

**РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА РАДІОЕЛЕКТРОННЕ  
АПАРАТОБУДУВАННЯ**  
**РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И РАДИОЭЛЕКТРОННОЕ  
АППАРАТОСТРОЕНИЕ**  
**RADIOELECTRONICS AND RADIOELECTRONIC  
EQUIPMENT MANUFACTURING**

---

УДК 621.385

**Г. Г. Бортник, к. т. н., доц.; Р. В. Гриценко, студ.**

**Г. Г. Бортник, к. т. н., доц.; Р. В. Гриценко, студ.**

**G. Bortnyk, Cand. Sc. (Eng.); R. Hrytsenko, Stud.**

**АНАЛІЗ ШУМОВИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ АНАЛОГО-ЦИФРОВИХ  
ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ СИГНАЛІВ ЕЛЕКТРОЗВ'ЯЗКУ В РЕЖИМІ  
НАДЛИШКОВОЇ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ**

**АНАЛИЗ ШУМОВЫХ СВОЙСТВ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ  
СИГНАЛОВ ЭЛЕКТРОСВЯЗИ В РЕЖИМЕ ИЗБЫТОЧНОЙ ДИСКРЕТИЗАЦИИ**

**ANALYSIS OF NOISE CHARACTERISTICS OF ANALOG-TO-DIGITAL CONVERTERS  
OF TELECOMMUNICATIONS SIGNALS IN OVER SAMPLING MODE**

*Представлено результати дослідження шумових властивостей аналого-цифрових перетворювачів з надлишковою дискретизацією. Показано, що збільшення частоти дискретизації покращує відношення сигнал—шум АЦП.*

*Представлены результаты исследования шумовых свойств аналого-цифровых преобразователей с избыточной дискретизацией. Показано, что увеличение частоты дискретизации улучшает отношение сигнал—шум АЦП.*

*The results of research of noise properties of analog- to-digital converters with surplus sampling are given in the article. It is shown that the increase of frequency of sampling improves signal—noise ratio of ADC.*

**Вступ**

Підвищення завадостійкості цифрових систем зв'язку є однією з найважливіших проблем сучасної техніки передавання інформації [1]. Ключовим елементом цифрової системи зв'язку, який безпосередньо впливає на завадостійкість приймання та оброблення інформації є аналого-цифровий перетворювач (АЦП) [2]. Узагальненим критерієм якості АЦП, що функціонує в системі зв'язку, є відношення сигнал—шум. Для збільшення відношення сигнал—шум застосовуються АЦП з нерівномірним квантуванням, а також високоточні АЦП з лінійною характеристикою перетворення. Такі перетворювачі характеризуються високими апаратними затратами для їх реалізації і мають передатні характеристики, які не завжди узгоджуються з наскрізними характеристиками цифрових телекомунікаційних систем [3].

Одним з методів поліпшення характеристик АЦП є використання режиму надлишкової дискретизації [4]. В роботах [5, 6] досліджено особливості АЦП з надлишковою дискретизацією, що використовуються у цифровому звукозаписі, в них отримано вирази для визначення необхідної частоти дискретизації в заданій смузі частот вхідного сигналу. Водночас зовсім не приділяється уваги впливу на шумові характеристики АЦП режиму надлишкової дискретизації в процесі перетворення широкого класу сигналів у телекомунікаційних системах.

У даній роботі за мету ставиться задача аналізу шумових характеристик АЦП, що при-

значені для перетворення первинних сигналів електров'язку в режимі надлишкової дискретизації.

### Вступление

Повышение помехоустойчивости цифровых систем связи — это одна из важнейших проблем современной техники передачи информации [1]. Ключевым элементом цифровой системы связи, непосредственно влияющим на помехоустойчивость приема и обработки информации есть аналого-цифровой преобразователь (АЦП) [2]. Обобщенным критерием качества АЦП, функционирующего в системе связи, является отношение сигнал—шум. Для повышения отношения сигнал—шум применяют АЦП с неравномерным квантованием, а также высокоточные АЦП с линейной характеристикой преобразования. Такие преобразователи характеризуются большими аппаратными затратами при реализации и имеют передаточные характеристики, которые не совсем согласуются со сквозными характеристиками телекоммуникационных систем [3].

