УДК 515.12

УДК 621.3.031:510.6

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;
В. В. Камінський

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕВИЗНАЧЕНИХ ПАРАМЕТРІВ РЕЖИМУ ЕЛЕКТРОМЕРЕЖ ЗА ДОПОМОГОЮ СЛАБКИХ МНОЖИН

Досліджуються умови за яких звичайні, нечіткі та слабкі множини можуть узгоджено виступати в якості засобів моделювання відомих та невизначених параметрів режиму електромереж. Пропонуються теоретико-множинні моделі таких параметрів на різних рівнях їх визначеності з використанням звичайних, нечітких та слабких множин.

В роботах [1—3] за участю авторів започаткована нова теорія детермінізації процесів в складних системах, як теорія математичного моделювання систем типу вхід—вихід з частково невідомими даними як на вході, так і на виході системи. Основною метою методів цієї теорії є відтворення невідомої частини вхідних та вихідних параметрів системи за відомою частиною вхідних та вихідних даних та відомими структурою системи та її законами функціонування. Процес такого відтворення був названий авторами детермінізацією. Для того, щоб стала можливою однозначна детермінізація процесів в складних системах, необхідно і достатньо наявності детермінувальної сукупності вихідних даних [1], частково відомих як на вході так і на виході системи.

Що стосується таких систем, як електричні мережі обласних енергетичних компаній (обленерго) напругою 110, 35, 10 кВ, то, як було показано в [2, 3], на цей час у вітчизняних мережах 110 кВ у середньому телевимірюваннями охоплено невелику кількість підстанцій, яка складає не більше 10…30 % від їх загальної кількості. На рівні 35 кВ таких підстанцій значно менше, а для напруги 10 кВ телевимірювання практично відсутні. За цих умов однозначна детермінізація поточного електроспоживання в таких мережах на рівні диспетчера обленерго, як правило, неможлива. Тому для відтворення картини електроспоживання доводиться використовувати розроблені за участю авторів методи квазідетермінізації [1, 2]. Основна ідея одного із таких методів [1] полягає в тому, що закони системи одержують апріорне та апостеріорне доповнення таким чином, що наявна сукупність відомих вхідних та вихідних даних стає детермінувальною. Основна ідея іншого підходу полягає в тому, що сукупність вихідних даних доповнюється до детермінувальної сукупності за рахунок експертних оцінок частини невідомих вхідних та (або) вихідних даних. Третій підхід відрізняється від наведених вище тим, що в ньому використовуються обидві можливості одночасно.

В другому та третьому із розглянутих підходів до квазідетермінізації режимів електроспоживання може виникнути необхідність в експертних оцінках потужності елементів та вузлів систем електропостачання (СЕП) для деякого заданого моменту часу. Такі оцінки можуть бути не тільки детермінованими, але й нечіткими та слабкими. Останні задаються відповідно у вигляді нечітких та слабких [4—6] множин. Очевидно нечітку оцінку невизначеного параметра зробити простіше, аніж безпомилково вибрати його точне значення в просторі невизначеності. Однак для цього необхідно призначити кожному елементу простору невизначеності ступінь належності нечіткому значенню параметра. Це, в свою чергу, простіше зробити, якщо спочатку задати слабке значення невизначеного параметра. Після цього можна перейти до нечіткого значення більш формалізовано, обмежуючи рамки суб'єктивних рішень експерта відносно вибору конкретної функції належності та контролюючи їх несуперечність [5, 6]. Крім того, слабке значення параметра можна використовувати як альтернативу нечіткому. В цьому випадку ми прийдемо до так званої слабкої квазідетермінізації. Підводячи підсумки сказаному, приходимо до висновку, що в загальному випадку квазідетермінізації режимів роботи СЕП ми можемо мати справу із детерміновано, нечітко та слабко заданими параметрами СЕП одночасно. Тому було б доцільно розробити єдиний підхід до моделювання як відомих так і невизначених параметрів режиму СЕП, що дало б можливість уніфікувати процес відтворення параметрів електроспоживання. В якості такого єдиного підходу автори пропонують теоретико-множинні моделі навантажень у вузлах електромережі з використанням звичайних, нечітких та слабких множин.

