УДК 681.32

**В. П. Семеренко**[1]

# ПАРАЛЕЛЬНІ ЦИКЛІЧНІ КОДИ

[1]Вінницький національний технічний університет

*Запропоновані складені та інтегровані паралельні циклічні коди для багатоканальних систем зв'язку з передачею різних кодових повідомлень в різних каналах. Розроблені методи кодування і декодування таких кодів на основі теорії багатоканальних лінійних послідовнісних схем. Досліджена коректуюча здатність паралельних циклічних кодів та способи її підвищення.*

**Ключові слова**: багатоканальний зв'язок, циклічні коди, лінійна послідовнісна схема, кодер, декодер, паралельний код.

## Вступ

В більшості систем передачі даних є по одному передавачу і приймачу, які зв'язані між собою єдиною лінією зв'язку. Теоретичні основи такого способу передачі даних були закладені ще К. Шенноном [1]. Розроблені з тих пір завадостійкі коди орієнтовані тільки на єдиний канал зв'язку.

Окрім низької продуктивності одноканальний зв'язок має й інші недоліки. Наприклад, найбільшою проблемою одноканального високочастотного радіозв'язку є його нестаціонарність [2]. Розповсюдження сигналів в радіоканалах не може описуватися лише однією математичною моделлю. Зміна моделей має здійснюватися через визначені інтервали часу («період квазістаціонарності каналу»), при цьому тривалість такого часового інтервалу наперед невідома. Запізнення в адаптації до змінних характеристик каналу, тягне за собою появу відповідного типу помилок.

Однак, передача даних може бути організована одночасно від $\rho$ передавачів до $\rho$ приймачів по $\rho$ каналам. Така ситуація типова для цифрового радіомовлення і телебачення, в широкосмугових мережах бездротового доступу (проект WiMax), в оптоволоконних системах зв'язку та інших.

Характеристики багатоканального радіозв'язку не мають такої жорсткої залежності від необхідності в адаптації каналів, тому у разі високого рівня канальних шумів перевагу варто надати багатоканальному зв'язку [3].

Багатоканальними лініями зв'язку можуть бути також і провідні лінії (кабельний зв'язок). Найбільша сфера використання таких систем зв'язку — в комп'ютерах та комп'ютерних мережах [4—5]. Їх головні особливості — інша модель помилок і словоорієнтована архітектура. Причинами помилок в такому каналі є виробничі дефекти апаратури, експлуатаційні відмови та збої [6].

Тому для всіх видів багатоканального зв'язку доцільно використовувати завадостійкі коди. Роботи в цьому напрямку розпочались ще в 60-х роках і зараз активно продовжуються [7—9]. Для корекції помилок автори використовують переважно відомі коди: з перевіркою на парність, Файра, Ріда–Соломона. Однак традиційні коди орієнтовані на пошук помилок в окремих каналах, в той час, як модель помилок в паралельних каналах має решітчасту структуру.

Таким чином, необхідна розробка нових підходів в завадостійкому кодуванні, які максимально враховують особливості багатоканального зв'язку. *Мета роботи* — розробити теоретичні основи завадостійкого кодування для багатоканального зв'язку на основі теорії циклічних кодів і математичного апарату лінійних послідовнісних схем (ЛПС).

## Паралельні канали передачі даних

Для організації багатоканальної передачі зовсім не обов'язково мати багато дороговартісних ліній зв'язку, можна організувати по спільній лінії передачі декілька каналів. Використання спільної лінії для здійснення багатоканального зв'язку прийнято називати ущільненням каналів [3]. На стороні передавача повідомлення $U_{(1)}, U_{(2)}$ ..., $U_{(\rho)}$ від $\rho$ незалежних джерел за допомогою відповідних канальних кодерів і модуляторів перетворюються в канальні сигнали і надходять на пристрій ущільнення каналів. В процесі перетворення канальні сигнали отримують спеціальні ознаки (частота, час передачі, форма), за якими на стороні приймача відбувається розподілення каналів.

