

УДК 621.313.333

М. Й. Бурбело, д. т. н., проф.; А. В. Гадай, к. т. н.; Ю. В. Ільчук

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ У ПУСКОВИХ РЕЖИМАХ ЗА УМОВ НЕСИНУСОЇДНОСТІ НАПРУГИ ЖИВЛЕННЯ

Розроблено нелінійну математичну модель асинхронного двигуна для аналізу пускових режимів за умов несинусоїдності напруги живлення.

Ключові слова: асинхронний двигун, математична модель, несинусоїдність напруги, пусковий режим

Розгляд проблеми і постановка завдання

Несинусоїдні режими електричних мереж негативно відбиваються на роботі асинхронних двигунів (АД). Їх ККД падає, а динамічні властивості погіршуються. Недопустимий згідно з ГОСТ 13109-97 вміст вищих гармонік в електричних мережах створює гальмівний момент, який може призвести до „зависання” АД на певній швидкості. Застосування фільтро-компенсувальних пристроїв в пускових режимах АД вимагає технічного та економічного обґрунтування.

Обґрунтування результатів

За синусоїдної напруги живлення напрямки і швидкості обертання намагнічувальних сил статора і ротора збігаються. За наявності вищих гармонік прямого чергування фаз (4-ої, 7-ої, 10-ої, 13-ої, ...) гармонічні складові поля статора обертаються в тому ж напрямку, що й основна гармонічна складова зі швидкостями меншими від швидкості основної гармоніки відповідно в 4, 7, 10, 13, ... разів [1]. Починаючи з моменту пуску і до моменту часу, коли швидкості гармонічних складових поля статора стають рівними швидкості ротора, ці гармоніки створюють моменти, які діють згідно з моментом основної гармоніки, а з часу, коли їх швидкості стають більшими від швидкості ротора, – створюють моменти, які направлені зустрічно моменту основної гармоніки. Гармонічні складові поля статора зворотного чергування фаз (2-ої, 5-ої, 8-ої, 11-ої, ...) обертаються в зворотному напрямку зі швидкістю меншою від швидкості основної гармоніки відповідно в 2, 5, 8, 11, ... разів. Вони створюють моменти, які завжди направлені проти моменту основної гармоніки.

Систему рівнянь АД представимо в узагальненому вигляді

$$\mathbf{L} \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \mathbf{u} - \mathbf{Z}\mathbf{i}, \quad (1)$$

де \mathbf{L} , \mathbf{Z} – матриці індуктивностей та опорів АД; \mathbf{u} , \mathbf{i} – вектори напруг та струмів АД; $\frac{d\mathbf{i}}{dt}$

– вектор похідних струмів АД по часу.

Найпростішою для дослідження АД за синусоїдної напруги живлення є система диференціальних рівнянь в ортогональних координатах [3]

$$\begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & \omega_r L_m & R_r & \omega_r L_r \\ -\omega_r L_m & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де $u_{s\alpha}, u_{s\beta}$ – напруги статора відповідно по осях α, β ; $u_{r\alpha}, u_{r\beta}$ – напруги ротора відповідно по осях α, β ; $i_{s\alpha}, i_{s\beta}, i_{r\alpha}, i_{r\beta}$ – струми обмотки статора та ротора відповідно по осях α, β ; R_s, R_r – активні опори відповідно статора і ротора; L_s, L_r – повні індуктивності відповідно статора і ротора; $L_m = \frac{\psi_m}{i_m}$ – статична індуктивність намагнічування; ω_r – частота обертання ротора.

Модель (2) можна використати для якісного дослідження пускових режимів АД за несинусоїдної напруги живлення. У відповідності з [4] будемо вважати, що кожна із гармонік поля створюється двома парами обмоток, розташованих на статорі та роторі по осях α, β .

