

## СУЧАСНІ ТЕНДЕНЦІЇ РОЗВ'ЯЗКУ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ГЕОТЕХНІКИ

Вінницький національний технічний університет

### Анотація

*У роботі розглянуто сучасні підходи до розв'язку нелінійних задач геотехніки, зумовлених складною природою ґрунтових середовищ та багатофакторністю їх механічної поведінки. Показано, що розвиток пружно-пластичних моделей та впровадження числових методів, зокрема методу скінченних елементів і методу граничних елементів, дозволив суттєво розширити можливості аналізу напружено-деформованого стану ґрунтових основ.*

*Особливу увагу приділено застосуванню числового моделювання для дослідження системи «ґрунтова основа – фундамент», з урахуванням нелінійних залежностей між напруженнями та деформаціями, а також явищ дилатансії та контрактансії. Розглянуто поведінку буронабивної палі в складних інженерно-геологічних умовах із використанням пружно-пластичної моделі.*

*Встановлено, що використання методу граничних елементів, заснованого на теорії інтегральних рівнянь, у поєднанні з сучасними обчислювальними засобами забезпечує підвищення точності, надійності та економічної ефективності інженерних рішень.*

**Ключові слова:** геотехніка, нелінійні задачі, ґрунтова основа, пружно-пластична модель, метод граничних елементів, числове моделювання, напружено-деформований стан.

### Abstract

The study addresses modern approaches to solving nonlinear geotechnical problems caused by the complex nature of soil media and the multifactorial aspects of their mechanical behavior. It is shown that the development of elastoplastic models and the implementation of numerical methods, in particular the finite element method and the boundary element method, have significantly expanded the possibilities for analyzing the stress-strain state of soil foundations.

Special attention is given to the use of numerical modeling for investigating the “soil–foundation” system, taking into account nonlinear relationships between stresses and strains, as well as phenomena of dilatancy and contractancy. The behavior of a bored pile in complex engineering and geological conditions is analyzed using an elastoplastic model.

It is established that the application of the boundary element method, based on the theory of integral equations, combined with modern computational tools, ensures improved accuracy, reliability, and economic efficiency of engineering solutions.

**Keywords:** geotechnics, nonlinear problems, soil foundation, elastoplastic model, boundary element method, numerical modeling, stress-strain state.

### Вступ

Для підняття ефективності і якості будівництва необхідне вірне використання будівельних властивостей ґрунтової основи будівель і споруд. Перерозподіл зусиль, коли навантаження передається на фундамент без врахування впливу перерозподілу навантажень під впливом піддатливості основи не дає дійсної картини. Існує більш економічна схема сумісного розрахунку – коли фундамент і основа розглядаються як одне ціле. Для розв'язку цієї проблеми потрібно підняти точність розрахунку осідань.

К. Терцагі (1930р.) заклав основи сучасної механіки ґрунтів. Та містобудівання та промисловість потребують більш точних моделей для розрахунку і компоновки прогнозу все більш складних інженерно-геологічних умов відповідальних споруд із значними навантаженнями і підвищеною чутливістю до нерівномірних осідань. Проблема моделі ґрунтової основи, що забезпечує достатню відповідність між результатами розрахунку і дійсністю потребує уточнення. Нормативні принципи проектування основ, виходячи з величин осідань гранично допустимих з точки зору експлуатаційної придатності і надійності споруд потребують підвищення точності розрахунку.

К. Терцагі та Н. Герсіванов попереджали, що метод розрахунку осідань в класичній механіці ґрунтів дозволяє оцінити лише їх порядок, і саме з цього має виходити інженер при проектуванні.

Використання в якості розрахункового тиску граничної величини, що відповідає кінцю лінійної ділянки експериментального графіка осідань, приводить до неекономічних рішень. За рамками класичної механіки ґрунтів залишилась важлива область дослідження зсувних деформацій.

Складність властивостей ґрунтів та множина факторів, що впливають на їх механічну поведінку, довго були бар'єром, перед яким були безсилі математичні методи механіки суцільних середовищ. Та поява пружнопластичної моделі розрахунку, сучасних числових МСЕ, МГЕ в значній мірі ліквідували цей бар'єр [1].

Використання пружнопластичних моделей за допомогою high-performance computing (HPC) systems дозволяють алгебразувати формулювання більшості задач механіки ґрунтів, які потребують урахування великого числа визначальних факторів, багато з яких є нелінійними.