В роботі розглядаються тільки такі паралельні канали, в яких виконуються такі умови:

— всі кодові повідомлення в каналах різні й мають довжину $n$;

— $j$-ті кодові символи у всіх каналах передаються одночасно, тобто паралельно $\left(j = 1 \div n\right)$.

Цим вимогам не задовольняють ті багатоканальні системи зв'язку, в яких сигнали на окремі канали надходять зі зсувом у часі. Також не можна застосувати отримані результати до багатоканального зв'язку на основі кратних антен, коли по всіх каналах передається одна й та ж інформація.

### Визначення паралельного циклічного коду

Розглянемо спочатку математичний апарат, який знадобиться для визначення паралельного циклічного коду.

Нехай є традиційний циклічний $\left(n, k\right)$-код $\Omega$, заданий породжувальним багаточленом,

$$g(x) = g_0 + g_1 x + g_2 x^2 + \cdots + g_{r-2} x^{r-2} + g_{r-1} x^{r-1}. \tag{1}$$

Для представлення паралельного циклічного коду найбільш придатною моделлю є $\rho$-канальна ЛПС (ЛПС с $\rho$ входами и $\rho$ виходами, $(\rho \le (n-k))$ [7, 10]. Її можна отримати з одноканальної ЛПС, яку назвемо породжувальною.

**Означення 1**. $\rho$-канальна ЛПС $\Lambda_{(\rho)}$ над полем Галуа $GF(2)$ — це кінцевий автомат лінійного типу (лінійний автомат) с $r$ елементами пам'яті, $\rho$ входами і $\rho$ виходами, який описується функцією станів (переходів)

$$S(t+1) = A_{(\rho)} \cdot S(t) + B_{(\rho)} \cdot U_{(\rho)}(t), \qquad GF(2) \tag{2}$$

і функцією виходів

$$Y_{(\rho)}(t) = C_{(\rho)} \cdot S(t) + D_{(\rho)} \cdot U_{(\rho)}(t), \qquad GF(2),$$

де $t$ — дискретний час; $A_{(\rho)} = \left\|a_{ij}\right\|_{r\times r}$, $B_{(\rho)} = \left\|b_{ij}\right\|_{r\times\rho}$, $C_{(\rho)} = \left\|c_{ij}\right\|_{\rho\times r}$, $D_{(\rho)} = \left\|d_{ij}\right\|_{\rho\times\rho}$ — характеристичні матриці ЛПС; $S = \left\|s_i\right\|_r$, $U^{(\rho)}(t) = \left\|u_i\right\|_\rho$, $Y^{(\rho)} = \left\|y_i\right\|_\rho$ — вектори стану, вхідний і вихідний.

Розмірності матриць ЛПС $\Lambda$ і параметри циклічного $\left(n, k\right)$-коду $\Omega$ зв'язані через коефіцієнт $r$, який для коду дорівнює числу контрольних розрядів кодового вектора $C(x)$ у систематичному кодуванні $\left(r = n-k\right)$.

Основна характеристична матриця $A_{(\rho)}$ $\rho$-канальної ЛПС $\Lambda_{(\rho)}$ повністю збігається з основною характеристичною матрицею $A$ породжувальної одноканальної ЛПС $\Lambda$. Нехай матриці $A$ і $A_{(\rho)}$ мають такий вигляд (якщо $\rho = r$):

$$A_{(\rho)} = A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \ldots & g_0 \\ 1 & 0 & 0 & \ldots & g_1 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & g_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \cdots & \ldots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & g_{r-1} \end{bmatrix}. \tag{3}$$

Елементи останнього стовпця матриці (3) є коефіцієнтами породжувального багаточлена (1). Структура всіх характеристичних матриць ЛПС $\Lambda_{(\rho)}$ взаємопов'язана і визначається основною характеристичною матрицею $A_{(\rho)}$.

