверхонь, які обмінюються енергією через випромінювання, то термальний обмін реалізується як прямим шляхом (безпосереднім випромінюванням), так і непрямим (відбиттям від цих поверхонь). Аналіз теплопереносу в цій ситуації проводиться з розглядом енергетичного випромінювання, яке пов'язане з кожною поверхнею. Аналіз проводиться з припущенням, що всі поверхні розглядаються сірими – дифузними, однорідними за температурою, а також, що властивості випромінювання і відбиття постійні по всій поверхні.

Отже, визначимо два позначення:

I – випромінювання, яке відповідає загальному вхідному, такому випромінюванню за одиницю часу, що потрапляє на одиничну поверхню [W/m^2];

B – енергетичне випромінювання, яке відповідає загальному, виходить з тієї ж поверхні випромінювання за одиницю часу з одиниці площі [W/m^2];

Для спрощення розрахунків вважатимемо, що енергетичне випромінювання і опромінення однорідні на всій поверхні, що може призвести до помилки, оскільки сірі – дифузні поверхні не відповідають суворо цій умові.

Отже, для поверхні з певного матеріалу i можна записати енергетичний баланс:

Енергетичне випромінювання = випромінювана енергія + сума відбитих випромінювань

Це дає:

$$B_i = \varepsilon_i E_{ni} + \rho_i I_i = \varepsilon_i E_{ni} + (1 - \varepsilon_i) I_i \quad [\text{W/m}^2]. \quad (14)$$

Потік енергії випромінювання, який виходить з поверхні S_i , буде:

$$\Phi_i = (B_i - I_i) S_i = \varepsilon_i S_i (E_{ni} - B_i) / (1 - \varepsilon_i) \quad [\text{W}]. \quad (15)$$

I виражає швидкість теплопередачі з поверхні S_j .

Розглянемо енергетичний обмін між двома поверхнями S_i і S_j , тут:

$B_i S_i F_{i \rightarrow j}$ – кількість із загальної енергії випромінювання, яка виходить з поверхні S_i та досягає поверхні S_j ; $B_j S_j F_{j \rightarrow i}$ – кількість із загальної енергії випромінювання, яка виходить з поверхні S_j та досягає поверхні S_i .

Енергетичний сітковий обмін між двома поверхнями буде [4]:

$$\Phi_{ij} = B_i S_i F_{i \rightarrow j} - B_j S_j F_{j \rightarrow i} = S_i F_{i \rightarrow j} (B_i - B_j) \quad [\text{W}]. \quad (16)$$

Беручи до уваги, що поверхня i випромінює в напрямку поверхні j , загальне випромінювання є сумою всіх випромінювань від інших j поверхонь:

$$\Phi_i = \varepsilon_i S_i (E_{ni} - \sum_j I_j) \quad (17)$$

Оскільки опромінення може бути виражене як $S_j B_j F_{i \rightarrow j} = I_j S_i$, і не враховуючи властивість взаємодії $S_j F_{j \rightarrow i} = S_i F_{i \rightarrow j}$, отримуємо:

$$\Phi_i = \varepsilon_i S_i (E_{ni} - \sum_j F_{i \rightarrow j} B_j) = S_i B_i - \sum_j F_{i \rightarrow j} B_j, \quad (18)$$

де

$$B_i = (1 - \varepsilon_i) \sum_j F_{i \rightarrow j} B_j + \varepsilon_i E_{ni}. \quad (19)$$

У цьому випадку зважаємо на той факт, що:

$$\Phi_{ij} = S_i F_{i \rightarrow j} B_i - S_j F_{j \rightarrow i} B_j = S_i F_{i \rightarrow j} (B_i - B_j) \quad [\text{W}]. \quad (20)$$

Це можливо визначити:

$G_{ij}(f_g) = S_i F_{i \rightarrow j}$ як провідність геометричної форми в випромінювальному теплообміні [4].

