

О. І. Клапоушак<sup>1</sup>  
А. П. Олійник<sup>1</sup>

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗВИТКУ ПАВОДКІВ

<sup>1</sup>Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу

*Запропоновано метод прогнозування рівня паводкових вод на основі реальних статистичних даних про рівень рік у період надзвичайних ситуацій природного характеру. Метод дозволяє виявити вагомні фактори впливу на підняття рівня води рік у період паводків чи повеней. Здійснено розрахунок адекватності запропонованої моделі.*

**Ключові слова:** паводки, прогнозування, рівень води, метод.

### Вступ

Оцінка та контроль рівня паводкових вод є актуальною науково-технічною задачею у світлі складних геокліматичних процесів, що відбуваються у країнах Європи та призводять до катастрофічних повеней (Україна 1998, 2001, 2008, 2013, 2014; Польща 2014; Словаччина 2012, 2013, 2014; Великобританія, 2013, Німеччина; 2002). Вказаною проблемою займається широкий клас науковців, при цьому вивчаються та використовуються для розв'язання прикладних задач як точні чисельні моделі фільтраційних течій [1, 2], так і емпіричні залежності [3—5], які встановлюються на основі аналізу експериментальних даних.

Проте вказані роботи не дають уяву про можливість побудови експрес-методу прогнозування розвитку паводкових явищ. В цій роботі на основі використання методів апроксимації кривих та результатів експериментальних досліджень паводкових вод пропонується спосіб математичного описання та прогнозування розвитку паводку.

*Метою роботи є розробка математичних моделей та засобів їх статичної перевірки для контролю, прогнозування та попередження виникнення паводкових явищ.*

### Математичний апарат моделювання паводкових вод

Для будь-якого паводку характерними є період розвитку та період його критичної (максимальної) інтенсивності, а також період спаду. У [6] розглянуті функції, які дозволяють математично змоделювати паводкові процеси, проте ці функції містять низку недоліків, а саме: не можна змінювати та підбирати вид функції згідно з певними результатами експериментальних досліджень та аналізом статичних даних про паводки, а також не дозволяють вводити багато параметрів, від яких залежить рівень підняття паводкових вод.

Тому пропонується таке співвідношення оцінки рівня паводкових вод  $f_i$  та прогнозування їх розвитку:

$$f_i = t^{n_i} \cdot e^{-a_i t}, \quad i = 1, \dots, k, \quad (1)$$

де  $k$  — кількість досліджуваних паводків. Визначаються параметри  $x_1, x_2, \dots, x_M$ , які впливають на формування та розвиток паводку — водно-фізичні властивості ґрунтів (водопроникність, водоемність), вологість повітря, напрям і швидкість вітру тощо. Вважається, що на підставі експериментальних досліджень ці величини є відомими для кожного з паводків  $x_1^i, x_2^i, \dots, x_M^i$ . За методом [7] асоціативного аналізу для кожної з величин  $x_s$ ,  $s = 1, \dots, M$  визначається коефіцієнт контингенції і встановлюється рівень зв'язку між відповідними  $x_s$  та  $f$ . Таким чином кількість величин  $x_i$ ,  $i = 1, \dots, M$ , які впливають на  $f$ , скорочується, і в подальшому розглядаються лише ті  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, M_0$ ,  $M_0 \leq M$ , які впливають на процес. Вказані результати дозволяють оптимізувати

процедуру експериментальних досліджень — скорочується кількість параметрів  $x_j, j=1, \dots, M_0$ , для яких необхідно розробити методи експериментальної оцінки та контролю. Під час вивчення можливості паводку в певному регіоні визначаються значення  $x_j^p, j=1, \dots, M_0$ , після чого використовується формула (1) та визначені для паводків  $f_i$  параметри  $x_j, j=1, \dots, M_0$ , які впливають на значення  $f_i$ . Для отримання значень  $x_j^p$  необхідно визначити скільки дослідів потрібно провести для визначення цих величин з достатнім ступенем надійності. Очевидно, що розглядаючи  $x_j^p$ , необхідно реалізувати  $n$  експериментів для їх визначення. Якщо результат такого експерименту розглядати як певну випадкову величину  $\xi_0$ , з однаковими математичним сподіванням  $M\xi_i = a$  та дисперсією  $D\xi_i = D$ , то для досягнення задовільного з погляду надійності результатів можна провести  $n$  дослідів, при цьому [9]

$$M\left(\sum_{i=1}^n \xi_i\right) = a, \quad D\left(\sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \sum_{i=1}^n D\xi_i \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{D}{n}. \quad (2)$$

З використанням залежності (3), можна визначити таке значення  $n$ , за якого розсіювання набуває задовільних з погляду прогнозу явищ значень.