У кожний такт часу на $\rho$ входів ЛПС надходить $\rho$-розрядний вхідний вектор $U_{(\rho)}(t)$, а з виходів ЛПС надходить $\rho$-розрядний вихідний вектор $Y_{(\rho)}(t)$:

$$U_{(\rho)}(t)=\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \dots \\ u_\rho \end{bmatrix}, \qquad Y_{(\rho)}(t)=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_\rho \end{bmatrix}.$$

Неформально паралельний циклічний $(n, k, \rho)$-код $\Omega_{(\rho)}$ над полем $GF(2)$ можна визначити як циклічний код, який використовується для передачі по $\rho$ паралельних каналах. Такий код складається із $\rho$ кодових слів $Z_i$ ($i=1\div\rho$), об'єднаних в кодову матрицю:

$$Z_{(\rho)}=\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_\rho \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \dots & z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ z_{\rho 1} & z_{\rho 2} & \dots & z_{\rho n} \end{bmatrix}, \quad GF(2). \tag{4}$$

Паралельний циклічний $(n, k, \rho)$-код $\Omega_{(\rho)}$ оснований на тому ж породжувальному багаточлені (1), що і циклічний ($n$, $k$)-код $\Omega$. Тому між кодами $\Omega_{(\rho)}$ и $\Omega$ існує такий же тісний взаємозв'язок, як і між $\rho$-канальною ЛПС $\Lambda_{(\rho)}$ і одноканальною ЛПС $\Lambda$, що її породжує.

Будемо розрізняти два типи паралельних циклічних кодів: складені та інтегровані.

**Означення 2**. Складений паралельний циклічний ($n$, $k$, $\rho$)-код $\Omega_{(\rho)}$ довжини $n$ і розмірності $k$ над полем $GF(2)$ — це циклічний код, у якого кодова матриця (4) складається з $\rho$ кодових слів $Z_i$ ($i=1\div\rho$), отриманих за правилами кодування звичайного циклічного ($n$, $k$)-коду.

**Означення 3**. Інтегрований паралельний циклічний ($n$, $k$, $\rho$)-код $\Omega_{(\rho)}$ довжини $n$ і розмірності $k$ над полем $GF(2)$ — це циклічний код, у якого кодова матриця (4) складається з $\rho$ кодових слів $Z_i$ ($i=1\div\rho$), отриманих за правилами кодування за допомогою $\rho$-канальної ЛПС.

Якщо в подальшому викладенні не згадуються терміни «складений» та «інтегрований», це означатиме, що розглядувані властивості притаманні обом типам паралельних циклічних кодів.

Подібно звичайному циклічному коду, паралельний циклічний код також має основну властивість — властивість циклічності, яка полягає в такому. Якщо кодова матриця $Z_{(\rho)}$ належить ($n$, $k$, $\rho$)-коду $\Omega_{(\rho)}$, тоді будь-яке кодове слово, отримане циклічним зсувом на $j$ позицій всіх стовпців матриці $Z_{(\rho)}$, також буде належати коду $\Omega_{(\rho)}$ $(j=1\div n)$.

Розглянемо математичні моделі помилок в паралельному циклічному коді.

В безпровідних паралельних каналах більшість спотворень можуть бути наслідком або зовнішніх випадкових вузькосмугових завад (замирань), або імпульсних завад [2]. Вузькосмугові завади можуть діяти в одному з каналів, тобто в результаті будуть спотворені позиції в одному з рядків кодової матриці (4). Імпульсні завади можуть діяти в одному з моментів часу $t$, що приведе до спотворення однакових розрядів в кількох каналах (перехресним помилкам), тобто в одному зі стовпців кодової матриці (4). Помилки і несправності в провідних багатоканальних системах зв'язку також можуть призвести до спотворення рядків або стовпців в кодовій матриці (4).

Таким чином, помилки в паралельному циклічному коді мають решітчасту конфігурацію і математичною моделлю помилок може бути матриця помилок

$$\mathrm{E}_{(\rho)}=\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \dots & \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \dots & \varepsilon_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \varepsilon_{\rho 1} & \varepsilon_{\rho 2} & \dots & \varepsilon_{\rho n} \end{bmatrix},$$

в якій ненульові елементи відповідають спотвореним позиціям в кодовій матриці (4). В результаті впливу завад в паралельних каналах в приймачі буде отримано кодову матрицю з помилками:

$$Z_{(\rho)err} = Z_{(\rho)} + \mathrm{E}_{(\rho)}, \quad GF(2). \tag{5}$$

За аналогією зі звичайним циклічним кодом дамо означення помилок у паралельному циклічному коді.