З іншого боку, випромінюваний сітковий потік з поверхні i , яка випромінює, задається співвідношенням (15) і може бути визначений як провідність поверхні у випромінювальному теплообміні [4]:

$$G_{is}(f_s) = \varepsilon_i S_i / (1 - \varepsilon_i). \quad (21)$$

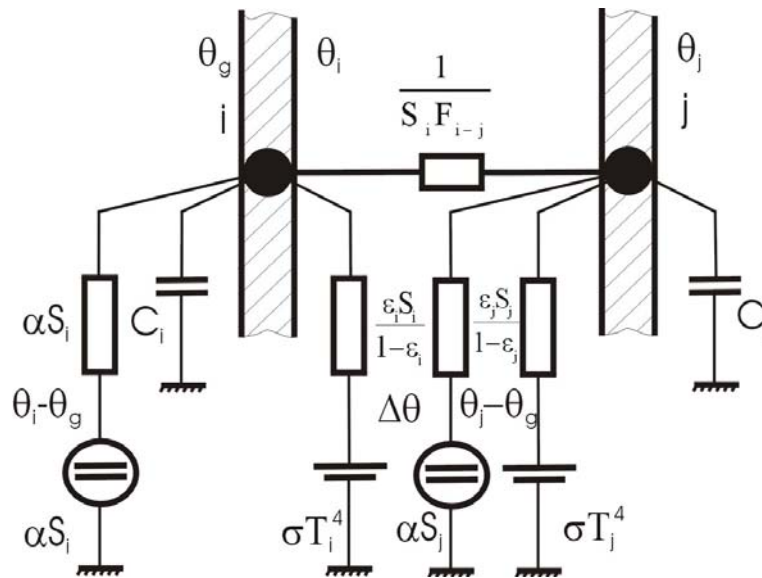


Рис. 6. Представлення випромінювального теплообміну у вигляді еквівалентних електричних схем [4]

У цьому випадку вказане рівняння для випромінювального теплообміну між більшою ніж дві кількістю поверхонь буде:

$$\begin{aligned}
 B_i &= (1 - q_i) \sum_j F_{i \rightarrow j} B_j + \varepsilon_i E_{ni} = \frac{1 - \varepsilon_i}{S_i} \sum_j S_i F_{i \rightarrow j} B_j + \varepsilon_i S_i E_{ni} = \\
 &= \frac{1 - \varepsilon_i}{S_i} \sum_j G_{ij} B_j + (1 - \varepsilon_i) G_{is} E_{ni}.
 \end{aligned} \quad (22)$$

Визначення форм-факторів.

Сітковий потік, який випромінюється з поверхні i в напрямку поверхні j , буде:

$$d\Phi_i = \frac{C_0 T_i^4}{\pi r^2} \cos \psi_i \cos \psi_j ds_i ds_j. \quad (23)$$

І від поверхні j до поверхні i маємо:

$$d\Phi_j = \frac{C_0 T_j^4}{\pi r^2} \cos \psi_i \cos \psi_j ds_i ds_j. \quad (24)$$

Сітковий потік між двома поверхнями i і j :

$$d\Phi_{ij} = d\Phi_i - d\Phi_j = \frac{C_0 (T_i^4 - T_j^4)}{\pi} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j ds_i ds_j}{r^2}. \quad (25)$$

Інтегруючи

$$\int d\Phi_{ij} = \frac{C_0 (T_i^4 - T_j^4)}{\pi} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j ds_i ds_j}{r^2}, \quad (26)$$

отримуємо:

$$S_i F_{i \rightarrow j} C_0 (T_i^4 - T_j^4) = - \frac{C_0 (T_i^4 - T_j^4)}{\pi} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j ds_i ds_j}{r^2}. \quad (27)$$

Це визначається як термальна функція теплообміну багатьох поверхонь:

$$S_i F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j ds_i ds_j}{r^2}. \quad (28)$$

Аналізуючи зворотне випромінювання від поверхні S_j до поверхні S_i визначаємо схожість:

$$S_j F_{j \rightarrow i} = \frac{1}{\pi} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j ds_i ds_j}{r^2}. \quad (29)$$

Тут враховано взаємні властивості:

$$S_i F_{i \rightarrow j} = S_j F_{j \rightarrow i}. \quad (30)$$

Це означає, що функція радіаційної теплопередачі залишається незмінною незалежно від форми та розміщення тіл.