Особливості і основні риси протікання деформативних процесів в складних ґрунтових умовах знайшли відображення в розрахунку нелінійної задачі механіки ґрунтів за числовим МГЕ, розглянуто поведінку буронабивної палі довжиною та розмірами поперечного перетину Паля влаштувалась за буронабивною технологією.

Особливістю моделі є можливість відтворення нелінійної залежності деформацій від наружень при об'ємному та зсувному деформуванні, а також процесів дискретного ґрунтового середовища (дилатансії та контрактансії).

В роботі використано пружно-пластичну модель для описання послідовності процесу нелінійного моделювання системи "ґрунтова основа – фундамент". Можливість забезпечення надійного та економічного вирішення задачі дає аналіз системи "ґрунтова основа – фундамент", який здійснено засобами числового моделювання з залученням методу граничних елементів (МГЕ).

Основою МГЕ є теорія інтегральних рівнянь. Інтегральне рівняння теорії потенціалу отримав Георг Грін. МГЕ був суттєво розвинений Фредгольмом, В. Д. Купрадзе, І.Г. Бубновим, які доказали існування рішення за допомогою граничної дискретизації.

HPC systems дають можливість розв'язку інженерних задач, які потребують збереження великого числового матеріалу і проведення значного об'єму розрахунків.

Ще на початку 1960 р. в Саутхемптонському університеті група дослідників працювала над прикладанням інтегральних рівнянь до розв'язку задач про напружено-деформований стан (НДС). В 1970 р. К. Бреббія досліджував зв'язок різних наближених методів, в 1978 р. вийшла книга [2], яка була розширена включенням часових і нелінійних задач.

Основними положеннями МГЕ є розв'язок диференціальних рівнянь еліптичного, параболічного, гіперболічного типу. Так, нехай еліптичне рівняння подано у вигляді оператора Z:

$$Z(u) = b \quad \text{в області } \Omega \quad (1)$$

де Z – перелік операцій над функцією u, в результаті яких отримується функція b;

Z – диференціальний оператор II чи IV порядку.

$$u = \sum_{k=1}^n a_k \cdot \varphi_k + a_0 \quad \text{– наближене рішення,} \quad (2)$$

$$R = z(u) - b \neq 0 \quad \text{– функція нев'язок.} \quad (3)$$

Наступна задача – зробити так, щоб різниця між пробною функцією і точним рішенням була якомога малою. Це зроблено за допомогою методу зважених нев'язок. Застосовуючи функцію W (фундаментальне рішення) можна зробити усередження по області  $\Omega$ .

$$(R, W) = \int_R^W R \cdot W d\Omega = 0. \quad (4)$$

При цьому W називають ваговою чи фундаментальною функцією. В якості вагової функції при розрахунку фундаментів взято фундаментальні рішення Р. Міндліна для півплощини.

Таким чином, суть МГЕ – перетворення диференціальних рівнянь в частинних похідних в інтегральне рівняння, що визначає лише граничні значення, а потім пошук числового рішення цього рівняння [1].

Поведінка системи “бурова паля – основа” в роботі вивчалась з урахуванням зміни властивостей її елементів, локальних складових – вхідних параметрів системи (в моделі їх 28). Вісім з них – це фізико – механічні характеристики ґрунту:  $E$  – модуль деформацій;  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона;  $\rho$  – щільність ґрунту;  $\rho^{\min}$ ,  $\rho^{\max}$  – мінімальна, максимальна щільність ґрунту;  $C$  – счеплення;  $\varphi$  – кут внутрішнього тертя;  $p_0$  – величина напружень на октаедричні площині, коли ґрунт працює як суцільне середовище. Інші 20 вхідних параметрів описують геометрію палі і форму дискретизації активної зони основи.

Багатошаровість структури ґрунтової основи, яка визначається генезисом відкладень, враховувалась середньозваженими характеристиками ґрунтів. В різниці від конструктивних матеріалів, міцність і деформативність дискретного середовища ґрунту характеризується не мінімальними, а усередненими значеннями міцнісних характеристик. Деформації і міцність дисперсних основ є результатом прояви осереднених властивостей ґрунту в деякій області. Тому випадкові, деколи можуть бути навіть значні, відхилення властивостей ґрунту в окремих точках не визначають поведінку масива в цілому завдяки розподільчим властивостям ґрунтів.

