

ВІСНИК

ВІННИЦЬКОГО
ПОЛІТЕХНІЧНОГО
ІНСТИТУТУ

5

2002

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ
ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ВІСНИК ВІННИЦЬКОГО ПОЛІТЕХНІЧНОГО
ІНСТИТУТУ

НАУКОВИЙ ЖУРНАЛ

Заснований у грудні 1993 року

Виходить 6 раз на рік

5 (44) — 2002

ЗМІСТ

АВТОМАТИКА ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

- Колесницький О. К., Василюк С. А.** Частотно-динамічні нейронні елементи (огляд) 5
- Юхимчук С. В., Білоус Д. А.** Визначення меж первинних параметрів електроприводу робототехнічних систем, що забезпечують його робастну стійкість 10

БУДІВНИЦТВО

- Очеретний В. П., Королькевич В. А., Дудар І. Н.** Дослідження кінетики фізико-хімічних процесів структуроутворення лужного золюкарбонатного прес-бетону в умовах сушіння 15

ЕКОНОМІКА, МЕНЕДЖМЕНТ ТА ЕКОЛОГІЯ

- Мороз О. В., Штефан Л. Б.** Закономірності динаміки енергетичної ефективності сільськогосподарського виробництва Вінницької області 19
- Мельник Т. С., Христофор О. В.** Комплексна оцінка конкурентоспроможності товарів за умов сучасного ринку 23
- Лесько О. Й.** Оцінка чисельності, соціально-демографічного складу та зайнятості інвалідів у галузях економіки 28
- Кусаїнов Х. Х.** Динаміка і фактори енергетичної ефективності сільського господарства західного Казахстану у другій половині ХХ століття 33

ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕЛЕКТРОТЕХНІКА

- Чепурний М. М., Ткаченко С. Й., Остапенко О. П.** Аналіз ефективності застосування теплонасосних установок з дизельним приводом компресора 39
- Дудко В. Б., Мокін Б. І., Розводюк М. П.** Математичні моделі емпіричних законів розподілу споживання електроенергії трамваями 42

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА КОМП'ЮТЕРНА ТЕХНІКА

- Бортник Г. Г.** Швидкодійний аналого-цифровий перетворювач підвищеної точності 47
- Дубровін В. І., Субботін С. О.** Аналіз градієнтних алгоритмів навчання багатошарових нейронних мереж 50

В. Б. Дудко; Б. І. Мокін, д. т. н., проф.; М. П. Розводюк, асп.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕМПІРИЧНИХ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ СПОЖИВАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ТРАМВАЯМИ

Постановка задачі

В роботі досліджуються трамваї типу КТ-4SU Вінницького трамвайно-тролейбусного управління.

Для аналізу використовуються усереднені статистичні дані споживання електроенергії трамваями помісячно. Ці дані зняті з лічильників, встановлених в кабінах водіїв трамваїв. Контролювання електроспоживання кожним вагоном окремо дозволяє встановити, поперше, в якому технічному стані знаходиться той чи інший вагон, по-друге, надає можливість крім економії електроенергії своєчасно попередити вихід з ладу трамвая, і, по-третє, оцінити ступінь кваліфікації водія трамвая.

Аналіз питомого споживання електроенергії трамваями зручно здійснювати в одиницях кВт/год. Це зумовлено тим, що на трамваях не встановлені лічильники для вимірювання їхнього пробігу. Однак такий аналіз буде справедливим лише з незмінною експлуатаційною швидкістю трамваїв по депо. До 2002 року середня експлуатаційна швидкість складала біля 11 км/год. З 2002 року вона збільшилася до 14,5 км/год через зменшення кількості рухомих одиниць. Але загальний місячний пробіг вагонів залишився майже на тому ж рівні, що привело до інтенсифікації роботи трамваїв. Тому в даному випадку є доцільним дослідити споживання електроенергії трамваями як за годину, так і на 1 км пробігу.

В роботі [1] встановлено, що для об'єктивності оцінок необхідно брати подвійну восьмимісячну вибірку статистичних даних, яка включає лише по одному періоду весна/осінь. Тому сформуємо вибірку, яка містить в собі середні значення споживання електроенергії трамваями з 1 лютого по 30 вересня 1999 року, з 1 червня 2000 року по 31 січня 2001 року.

Метою роботи є здійснення статистичного аналізу та побудова математичних моделей емпіричних законів розподілу електроспоживання трамваями.