Знаходиться величина

$$\arg \min_i \left\{ \sum (x_j^i - x_j^p)^2 \right\} = j^*, \quad (3)$$

з метою отримання точнішого прогнозу знаходимо величини  $j_s^*, s=1, \dots, N_0, N_0 (N_0 = 2)$ , які є найближчими до  $j^*$ . Вибираються ті формули (1), які відповідають знайденим  $j_s^*$ . Використовуючи відповідні залежності  $f_i$  (1), знайдені для  $j_s^*$  (в найпростішому варіанті  $j_s^*$  є єдиним і  $j_s^* = j^*$ , знайденим за (3)), з використанням відповідних графіків вибираємо можливий рівень паводку та його інтенсивність [6, 7].

Схема оцінки рівня та тривалості паводку оцінюється, наприклад, за графіком (рис. 1). Оскільки значення  $f_i$  визначається за даними експериментальних спостережень, попередньо проводиться аналіз базових точок  $(x_i, f_i)$ . Масив значень  $\{f_i\}$  обробляється за методом Д. Хімельблау для відкидання аномальних значень, тобто, значень, які різко відрізняються від типових. З цією метою значення  $\{f_i\}$  обробляються за схемою [10]:

— знаходиться середнє значення  $\bar{f} = \frac{1}{n} \sum f_i$ ;

— знаходиться  $\Delta \max = \max_i \left| f_{\max} - \bar{f} \right|$ ,

де  $f_{\max}$  — аномальне значення  $f_i$  у виборці;

— перевіряється виконання нерівності

$$|\Delta \max| \geq c \cdot S_x, \quad (4)$$

де  $C$  — стала, яку обчислюють через критерій Ст'юдента  $t$  з рівняння

$$\left| \frac{N \cdot C^2 (f + f_0 - 1)}{f \left( f + f_0 - \frac{N \cdot C^2}{f} \right)} \right|^{0,5} = (t_{q=0,05}^f)^{f_0+f},$$

де  $N$  — кількість значень, що залишаються після відкидання аномального;  $f = N - 1$  — число ступенів свободи;  $f_0$  — число додаткових ступенів свободи ( $f_0 = 0$ );  $q$  — рівень значимості сво-

боди, що характеризує ступінь ймовірності, береться рівним 0,05. Середньоквадратичне відхилення за вибіркою, що залишилась після відкидання аномального значення  $S_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$ .

Якщо критерій (4) виконується, то відповідне значення  $f_{i \max}$  відкидається (рис.).

Здійснювалась перевірка значимості запропонованої прогностичної математичної моделі регресії з використанням  $F$ -критерію Фішера, розрахункове значення якого знаходиться як відношення дисперсії вихідного ряду досліджуваного показника і оцінки дисперсії до кінцевої послідовності цієї моделі:

$$F = \frac{r_{Y_i, y_i}^2}{1 - r_{Y_i, y_i}^2} \cdot \frac{N - m - 1}{m}, \quad (5)$$

де  $m$  — кількість досліджуваних змінних;  $r_{Y_i, y_i}^2$  — коефіцієнт детермінації;  $N$  — кількість статистичних даних.

Отримані розрахункові значення  $F$  також перевіряються з табличними  $F_{tabl}$  (таблиця розподілу Фішера), згідно з заданими рівнем значимості  $\alpha$  (0,05) і ступенями свободи  $k_1 = (m)$  та  $k_2 = (N - m - 1)$ . Якщо  $N = 7$ , то  $F_{tabl}$  дорівнює 6,61, а якщо  $N = 8$ , то — 5,99. Отримані дані наведені у таблиці.

Якщо розрахункові значення  $F$  є більшими за табличні, то отримані значення є значимі [8].

#### Розрахункові значення $F$ -критерію Фішера

Метеорологічні станції		
Яремча	Коломия	Чернівці
$F$	$F$	$F$
4,2383	9,0590	16,569

Аналізуючи дані таблиці, можна зробити висновок, що отримані розрахункові значення  $F$ -критерію Фішера для ріки Прут є значимими стосовно метеорологічних станцій «Коломия» та «Чернівці». Це підтверджує той факт, що запропонована прогностична математична модель описує реальні паводкові процеси, що мали місце у минулому, а також дозволить їх попередити у майбутньому.

Щодо метеорологічної станції «Яремча» (р. Прут), то значення  $F$ -критерію Фішера є незначимими, оскільки під час контролю та прогнозування рівня паводкових вод значну роль відіграють як метеорологічні фактори так і морфометричні характеристики річок та їх басейнів, а також людські чинники (агротехнічні та меліоративні заходи), внаслідок чого в цьому випадку, метод не дозволяє детально описати паводкові процеси.