Для досягнення сформульованої мети спочатку введемо поняття звичайних множин активної $\{p\}$ та реактивної $\{q\}$ потужностей вузла електромережі. Нехай в деякому вузлі електромережі активна P та реактивна Q потужності електроспоживання відомі. Введемо поняття звичайних множин активної $\{p\}$ та реактивної $\{q\}$ потужностей в цьому вузлі:

$$\{p\} \overset{df}{=} \left\{ p \mid 0 \le p \le P \right\},\ \{q\} \overset{df}{=} \left\{ q \mid 0 \le q \le Q \right\}. \tag{1}$$

Із (1) випливає, що елементами множини потужності вузла електромережі є тільки такі значення потужності, які не перевищують навантаження цього вузла. Для спрощення термінології надалі про такі потужності будемо говорити, що вони споживаються в цьому вузлі.

Зв'язок між множинами потужностей та потужностями вузла електромережі задається відповідно з допомогою рівностей $P = \sup\{p\}$ та $Q = \sup\{q\}$.

Оскільки $Q = P\,\mathrm{tg}(\varphi)$, то $\{q\} = \left\{ p \cdot \mathrm{tg}(\varphi) \mid 0 \le p \le P \right\}$, або простіше $\{q\} = \left\{ p \cdot \mathrm{tg}(\varphi) \right\}$. Очевидно, що між будь-якими можливими значеннями активної та реактивної потужності будь-якого вузла електромережі та множинами активної та реактивної потужностей цього ж вузла існує взаємно однозначна відповідність.

Тепер покажемо як можна моделювати відому та невизначену потужність вузла електромережі з допомогою нечітких множин. Очевидно, що математична модель детермінованого нечітко заданого навантаження вузла мережі повинна задовольняти ту ж обов'язкову вимогу, що і звичайна теоретико-множинна модель, а саме: між довільними відомими числовими значеннями навантажень вузла електромережі і нечіткими множинами навантажень повинна існувати бієктивна відповідність.

Нечіткою множиною активної $\tilde{P}$ та реактивної $\tilde{Q}$ потужності вузла електромережі з відомими активною P та реактивною Q потужностями вузла будемо називати нечіткі множини в R_{+0} з функціями належності такими, що

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P \Rightarrow \mu_P(p) = 1 \right) \wedge \left(p > P \Rightarrow \mu_P(p) = 0 \right) \right); \tag{2}$$

$$\forall q \in R_{+0} \left(\left(q \le Q \Rightarrow \mu_Q(q) = 1 \right) \wedge \left(q > Q \Rightarrow \mu_Q(q) = 0 \right) \right), \tag{3}$$

де $R_{+0} = \{0\} \cup R_+$, R_+ — множина додатних дійсних чисел.

Неважко переконатись, що між довільними потужностями навантажень вузла електромережі і введеними з допомогою означень (2), (3) нечіткими множинами навантажень існує бієктивна відповідність. Для цього достатньо звернути увагу на те, що означення (2), (3) фактично задають характеристичні функції звичайних множин потужностей $\{p\}$ та $\{q\}$, заданих означеннями (1). Тому між множинами $\tilde{P}$ та $\{p\}$, а також $\tilde{Q}$ та $\{q\}$ існує взаємно однозначна відповідність. Оскільки, між множинами $\{p\}$ та P, а також $\{q\}$ та Q також існує бієкція, то і між множинами $\tilde{P}$ та P, а також $\tilde{Q}$ та Q будемо мати взаємно однозначну відповідність. В чому і потрібно було переконатись.

Введемо загальне *означення нечіткої множини активної потужності вузла електромережі*. Нечітка множина $\tilde{P}$ в R_{+0} є **нечіткою множиною активної потужності вузла електромережі** за означенням тоді та тільки тоді, коли

$$\exists p \in R_{+0} \left(\mu_P(p) = 1 \right); \tag{4}$$

$$\exists p \in R_{+0} \left(\mu_P(p) = 0 \right); \tag{5}$$

$$\exists p_1, p_2 \in R_{+0}\left(p_1 < p_2 \Rightarrow \mu_P(p_1) \geq \mu_P(p_2)\right). \qquad (6)$$

Для реактивної нечіткої множини потужності означення вводиться аналогічно.