Побудова математичної моделі споживання електроенергії трамваями за годину

Позначимо через Z випадкову величину середнього споживання електроенергії трамваями за годину з конкретними значеннями z .

Величина Z за вищевказані періоди набула такі значення:

$$z = \{45,52; 47,70; 41,48; 39,99; 36,91; 35,46; 34,78; 33,95; 33,74; 33,76; 33,06; 33,43; 34,37; 36,48; 33,42; 38,06\}. \quad (1)$$

В послідовності (1) знаходимо мінімальне z_{\min} і максимальне z_{\max} значення:

$$z_{\min} = 33,06; \quad z_{\max} = 47,70. \quad (2)$$

Таблиця 1

З діапазону значень Z виділимо інтервали з урахуванням того, щоб мінімальне значення z_{\min} попало в перший, а максимальне z_{\max} – в останній інтервали. Отримаємо варіаційний ряд вибірки електроспоживання трамваями за годину, показаний в табл. 1.

Частоту $p_{(z) i}$ попадань випадкової величини Z в кожний із шести виділених напіввідкритих інтервалів можна обчислити за формулою [2]

Варіаційний ряд вибірки (1)
електроспоживання трамваями за годину

i	Інтервали	$n_{(z) i}$	$p_{(z) i}$
1	[33 – 36)	9	0,5625
2	[36 – 39)	4	0,25
3	[39 – 42)	1	0,0625
4	[42 – 45)	0	0
5	[45 – 48)	2	0,125
Сума		16	1

$$p_{(z)i} = \frac{n_{(z)i}}{n}, \quad (3)$$

де n – сумарна кількість значень випадкової величини Z ; $n_{(z)i}$ – кількість значень Z , які попали в i -ий напіввідкритий інтервал.

По даним табл. 1 будуємо гістограму варіаційного ряду (1), яка показана на рис. 1.

Використовуючи значення Z із (1), можна знайти статистичні оцінки середнього значення m_z , дисперсії D_z та середньоквадратичного відхилення σ_z випадкової величини Z за формулами [2]

$$\begin{cases} m_z = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z, \\ D_z = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N z^2 - m_z^2, \\ \sigma_z = \sqrt{D_z}. \end{cases} \quad (4)$$

В результаті розрахунків отримано

$$m_z = 36,944; D_z = 19,88; \sigma_z = 4,459. \quad (5)$$

Аналізуючи вид гістограми (рис. 1), висувається гіпотеза про логарифмічний нормальний закон розподілу споживання електроенергії трамваїв за годину.

Для логарифмічного перетворення вибірки (1) використовуємо оператор $10 \lg z$

$$\hat{z} = 10 \lg z. \quad (6)$$

В результаті застосування операції (6) до вибірки (1), отримаємо

$$\hat{z} = \{16,582; 16,785; 16,178; 15,91; 15,671; 15,497; 15,413; 15,308; 15,281; 15,284; 15,193; 15,241; 15,362; 15,621; 15,24; 15,805\}. \quad (7)$$

Статистичні оцінки випадкової величини \hat{Z}

$$m_{\hat{z}} = 15,633; D_{\hat{z}} = 0,194; \sigma_{\hat{z}} = 0,441. \quad (8)$$

Для перевірки гіпотези про нормальний логарифмічний закон розподілу електроспоживання трамваїв за годину використовуємо χ^2 -критерій Пірсона, для якого необхідним є визначення статистики Q^2

$$Q_{(\hat{z})}^2 = \sum_{i=1}^{h_{(\hat{z})}} \frac{(n_{(\hat{z})i}^* - m_{(\hat{z})i})^2}{m_{(\hat{z})i}}, \quad (9)$$

де $h_{(\hat{z})}$ – кількість інтервалів для випадкової величини \hat{Z} з ненульовим значенням частоти попадання в ці інтервали. Для нашого випадку $h_{(\hat{z})} = 5$.

Розрахунок статистики $Q_{(\hat{z})}^2$ показано в табл. 2, в якій використано функцію нормального розподілу $\Phi(\hat{z}_i)$, взяту з роботи [2], і табл. 3.