ґрунти, як відомо, навіть при незначних тисках отримують незворотні пружно-пластичні деформації, які залежать від історії навантаження. При таких передумовах поведінка ґрунту описується диференціальними рівняннями в частинних похідних. Для числового рішення цієї нелінійної задачі в роботі інтегральний синтез рівнянь рівноваги, геометричних, фізичних – залучено метод граничних елементів (МГЕ). К. Бреббія на основі методу зважених нев’язок отримано фундаментальне рівняння рівноваги в інтегралах, яке в свою чергу встановлює зв’язок між зусиллями та переміщеннями на границі палі [2]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{ij}(\xi) u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x), \quad (5)$$

де зліва в позначеннях Ейнштейна записано:  $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  – статичні рівняння рівноваги;  $\varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i})$  – геометричні рівняння;  $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \cdot \varepsilon_{kl}$  – фізичні;  $u_{ij}^*$ ,  $p_{ij}^*$  – базисні функції, що відповідають полю вагових функцій, які задовольняють рівнянню рівноваги Лапласа в області  $\Omega$ . Як вагові функції в роботі прийнято фундаментальні рішення Р. Міндліна для переміщень “ $u$ ” та напружень “ $q$ ” півплощини від дії одиничної сили  $P = 1$  [3].

Переведення крайової задачі із системи з 15-ти диференційних розрахункових рівнянь до інтегрального рівняння при розгляді нелінійної задачі механіки ґрунтів має вигляд (граничне рівняння рівноваги МГЕ):

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega, \quad (6)$$

де,  $u$  – заданий вектор переміщень на контактні границі фундаментної конструкції;  $p$  – шуканий вектор напружень на границі;  $u^*$ ,  $p^*$ ,  $\dot{\sigma}^*$  – ядра граничного рівняння [2] чи функції впливу МГЕ, це двоточкові функції (функція яка оперує на двох аргументах або двоточковий формат (colon syntax)), їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля півпростору в напрямку « $i$ » (точка нагляду) від сили  $P = 1$ , прикладеної в « $j$ » –му напрямку (джерелі) – прийнято рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ( $P=1$ ) в півпросторі.

Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище. Саме вони обертають в нуль інтеграл по області і тим самим зводять задачу лише до визначення граничних функцій, понижуючи порядок задачі на одиницю. В свою чергу  $c_{ij}$  – постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з’являється при переводі крайової задачі до інтегрального рівняння (1) для отримання єдиного рішення; інтеграл по області  $\Omega$  в (1) включає вектор пластичних деформацій основи  $\varepsilon_p$ .  $\Gamma$ ,  $\xi$ ,  $x$ ,  $\Omega$  – відповідно гранична поверхня фундаментної конструкції, – точка збурення, – точка нагляду, – та границя трикутних осередків активної зони ґрунту [1, 2, 3].

Для числової реалізації (1), (2) дискретизувалась лише поверхня контакту фундаменту і ґрунту, оскільки рішення Р. Міндліна, які слугують ваговими функціями в числовому методі граничних елементів, автоматично задовільняють граничним умовам на вільній від напружень поверхні півпростору. Границя «Г» розбивалась на ряд граничних лінійних елементів, очікувана активна зона деформацій навколопального ґрунту дискретизувалась трикутними осередками (див. рисунок).

Рівняння (2) записувалось в дискретній формі для кожного вузла  $\xi$  границі  $\Gamma$  та кожного трикутного осередка, в результаті отримувалось матричне співвідношення:

$$H\dot{U} = G\dot{P} + D\dot{\varepsilon}^p, \quad D = \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \Phi^T d\Omega \quad (7, 8)$$

де  $H, G$  - матриці, визначались по (3,4). Матриці відповідають інтеграли, які включають непружні деформації. Інтеграли по кожному граничному елементу обраховувались по схемах числового інтегрування двовимірних квадратур Гауса:

$$\hat{H}_{ij} = \int_{\hat{A}_j} q^* d\hat{A} = J \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (p^*)_k w_i w_j, \quad H_{ij} = \begin{cases} \hat{H}_{ij}, i \neq j \\ \hat{H}_{ij} + C_i, i = j; \end{cases} \quad (9,10)$$

$$G_{ij} = \int_{\hat{\Gamma}_j} u^* d\hat{\Gamma} = J \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (u^*)_k w_i w_j \quad (11)$$

де  $w_i, w_j$  – вагові коефіцієнти при числовому інтегруванні;  $J$  – якобіан переходу від місцевої до глобальної системи координат, для лінійного граничного елемента  $J=1/2$ .