Очевидно, що означення (2) є окремим випадком введеного загального означення нечіткої множини потужності. Умова (4) цього означення відображає той факт, що для будь-якого вузла електромережі з невизначеним навантаженням P у експерта завжди існує можливість задати таке навантаження $p \in R_{+0}$, що з повною впевненістю буде виконуватись умова $p \leq P$, що формально задається рівністю $\mu_P(p) = 1$. Умова (5), в свою чергу, відображає той факт, що для будь-якого вузла електромережі експерт завжди має можливість зі стовідсотковою впевненістю назвати таку потужність p, яка перевищує невідому потужність цього вузла, що формально відповідає рівності $\mu_P(p) = 0$. Умова (6) забезпечує деяку мінімальну узгодженість можливих значень ступенів належності елементів множини R_{+0} нечіткій множині $\tilde{P}$ і, фактично, задає незростаючу функцію належності μ_P нечіткої множини потужності вузла. Ця умова відображає природний для об'єкта, що моделюється, принцип, згідно з яким ступінь впевненості в тому, що потужність споживається у вузлі мережі, не може збільшуватись із збільшенням можливих значень цієї потужності.

Тепер покажемо як можна моделювати відому та невизначену потужність вузла електромережі за допомогою слабких множин. Для цього спочатку введемо поняття нечіткої реалізації слабкої множини. Нечіткою реалізацією або просто реалізацією слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ в X будемо називати нечітку множину $\tilde{A}$ в X, функція належності μ_A якої задовольняє такі умови:

$$\left(\omega_A(x) = + \;\Rightarrow\; \mu_A(x) \geq \alpha_A(x)\right) \wedge \left(\omega_A(x) = - \Rightarrow \mu_A(x) \leq \alpha_A(x)\right), \quad \forall x \in X, \qquad (7)$$

де α_A, ω_A — відповідно функції ненапрямлених рівнів належності та напрямленостей слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ [5].

Із означення реалізації (7) випливає, що рівні належності, які функція рівнів слабкої множини приписує елементам універсума, в залежності від їх напрямленості можна розглядати як мінімально або максимально можливі ступені належності цих елементів реалізаціям слабкої множини. При цьому позитивно напрямлені рівні належності задають максимально можливі значення ступенів належності, а негативно напрямлені — їх мінімально можливі значення. За такої інтерпретації напрямлених рівнів належності вираз (7) задає умови, за яких слабка множина може реалізуватись у вигляді нечіткої множини. Оскільки така реалізація не може бути довільною, то вираз (7) забезпечує формальний контроль несуперечливого переходу від слабкої до нечіткої множини. Це відповідає концепції слабкої множини, згідно з якою слабка множина не формує в універсумі ніяких звичайних або нечітких множин, а є загальнішою математичною структурою, яка для кожного елемента універсума задає деякі граничні тільки максимально або тільки мінімально можливі значення ступенів належності ще не сформованій нечіткій множині.

Оскільки реалізації слабких множин є повноцінними нечіткими множинами, які, як відомо, в окремому випадку можуть переходити в звичайні множини, то це означає, що слабкі множини в цих окремих випадках можуть реалізуватись у вигляді звичайних множин. Введемо окремо поняття звичайної реалізації слабкої множини. Звичайною реалізацією слабої множини $\tilde{\tilde{A}}$ в X будемо називати звичайну множину $A \subseteq X$, тоді і тільки тоді, коли

$$\forall x \in X\left(x \in A \Leftrightarrow \omega_A(x) = +\right). \qquad (8)$$

Таким чином, згідно з (8) елемент універсума належить звичайній реалізації A слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ тільки за умови, якщо він має позитивно напрямлений рівень належності слабкій множині $\tilde{\tilde{A}}$. Враховуючи те, що напрямленість рівнів належності [5] може набувати тільки два протилежні значення, із (8) отримаємо $\forall x \in X\left(x \notin A \Leftrightarrow \omega_A(x) = -\right)$.

Переконаємося, що з означень звичайної та нечіткої реалізацій слабкої множини випливає, що звичайна реалізація є окремим випадком нечіткої, тобто для кожного елемента універсума імплікація

$$\left(x \in A \Leftrightarrow \omega_A(x) = +\right) \Rightarrow \left(\omega_A(x) = + \Rightarrow \mu_A(x) \geq \alpha_A(x)\right) \wedge \left(\omega_A(x) = - \Rightarrow \mu_A(x) \leq \alpha_A(x)\right), \forall x \in X \quad (9)$$

є тотожно істинною.