Одним из методов улучшения характеристик АЦП является использование режима избыточной дискретизации [4]. В работах [5, 6] исследованы особенности АЦП с избыточной дискретизацией, использующиеся в цифровой звукозаписи, в них получены соотношения для определения необходимой частоты дискретизации в заданной полосе частот входного сигнала. В тоже время совсем не уделяется внимание влиянию на шумовые свойства АЦП режима избыточной дискретизации при преобразовании широкого класса сигналов в телекоммуникационных системах.

Целью данной работы является анализ шумовых характеристик АЦП, предназначенных для преобразования первичных сигналов электросвязи в режиме избыточной дискретизации.

### Introduction

The increase of noise-immunity of digital communication networks is one of major problems of modern information transmission systems [1]. The key element of digital communication network, which directly influences noise-immunity of reception and processing of information is an analog-digital converter (ADC) [2]. The generalized criterion of ADC quality functioning in any communication network, is signal—noise ratio. For the increase of signal—noise ratio ADC with nonuniform quantization and high-precision ADC with linear characteristic of conversion are applied. Such converters are characterized by considerable hardware expenditures needed for realization and have transmission characteristics which not completely correspond to throughput characteristics telecommunication systems [3].

One of the methods aimed at improvement of ADC characteristics is the application of redundant digitization mode [4]. Papers [5, 6] study the peculiarities of ADC with redundant digitization, used in digital recording.

These papers contain relations needed for determination of required digitization frequency in the given frequency band of input signal. At the same time, less attention is paid to the influence of redundant digitization mode on noise properties of ADC while conversion of broad class of signals in telecommunication systems.

The analysis of noise characteristics of ADC, designed for conversion of primary signals of telecommunication systems in surplus sampling mode, is the purpose of this work.

### Дослідження енергетичного спектра шумів квантування

В АЦП домінівними є шуми квантування, які безпосередньо впливають на відношення сигнал—шум перетворення. Для рівномірної шкали квантування АЦП, у випадку, коли диференціальна нелінійність не перевищує 1/2 одиниці молодшого розряду, потужність шумів квантування визначається як [7].

$$P_q = \frac{1}{12} \delta^2, \quad (1)$$

де  $\delta$  — крок квантування АЦП (шаг квантования АЦП; step of the ADC quantization).

Якщо напруга обмеження у  $k$  разів більша, ніж середньоквадратичне значення напруги на вході перетворювача ( $\sigma_s$ ), то

$$u_p = k\sigma_s. \quad (2)$$

Якщо шкала квантування АЦП будується таким чином, щоб шуми обмеження не виникали, то значення  $u_p$  має збігатися з піковим значенням сигналу. У цьому випадку коефіцієнт  $k$  є пік-фактором сигналу. В загальному випадку коефіцієнт  $k$  встановлює зв'язок

між значеннями параметрів сигналу і шкалою квантування АЦП. Між  $u_p$ ,  $\delta$  і кількістю рівнів квантування  $N$  може бути встановлено такий зв'язок:

– в разі квантування двополярних сигналів

$$N = 2|u_p|/\delta + 1 \approx 2|u_p|/\delta; \quad (3)$$

– в разі квантування однополярних сигналів

$$N = |u_p|/\delta. \quad (4)$$

Підставивши (2)–(4) у (1), можна отримати інший запис виразів для шуму квантування. У випадку двополярного сигналу на вході АЦП

$$P_q = \frac{1}{3} \frac{u_p^2}{N^2} = \frac{1}{3} \frac{k^2 \sigma_s^2}{N^2}. \quad (5)$$

У випадку однополярного сигналу на вході АЦП

$$P_q = \frac{1}{12} \frac{u_p^2}{N^2} = \frac{1}{12} \frac{k^2 \sigma_s^2}{N^2}. \quad (6)$$

Оскільки шуми квантування є послідовністю некорельованих імпульсів з випадковою амплітудою, енергетичний спектр такої послідовності описується виразом [7]

$$G_q(f) = \frac{2\tau^2}{T^2} \sigma_q^2 \frac{\sin^2(2\pi f\tau/2)}{(2\pi f\tau/2)^2}, \quad (7)$$

де  $\tau$  – тривалість імпульсу (длительность импульса; pulse duration);  $T$  – період дискретизації (період дискретизации; period of digitization);  $\sigma_q$  – дисперсія шуму квантування (дисперсія шума квантування; dispersion of quantum noise).