В табл. 3 $m_{(\hat{z})i}$ – теоретична частота попадання значень \hat{Z} в кожен i -ий інтервал

$$m_{(\hat{z})i} = np_{(\hat{z})i}^*. \quad (10)$$

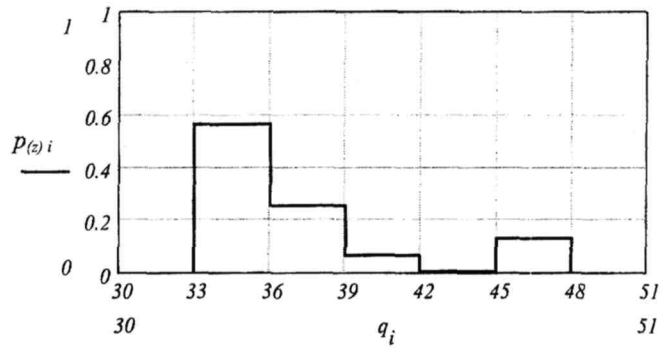


Рис. 1. Гістограма варіаційного ряду вибірки електроспоживання трамваями за годину

З табл. 3 отримуємо значення статистики $Q_{(\bar{z})}^2 = 0,8015$.

Для моделі нормального логарифмічного закону розподілу маємо кількість незалежних параметрів $r = 2$ ($m_{\bar{z}}$ і $\sigma_{\bar{z}}$). Тоді кількість степенів свободи $g_{(\bar{z})}$ статистики $Q_{(\bar{z})}^2$ обчислюється за формулою [2]

$$\begin{aligned} g_{(\bar{z})} &= h_{(\bar{z})} - r - l; \\ g_{(\bar{z})} &= 5 - 2 - l = 2. \end{aligned} \quad (11)$$

Задавшись рівнем значимості $\alpha = 0,1$ і маючи $g_{(\bar{z})} = 2$ за таблицею χ^2 -розподілу Пірсона [2] знаходимо критичну область для статистики $Q_{(\bar{z})\text{кр}}^2$

$$Q_{(\bar{z})\text{кр}}^2 > 4,605. \quad (12)$$

Оскільки розрахункове значення статистики $Q_{(\bar{z})}^2$ не попадає в критичну область (12), $Q_{(\bar{z})}^2 < Q_{(\bar{z})\text{кр}}^2$, приймаємо гіпотезу про нормальний логарифмічний розподіл споживання електроенергії трамваями за годину.

Густина імовірності випадкової величини \hat{Z} для моделі нормального закону розподілу мала б вигляд

$$f(\hat{z}) = \frac{1}{\sigma_{\bar{z}}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\hat{z}-m_{\bar{z}}}{\sigma_{\bar{z}}}\right)^2}. \quad (13)$$

Модель нормального логарифмічного закону для \hat{Z} буде справедлива в формі (13), (6) з статистичними оцінками (8).

Визначимо довірчі інтервали для параметрів (8) з довірчою імовірністю $\gamma = 0,98$. З таблиці розподілу Стюдента [2] знайдемо величину $t_\gamma = 2,60$.

По таблиці χ^2 -розподілу знайдемо дві пари чисел u_1 і u_2 , які задовольняли б умові

$$P(u_1 \leq \chi^2 \leq u_2) = \gamma \quad (14)$$

з симетричністю по імовірності

$$\begin{aligned} P(\chi^2 < u_1) &= P(\chi^2 > u_2) = \frac{1}{2}(1 - \gamma); \\ P(\chi^2 > u_1) &= \frac{1}{2}(1 + \gamma). \end{aligned} \quad (15)$$

Використовуючи таблицю χ^2 -розподілу з роботи [2], отримуємо $u_1 = 5,229$; $u_2 = 30,578$.

Точність оцінки розраховуємо за формулою [2]

$$\Delta_{(\bar{z})} = t_\gamma \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\sqrt{n}}; \quad (16)$$

$$\Delta_{(\bar{z})} = 2,60 \frac{0,491}{\sqrt{16}} = 0,31915.$$

Розрахунок частоти $p_{(\bar{z})i}^*$

\hat{z}_i	$\frac{\hat{z}_i - m_{\bar{z}}}{\sigma_{\bar{z}}}$	$\Phi\left(\frac{\hat{z}_i - m_{\bar{z}}}{\sigma_{\bar{z}}}\right)$	$p_{(\bar{z})i}^*$
$-\infty$	$-\infty$	0	
15,3	-0,71	0,23885	0,23885
15,6	-0,10	0,46017	0,22132
15,9	0,51	0,69497	0,23480
16,2	1,12	0,86864	0,17367
∞	∞	1	0,13136
Сума	-	-	1