Обчислення інтегралів у межах внутрішніх осередків ґрунту  $\Omega$  розраховувались по схемі піваналітичного інтегрування, запропонованого Ж. Теллесом, К. Бреббія з використанням формули Хаммера [2]:

$$\int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \Phi^T d\Omega = \sum_{k=1}^K (\dot{\sigma}^* \Phi^T)_k W_k J_k, \quad (12)$$

де  $J_k$  – якобіан перетворення системи координат;  $W_k$  – вагові коефіцієнти методу Хаммера.

Запропонована математична модель враховує дисипативні ефекти ґрунту – дилатансію та контрактансію, тобто об'ємну деформацію, спричинену девіаторною складовою тензора деформацій (зсувом). За визначенням Рейнера, дилатансія є явищем чисто кінематичним.

Вперше ефект дилатансії, тобто зміни об'єму ґрунту під час зсуву, був відзначений О. Рейнольдсом у 1885 р. Він описав переупаковку жорстких частинок та зміну пористості системи тріщин. Дилатансія, як чисто кінематичне явище, зумовлює нелінійний характер параметрів напружено-деформованого стану основ.

Метою врахування дисипативних ефектів ґрунту було введення до моделі, окрім рівняння рівноваги, ще двох додаткових співвідношень:

а) критерій переходу до граничного стану – умова текучості Мізеса–Шлейхера–Боткіна (10);

б) залежність між напруженнями та швидкостями деформацій у пластичному стані – неасоційований закон пластичної течії (9).

Запропонована модель на кожному кроці навантаження враховує зміну НДС основи, поверхню текучості, шлях навантаження, історію деформування, дилатансію і контрактансію ґрунту. Взаємозв'язок між швидкостями пластичних деформацій і напруженнями при роботі ґрунту в нелінійній стадії описувався згідно неасоційованого закону пластичної течії:

$$d\varepsilon_j^p = d\lambda \frac{dF}{d\sigma_j}, \quad F \neq f, \quad (13)$$

де  $F$  – пластичний потенціал, функція історії деформування;  $f$  – критерій переходу до пластичного стану;  $d\lambda$  – скалярний коефіцієнт простого навантаження, знаходиться в ході рішення пластичної задачі.

Поверхня текучості  $f$  для описання нелінійних властивостей ґрунтів дає співвідношення між  $\sigma_m$  (I інваріант тензора напружень) та  $T$  (II інваріант девіатора напружень) на октаедричній площині і разом з рівняннями рівноваги забезпечує кількість рівнянь і кількість невідомих для замикання моделі:

$$\begin{cases} f = T + \sigma_m \cdot tg \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m \leq P_0 \\ f = T + P_0 \cdot tg \psi - \tau_s & \text{при } \sigma_m > P_0 \end{cases} \quad (14)$$

де  $f$  – умова текучості;  $\sigma_m$  – гідростатичний тиск;  $T$  – інтенсивність девіатора напруг;  $\psi$  – кут внутрішнього тертя та зчеплення на октаедричній площині;  $\tau_s$  – параметр на октаедричній площині, аналогічний зчепленню;  $P_0$  – параметр ґрунтового середовища, характеризує перехід від конуса до циліндра.

Нелінійне деформування ґрунту при досягненні граничного стану обумовлюється розвитком пластичних зсувних деформацій та об'ємних незворотних деформацій, що виникають унаслідок дилатансії.

Сумарні деформації в моделі знаходились:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \quad (15)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p + d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^p \quad (16)$$

де  $\varepsilon_{ij}$  – повний тензор деформацій, величина якого залежить від попередньої історії навантаження ґрунту;  $\varepsilon_{ij}^e$ ,  $\varepsilon_{ij}^p$  – пружні та пластичні деформації ґрунту до кроку, що розглядається;  $d\varepsilon_{ij}^p$  – приріст пластичних деформацій на текучому кроці навантаження;  $d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p$ ,  $d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^p$  – приріст сферичної та девіаторної частини тензора деформацій.

Деформування ґрунту в нелінійній стадії проведено згідно дилатансійної умови В.Н. Ніколаєвського, І.П. Бойка [4]. Для корегування неспіввісності  $T_\sigma$  та  $T_\varepsilon$  при роботі ґрунту в пластичній стадії використано дилатансійну умову В.Н. Ніколаєвського, І.П. Бойка [4]:

$$d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p = \Lambda(\chi) \cdot d\gamma^p \quad (17)$$

де  $d\varepsilon_{ij(\text{шар})}^p$  – скалярний еквівалент приросту непружних об'ємних деформацій (сферичної частини тензора деформацій);  $d\gamma^p$  – скалярний еквівалент приросту деформацій зсуву;  $\Lambda(\chi)$  – швидкість (коефіцієнт) дилатансії:

$$\Lambda = d\varepsilon_v / d\gamma \quad (18)$$

У використаній моделі швидкість дилатансії  $\Lambda$  визначалась згідно з дилатансійною теорією В.М. Ніколаєвського, І.П. Бойка [3, 4, 5, 6].