В разі зменшення  $\tau$  енергетичний спектр шумів квантування стає рівномірнішим і для  $\tau \rightarrow 0$  шум квантування перетворюється в «білий шум», що має усталений енергетичний спектр у широкій смузі частот, значно ширшій за спектр сигналу.

Потужність низькочастотної складової спектра квантованого сигналу  $P_s$  у  $\tau^2/T^2$  разів менша потужності вхідного сигналу, а максимальна частота цього спектра не може перевищувати половини частоти дискретизації. Потужність шуму квантування в робочій смузі частот дорівнює

$$P_q = \frac{1}{2\pi} \int_0^{0,5f_s} G_q(f) df = \frac{1}{2\pi} \int_0^{0,5f_s} \frac{2\tau^2}{T} \sigma_q^2 \frac{\sin^2(2\pi f\tau/2)}{(2\pi f\tau/2)^2} df. \quad (8)$$

На граничній частоті  $f_s/2$  аргумент  $2\pi f\tau/2 = \pi\tau/2T$ . Якщо  $\tau \ll T$ , то  $\frac{\sin(\pi\tau/2T)}{(\pi\tau/2T)} \approx 1$ .

Тоді вираз (8) набуває вигляду

$$P_q = \sigma_q^2 \frac{1}{2\pi} \frac{2\tau^2}{T} \frac{2\pi f_s}{2} = \sigma_q^2 \frac{2\tau^2}{T^2}. \quad (9)$$

Звідси відношення сигнал–шум квантування на виході АЦП

$$P_s/P_q = P_s \frac{\tau^2}{T^2} / \left( \sigma_q^2 \frac{2\tau^2}{T^2} \right). \quad (10)$$

Для розрахунків можна вважати, що спектр шумів квантування зосереджений в зоні частот  $0 \div f_s/2$  і має в межах цього діапазону рівномірну спектральну густину потужності

$$G_q(f) = \frac{\sigma_q^2}{\pi f_s} 2\pi = \frac{2}{f_s} \sigma_q^2. \quad (11)$$

### Аналіз впливу надлишкової дискретизації на спектри первинних сигналів електрозв'язку

Для визначення міри надлишковості при дискретизації використовується коефіцієнт надлишкової дискретизації (*oversampling ratio* – *OSR*)

$$OSR = f_s / 2f_m. \quad (12)$$

Оскільки потужність шумів квантування дорівнює його дисперсії

$$\sigma_q^2 = P_q, \quad (13)$$

то спектральна густина потужності шумів квантування АЦП з надлишковою дискретизацією, з урахуванням виразів (11) і (13) визначається як

$$G_q(f) = \frac{2}{OSR \cdot f_s} P_q. \quad (14)$$

Отриманий вираз можна використати для дослідження спектрів шумів квантування первинних сигналів електрозв'язку у режимі надлишкової дискретизації.

Для телефонного (мовного) сигналу пік-фактор  $k = 5$ , для первинного телевізійного сигналу –  $k = \sqrt{3}$ , а для гармонічного сигналу –  $k = \sqrt{2}$ . Тоді спектральна густина потужності дорівнює:

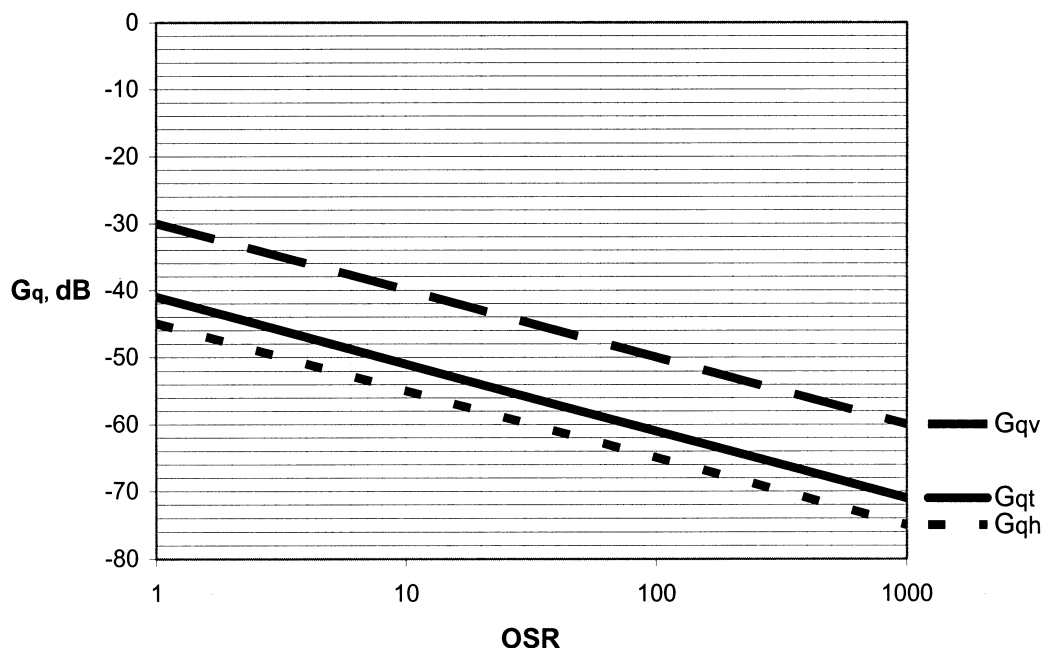
– у випадку мовного та гармонічного сигналу з урахуванням (5)