Розширивши систему рівнянь (2), наприклад, за наявності однієї вищої v -ої гармоніки до вигляду:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{L}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d\mathbf{i}_1}{dt} \\ \frac{d\mathbf{i}_v}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_1 \\ \mathbf{u}_v \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{Z}_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_1 \\ \mathbf{i}_v \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де $\mathbf{L}_1, \mathbf{L}_v; \mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_v$ – субматриці індуктивностей та опорів АД; $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_v; \mathbf{i}_1, \mathbf{i}_v$ – субвектори напруг та струмів АД; $\frac{d\mathbf{i}_1}{dt}, \frac{d\mathbf{i}_v}{dt}$ – субвектори похідних струмів по часу для основної та v -ої гармонік, та ввівши рівняння механічного руху

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{\frac{3}{2} p_0 L_m \left[(i_{s\beta(1)} i_{r\alpha(1)} - i_{s\alpha(1)} i_{r\beta(1)}) + (i_{s\beta(v)} i_{r\alpha(v)} - i_{s\alpha(v)} i_{r\beta(v)}) \right] - M}{J}, \quad (4)$$

де M – механічний момент; J – момент інерції; p_0 – кількість пар полюсів машини, можна проаналізувати пускові режими АД за несинусоїдної напруги живлення.

Складнішими є моделі, які базуються на використанні нелінійних диференціальних рівнянь [5]. З використанням індуктивностей, що враховують нелінійність кола намагнічування $l_\alpha = (L_\sigma - L_m) \left(\frac{i_\alpha}{i_m} \right)^2$; $l_{\alpha\beta} = (L_\sigma - L_m) \left(\frac{i_\alpha i_\beta}{i_m^2} \right)$; $l_\beta = (L_\sigma - L_m) \left(\frac{i_\beta}{i_m} \right)^2$, де $L_\sigma = \frac{d\psi_m}{di_m}$ – диференціальна індуктивність намагнічування [6], математична модель АД набуде такого вигляду:

$$\begin{bmatrix} L_s + l_\alpha & l_{\alpha\beta} & L_m + l_\alpha & l_{\alpha\beta} \\ l_{\alpha\beta} & L_s + l_\beta & l_{\alpha\beta} & L_m + l_\beta \\ L_m + l_\alpha & L_{\alpha\beta} & L_r + l_\alpha & l_{\alpha\beta} \\ l_{\alpha\beta} & L_m + l_\beta & l_{\alpha\beta} & L_r + l_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \\ \frac{di_{r\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{r\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \\ u_{r\alpha} \\ u_{r\beta} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & \omega_r L_m & R_r & \omega_r L_r \\ -\omega_r L_m & 0 & -\omega_r L_r & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_{r\alpha} \\ i_{r\beta} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

З метою аналізу енергетичних показників під час пускових процесів використані поточні значення активної та реактивної потужностей, для визначення яких здійснюється інтегрування на ковзному інтервалі часу протягом половини періоду напруги (струму) живлення АД добутку миттєвих величин [7]:

$$\begin{aligned} P(t) &= \frac{1,5}{T/2} \int_{t-T/2}^t (u_{s\alpha}(t)i_{s\alpha}(t) + u_{s\beta}(t)i_{s\beta}(t))dt; \\ Q(t) &= \frac{1,5}{T/2} \int_{t-T/2}^t (u'_{s\alpha}(t)i_{s\alpha}(t) + u'_{s\beta}(t)i_{s\beta}(t))dt, \end{aligned} \quad (6)$$

де $u'_{s\alpha}(t)$; $u'_{s\beta}(t)$ – миттєві значення складових напруги статора в α , β -координатах, що зсунуті по фазі на кут $\pi/2$.

Для розв'язування системи рівнянь (3), (4) використаємо метод Рунге-Кути четвертого порядку. На рис. 1 зображено часові залежності частоти обертання ротора АД за синусоїдної (1) та несинусоїдної (2) напруг живлення при вмісті сьомої гармоніки 5 %. На рис. 2 наведено залежності електромагнітних моментів, створених повними струмами (1) та струмами сьомої гармоніки (2).