#### Висновки

Запропоновано метод оцінки рівня та прогнозування паводкових явищ. Напрямок подальших досліджень може бути пов'язаний з розробкою апаратних засобів для визначення параметрів  $x_i$ , які впливають на процес формування паводку.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Олійник А. П. Математическое моделирование нестационарной фильтрации с целью оценки физико-механических свойств грунтов в зоне трубопровода / А. П. Олійник, М. В. Панчук // Методы и средства технической диагностики: XI Межвузовская школа-семинар : сб. матер. — Ивано-Франковск, 1992. — С. 137—140.
2. Олійник А. П. Дослідження впливу параметрів релаксації на збіжність чисельного методу послідовної верхньої релаксації для задачі Діріхле / А. П. Олійник, Л. О. Штаєр // Карпатські математичні публікації. — 2012. — Т. 4, № 2. — С. 289—296.

3. Маслова Т. В. Оцінювання зволоженості гірських водозборів при математичному моделюванні дощових паводків / Т. В. Маслова, М. М. Сусідко // Гідрологія, гідрохімія, гідроекологія : 3 Всеукраїнська наукова конференція, 15—17 листопада 2006 // Наук. праці УкрНДГМІ. — Київ, 2006. — Вип. 256. — С. 233—238.
4. Соседко М. Н. Особенности применения математической модели формирования дождевого стока для расчёта паводков в горной местности / М. Н. Соседко // Тр. УкрНИГМИ. — М. : Гидрометеоиздат, 1980. — Вып. 181. — С. 59—73.
5. Леонтьев Н. С. Основы теории фильтрации : учеб. пос. / Н. С. Леонтьев. — М. : изд-во прикладных исследований при механико-математическом факультете МГУ, 2009. — 88 с.
6. Zamikhovskii L. M. The flood process mathematical modelling an their prediction methods based on static data / Zamikhovskii L. M., Oliinyk A. P., Klapoushchak O. I., Shtaiyer L. O. // Life Science Journal. — 2014. — № 11(8s). — Pp. 47—477. — ISSN: 1097-8135 (Print) / ISSN: 2372-613X (Online); Impact Factor 2012: 0.165
7. Клапоушак О. І. Методика побудови апроксимуючих кривих для оцінки і прогнозування рівня паводкових вод / О. І. Клапоушак // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. — Харьков : Технологический центр, 2014. — № 2/4 (68) — С. 50—54. — ISSN: 1729-3774
8. Ивахненко А. Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей / А. Г. Ивахненко, Й. А. Мюллер — К. : Техника, 1985. — Берлин : ФЭБ Ферлаг Техник, 1984. — 223 с.
9. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. — М. : Наука, Физматгиз, 1962. — 564 с.
10. Дорошенко В. М. Основи наукових досліджень / В. М. Дорошенко. — Івано-Франківськ : Факел, 1993. — 128 с.

Рекомендована кафедрою моделювання та моніторингу складних систем ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 13.10.2014

**Клапоушак Оксана Ігорівна** — аспірантка, асистент кафедри комп'ютерних технологій у системах управління та автоматики, e-mail: oksana\_kl@meta.ua;

**Олійник Андрій Петрович** — д-р техн. наук, проф., завідувач кафедри математичного моделювання в інженерії.

Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу, Івано-Франківськ

**O. I. Klapoushchak<sup>1</sup>**  
**A. P. Oliinyk<sup>1</sup>**

## Mathematical modelling process of floods

<sup>1</sup>Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas

*The method of predicting the level of flood water based on earlier (real) statistical data on the level of rivers during natural emergencies is offered in the paper. The technique also reveals significant impacts on raising the level of water in rivers during floods or flooding. The calculation of adequacy of the offered model is carried out.*

**Keywords:** floods, forecasting, water level, method.

**Klapoushchak Oksana I.** — Post-Graduate Student, Assistant of the Chair of Computer Technologies in Automatics and Control Systems, e-mail: oksana\_kl@meta.ua;

**Oliinyk Andrii P.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Mathematical Modeling in Engineering.

**О. И. Клапоушак<sup>1</sup>**  
**А. П. Олійник<sup>1</sup>**

## Математическое моделирование процесса развития паводков

<sup>1</sup>Ивано-Франковский национальный технический университет нефти и газа

*Предложен метод прогнозирования уровня паводковых вод на основе реальных статистических данных об уровне рек в период чрезвычайных ситуаций естественного характера. Метод позволяет выявить весомые факторы влияния на повышение уровня воды рек в период паводков или наводнений. Осуществлен расчет адекватности предложенной модели.*

**Ключевые слова:** паводки, прогнозирования, уровень воды, методика.

**Клапоушак Оксана Игоревна** — аспирант, ассистент кафедры компьютерных технологий в системах управления и автоматики, e-mail: oksana\_kl@meta.ua;

**Олійник Андрей Петрович** — д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой математического моделирования в инженерии