

## **ПРОГНОЗУВАННЯ ОСІДАННЯ БУРОНАБИВНОЇ ПАЛІ ВИКОРИСТОВУЮЧИ МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

**Моргун Алла Серафимівна,**

д.т.н., професор,

Вінницький національний технічний університет

**Записов Дмитро Васильович,**

аспірант,

Вінницький національний технічний університет

**Колесник Андрій Вікторович,**

аспірант,

Вінницький національний технічний університет

В даній публікації описується актуальність використання чисельних методів розрахунку нелінійних задач механіки ґрунтів. Приводиться описання використаної нелінійної дилатансійної моделі. Розглядається питання визначення напружено-деформованого стану підсиленої буронабивної палі та її несучої спроможності з використанням адекватної математичної моделі дисперсного середовища ґрунту, використовуючи метод граничних елементів (МГЕ). Розрахунок напружено-деформованого стану буронабивної палі без підсилення і з підсиленням показав, що несуча спроможність підсиленої буронабивної палі збільшилась при осіданні 80 мм на 41%.

Ключові слова: механіка ґрунтів, метод граничних елементів (МГЕ), буронабивна паля, напружено-деформований стан (НДС), пружно-пластична деформація.

На сьогоднішній час ще досі більшість практичних задач у будівництві при розрахунку взаємодії основа-фундамент вирішується аналітичними методами, які ще називаються лінійними задачами. При розв'язанні лінійних задач використовується закон Гука, при якому навантаження прямопропорційні деформаціям. При вирішенні таких задач застосовується принцип суперпозиції, а також принцип незалежності дії різних сил. Ці принципи є основою вирішення більшості класичних задач механіки ґрунтів, де ґрунт розглядається як суцільне однорідне тіло. Перевагою такого підходу вирішення задач є простота розробки її математичних моделей. Оскільки ґрунт являється неоднорідним, багатофазним дисперсним тілом, йому притаманна нелінійна залежність між напружками та деформаціями. При цьому в дисперсних ґрунтах спостерігається значна частка пластичних деформацій. Лінійні задачі класичної механіки ґрунтів не вирішують задачі по визначенню напружено-деформованого стану ґрунтів за межами лінійної пружної деформації.

Деформування ґрунтів під навантаженням являє собою складний процес. Це зумовлено неоднорідністю середовища ґрунтових масивів, складні геометричні форми фундаментів, нерівномірне навантаження на ґрунти. Нелінійність передбачає, що співвідношення між компонентами напружено-деформованого стану змінюється в процесі його зміни. Знайти точні аналітичні рішення для прогнозування напружено-деформаційного стану ґрунту дуже складно. Задачі нелінійної деформації ґрунтів можуть вирішуватися чисельними методами, які дозволяють уникнути застосування спрощених передумов, які приймаються в аналітичних методах.

Чисельні методи широко почали використовуватись з 1960-тих років з розвитком електронно-обчислювальної техніки, оскільки при вирішенні нелінійних просторових задач з неоднорідним середовищем ґрунту з різними фізико-механічними властивостями необхідна велика обчислювальна потужність. Одним із чисельних методів є метод граничних елементів (МГЕ). Він ґрунтується на граничних інтегральних рівняннях. МГЕ відносно новий напрямок у розв'язанні задач механіки ґрунтів. Повна поява чисельного методу, відомого як метод граничних елементів, відбулася наприкінці 1970-х років.

Перевага МГЕ над іншими методами полягає у зниженні розмірності задачі, дискретизації підлягає лише контактна поверхня. Ще однією перевагою МГЕ є його здатність до точного моделювання нескінченної області без введення додаткових умов нескінченності.

В статті розглядається питання визначення напружено-деформованого стану підсиленої буронабивної палі та її несучої спроможності з використанням адекватної математичної моделі дисперсного середовища ґрунту, використовуючи метод граничних елементів (МГЕ).

Сучасні можливості числової реалізації дозволили розширити та покращити формулювання та розв'язок нелінійної задачі геомеханіки. Вимоги прикладної геомеханіки потребують розвитку теорій деформування, руйнування та течії пористих тріщинуватих середовищ ґрунту. Одним із шляхів дослідження механізмів непружності ґрунту є використання відповідної теорії пластичної течії з внесенням поправок із експериментів.