**Означення 4**. Циклічною ($i,\ j$)-ю горизонтальною конфігурацією випадкових помилок кратності $\tau$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називається таке розташування $\tau$ помилок, коли вони розташовані тільки в $i$-му рядку і перша помилка справа знаходиться в $j$-му стовпці.

**Означення 5**. Циклічною ($i,\ j$)-ю вертикальною конфігурацією випадкових помилок кратності $\tau$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називається таке розташування $\tau$ помилок, коли вони розташовані тільки в $j$-му стовпці і перша помилка зверху знаходиться в $i$-му рядку.

**Означення 6**. Циклічні ($i, j$)-та горизонтальна і ($i,\ j$)-та вертикальна конфігурації випадкових помилок кратності $\tau$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називаються узгодженими, якщо після повороту на 90° за годинниковою стрілкою $j$-го стовпця навколо ($i,\ j$)-го розряду позиції всіх $\tau$ помилок $j$-го стовпця циклічно збіжаться з позиціями всіх $\tau$ помилок $i$-го рядка.

**Означення 7**. Циклічним ($i, j$)-м горизонтальним пакетом помилок довжини $\tau_b$ $\left(\tau_b \le r/2\right)$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називається пакет помилок, в якому перша помилка розташована в $j$-му стовпці $i$-го рядка, а остання — в $\left((j-\tau_b)\bmod n\right)$-му стовпчику $i$-го рядка.

**Означення** 8. Циклічним ($i,\ j$)-м вертикальним пакетом помилок довжини $\tau_b$ $\left(\tau_b \le r/2\right)$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називається пакет помилок, в якому перша помилка розташована в $i$-му рядку $j$-го стовпця, а остання — в $\left((i+\tau_b)\bmod n\right)$-му рядку $j$-го стовпця.

**Означення** 9. Циклічні ($i, j$)-й горизонтальний пакет помилок і ($i,\ j$)-й вертикальний пакет помилок довжини $\tau_b$ $\left(\tau_b \le r/2\right)$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ називаються узгодженими, якщо після повороту на 90° за годинниковою стрілкою $j$-го стовпця навколо ($i,\ j$)-го розряду позиції всіх помилок $j$-го стовпця циклічно збіжаться з позиціями всіх помилок $i$-го рядка.

**Кодування паралельного циклічного коду**

Процес кодування паралельного циклічного $\left(n,\ k,\ \rho\right)$-коду полягає в тому, що задана інформаційна $\left(\rho \times k\right)$-матриця $I_{(\rho)}$ відображається в кодову $\left(\rho,\ n\right)$-матрицю $Z_{(\rho)}$, яка і передається по каналу зв'язку. Як і для традиційного циклічного $\left(n,\ k\right)$-коду, кодування може бути систематичним і несистематичним. При систематичному кодуванні на основі інформаційної $\left(\rho \times k\right)$-матриці $I_{(\rho)}$ обчислюється контрольна $\left(\rho \times r\right)$-матриця $R_{(\rho)}$. В результаті об'єднання $I_{(\rho)}$ і $R_{(\rho)}$ отримаємо кодову $\left(\rho,\ n\right)$-матрицю (4).

Для складеного паралельного циклічного ($n,\ k,\ \rho$)-коду матриця $R_{(\rho)}$ складається з $\rho$ контрольних слів, які формуються аналогічно, як і для традиційного циклічного $\left(n,\ k\right)$-коду. Отже, для кодування складеного паралельного циклічного ($n,\ k,\ \rho$)-коду знадобиться $\rho$ кодерів на основі одноканальної ЛПС.