$$G_{qv}(f) = G_{qh}(f) = \frac{2}{OSR \cdot f_s} P_q^2 = \frac{2}{3} \frac{k^2}{N^2} \frac{\sigma_s^2}{OSR \cdot f_s}; \quad (15)$$

– у випадку телевізійного сигналу з урахуванням (6)

$$G_{qt}(f) = \frac{1}{6} \frac{k^2}{N^2} \frac{\sigma_s^2}{OSR \cdot f_s}. \quad (16)$$

Залежність спектральної густини потужності для різних сигналів від коефіцієнта надлишкової дискретизації показано на рисунку.



Залежність потужності шумів квантування від коефіцієнта надлишкової дискретизації  
Зависимость мощности шумов квантования от коэффициента избыточной дискретизации  
Dependence of power of quantum noises on the coefficient of surplus sampling

### Исследование энергетического спектра шумов квантования

В АЦП доминирующими являются шумы квантования, которые непосредственно влияют на отношение сигнал—шум преобразования. При равномерной шкале квантования АЦП, для случая, когда дифференциальная нелинейность не превышает 1/2 единицы младшего разряда, мощность шумов квантования определяется как [7] (1).

Если напряжение ограничения в  $k$  раз больше, чем среднеквадратичное значение напряжения на входе преобразователя ( $\sigma_s$ ), то (2).

Если шкала квантования ЦАП строится таким образом, чтобы шумы квантования не возникали, то значение  $u_p$  должно совпадать с пиковым значением сигнала. В этом случае коэффициент  $k$  является пик-фактором сигнала. В общем случае коэффициент  $k$  устанавливает связь между значениями параметров сигнала и шкалой квантования АЦП. Между  $u_p$ ,  $\delta$  и числом уровней квантования  $N$  может быть установлена следующая связь:

- при квантовании биполярных сигналов (3);
- при квантовании однополярных сигналов (4).

Подставляя (2)—(4) в (1), можно получить иную форму записи выражений для шума квантования. Для случая биполярного сигнала на входе АЦП (5).

Для случая однополярного сигнала на входе АЦП (6).

Поскольку шумы квантования являются последовательностью некоррелированных импульсов со случайной амплитудой, энергетический спектр такой последовательности описывается выражением [7] (7).

При уменьшении  $\tau$  энергетический спектр шумов квантования становится более равномерным и при  $\tau \rightarrow 0$  шум квантования превращается в «белый шум», который имеет установившийся энергетический спектр в широкой полосе частот, которая значительно шире спектра сигнала.

Мощность низкочастотной составляющей спектра квантованного сигнала  $P_s$  в  $\tau^2/T^2$  раз меньше мощности входного сигнала, а максимальная частота этого спектра не может превышать половины частоты дискретизации. Мощность шума квантования в рабочей полосе частот равняется (8).

На граничной частоте  $f_s/2$  аргумент  $2\pi f\tau/2 = \pi\tau/2T$ . Если  $\tau \ll T$ , то  $\frac{\sin(\pi\tau/2T)}{(\pi\tau/2T)} \approx 1$ .

Тогда выражение (8) принимает вид (9).

Отсюда отношение сигнал—шум квантования на выходе АЦП (10).