Постановка задачі. Сучасному етапу розвитку будівельних конструкцій властива тенденція застосування числових методів та електронно-обчислювальних машин. Зростаючі можливості сучасних обчислювальних машин потребують постійної ревізії діючих числових методів для використання нових класів задач, для яких з'явилась надія на вирішення. До таких задач відноситься і нелінійна задача геомеханіки. Створені для цієї задачі математичні моделі описання процесів поведінки під навантаженням нелінійного дисперсного ґрунту та оцінки ефективності стратегії управління цими процесами – це система диференціальних рівнянь в частинних похідних 15-го порядку (ліва частина рівняння 1), аналітичне рішення якої на сьогодні отримати поки що неможливо. Розв'язок краєвої нелінійної задачі геомеханіки можна отримати числовими методами. Напружено-деформований стан інженерної споруди в значній мірі залежить від конкретної ґрунтової основи, якій властиві унікальні

реологічні характеристики, що не мають аналогів серед матеріалів, які людина використовує в будівництві. Суцільні тіла, які описує механіка суцільних середовищ, мають міцність зв'язків між мінеральними частинками таку ж саму, як і міцність окремих частинок.

В трифазових дисперсних ґрунтах при дії зовнішніх сил виникають як загальні деформації, що властиві суцільним середовищам, так і деформації, обумовлені взаємним переміщенням окремих зерен ґрунту в поровий простір з порушенням окремих зв'язків між окремими частинками. Для ґрунтів, як для пористих середовищ, що ущільнюються, властиві ефекти дилатансії. Особливості їх механічної поведінки: гідростатичний тиск здійснює вплив на формозміну, а дотичні напруження впливають на ущільнення. Це призводить до одночасної зміни об'єму і форми в ґрунтах – ефектів дилатансії та контрактансії, які відкриті О. Рейнольдсом ще в 1885 р. [1], [3].

Саме тому для моделювання поведінки ґрунту під навантаженням необхідно використовувати теорію пружності, теорію пластичності, механіки дисперсних середовищ.

В статті для розв'язку краєвої задачі рівноваги підсиленої буронабивної палі в ґрунті залучено числовий МГЕ, одна із найбільших областей використання якого – це задачі математичної фізики (класичні задачі Лапласа чи Пуассона) [2], що описують постійну потенціальну течію. Задачі механіки ґрунтів відносяться до задач Лапласа.

В МГЕ використовується та обставина, що для задач механіки ґрунтів, рівняннями стану яких є система 15 диференціальних рівнянь в частинних похідних, існують фундаментальні (сингулярні) рішення, що відповідають одиничним впливам в необмеженій області півпростору. Реалізація МГЕ передбачає попередній перехід від вихідної краєвої задачі до інтегрального співвідношення (рівняння 1), отриманого К. Бреббія [2] і яке є синтезом рівнянь статички, геометричних і фізичних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij,j} + b_j &= 0 \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \\ \sigma_{ij} &= c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c_{ij}(\xi) u_j(\xi) + \int_{\Gamma} p_{ij}^*(\xi, x) u_j(x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} u_{ij}^*(\xi, x) p_j(x) d\Gamma(x) \quad (1)$$

де,  $\sigma_{ij,j} + b_j = 0$  - статичні рівняння рівноваги;

$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$  - геометричні рівняння;

$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}$  - фізичні рівняння середовища.

Запис лівої частини рівняння 1 проведено в позначеннях Ейнштейна (похідні позначаються комою). При розгляді нелінійної задачі інтегральне рівняння, отримане К. Бреббія [2], [5], набуває вигляду:

$$c_{ij} \cdot u_j + \int_{\Gamma} p_{ij}^* u_j d\Gamma = \int_{\Gamma} u_{ij}^* p_j d\Gamma + \int_{\Omega} \dot{\sigma}^* \dot{\varepsilon}_{jk}^p d\Omega \quad (2)$$

де,  $u$  - заданий вектор переміщень на контакті границі фундаментної конструкції;

$p$  - шуканий вектор напружень на границі;

$u^*$ ,  $p^*$ ,  $\sigma^*$  - ядра граничного рівняння [2], [5] чи функції впливу МГЕ (фундаментальні рішення), це двоточкові функції, їх компоненти – переміщення та напруження довільної точки поля півпростору в напрямку  $i$  (точка нагляду) від сили  $P = 1$ , прикладеної в  $j$ -му напрямку (джерелі) – прийнято рішення Р. Міндліна для переміщень, напружень та похідних від напружень, що відповідають одиничним збурюючим впливам ( $P=1$ ) в півпросторі [2], [6]. Ядра інтегрального рівняння характеризують собою досліджуване середовище;

$c_{ij}$  - постійна, визначається із умов руху тіла як цілого, з'являється при переводі краєвої задачі до інтегрального рівняння 1, 2 для отримання єдиного рішення;

$\Gamma$  - гранична поверхня фундаментної конструкції;

$\xi$  - точка збурення;

$\Omega$  - границя трикутних осередків активної (дилатансійної) зони ґрунту [2].