У системі, що оточена тілами й розташована в середовищі випромінювання, термальний потік, який випромінюється одним з тіл на всі інші, дорівнює випромінюванню описаних тіл:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^n \Phi_{ji} = \sum_{j=1}^n \Phi_i F_{i \rightarrow j}. \quad (31)$$

Отримуємо таке контрольне співвідношення:

$$\sum_{j=1}^n F_{i \rightarrow j} = 1, \text{ unde } : F_{i \rightarrow j} \in [0,1]. \quad (32)$$

Для деяких поверхонь, які розміщені в простих геометричних конфігураціях, спеціальна література дає спрощені формули розрахунку форм-факторів [5].

Для більш складних конфігурацій або більш точного розрахунку необхідне обчислення подвійного поверхневого інтеграла (рис. 7):

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{\pi} \int_{s_i} \int_{s_j} \frac{\cos \Psi_i \cos \Psi_j}{r^2} ds_i ds_j. \quad (33)$$

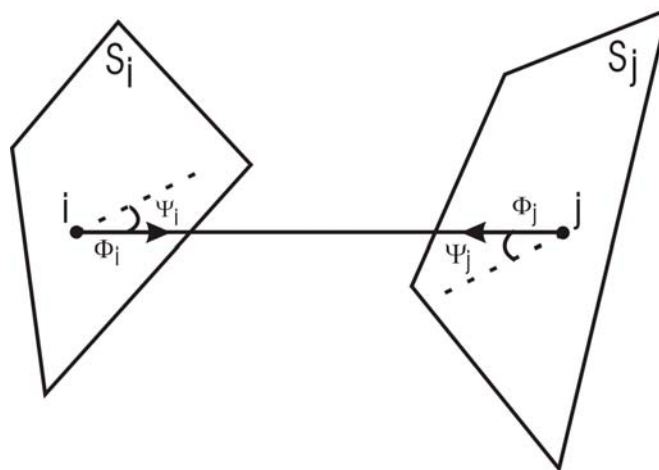


Рис. 7. Визначення факторів виду за допомогою подвійного поверхневого інтегралу [2]

Стрілка показує, що форм-фактори можна визначити за допомогою подвійного повороту починаючи з перетворення формули Гріна – Гаусса поверхневого подвійного інтеграла в просте обертання (рис. 8).

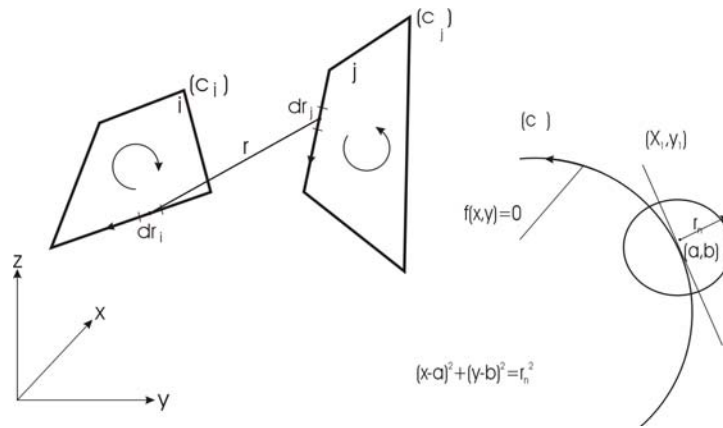


Рис. 8. Визначення чинників вигляду через подвійну циркуляцію (обертання) [2]

$$F_{i \rightarrow j} = \frac{1}{2\pi S_i} \int_{C_i} \int_{C_j} \ln(r) dr_i dr_j, \quad (34)$$

C_i, C_j – представляють контури, які обмежують поверхні S_i і S_j ; dr_i, dr_j – представляє елементарні довжини контуру C_i відносно C_j ; r – відстань між елементарними довжинами dr_i і dr_j .

Застосований метод визначення чинників виду являє собою метод Ромберга, який полягає в апроксимації інтегрального значення за умови наближення до нуля часових інтервалів, які розглядаються. В обчисленнях, які застосовані, процедура полягає в реалізації двох чітко окреслених кроків:

Під час виконання першого кроку проводиться апроксимація подвійного обертання шляхом повторюваного застосування правила трапеції, причому крок складає $h, h/2, h/4 \dots$ для кожного сегмента контуру. Цей метод дозволяє замінити подвійний інтеграл подвійною сумою:

$$I^K = h_1 h_2 \left[\frac{f(A, C) + f(A, D) + f(B, C) + f(B, D)}{4} + \sum_{j=1}^{2^N-1} \frac{(f(A, C + jh_2) + f(B, C + jh_2))}{2} + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ \Delta i=2}}^{2^N-1} \frac{f(A + ih_1, C) + f(A + ih_1, B)}{2} + \sum_{\substack{i=1 \\ \Delta i=2}}^{2^N-1} \sum_{\substack{j=1 \\ \Delta j=2}}^{2^N-1} (f(A + ih_1, C + jh_2)) \right], \quad (35)$$

де A, B – межі інтегрування за напрямом r_1 (на контурі C_1); C, D – межі інтегрування за напрямом r_2 (на контурі C_2); $h_{iN} = (B - A)/2^N$ – крок інтегрування по контуру C_1 ; $h_{jN} = (D - C)/2^N$ – крок інтегрування по контуру C_2 ; $k = i \times j$ – аплікаційний, тобто той, що використовується, номер подвійного інтеграла; $2^N = n - 2^N = n$ – кількість кроків або застосування правила трапеції, яка повторюється; dr_1, dr_2 – одиничні вектори за напрямком r_1 на контурі C_1 і відповідно r_2 на контурі C_2 ; x_1, y_1, z_1 – координати одиничного вектора dr_1 ; x_2, y_2, z_2 – координати одиничного вектора dr_2 ;

У наступному кроці використовується наближення Ромберга: обчислення проводяться за рекурсивною формулою, де використовуються значення $I(n, 1)$, які визначені в попередньому кроці:

$$I(m, n) = I(m - 1, n + 1) + \frac{\{I(m - 1, n + 1) - I(m - 1, n)\}}{4^m - 1}, \quad (36)$$

де n – число рядків діагональної матриці; m – число колонок діагональної матриці.

Для кривих поверхонь проблема полягає у визначенні оптимального значення відрізків

ліній уздовж контуру. Отже, для криволінійних контурів, які апроксимуються окружністю з центром у точці $A(a, b)$:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r_n^2. \quad (37)$$

Це задається тангенсом, дотичним контуру в точці з координатами (a, b) , де перетинається коло з центром у точці (x_l, y_l) , і

$$\begin{cases} \delta_l = x_l - a \\ \varphi_l = y_l - b \end{cases} \quad (38)$$

Виходчи з того, що дотична перетинає коло у двох протилежних точках (δ_l, φ_l) , вибраних так, що вони мають ті ж позначення:

$$\nabla f_x \{ \delta_l \vec{i} + \varphi_l \vec{j} \}. \quad (39)$$

Це дає (δ_l, φ_l) початкові рішення для точки перетину кола з контуром і (δ_2, φ_2) найкращу апроксимацію:

$$\begin{cases} \varphi_2 = \varphi_l + g \\ \delta_2 = \delta_l + k, \end{cases} \quad (40)$$

де $g \ll \delta_l$, відповідно $k \ll \varphi_2$.

Це дає:

$$(\delta_l + g)^2 + (\varphi_l + k)^2 = r_n^2. \quad (41)$$

Розкладаючи цей вираз у ряд Тейлора, отримуємо:

$$f(a + \delta_2, b + \varphi_2) = f_0(a, b) + \delta_2 \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(a,b)} + \varphi_2 \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(a,b)+\dots}. \quad (42)$$

Припускаючи, що $f(a, b) = 0$, маємо:

$$\left(g \frac{\partial f}{\partial x} + k \frac{\partial f}{\partial y} \right) \Big|_{(a,b)} = - \left(\delta_l \frac{\partial f}{\partial x} + \varphi_l \frac{\partial f}{\partial y} \right) \Big|_{(a,b)}. \quad (43)$$

Розв'язуючи систему рівнянь, де знайдені невідомі g і k , отримаємо (δ_2, φ_2) . Замінюючи (δ_l, φ_l) (δ_2, φ_2) , продовжуємо процес до збіжності, використовуючи (δ_n, φ_n) , через $(m-1)$ ітерацій, і точки контуру будуть $(a + \delta_n)$ та $(b + \varphi_n)$.