При расчетах можно считать, что спектр шумов квантования сосредоточен в зоне частот  $0 \div f_s/2$  и имеет в границах этого диапазона равномерную спектральную плотность мощности (11).

### Анализ влияния избыточной дискретизации на спектры первичных сигналов электросвязи

Для определения меры избыточности при дискретизации используется коэффициент избыточной дискретизации (*oversampling ratio* – *OSR*) (12).

Поскольку мощность шумов квантования равняется его дисперсии (13), то спектральная плотность мощности шумов квантования АЦП с избыточной дискретизацией, с учетом выражений (11) и (13) определяется как (14).

Полученное выражение можно использовать для исследования спектров шумов квантования первичных сигналов электросвязи в режиме избыточной дискретизации.

Для телефонного (речевого) сигнала пик-фактор  $k = 5$ , для первичного телевизионного сигнала –  $k = \sqrt{3}$ , а для гармонического сигнала –  $k = \sqrt{2}$ .

Тогда спектральная плотность мощности равняется:

- для случая речевого и гармонического сигнала с учетом (5) получим (15);
- для случая телевизионного сигнала с учетом (6) получим (16).

Зависимость спектральной плотности мощности для разных сигналов от коэффициента избыточной дискретизации представлена на рисунке.

### Research of energy spectrum of quantum noise

Quantum noise, influencing directly signal-noise conversion is predominant factor in ADC uniform quantum scale.

At uniform quantum scale of ADC, for the case, when differential non-linearity does not exceed 1/2 of the unit of least significant bit, power of quantum noise is determined as [7] (1).

If limiting voltage is  $K$  times higher than root-mean-square value at the input of converter ( $\sigma_s$ ), then (2).

If quantizing scale ADC is built so that to avoid the emergence of noise, then the value  $u_p$  must coincide with peak value of the signal. In this case  $k$  factor is peak-factor of the signal. In general case,  $k$  factor establishes the connection between values of signal parameters and quantizing scale of ADC. The following relation can be established between  $u_p$ ,  $\delta$  and the number of quantization levels  $N$ :

- at quantization of bipolar signals (3).
- at quantization of single-polar signals (4).

Substituting (2)—(4) in (1) we can obtain another form of presentation of the expressions for quantum noise. For the case of bipolar signal at the input of ADC (5). For the case of single-polar signal at the input of ADC (6).

Since quantum noise is the sequence of non-correlated pulses with random amplitude, energy spectrum of such sequence is described by the expression (7) at decrease of  $\tau$  energy spectrum of quantum noise becomes more uniform and at  $\tau \rightarrow 0$  quantum noise transformers into "white noise" having stable energy spectrum in wide frequency band, which is much wider than signal spectrum. Power of low-frequency component of quantized signal  $P_s$  spectrum is  $\tau^2/T^2$  times less than the power of input signal, and maximum frequency of this spectrum cannot exceed half of digitization frequency. Power of quantum noise in operating frequency band equals (8).

$$\text{At limiting frequency } f_s/2 \text{ argument } 2\pi f\tau/2 = \pi\tau/2T. \text{ If } \tau \ll T, \frac{\sin(\pi\tau/2T)}{\pi\tau/2T} \approx 1$$

Then the expression (8) takes the form (9).

Signal — noise ratio of quantization at the output of ADC is (10).

We can assume, performing calculations, that quantum noise spectrum is concentrated in  $0 \div f_s/2$  frequency zone and has uniform spectral density of power within the limits of this spectrum.

### Analysis of redundant digitization impact on the spectra of primary telecommunication signals

In order to determine redundancy level at digitization the over sampling ratio is used (12).

Since power of quantum noise equals its dispersion (13), then spectral density of quantum noise power of ADC with redundant digitization, taking into consideration expression (11) and (13) is determined as (14).

The obtained expression can be used for investigation of quantum noise spectra of primary telecommunication signals in the mode of redundant digitization.

For telephone (voice) signal peak-factor  $k = 5$ , for primary television signal —  $k = \sqrt{3}$ , and for harmonic signal —  $k = \sqrt{2}$ .

Then spectral density of power equals:

- for the case of vocal and harmonic signal, taking into account (5) — in (15);
- for the case of television signal, taking into account (6) — in (16).

Dependence of spectral density of power for different signals on over sampling is presented in Figure.