Остання складова в рівнянні 2 включає інтеграл по області масиву ґрунту  $d\Omega$ , в якому очікується поява пластичних деформацій (активна зона ґрунтової основи).

$\dot{\varepsilon}_{jk}^p$ ,  $\dot{\sigma}^*$  - похідні від фундаментальних рішень Р. Міндліна. Фундаментальні рішення Р. Міндліна [6] обертають в нуль інтеграл по області і зводять тим самим задачу до визначення лише граничних функцій. Точка прикладання одиничної сили  $\xi$  та точка нагляду  $x$  знаходяться на боковій поверхні, та на вістрі палі.

Для отримання числового розв'язку рівнянь 1 і 2 проводимо дискретизацію границі контактної області фундаментної конструкції з ґрунтовою основою лінійними граничними елементами.

Активна зона ґрунтової основи навколо палі дискредитується трикутними осередками.

В механіці суцільних середовищ прийнято розглядати поведінку тіл від дії різних впливів як порушення початкового стану рівноваги між взаємодіючими внутрішніми елементами і як перехід її до нового стану рівноваги в результаті зміни сил, діючих між елементами. Тобто, мають задовольнятися умови рівноваги для нескінченно малих елементів середовища. Додатково ставиться умова нерозривності середовища та визначається закон зв'язку між  $\sigma - \tau$  (фізичні рівняння). В теорії граничної рівноваги, яку використано в роботі, залишаються ті ж рівняння рівноваги, замість геометричних рівнянь записується зв'язок між  $\sigma - \tau$  в граничному стані. Те, що відноситься до фізичних рівнянь – використовуються залежності пластичної течії, що моделюють розвиток пластичних деформацій. Оцінку процесу накопичення залишкових об'ємних деформацій та деформацій зсуву в роботі проведено згідно з неасоційованим законом пластичної течії та дилатансійної теорії дисперсних середовищ Ніколаєвського В.М., Бойка І.П. [1], [3].

Синтез математичних методів різних напрямків в механіці – прогресивний метод в наукових дослідженнях. Відповідно до напрацьованої моделі загальні деформації ґрунту визначались рівнянням 4:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \sum \varepsilon_{ij}^p + d\varepsilon_{ij}^p \cdot \delta_{ij} \quad (3)$$

Робота напружень на пружних деформація  $\varepsilon_{ij}^e$  переходить в пружну енергію, робота на приростах незворотних деформацій  $\sigma_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}^p$  розсіюється (дисипує) [1], [2], [3].

Процес пластичного деформування ґрунту в моделі базувався на його лінеаризації згідно пропозицій О.А. Іллюшина [2] – це рекурентна послідовність лінійних задач. Пороговий характер пластичних деформацій (межа переходу роботи ґрунту в пластичну стадію) визначалась за модифікованою умовою Мізеса-Шлейхера-Боткіна [1], [5], яка передбачає руйнування по октаедричних площадках, відображається рівнянням 5:

$$f = \begin{cases} T + \sigma_m \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0 \rightarrow \sigma_m \leq p_0 \\ T + p_0 \operatorname{tg}\psi - \tau_s = 0 \rightarrow \sigma_m \leq p_0 \end{cases} \quad (4)$$

де,  $\operatorname{tg}\psi$  - тангенс кута внутрішнього тертя;

$\tau_s$  - питоме зчеплення на октаедричній площини;

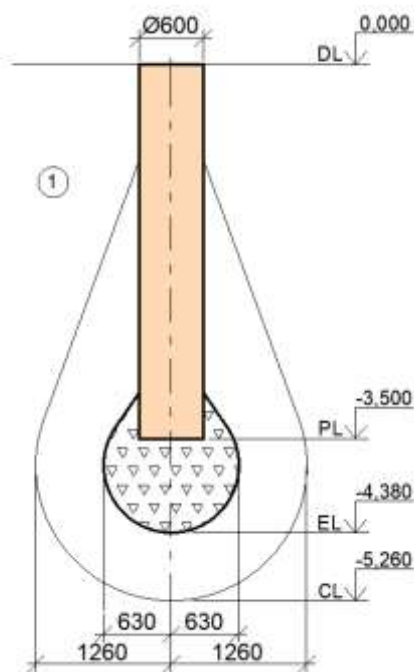
$p_0$  - рівень максимального гідростатичного тиску, коли ґрунт працює як суцільне середовище (границя пластичної стисливості).