Для інтегрованого паралельного циклічного ($n,\ k,\ \rho$)-коду матриця $R_{(\rho)}$ формується на основі однієї $\rho$-канальної ЛПС, тому знадобиться лише один кодер, але, складнішої структури. Для такого коду можна отримати два варіанти контрольної $\left(\rho \times r\right)$-матриці $R_{(\rho)}$, і, відповідно, два варіанти контрольної $\left(\rho \times n\right)$-матриці $Z_{(\rho)}$.

**Приклад 1**. Задані інтегрований паралельний циклічний (15, 11, 4) -код з породжувальним багаточленом $g(x) = 1 + x + x^4$ та інформаційна $\left(4 \times 11\right)$-матриця:

$$I_{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

В результаті систематичного кодування можна сформувати два варіанти контрольної матриці:

$$R'_{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ або } R''_{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Об'єднуючи матрицю (6) з однією з матриць (7), можна також отримати два варіанти кодової матриці $Z_{(4)}$.

## Декодування паралельного циклічного коду

Основні принципи декодування паралельного циклічного ($n, k, \rho$)-коду аналогічні принципам декодування традиційного циклічного $(n, k)$-коду, але тільки з використанням єдиного декодера на основі $\rho$-канальної ЛПС. Характерною властивістю паралельного циклічного коду є також і те, що один синдром помилки відповідає деякій кількості однотипних помилок. Формально цю властивість можна виразити в наступних теоремах.

**Теорема 1**. *Синдром $S_g^{i,j}(n)$ поодинокої випадкової $(i, j)$-ї помилки в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ дорівнює синдрому $S_g^{i+m, j+m}(n)$ поодинокої випадкової $(i+m, j+m)$-ї помилки в цій кодовій матриці:*

$$S_g^{i,j} = S_g^{i+m,\, j+m}(n), \quad i = 1 \div n, \;\; j = 1 \div \rho, \;\; m < \rho .$$

**Теорема 2**. *Синдром $S_g^{i,j}(n)$ $(i, j)$-ї горизонтальної конфігурації випадкових помилок кратності $\tau$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ дорівнює синдрому $S_v^{i,j}(n)$ $(i, j)$-ї вертикальної конфігурації випадкових помилок кратності $\tau$ в цій кодовій матриці, якщо вказані конфігурації помилок узгоджені:*

$$S_g^{i,j}(n) = S_v^{i,j}(n), \quad i = 1 \div n, \quad j = 1 \div \rho .$$

**Теорема 3**. *Синдром $S_{b,g}^{i}(n)$ циклічного i-го горизонтального пакета помилок довжини $\tau_b$ $(\tau_b \le r/2)$ в кодовій матриці $Z_{(\rho)err}$ дорівнює синдрому $S_{b,v}^{j}(n)$ циклічного j-го вертикального пакета помилок довжини $\tau_b$ в цій кодовій матриці, якщо обидва пакети помилок є узгодженими:*

$$S_{b,g}^{i}(n) = S_{b,v}^{j}(n), \;\; i = 1 \div n, \; j = 1 \div \rho, \tau_b < \rho .$$

## Оцінка виявляючої та коректуючої здатності паралельного циклічного коду

Можна стверджувати, що потенціальні можливості складеного паралельного циклічного ($n, k, \rho$)-коду знаходження і виправлення помилок не будуть відрізнятися від аналогічних властивостей циклічного ($n, k$)-коду, який його породив. З'являються лише додаткові проблеми, зумовлені розрізненням деяких типів помилок, детальніше про це далі.

Розглянемо тепер коректуючу здатність інтегрованого паралельного циклічного ($n, k, \rho$)-коду. Як видно з наведеного прикладу контрольна матриця такого коду містить або однакові рядки, або однакові стовпці. З одного боку, це зменшує кількість можливих синдромів помилок, а з іншого боку — спрощується процес пошуку помилок. В цьому випадку достатньо шукати помилки тільки в початковій інформаційній матриці коду. Якщо в процесі передачі даних з'являться помилки в контрольній матриці коду, вони легко виявляються порівнянням рядків та стовпців, і зробити це можна без використання багатоканальної ЛПС.