Таблиця 3

Розрахунок статистики $Q_{(\bar{z})}^2$

Інтервали	$n_{(\bar{z})i}^*$	$p_{(\bar{z})i}^*$	$m_{(\bar{z})i}$	$\frac{(n_{(\bar{z})i}^* - m_{(\bar{z})i})^2}{m_{(\bar{z})i}}$
$-\infty - 15,3$	5	0,23885	3,82	0,3645
15,3 - 15,6	4	0,22132	3,54	0,05977
15,6 - 15,9	3	0,2348	3,76	0,15362
15,9 - 16,2	2	0,17367	2,78	0,21885
16,2 - ∞	2	0,13136	2,1	0,00476
Сума	16	1	16	0,8015

Знаходимо довірчі інтервали для середнього значення $m_{\bar{z}}$, дисперсії $D_{\bar{z}}$ та стандартного відхилення $\sigma_{\bar{z}}$ за відповідними формулами [2]:

$$\begin{aligned} \left[m_{\bar{z}} - t_{\gamma} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\sqrt{n}} \right] &\leq m_{\bar{z}} \leq \left[m_{\bar{z}} + t_{\gamma} \frac{\sigma_{\bar{z}}}{\sqrt{n}} \right]; \\ \frac{(n-1)D_{\bar{z}}}{u_2} &\leq D_{\bar{z}} \leq \frac{(n-1)D_{\bar{z}}}{u_1}; \\ \frac{\sigma_{\bar{z}}\sqrt{n-1}}{\sqrt{u_2}} &\leq \sigma_{\bar{z}} \leq \frac{\sigma_{\bar{z}}\sqrt{n-1}}{\sqrt{u_1}}. \end{aligned} \quad (17)$$

В результаті розрахунків отримуємо такі довірчі інтервали:

$$15,329 \leq m_{\bar{z}} \leq 15,967, \quad 0,118 \leq D_{\bar{z}} \leq 0,691, \quad 0,344 \leq \sigma_{\bar{z}} \leq 0,831. \quad (18)$$

Побудова математичної моделі споживання електроенергії трамваями на 1 км пробігу

Позначимо через B випадкову величину середнього споживання електроенергії трамваями на 1 км пробігу із значеннями b . Величина B за вищевказані періоди набула такі значення:

$$b = \{3,37; 3,53; 3,09; 2,89; 2,73; 2,54; 2,46; 2,41; 2,34; 2,35; 2,29; 2,33; 2,39; 2,62; 2,41; 2,72\}. \quad (19)$$

Мінімальне b_{\min} і максимальне b_{\max} значення послідовності (19):

$$b_{\min} = 2,29; \quad b_{\max} = 3,53. \quad (20)$$

Таблиця 4

Варіаційний ряд вибірки (19) електроспоживання трамваями на 1 км пробігу

i	Інтервали	$n_{(b) i}$	$P_{(b) i}$
1	[2,1 – 2,4)	5	0,3125
2	[2,4 – 2,7)	5	0,3125
3	[2,7 – 3,0)	3	0,1875
4	[3,0 – 3,3)	1	0,0625
5	[3,3 – 3,6)	2	0,125

Варіаційний ряд вибірки електроспоживання трамваями на 1 км пробігу, показаний в табл. 4, а гістограма цього ряду – на рис. 2.

Статистичні оцінки випадкової величини B :

$$\begin{aligned} m_b &= 2,654; \\ D_b &= 0,147; \\ \sigma_b &= 0,383. \end{aligned} \quad (21)$$

Аналізуючи вид гістограми (рис. 2), висувається гіпотеза про логарифмічний нормальний закон розподілу споживання електроенергії трамваїв на 1 км пробігу.

В результаті логарифмічного перетворення вибірки (19) за формулою (6) отримуємо:

$$\hat{b} = \{5,276; 5,478; 1,9; 4,609; 4,362; 4,048; 3,909; 3,82; 3,692; 3,711; 3,598; 3,674; 3,784; 4,183; 3,82; 4,346\}. \quad (22)$$

Статистичні оцінки випадкової величини \hat{B} :

$$m_{\hat{b}} = 4,201; \quad D_{\hat{b}} = 0,347; \quad \sigma_{\hat{b}} = 0,589. \quad (23)$$

Розрахунок статистики $Q_{(\hat{b})}^2$ показаний в табл. 5 і табл. 6.