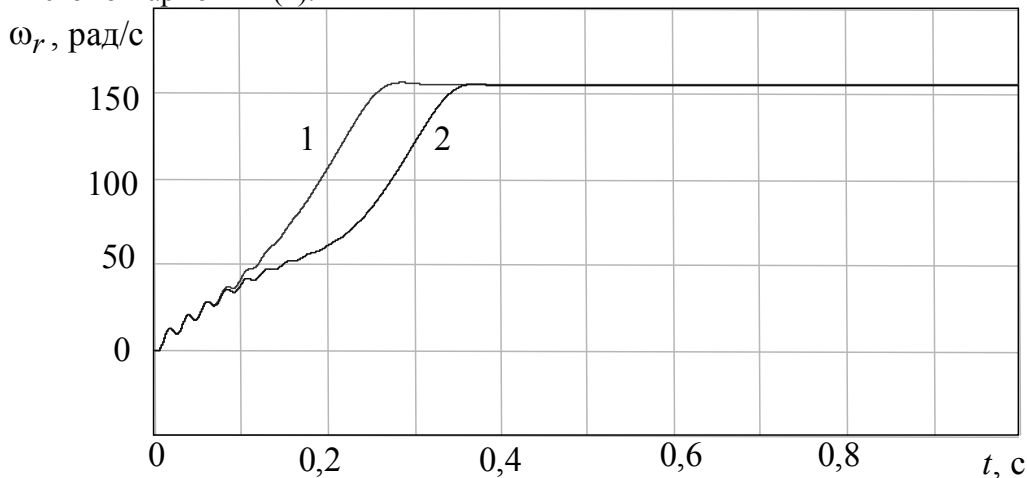


Рис. 1. Залежності частоти обертання при пуску АД за синусоїдної та несинусоїдної напруг живлення

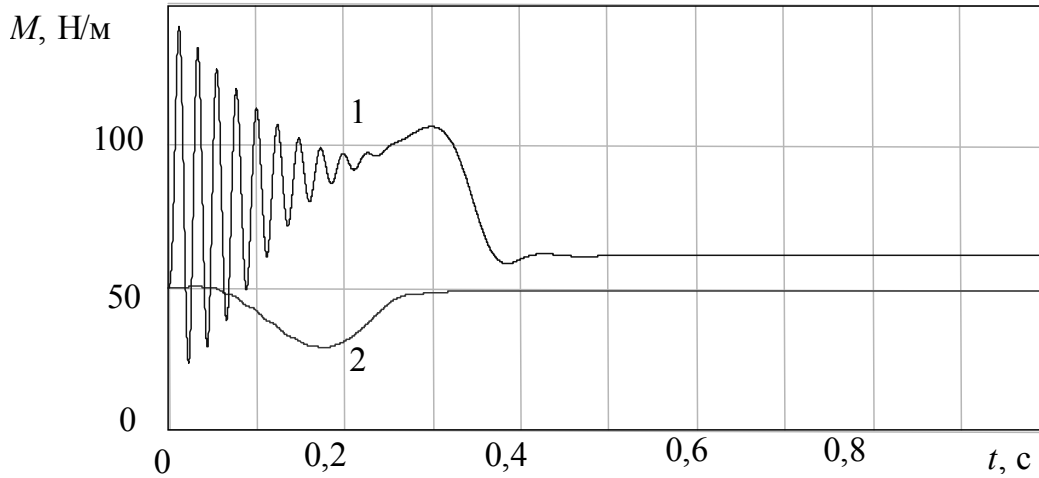


Рис. 2. Залежності електромагнітних моментів АД за несинусоїдної напруги живлення

На рис. 3 і рис. 4 наведені залежності активної та реактивної потужностей, які були отримані при моделюванні АД за синусоїдної (1) та несинусоїдної (2) напруг живлення.

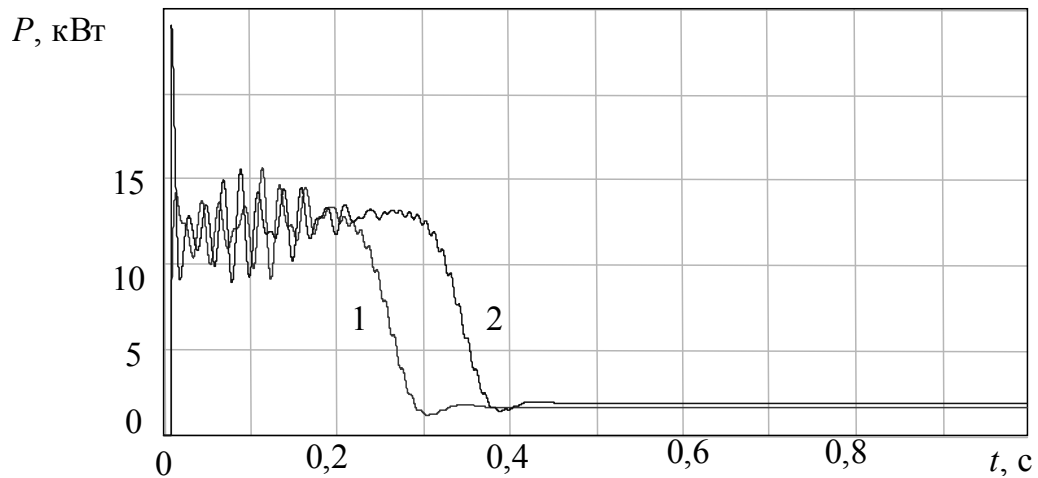


Рис. 3. Залежності активної потужності при пуску АД за синусоїдної та несинусоїдної напруг живлення