Інтегрований паралельний циклічний ($n$, $k$, $\rho$)-код зможе виправити випадкові помилки кратності $\tau$ в інформаційній матриці коду, якщо виконується нерівність

$$2^{n-k} \geq C_k^{\tau}\left(n-k\right), \tag{8}$$

де $C_k^{\tau}$ — кількість сполучень із $\tau$ по $k$.

Умова (8) характеризує лише потенціальні можливості коду, для досягнення цієї можливості на практиці необхідно, як і у випадку складеного циклічного коду, вирішити проблему розрізнення деяких видів помилок.

Розглянуті вище складений та інтегрований паралельний циклічні коди будемо надалі йменувати базовими. Відносно їх здатності виявляти та виправляти випадкові помилки і пакети помилок можно підвести такі підсумки.

1. Виявляюча здатність базових паралельних ($n$, $k$, $\rho$)-кодів достатньо висока: виявляються всі помилки, які знаходить також і циклічний ($n$, $k$)-код, що їх породив, за винятком помилок парної кратності, що розташовані по діагоналях кодової матриці.

2. Коректуюча здатність базових паралельних кодів низька. Як випливає з теорем 1—3, окремі горизонтальні та вертикальні конфігурації випадкових помилок, а також пакетів помилок мають однакові синдроми, внаслідок чого неможливо досягти гарантії виправлення навіть всіх поодиноких помилок. Однак коректуючу здатність можна легко підвищити, якщо здійснити деякі перетворення цих кодів.

Для розрізнення між собою горизонтальних конфігурацій випадкових помилок, а також горизонтальних пакетів помилок, як і в [7], введемо додатковий, $\left(\rho+1\right)$-й, канал, в якому буде передаватися горизонтальний код з перевіркою парності. Значення розряду $w_j^g$ цього коду дорівнює сумі по модулю два всіх елементів $j$-го стовпця кодової матриці $Z_{(\rho)}$:

$$w_j^g = z_{1,j} + z_{2,j} + \ldots + z_{\rho,j}\,, \quad GF(2)\,.$$

Для розрізнення між собою вертикальних конфігурацій випадкових помилок, а також вертикальних пакетів помилок введемо в кодову матрицю $Z_{(\rho)}$ додатковий, $\left(n+1\right)$-й, стовпець, в якому буде передаватися вертикальний код з перевіркою парності. Значення розряду $w_i^v$ цього коду дорівнює сумі по модулю два всіх елементів $i$-го рядка кодової матриці $Z_{(\rho)}$:

$$w_i^v = z_{i,1} + z_{i,2} + \ldots + z_{i,n}\,, \quad GF(2)\,.$$

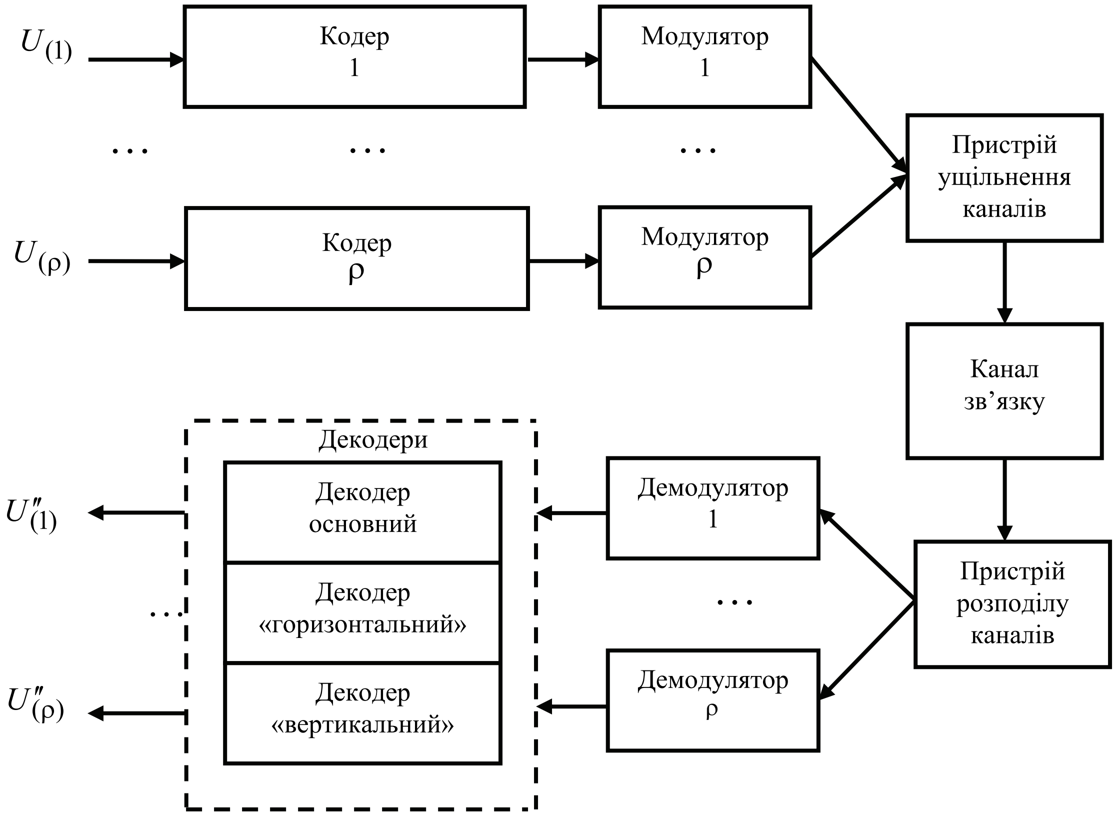
Рядок і стовпець парності будуть спочатку заповнюватися з боку передавача, а потім з боку приймача, їх відмінність буде вказувати на спотворені позиції в кодовій матриці. Спільний аналіз обчисленого синдрому помилки і порушень парності дозволить точно локалізувати випадкові помилки й пакети помилок.

Отриманий таким чином паралельний циклічний ($n$, $k$, $\rho$)-код, який будемо йменувати розширеним, має таку ж виявляючу та коректуючи здатність, як і циклічний ($n$, $k$)-код, що його породив.

Можливий ще один ефективний спосіб підвищення коректуючої здатності, для якого не потрібен додатковий канал передачі контрольних даних, але який вимагає використання трьох $\rho$-канальних декодерів: основного, «горизонтального» і «вертикального». Основний декодер служить для встановлення наявності помилки та визначення базової конфігурації помилки. «Горизонтальний» декодер використовується для уточнення номера рядка з помилкою, а «вертикальний» декодер — номера стовпця з помилкою. Оскільки декодери складеного паралельного циклічного коду можуть почати роботу одночасно і функціонувати незалежно один від одного, то доцільно організувати їх паралельну роботу.

Назвемо такий паралельний циклічний ($n$, $k$, $\rho$)-код модифікованим. Його коректуюча здатність наближається до можливостей циклічного ($n$, $k$)-коду, що його породив.

На рис. 1 показана структурна схема багатоканальної системи зв'язку для модифікованого складеного паралельного циклічного ( $n$, $k$, $\rho$ )-коду.




Структурна схема багатоканальної системи зв'язку для модифікованого складеного паралельного циклічного ( $n$, $k$, $\rho$ )-коду

**Висновки**

В роботі досліджена матрична модель помилок, що максимально враховує особливості багатоканальної системи зв'язку. Обґрунтовано вибір найпридатнішого математичного апарату для кодування і декодування в паралельних каналах — теорії багатоканальної ЛПС.

Використати циклічні коди в $\rho$-канальному зв'язку можна трьома способами:

— здійснити незалежне кодування і декодування в кожному каналі: тоді знадобиться $\rho$ звичайних кодерів і $\rho$ декодерів;

— здійснити незалежне кодування в кожному каналі і спільне декодування для всіх каналів: тоді знадобиться $\rho$ звичайних кодерів і один $\rho$-канальний декодер;

— здійснити спільне кодування і спільне декодування для всіх каналів: тоді знадобиться один $\rho$-канальний кодер і один $\rho$-канальний декодер.