Згідно наведеної нелінійної дилатансійної моделі в роботі проведено математичне моделювання процесу деформування буронабивної палі у витрамбованому котловані. Довжина палі  $L=3.5$  м., діаметром 0.6 м. В нижній частині – розширення з витрамбованого щєбня об'ємом  $1.5 \text{ м}^3$  в суглинках [4]. В роботі використовувалися рішення пружно-пластичної задачі механіки ґрунтів, яка реалізована з використанням числового методу граничних елементів. Розширення утворюється шляхом трамбування в дно готового котловану жорсткого матеріалу (щєбня) порціями  $0.25-0.5 \text{ м}^3$  з наступним бетонуванням котловану бетоном марки 200.

Розміри активної зони ґрунтової основи навколо палі для розрахункової схеми підбирались згідно даних експериментальних досліджень [4], та вказані на рис. 1.

Форму розширення палі після підсилення щєбнем прийнято у вигляді еліпсоїда обертання. Геометричні характеристики розширення  $r_{br} = 0,63$  м.,  $h_{br} = 0,88$  м. [4].

Вхідних параметрів в моделі – 27, вісім з них характеризують фізико-механічні характеристики ґрунту, решта описують геометрію та топологію розрахункової схеми. Граничний стан схеми визначався опором ґрунту руйнуванню під нижнім кінцем палі і опором зсуву по боковій поверхні стовбура палі. Фізико-механічні характеристики ґрунту наведені в таблиці 1.



**Рисунок 1.** Схема фундаменту у витрамбованому котловані з розширенням у нижній частині.  
Джерело рисунка: [4]

**Таблиця 1**

Фізико-механічні характеристики ґрунту

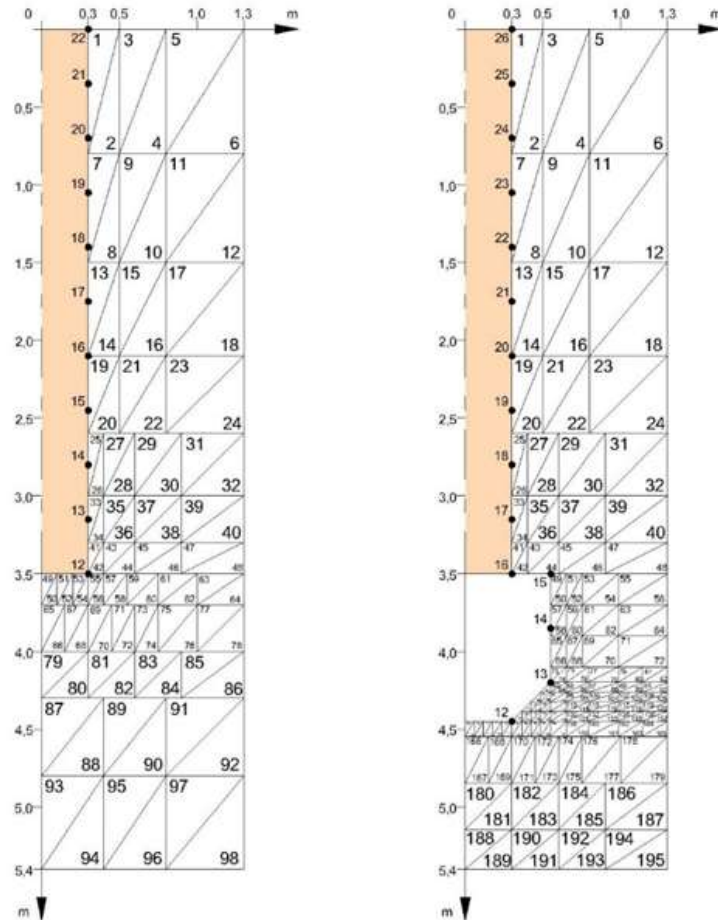
- модуль деформації	$E = 8,57 \text{ МПа}$
- коефіцієнт поперечного розширення	$\nu = 0,3$
- щільність ґрунту	$\rho = 1,7 \text{ т/м}^3$
- мінімальна щільність ґрунту	$\rho^{\min} = 1,36 \text{ т/м}^3$
- максимальна щільність ґрунту	$\rho^{\max} = 2,19 \text{ т/м}^3$
- питоме зчеплення	$c = 10 \text{ кПа}$
- кут внутрішнього тертя	$\varphi = 0.182 \text{ рад}$
- рівень гідростатичного тиску	$p_o = -2018 \text{ кПа}$

Також проведено математичне моделювання процесу деформування буронабивної палі без розширення і підсилення, після чого були проведені порівняння.