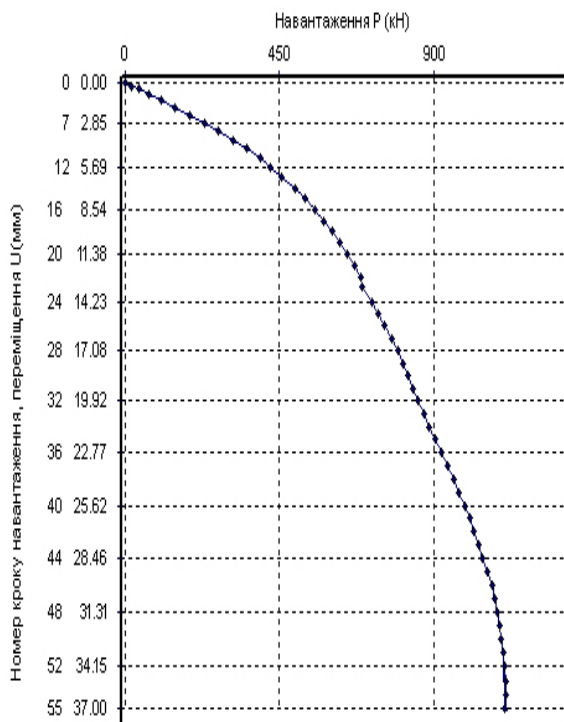
Приріст пластичних деформацій від девіатора напружень:

$$d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^p = D_{ij} d\lambda \quad (19)$$

де  $D_{ij}$  – девіатор напружень;  $d\lambda$  – коефіцієнт пропорційності;  $d\gamma^p$  – скалярний еквівалент приросту зсувної пластичної деформації на октаедричній площині;  $d\varepsilon_{ij(\text{дев})}^p$  – приріст непружних змін об'єму, що супутні зсуву;  $\Lambda$  – швидкість дилатансії: для надійного та економного геотехнічного проектування висотних будівель необхідна достовірна інформація про фізико-механічні властивості порід.

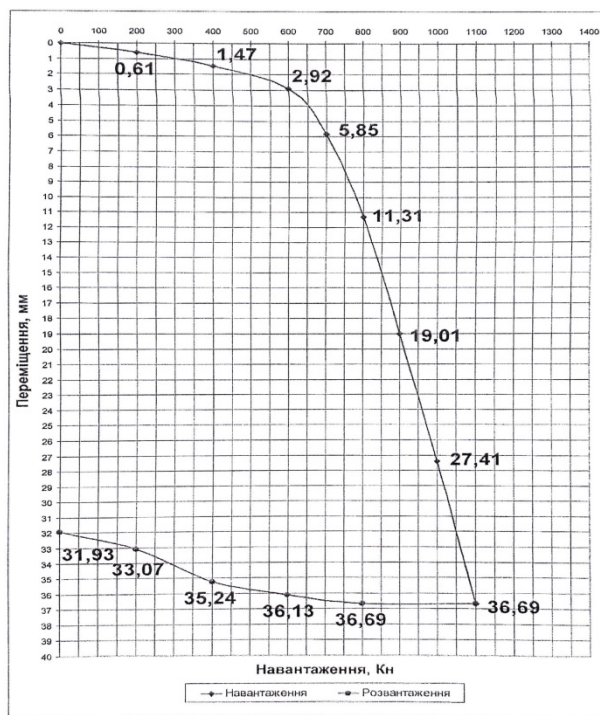
Заміна геологічних характеристик багатофазового ґрунтового середовища на показники еквівалентного квазіоднорідного середовища є ефективним прийомом при проведенні чисельних розрахунків, оскільки дозволяє суттєво спростити математичну модель, зберігаючи при цьому

адекватність відображення механічної поведінки ґрунту. У межах запропонованої моделі проведено детальний аналіз напружено-деформованого стану (НДС) буронабивної палі (рисунок –а), що включав оцінку розподілу нормальних та зсувних напружень, а також об’ємних і зсувних деформацій уздовж палі. Для перевірки точності моделі результати чисельного аналізу були порівняні з експериментальними даними, отриманими на будівельному майданчику в м. Вінниці по вул. Немирівське шосе (рисунок – b), що дозволило підтвердити практичну придатність запропонованого підходу та його можливість для прогнозування поведінки буронабивних паль у реальних умовах будівництва.