Для плоских пересічних контурів, для того, щоб уникнути можливих математичних несумісностей, коли $\ln(0)$ (коли відстань між двома сусідніми елементарними відрізками на контурі дорівнює нулю), для цих частин контуру застосовується формула [2]:

$$\varepsilon = - \frac{1}{2\pi S_1} \int_{r_1=0}^L \int_{r_2=0}^L |r_2 - r_1| dr_1 dr_2 = - \frac{1}{2\pi S_1} L^2 [\ln(L) - 1,5], \quad (44)$$

яка додається до суми факторів виду, обчислених для інших функцій. Матриця факторів виду доповнюється значеннями факторів виду, які не обчислюються через інтеграли, а оцінюються за формулами відповідності:

$$F_{i \rightarrow j} S_i = F_{j \rightarrow i} S_j. \quad (45)$$

Для стінок, які мають опір, застосовується наближення, за якого частина потоку, яка випромінюється резисторами і досягає деталі, після відбиттів від стінки утворює форм-фактор як результат множення двох факторів:

$$F_{R-S} = F_{R-P} F_{R-S}, \quad (46)$$

де F_{R-P} – фактор виду між резистором і стінкою; F_{R-S} – фактор виду між поверхнею стінки й

деталі, обчислений методом інтегрування. У результаті це дає фактор виду між двома резистивними прилеглими елементами:

$$F_{R-R} = 1 - F_{R-P} F_{P-S}. \quad (47)$$

Висновок

Ефект конвекції, який береться до уваги, коли резистори знаходяться при відносно низьких температурах, представляє собою ситуацію, яка триває недовго. Взагалі конструктори електричних печей для термообробки обладнують печі електрично керованими елементами для регулювання розподілу атмосфери в камері печі. Ці механічно керовані прилади, що регулюють розподіл газів у камері, забезпечують деякий конвекційний теплообмін, направляючи потоки тепла саме на поверхні деталей, але точне визначення коефіцієнтів конвекційного теплообміну залишається досить складним.

Труднощі з визначенням коефіцієнтів конвекційного теплообміну пов'язані переважно з відсутністю врахування швидкості потоків; вони перетинають різні зони печі з різними термогідролічними опорами, що залежать від розподілу й конфігурації деталей. При температурах понад 800 °C конвекційним теплообміном можна знехтувати, і це не призведе до грубої помилки в розрахунках, оскільки при цих і більш високих температурах внесок випромінювання в теплообмін перевищує 90%. З іншого боку, конвективний теплообмін при високих температурах зменшується пропорційно зниженню в'язкості газів у камері печі.

Переважним видом теплообміну в електричних печах з резисторами прямого нагріву при робочих температурах і високій щільності енергії є випромінювання. Резистивні системи, що працюють при температурах 950 – 1200 °C, з наближенням можуть розглядатися як інфрачервоні випромінювачі.

З іншого боку, у статті розглянуто теплову обробку деталей термічно тонких, яка відбувається переважно шляхом теплообміну випромінюванням обладнання камери й інших деталей.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Rao, S. S., The finite element method in engineering. / S. S. Rao, Elsevier Science & Technology, 1992, 688 p.
2. Falotă, H., Iosof, T., Conducerea proceselor de tratament termic în structură descentralizată prin reglare autoadaptiv – optimală a parametrilor de proces, Simpozion Internațional de electrotermie, Slatina 1995.
3. Ciochină, S., Negrescu, C., Sisteme adaptive, Colecția Comunicații, 1999, 352 p.
4. Janna, W., Engineering Heat Transfer, CRC, 2000, 696 p.
5. Popa, B., Vintilă, C., Termotehnică și Mașini termice, București, EDP, 1977.
6. Vizureanu, P., Contribuții privind îmbunătățirea constructiv-funcțională a cuptoarelor de tratamente termice cu încălzire electrică și a echipamentelor specifice acestora, Teză de Doctorat, U.T. "Gh.Asachi" Iași, 1999.
7. Vizureanu, P., Modern System for Heat Treatment Assisted by Computer, Modelling and Optimisation in the Machines Buil Field, Romanian Academy, (1998), p. 137 – 141.
8. Huțanu, C., Postolache, M., Sisteme cu microprocesoare în conducerea automată a proceselor, Editura Academica, Galați, 2001, 332 p.

Петрика Визуреану – д. е. н., заступник декана факультету матеріалознавства.
Технічний університет "Gheorghe Asachi", м. Яси, Румунія.