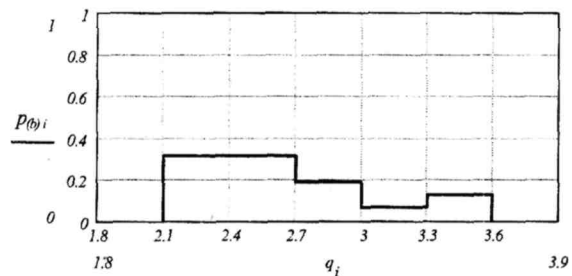


Рис. 2. Гістограма варіаційного ряду вибірки електроспоживання трамваями на 1 км пробігу

З табл. 6 отримуємо значення статистики $Q_{(\hat{b})}^2 = 3,00298$.

Кількість степенів свободи $g_{(\hat{b})}$ статистики $Q_{(\hat{b})}^2$ $g_{(\hat{b})} = 2$. Тому критична область для статистики $Q_{(\hat{b})_{кр}}^2$ у випадку електроспоживання трамваями на 1 км пробігу буде такою ж самою, як і в попередньому випадку. Оскільки розрахункове значення статистики $Q_{(\hat{b})}^2$ не попадає в критичну область (12), то приймаємо гіпотезу про нормальний логарифмічний розподіл споживання електроенергії трамваями на 1 км пробігу.

Модель нормального логарифмічного закону для \hat{B} буде справедлива в формі (13), (6) з статистичними оцінками (23).

Визначимо довірчі інтервали для параметрів (23) з довірчою імовірністю $\gamma = 0,98$. Тоді величина $t_\gamma = 2,60$.

Точність оцінки розраховуємо за формулою (16)

$$\Delta_{(\hat{b})} = 2,60 \frac{0,589}{\sqrt{16}} = 0,383.$$

В результаті розрахунків за формулами (17) отримаємо такі довірчі інтервали для статистичних оцінок (23)

$$3,818 \leq m_{\hat{b}} \leq 4,584, \quad 0,17 \leq D_{\hat{b}} \leq 0,936, \quad 0,412 \leq \sigma_{\hat{b}} \leq 0,967. \quad (24)$$

Висновки

1. Показано, що споживання електроенергії трамваями підкоряється нормальному логарифмічному закону.
2. Побудовані математичні моделі електроспоживання трамваями.
3. Визначено довірчі інтервали для статистичних оцінок, які характеризують електроспоживання трамваями.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Бурденюк С. І., Гурильова Н. В. Математичні моделі емпіричних законів розподілу несправностей функційних систем трамваїв // Вісник ВПІ. — 2001. — № 1. — С. 13—20: іл. 2. Бібліогр.: 3 назв.
2. Колде Я. К. Практикум по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Высшая школа, 1991. — 157 с.

Рекомендована кафедрою електромеханічних систем автоматизації

Надійшла до редакції 27.08.02
Рекомендована до опублікування 08.10.02

Дудко Володимир Борисович – начальник електроцеху Вінницького трамвайного управління.

Мокін Борис Іванович – завідувач кафедри, **Розводюк Михайло Петрович** – аспірант. Кафедра електромеханічних систем автоматизації, Вінницький державний технічний університет

Розрахунок частоти $p_{(\hat{b})_i}^*$

\hat{b}_i	$\frac{\hat{b}_i - m_{\hat{b}}}{\sigma_{\hat{b}}}$	$\Phi\left(\frac{\hat{b}_i - m_{\hat{b}}}{\sigma_{\hat{b}}}\right)$	$p_{(\hat{b})_i}^*$
$-\infty$	$-\infty$	0	
3,9	-0,51	0,30503	0,30503
4,3	0,17	0,56749	0,26246
4,7	0,85	0,80234	0,23485
5,1	1,53	0,93699	0,13465
∞	∞	1	0,01355
Сума	-	-	1

Таблиця 6

Розрахунок статистики $Q_{(\hat{b})}^2$

Інтервали	$n_{(\hat{b})_i}^*$	$p_{(\hat{b})_i}^*$	$m_{(\hat{b})_i}$	$\frac{(n_{(\hat{b})_i}^* - m_{(\hat{b})_i})^2}{m_{(\hat{b})_i}}$
$-\infty - 3,9$	7	0,30503	4,88	0,92098
3,9 - 4,3	3	0,26246	4,20	0,34286
4,3 - 4,7	3	0,23485	3,76	0,15362
4,7 - 5,1	1	0,13465	2,15	0,61512
5,1 - ∞	2	0,06301	1,01	0,9704
Сума	16	1	16	3,00298