→ Графік залежності навантаження-осідання.

A)



B)

Рисунок – графіки навантаження та переміщення:

A - результати моделювання за числовим МГЕ; B - результати експериментальних досліджень

### Висновки

Проведене числове моделювання із застосуванням запропонованої математичної моделі на основі методу граничних елементів (МГЕ) дозволяє з достатньою для інженерного проєктування точністю визначати напружено-деформований стан (НДС) буронабивної палі та прилеглого ґрунтового масиву. Отримані результати дають змогу ідентифікувати потенційно небезпечні зони концентрації напружень і деформацій, що є критично важливим для оцінки надійності та довговічності фундаментних конструкцій. На основі встановленого НДС ґрунтового середовища стає можливим прогнозування подальшого розвитку деформаційних процесів і поведінки системи «пала-ґрунт».

Розрахунковий підхід ґрунтується на положеннях теорії граничної рівноваги, яка дозволяє досліджувати граничні стани та умови втрати стійкості ґрунтової основи. Застосування МГЕ як сучасного та ефективного чисельного методу відкриває нові можливості для розв’язання краєвих задач геомеханіки, забезпечуючи високу точність при зменшенні обчислювальних витрат.

Використання у прогнозних розрахунках сучасних дилатансійних пружно-пластичних моделей ґрунту дозволяє вже на стадії проєктування виконувати варіативний аналіз вхідних параметрів, обґрунтовувати найбільш раціональні та економічно ефективні інженерні рішення, а також отримувати достовірну картину взаємодії фундаменту з ґрунтовою основою під дією навантажень від сучасних висотних будівель. Це, у свою чергу, сприяє підвищенню надійності проєктованих конструкцій і зменшенню ризиків їх експлуатації.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Моргун А. С. Теорія пластичної течії в механіці ґрунтів // А. С. Моргун. – Вінниця : ВНТУ. – 2013 – 108с.
2. Brebbia K. Applications of MGE in engineering // K. Brebbia, S. Walker. -1982.
3. Моргун А. С. Застосування МГЕ у розрахунках паль в пластичному середовищі ґрунту. Вінниця: Універсум–Вінниця, 2001. – 64 с.
4. Бойко І. П. Теоретичні основи проектування пальових фундаментів на пружньо-пластичні основи / І. П. Бойко // Основи та фундаменти. – К. : Будівельник, 1985. № 18. – С. 11–18.
5. Моргун А. С. Застосування МГЕ у розрахунках паль в пластичному середовищі ґрунту. Вінниця: Універсум–Вінниця, 2001. – 64 с.
6. Ніколаєвський В. Н. Дилатансія та закони незворотного деформування ґрунтів / В. Н. Ніколаєвський // Зб. Основи, фундаменти та механіка ґрунтів. - 1979. - № 5. - С. 29-31.
7. Зоценко М.Л., Яковлев А.В. Приклади розрахунку основ і фундаментів сільських будівель і споруд./ Київ. НМК ВО . 1982.
8. Бреббія К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методи граничних елементів. 1987. – 523 с.
9. Venerji P., Butterfield R. Boundary element methods in applied sciences. 1984 , 492 с.

**Колесник Андрій Вікторович** – аспірант кафедри будівництва, міського господарства та архітектури; Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [andrey.engineer@gmail.com](mailto:andrey.engineer@gmail.com) ORCID:0009-0000-8001-2527.

**Алла Серафимівна Моргун** –д.т.н., професор кафедри будівництва, міського господарства та архітектури, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця  
E-mail: [morgunallaS@qmail.com](mailto:morgunallaS@qmail.com) ORCID: 0000-0002-4701-339X.

**Andrii V. Kolesnyk** – PhD student of Civil Engineering, Municipal Economy and Architecture; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia;  
e-mail: [andrey.engineer@gmail.com](mailto:andrey.engineer@gmail.com); ORCID: 0009-0000-8001-2527.

**Alla S. Morhun** – Doctor of Technical Sciences, Professor of Civil Engineering, Municipal Economy and Architecture; Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia;  
e-mail: [morgunallaS@qmail.com](mailto:morgunallaS@qmail.com); ORCID: 0000-0002-4701-339X.