Для випадку звичайної множини A її функція належності має вигляд

$$\forall x \in X\Big(\big(x \in A \Rightarrow \mu_A(x) = 1\big) \wedge \big(x \notin A \Rightarrow \mu_A(x) = 0\big)\Big). \quad (10)$$

Оскільки кожен елемент універсума може мати тільки дві напрямлeності рівнів належності, то згідно з (8), всі елементи $x \in X$ розбиваються на два класи, що не перетинаються: до першого класу належать ті елементи універсума, які належать звичайній реалізації A слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ і мають позитивну напрямленість рівня належності слабкій множині $\tilde{\tilde{A}}$, а до другого ті, які не належать множині A і мають негативну напрямленість рівнів належності. Розглянемо ці два випадки окремо. Для всіх елементів $x \in X$, які належать множині A будемо мати $\omega_A(x) = +$, $\mu_A(x) = \max\{0; 1\} = 1$, тому $\mu_A(x) \geq \alpha_A(x)$, що відповідає (9). Для всіх тих елементів $x \in X$, які не належать множині A згідно з (7) $\omega_A(x) = -$, а згідно з (10) $\mu_A(x) = \min\{0; 1\} = 0$, а тому $\mu_A(x) \leq \alpha_A(x)$, що знову відповідає (9). Таким чином ми переконались, що згідно з означеннями (7) та (8) звичайна реалізація слабкої множини є окремим випадком її нечіткої реалізації.

Множину всіх реалізацій слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ в X позначимо $R(\tilde{\tilde{A}})$. Таким чином

$$R\left(\tilde{\tilde{A}}\right) \overset{df}{=} \left\{\tilde{A} \subseteq X \,|\, \big(\omega_A(x) = + \Rightarrow \ \mu_A(x) \geq \alpha_A(x)\big) \wedge \big(\omega_A(x) = - \Rightarrow \mu_A(x) \leq \alpha_A(x)\big),\ \forall x \in X\right\}.$$

Існують умови, за яких слабка множина може мати тільки одну реалізацію і ця реалізація є звичайною реалізацією у відповідності з означенням (8). Сформулюємо та доведемо теорему про такі умови.

***Теорема* 1.** *Множина всіх реалізацій* $R(\tilde{\tilde{A}})$ *слабкої множини* $\tilde{\tilde{A}}$ *в* X *утримує тільки одну реалізацію* $A \subseteq X$ *і ця реалізація є звичайною реалізацією тоді і тільки тоді, коли*

$$\forall x \in X\Big(\nu_A(x) = 0^- \ \vee \ \nu_A(x) = 1^+\Big), \quad (11)$$

де ν_A – функція напрямлених рівнів належності слабкої множини $\tilde{\tilde{A}}$ [5].

Доведення. Доведемо спочатку пряме твердження. Припустимо, що висновок прямого твердження невірний, тобто

$$\exists x \in X\Big(\nu_A(x) \neq 0^- \ \wedge \ \nu_A(x) \neq 1^+\Big). \quad (12)$$

Враховуючи те, що $\nu_A(x) \neq 0^- \ \equiv \ \nu_A(x) > 0^-$, а $\nu_A(x) \neq 1^+ \ \equiv \ \nu_A(x) < 1^+$, перепишемо (12) в такому рівносильному вигляді: $\exists x \in X\Big(0^- < \nu_A(x) < 1^+\Big)$. Отримане твердження суперечить умові прямого твердження теореми, оскільки за умови $0^- < \nu_A(x) < 1^+$ слабка множина буде мати більше однієї реалізації, які можуть відрізнятись тільки значеннями ненапрямлених рівнів належності для даного x і серед цих реалізацій обов'язково будуть нечіткі реалізації, для яких $\mu_A(x) \neq 0$ і $\mu_A(x) \neq 1$. Таким чином пряме твердження доведено.

Доведемо обернене твердження. Умову оберненого твердження формулює вираз (11). Функція належності будь-якої реалізації такої слабкої множини згідно з означенням реалізації (7) повинна задовольняти умову $\forall x \in X\big(\mu_A(x) = 0 \ \vee \ \mu_A(x) = 1\big)$. Але таку умову згідно з (7) може задовольняти тільки одна реалізація, яка згідно з означенням (8) є звичайною реалізацією. Теорему доведено.