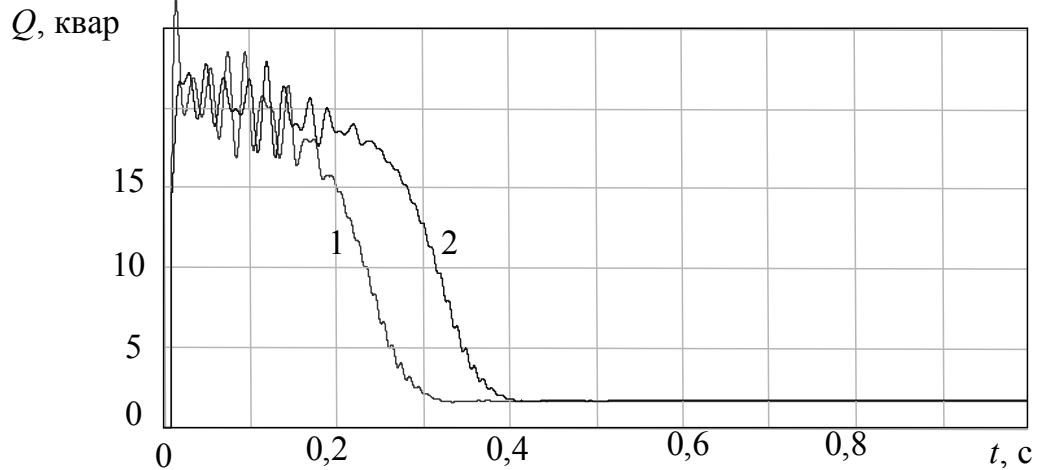


Рис. 4. Залежності реактивної потужності АД за синусоїдної та несинусоїдної напруг живлення

Використання часових залежностей активної та реактивної потужностей дозволить проаналізувати ефективність використання фільтро-компенсувальних пристроїв в пускових режимах асинхронних двигунів.

Висновки

Розроблено нелінійну математичну модель асинхронного двигуна для аналізу пускових режимів за умов несинусоїдності напруги живлення. Проаналізовано залежності активної та реактивної потужностей під час пуску двигуна.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Вольдек А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – Л.: Энергия, 1974. – 840 с.
2. Костенко М. П. Электрические машины. Ч. 2. Машины переменного тока / М. П. Костенко, Л. М. Пиотровский. – Л.: Энергия. – 1973. – 648 с.
3. Копылов И. П. Электрические машины / И. П. Копылов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 360 с.
4. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М.: Высшая школа, 2001. – 327 с.
5. Беспалов В. Я. Математическая модель асинхронного двигателя в обобщенной ортогональной системе координат / В. Я. Беспалов, Ю. А. Мощинский, А. П. Петров // Электричество. – 2002. – №8. – С. 33 – 39.
6. Бурбело М. Й. Математичні моделі для аналізу перехідних режимів асинхронних двигунів [Електронний ресурс] / М. Й. Бурбело, А. В. Гадай, І. В. Бальзан // Наукові праці ВНТУ. – 2008. – № 4. – 4 с.: Реж. дост. до журн. – http://www.nbu.gov.ua/e-journals/VNTU/2008-4/2008-4.files/uk/08miboam_uk.pdf
7. Бурбело М. Й. Динамічна компенсація реактивної потужності в пускових режимах електроприводів. Монографія / М. Й. Бурбело, А. В. Гадай. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2010. – 104 с.

Бурбело Михайло Йосипович – д. т. н., професор, завідувач кафедри електротехнічних систем електроспоживання та енергетичного менеджменту.

Вінницький національний технічний університет.

Гадай Андрій Валентинович – к. т. н., доцент кафедри електропостачання.

Луцький національний технічний університет.

Ільчук Юрій Віталійович – інженер.

Вінницький національний технічний університет.