### Висновки

Встановлено, що шуми квантування у смузі частот перетворюваного сигналу мають характер «білого шуму» з усталеним енергетичним спектром. Показано, що подвоєння частоти дискретизації викликає зменшення рівня шумів квантування на 3 дБ. Це веде до підвищення відношення сигнал—шум, а отже і роздільної здатності АЦП. Для первинних сигналів електрозв'язку шуми квантування залежать від пік-фактора та розрядності АЦП. Для поліпшення шумових властивостей АЦП можна формувати шумоподібні сигнали з відповідними частотними характеристиками, які підлягають аналого-цифровому перетворенню разом з корисними сигналами з подальшим обробленням їх за допомогою цифрових фільтрів.

**Перспективи.** Враховуючи, що найкращими шумовими властивостями у режимі надлишкової дискретизації характеризуються АЦП первинних телефонних сигналів, доцільно використовувати такі перетворювачі у цифрових багатоканальних системах передачі мовних сигналів та в засобах мобільного зв'язку.

## Выводы

Установлено, что шумы квантования в полосе частот преобразуемого сигнала имеют характер «белого шума» с установившимся энергетическим спектром. Показано, что удвоение частоты дискретизации вызывает уменьшение уровня шумов квантования на 3 дБ. Это приводит к повышению отношения сигнал—шум и также раздельной способности. Для первичных сигналов электросвязи шумы квантования зависят от пик-фактора и разрядности АЦП. Для улучшения шумовых свойств АЦП можно формировать шумоподобные сигналы с соответствующими частотными характеристиками, которые подлежат аналого-цифровому преобразованию вместе с полезными сигналами с последующей их обработкой с помощью цифровых фильтров.

**Перспективы.** Учитывая, что наилучшими свойствами в режиме избыточной дискретизации характеризуются АЦП первичных телефонных сигналов, целесообразно использовать такие преобразователи в цифровых многоканальных системах передачи речевых сигналов и в средствах мобильной связи

## Conclusion

It has been determined that quantum noise in frequency band of converted signal is of, white noise,, character with established energy spectrum. It has been showed that doubling of digitization frequency results in the decrease of quantum noise level by 3dB. This leads to increase of signal — noise ratio and separation ability. For primary telecommunication signals quantum noise depends on peak-factor and ADC word length.

In order to improve noise features of ADC noise-like signals with corresponding frequency characteristics can be formed subjected to analog-to-digital conversion along with useful signals with their subsequent processing by means of digital filters.

**Future trends.** Taking into account that ADC of primary telephone signals are characterized by the best noise properties in redundant digitization mode, it is expedient to use such converters in digital multi channel systems of voice transmission systems and mobile communication.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### REFERENCES

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: Пер. с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. — 1104 с.
2. Прокис Д. Цифровая связь: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 2000. — 800 с.
3. Стеклов В. К., Беркман Л. Н. Проективання телекомунікаційних мереж: Підр. для вищ. навч. закл. / За ред. В. К. Стеклова. — К.: Техніка, 2002. — 792 с.
4. Cvetkovic Z., Vetterli M. On error-rate characteristics of oversampled A/D conversion // IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1997. — P. 437–440.
5. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике.: Пер. с нем. — М.: Мир, 1991. — 446 с.
6. Щербина В. И. Цифровая звукозапись: — М.: Радио и связь, 1989. — 192 с.
7. Гитлиц М. В., Лев А. Ю. Теоретические основы многоканальной связи: Учеб. пос. для вузов связи. — М.: Радио и связь, 1985. — 248 с.

Рекомендована кафедрою телекомунікаційних систем і телебачення

Надійшла до редакції 17.05.05  
Рекомендована до друку 6.07.05

**Бортник Геннадій Григорович** — доцент кафедри телекомунікаційних систем і телебачення;  
**Гриценко Роман Вікторович** — студент Інституту радіотехніки, зв'язку та приладобудування.  
Вінницький національний технічний університет

**Бортник Геннадий Григорьевич** — доцент кафедры телекоммуникационных систем и телевидения;  
**Гриценко Роман Викторович** — студент Института радиотехники, связи и приборостроения.  
Винницкий национальный технический университет

**Gennadiy Bortnyk** — Assistant Professor of Chair of telecommunication systems and TV, **Roman Gricenko** — student of Institute of Radio Engineering, Communication and Instrument building.  
Vinnytsia National Technical University