Тепер введемо поняття слабкої множини потужності. Очевидно, що математична модель детермінованого слабко заданого навантаження вузла мережі повинна задовольняти ту ж обов'язкову вимогу, що і звичайна теоретико-множинна модель та модель на основі нечітких множин, а саме: між довільними відомими числовими значеннями навантажень вузла електромережі і відповідними слабкими множинами навантажень повинна існувати бієктивна відповідність. Спочатку введемо поняття слабкої множини активної та реактивної потужності у вузлах електромережі з відомими потужностями електроспоживання так, щоб сформульована вимога виконувалась.

Слабкими множинами активної $\tilde{\tilde{P}}$ та реактивної $\tilde{\tilde{Q}}$ потужності вузла електромережі з відомими активною *P* та реактивною *Q* потужностями в цьому вузлі будемо називати слабкі множини в R_{+0} з такими функціями напрямлених рівнів належності, що

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P \Rightarrow \nu_P(p) = 1^+ \right) \wedge \left(p > P \Rightarrow \nu_P(p) = 0^- \right) \right), \tag{13}$$

$$\forall q \in R_{+0} \left(\left(q \le Q \Rightarrow \nu_Q(q) = 1^+ \right) \wedge \left(q > Q \Rightarrow \nu_Q(q) = 0^- \right) \right). \tag{14}$$

Доведемо, що введені поняття слабких множин потужності вузла електромережі дозволяють сформулювати таку теорему.

***Теорема* 2.** *Слабка множина активної потужності* $\tilde{\tilde{P}}$ *вузла електромережі з активною потужністю P має тільки одну реалізацію, і ця реалізація є звичайною множиною потужності цього вузла.*

Доведення. Доведена раніше теорема 1 дозволяє стверджувати, що множина всіх реалізацій $R\left(\tilde{\tilde{P}}\right)$ слабкої множини $\tilde{\tilde{P}}$ в R_{+0} утримує тільки одну реалізацію $\{p\} \subseteq R_{+0}$, і ця реалізація є звичайною множиною тоді і тільки тоді, коли $\forall p \in R_{+0}\left(\nu_P(p) = 0^- \vee \nu_P(p) = 1^+\right)$. Оскільки для слабкої множини активної потужності вузла електромережі відповідно із (13) має місце саме цей випадок, то множина $\tilde{\tilde{P}}$ має тільки одну реалізацію $\{p\}$, і ця реалізація є звичайною множиною.

Покажемо тепер, що ця реалізація є звичайною множиною активної потужності вузла мережі. Дійсно, згідно з (7) для того, щоб нечітка множина $\tilde{P}$ була реалізацією слабкої множини $\tilde{\tilde{P}}$, необхідно і достатньо, щоб виконувались умови

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(\omega_P(p) = + \ \Rightarrow \ \mu_P(p) \ge \alpha_P(p) \right) \wedge \left(\omega_P(p) = - \ \Rightarrow \ \mu_P(p) \le \alpha_P(p) \right) \right). \tag{15}$$

Але згідно з (13) значення активної потужності *p* може мати позитивно напрямлений рівень належності відносно слабкої множини активної потужності вузла електромережі $\tilde{\tilde{P}}$ тільки у випадку, коли $p \le P$ і цей рівень дорівнює 1^+, а негативно напрямлений рівень слабкої належності — тільки у випадку, коли $p > P$ і цим рівнем може бути тільки негативно напрямлений нульовий рівень. Тому в першій умові логічного виразу (15) можна рівносильно замінити рівність $\omega_P(p) = +$ на співвідношення $p \le P$, а ненапрямлений рівень належності $\alpha_P(p)$ — одиницею. В другій умові цього ж виразу можна замість рівності $\omega_P(p) = -$ підставити співвідношення $p > P$, а замість ненапрямленого рівня належності $\alpha_P(p)$ — нуль. Враховуючи також, що рівні належності 1 та 0 є відповідно максимально та мінімально можливими в просторі ненапрямлених рівнів належності, умови (15) можна переписати в такому рівносильному вигляді:

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P \Rightarrow \mu_P(p) = 1 \right) \wedge \left(p > P \Rightarrow \mu_P(p) = 0 \right) \right). \tag{16}$$

В результаті ми отримали необхідні і достатні умови для реалізацій слабкої множини активної потужності вузла електромережі. Але з урахуванням (1) вираз (16) задає характеристичну функцію звичайної множини активної потужності вузла електромережі $\{p\}$. Таким чином слабка множина активної потужності вузла електромережі з відомою активною потужністю вузла *P* має єдину реалізацію і ця реалізація є звичайною множиною активної потужності цього вузла. Теорему доведено. Відповідна теорема для слабкої множини реактивної потужності вузла електромережі доводиться аналогічно.

Використовуючи теорему 2, доведемо, що між будь-якими можливими значеннями активної потужності вузла електромережі та відповідними слабкими множинами активних потужностей цього ж вузла існує бієктивна відповідність, тобто введене поняття слабкої множини активної потужності вузла задовольняє сформульованій вище обов'язковій вимозі, а значить є повноцінною альтернативною теоретико-множинною моделлю детермінованого навантаження на основі слабких множин. Для цього необхідно і достатньо показати, що згадана відповідність є одночасно ін'єкцією і сюр'єкцією.

Спочатку впевнимось, що між слабкими множинами активної потужності вузла електромережі та числовими значеннями цих потужностей існує ін'єктивна відповідність. Припустимо, що відповідність між слабкими множинами активної потужності вузла електромережі та числовими значеннями цих потужностей не є ін'єкцією. Тоді повинна існувати принаймні пара слабких множин $\tilde{\tilde{P}}_1$, $\tilde{\tilde{P}}_2$ таких, що їм відповідає одне і те ж числове значення потужності вузла P і $\tilde{\tilde{P}}_1 \neq \tilde{\tilde{P}}_2$. Звичайна множина потужності цього вузла згідно з (1) має характеристичну функцію μ таку, що

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P \Rightarrow \mu_P(p) = 1 \right) \wedge \left(p > P \Rightarrow \mu_P(p) = 0 \right) \right).$$

З іншого боку теорема 2 стверджує, що кожна слабка множина потужності $\tilde{\tilde{P}}_1$, $\tilde{\tilde{P}}_2$ має єдину реалізацію. Кожна із цих реалізацій згідно з (16) повинна мати характеристичну функцію

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P_i \Rightarrow \mu_{P_i}(p) = 1 \right) \wedge \left(p > P_i \Rightarrow \mu_{P_i}(p) = 0 \right) \right), \quad i = 1,\ 2. \tag{17}$$

Згідно з теоремою 2 повинні виконуватись рівності $\mu_P = \mu_{P_1} = \mu_{P_2}$. Але згідно з (13), (17) тотожно істинним є такий ланцюжок еквіваленцій $\tilde{\tilde{P}}_1 \neq \tilde{\tilde{P}}_2 \Leftrightarrow P_1 \neq P_2 \Leftrightarrow \mu_{P_1} \neq \mu_{P_2}$. Таким чином ми прийшли до суперечності. А це означає, що прийняте на початку доведення припущення про те, що відповідність між довільними відомими числовими значеннями навантажень вузла електромережі та слабкими множинами навантажень цього вузла не є ін'єкцією — хибне. Отже згадана відповідність є ін'єктивною в чому і потрібно було переконатись.

Тепер переконаємось, що ця відповідність є також сюр'єкцією. Припустимо, що відповідність між слабкими множинами активної потужності вузла електромережі та числовими значеннями цих потужностей не є сюр'єкцією. Тоді повинно існувати таке значення потужності $P_0 \in R_{+0}$, для якого не існує слабкої множини потужності. Але ми завжди можемо задати слабку множину вигляду

$$\forall p \in R_{+0} \left(\left(p \le P_0 \Rightarrow \nu_P(p) = 1^+ \right) \wedge \left(p > P_0 \Rightarrow \nu_P(p) = 0^- \right) \right)$$

і тим самим згідно з (13) отримати слабку множину активної потужності вузла електромережі з відомою потужністю вузла P_0. Тому припущення про те, що для потужності вузла P_0 не існує слабкої множини потужності, хибне. Отже згадана відповідність є також сюр'єктивною. Твердження доведено — між будь-якими можливими значеннями активної потужності вузла електромережі та відповідними слабкими множинами активних потужностей цього ж вузла існує бієктивна відповідність. Відповідне твердження для слабкої множини реактивної потужності вузла електромережі доводиться аналогічно.