В другому випадку використовується складений паралельний циклічний код, а в третьому випадку — інтегрований паралельний циклічний код.

Запропоновані базові паралельні циклічні коди вимагають мінімальні апаратні витрати і можуть бути ефективно застосовані в системах передачі зі зворотним каналом зв'язку.

Для підвищення коректуючої здатності паралельних циклічних кодів необхідно використати додаткові декодери: «горизонтальний» і «вертикальний», або з перевіркою парності.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике / К. Шеннон. — М. : изд-во иностр. лит., 1963. — 829 с.
2. Мелентьев О. Г. Теоретические аспекты передачи данных по каналам с группирующимися ошибками / под ред. В. П. Шувалова. — М. : Горячая линия-Телеком, 2007. — 232 с.
3. Габидулин Э. М. Кодирование в радиоэлектронике / Э. М. Габидулин, В. Б. Афанасьев. — М. : Радио и связь, 1986. — 176 с.

4. Rao T. R. N. Error-Control Coding for Computer Systems / T. R. N. Rao and E. Fujiware // Prentice Hall, Englewood Cliffs, — N. Y., 1989.

5. Varsamou M. A new data allocation method for parallel probe-based storage devices / M. Varsamou, T. Antonakopoulos // IEEE Transactions on Magnetics. — Vol. 44, No. 4. — Pp. 547—554, Apr. 2008.

6. Конопелько В. К. Надежное хранение информации в полупроводниковых запоминающих устройствах / В. К. Конопелько, В. В. Лосев. — М. : Радио и связь, 1986. — 240 с.

7. Hsiao M. Y. Single-Channel Error Correction in an f-Channel System / M. Y. Hsiao // IEEE Trans. On Computers. — Vol. C17. — Pp. 935—943, Oct. 1968.

8. Ahlswede R. Multi–way communication channels, / R. Ahlswede // 2nd Int. Symp. Inform. Theory, 23—52, Publishing House of the Hungarian Academy of Sciences. — Tsahkadzor, Armenian SSR, 1973.

9. Umanesan G. Parallel Decoding Cyclic Burst Error Correcting Codes / G. Umanesan, E. Fujiware // IEEE Trans. On Computers. — Vol. 54, No 1. — Pp. 87—92, Jan. 2005.

10. Гилл А. Линейные последовательностные машины / А. Гилл. — М. : Наука, 1974. — 288 с.

Рекомендована кафедрою обчислювальної техніки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 19.06.2014

***Семеренко Василь Петрович*** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри обчислювальної техніки, e-mail: vpsemerenko@mail.ru.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

**V. P. Semerenko**[1]

# Parallel cyclic codes

[1]Vinnytsia National Technical University

*The compound and integrated parallel cyclic codes for multichannel transmission systems with transferring of the different code words in different channels are presented. Methods of encoding and decoding of these codes based on multichannel linear finite-state machines are developed. The analysis of correcting capability of the parallel cyclic codes and methods of its increasing is carried out in the paper.*

**Keywords:** multichannel transmission, cyclic codes, linear finite-state machines, encoder, decoder, parallel code.

***Semerenko Vasyl P.* —** Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor**,** Assistant Professor of the Chair of Computer Engineering, e-mail: vpsemerenko@mail.ru

**В. П. Семеренко**[1]

# Параллельные циклические коды

[1]Винницкий национальный технический университет

*Предложены составные и интегрированные параллельные циклические коды для многоканальных систем связи с передачей различных кодовых сообщений в различных каналах. Разработаны методы кодирования и декодирования таких кодов на основе теории многоканальных линейных последовательностных схем. Исследована корректирующая способность параллельных циклических кодов и способы ее повышения.*

**Ключевые слова**: многоканальная связь, циклические коды, линейная последовательностная схема, кодер, декодер, параллельный код.

***Семеренко Василий Петрович*** — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры вычислительной техники, e-mail: vpsemerenko@mail.ru