Активна зона ґрунтової основи навколо палі дискредитується трикутними осередками, дискретизацію бокової поверхні та вістря дослідної буронабивної палі проведено постійними граничними елементами, рис. 2.

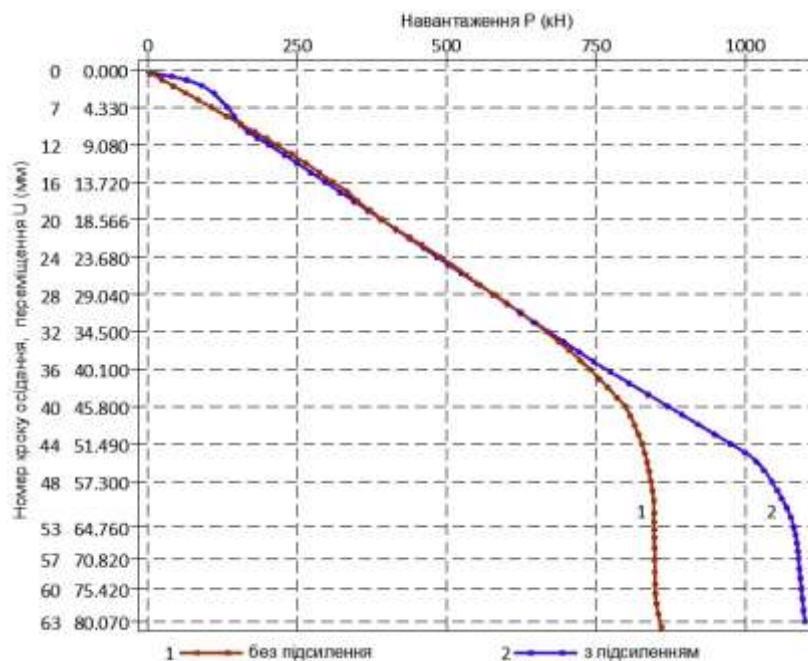
Багатошаровість основи враховувалась еквівалентним ізотропним тілом. Середньозважені ґрунтові деформаційні характеристики узагальнено описували деформативність однорідного ізотропного матеріалу в дослідному об'ємі ґрунту.

Результати розрахунку буронабивної палі без підсилення та з підсиленням гравієм подано на рис. 3.



**Рисунок 2.** Схема дискретизації активної зони ґрунту навколо палі без підсилення щебенем і з підсиленням.

Джерело рисунка: розробка авторів Моргун А.С. і Колесника А.В.



**Рисунок 3.** Графік залежності навантаження-осідання буронабивної палі в ґрунті без підсилення і з підсиленням.

Джерело рисунка: розробка авторів Колесника А.В. і Записова Д.В.

Згідно даних числового моделювання несуча спроможність підсиленої буронабивної палі збільшилась при осіданні  $s = 80$  мм на 41%, що підкреслює практичну привабливість цього методу підсилення.

Величина несучої спроможності буронабивної палі діаметром 0.6 м з підсиленням [4] склала – 1175 кН. Прогноз несучої спроможності дослідної використовуючи метод граничних елементів складає –1200 кН. Математична пружно-пластична модель та МГЕ надає широкі можливості для числового аналізу, за допомогою якого можна отримати дані прогнозного характеру. Розрахунок ґрунтової основи за МГЕ приводить до таких напружень, які спостерігаються в природі. Врахування нелінійності роботи ґрунту в моделі наближує теоретичне рішення до реальної поведінки буронабивної палі в ґрунті, та дає можливість визначити несучу спроможність підсиленої палі, яка згідно числових досліджень при осіданні 8 см на більша на 41%.

### Список літератури

1. Бойко І.П., Сахаров В.О. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву при побудові нових фундаментів поблизу існуючих будинків. / Основи і фундаменти. Міжвідомчий науково-технічний збірник.-К. КНУБА. Випуск № 28.2004.-с.3-10.
2. Бреббія К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методи граничних елементів, 1987.- 524 с.
3. Ніколаєвський В.М. Механіка пористих і тріщинуватих середовищ. 1984, 232 с.
4. Зоценко Н.Л., Яковлев А.В. Приклади розрахунку основ і фундаментів сільських будівель і споруд. К. “Будівельник”, 1986. 105 с.
5. Моргун А.С. Нелінійні проблеми механіки ґрунтів. Монографія / А.С. Моргун // Вінниця, ВНТУ, 2016. – 122 с.
6. Mindlin R.D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid, Physics 7, 196-202, 1936. DOI:10.21236/AD0012375.