Доведені твердження надають необхідні і достатні підстави стверджувати, що відому потужність вузла електромережі можна задавати не тільки в звичайно прийнятій числовій формі у вигляді пари дійсних чисел (P, Q) або одного комплексного числа $P + jQ$, але й у вигляді пари звичайних $\left(\{p\};\{q\}\right)$, нечітких $\left(\tilde{P}; \tilde{Q}\right)$ та слабких $\left(\tilde{\tilde{P}}; \tilde{\tilde{Q}}\right)$ множин активних та реактивних потужностей.

Тепер запишемо найуніверсальнішу математичну модель потужності вузла електромережі, яку можна застосовувати як у випадку відомого детермінованого значення потужності цього вузла, так і у випадку коли не задано не тільки детерміноване, але й нечітке значення цієї потужності.

Слабка множина $\tilde{\tilde{P}}$ в R_{+0} є *слабкою множиною активної потужності вузла електромережі* за означенням тоді та тільки тоді, коли

$$\exists p \in \mathrm{R}_{+0} \left(\nu_P(p) = 1^+ \right); \tag{18}$$

$$\exists p \in \mathrm{R}_{+0} \left(\nu_P(p) = 0^- \right); \tag{19}$$

$$\forall p_1, p_2 \in R_{+0} \left(p_1 < p_2 \Rightarrow \nu_P(p_1) \ge \nu_P(p_2) \right), \tag{20}$$

де ν_P — функція напрямлених рівнів належності слабкої множини $\tilde{\tilde{P}}$ [5].

Для реактивної слабкої множини потужності означення вводиться аналогічно.

Розглянемо семантичний зв'язок між означеннями нечіткої та слабкої множин потужності. З цією метою будемо інтерпретувати позитивно напрямлені рівні належності слабкій множині потужності $\tilde{\tilde{P}}$ як нижню точну грань можливих ступенів належності нечіткій множині потужності $\tilde{P}$, а негативно напрямлені рівні належності слабкій множині $\tilde{\tilde{P}}$ — як верхню точну грань можливих ступенів належності нечіткій множині $\tilde{P}$. За такої інтерпретації умови (18), (19) відповідають умовам (4), (5) для нечіткої множини потужності. Дійсно напрямлений рівень належності 1^+ до слабкої множини $\tilde{\tilde{P}}$ може реалізуватись тільки одним способом – як ступінь належності 1 до нечіткої множини $\tilde{P}$, а напрямлений рівень належності 0^- до слабкої множини $\tilde{\tilde{P}}$ – як ступінь належності 0 до нечіткої множини $\tilde{P}$. З урахуванням цього семантика умов (4), (5) для нечітких множин потужності переноситься також на слабкі множини потужності.

Що стосується умови (20), то вона, як і умова (6) для нечіткої множини потужності, теж забезпечує деяку мінімальну узгодженість можливих значень напрямлених рівнів належності елементів множини R_{+0} слабкій множині $\tilde{\tilde{P}}$, але вона робить це, на відміну від умови (6), не в просторі [0; 1] із звичайним лінійним порядком, а в просторі напрямлених рівнів належності $[0^-;\ 1^+]$ із заданим на ньому спеціальним лінійним порядком [5]. Саме в цьому просторі умова (20) фактично задає незростаючу функцію належності ν_P слабкої множини потужності $\tilde{\tilde{P}}$. Таким чином умова (20) узагальнює аналогічну умову (6) для нечітких множин потужностей і відображає принцип, згідно з яким напрямлені рівні належності слабкій множині потужності вузла електромережі не можуть зростати із збільшенням можливих значень потужностей цього вузла.

Неважко бачити, що за умови відомих значень активної та реактивної потужностей вузла електромережі слабкі множини потужностей (13), (14) є окремим випадком загального означення (18)—(20), оскільки всі умови загального означення в цьому випадку теж виконуються. Це означає, що за відомого значення потужності вузла електромережі можна однозначно перейти до звичайної множини потужності, яка є єдиною звичайною реалізацією слабкої множини потужності. А від останньої легко перейти до числового значення потужності, використовуючи рівності $P = \sup\{p\}$ та $Q = \sup\{q\}$.

Що стосується переходу від слабких до нечітких множин потужності, то в загальному випадку він не може бути однозначним. Це пояснюється тим, що в загальному випадку слабкій множині відповідає деяка множина її нечітких реалізацій. Тут слід звернути особливу увагу на те, що, незважаючи на неоднозначність переходу від слабкої множини до нечіткої, цей перехід не може бути абсолютно довільним, а строго обмежується множиною всіх нечітких реалізацій. Саме ця множина задає обмежувальні умови переходу від слабкості до нечіткості у вигляді формальної умови (7) і тим самим обмежує можливі суб'єктивні рішення експерта з цього приводу, що забезпечує більшу об'єктивність процесу такого переходу. Крім того за необхідності вона дозволяє виконати цей перехід автоматично без участі експерта взагалі. Для цього можна використати деякі заздалегідь обумовлені принципи вибору тієї чи іншої нечіткої множини із числа можливих реалізацій слабкої множини. Враховуючи це, а також те, що задати кожному можливому значенню потужності одне граничне значення належності до множини потужності значно легше, ніж точне значення цієї належності, приходимо до висновку, що етап слабкого опису невизначеної потужності вузла електромережі є доцільним не тільки у випадку слабкої квазідетермінізації режиму СЕП, але й у випадку нечіткої квазідетермінізації.

Авторами розроблені два методи побудови функцій рівнів слабких множин потужності вузлів електромережі з невизначеним електроспоживанням. Ці методи та запропоновані математичні моделі відомих та невизначених потужностей вузлів електромережі у вигляді звичайних, нечітких та слабких множин потужностей використовуються системою відтворення електроспоживання [2, 3] для відтворення параметрів режиму електромереж в умовах недостатньої кількості телевимірів. Це дало можливість уніфікувати процес відтворення параметрів електроспоживання, підвищити точність та ефективність розв'язання цієї задачі, розширити умови, за яких може бути досягнуте таке відтворення, а також зменшити залежність його результатів від суб'єктивних оцінок експертів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Камінський В. В., Кацив С. Ш. Детермінізація процесів в складних системах з використанням обернено-прямих математичних моделей // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 1997. — № 3. — С. 105—109.

2. Мокін Б. І., Камінський В. В., Кацив С. Ш. Система відтворення режиму електроспоживання в умовах недостатньої кількості телеметричної інформації // Вісник В Вінницького політехнічного інституту. — 1999. — № 2. — С. 63—65.

3. Мокин Б. І., Волков В. К., Каминский В. В., Кацыв С. Ш. Аналитическая система диспетчерского контроля электропотребления в условиях недостаточного количества телеизмерений // Энергетика и электрификация. — 2001. — № 2. — С. 36—40.

4. Мокін Б. І., Камінський В. В. Математичне моделювання процесів пошуку оптимальних рішень з використанням слабко заданих вхідних параметрів // Праці сьомої міжнародної науково-технічної конференції «Контроль і управління в складних системах (КУСС — 2003)». — Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця. — 2003. — С. 7—10.

5. Мокін Б. І., Камінський В. В. Слабкі множини та їх застосування до розв'язання задач прийняття рішень в умовах невизначеності даних // Вісник ВПІ. — 2004. — № 3. — С. 102—108.

6. Мокин Б. И., Каминский В. В. Основы теории слабых множеств и её прикладные аспекты // Труды 12-й международной конференции по автоматическому управлению (Автоматика — 2005)»: В 3-х т. — Харьков: Изд-во НТУ «ХПИ». — 2005. — Т. 1. — С. 22—23.

Матеріали статті рекомендовані до опублікування оргкомітетом VIII Міжнародної конференції «Контроль і управління в складних системах» (КУСС-2005, 24—27.10.2005 р)

Надійшла до редакції 10.11.05
Рекомендована до друку 22.11.05

Мокін Борис Іванович — професор кафедри моделювання та моніторингу складних систем; ***Камінський В'ячеслав Вікторович*** — старший викладач кафедри електротехнічних систем електроспоживання та електрозбереження.

Вінницький національний технічний університет