

О. А. Шкурупій, к. т. н., доц., Д. М. Лазарєв, асп.

А. А. Шкурупий, к. т. н., доц., Д. Н. Лазарев, асп.

A. Shkurupiy, Cand. Sc. (Eng.), Assist. Prof., D. Lazarev, Post-Graduate

**РОЗРАХУНОК МІЦНОСТІ НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ
ЦЕНТРАЛЬНО СТИСНУТИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЕКСТРЕМАЛЬНОГО КРИТЕРІЮ**

**РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ НОРМАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ ЦЕНТРАЛЬНО СЖАТЫХ
ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭКСТРЕМАЛЬНОГО
КРИТЕРИЯ**

**THE DESIGN OF THE STRENGTH OF NORMAL CROSS SECTION OF
CENTRALLY COMPRESSED REINFORCED CONCRETE ELEMENTS
BY MEANS OF EXTREMAL CRITERION**

Виконано дослідження розрахунку міцності центрально стиснутих залізобетонних елементів по нормальних перерізах на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм міцності, що враховує вплив спадної гілки повної діаграми стиснення бетону із застосуванням оптимізаційних і числових методів. Досліджується вплив форми поперечного перерізу залізобетонних елементів, класу бетону, процента армування на граничну деформацію стиснутої зони бетону та на міцність нормальних перерізів таких елементів. Наведені статистичні результати порівняння розрахунків з даними експериментів.

Выполнены исследования расчета прочности центрально сжатых железобетонных элементов по нормальным сечениям на основе деформационной модели с экстремальным критерием прочности, которая учитывает влияние нисходящей ветви полной диаграммы сжатия бетона с применением оптимизационных и численных методов. Исследуется влияние формы поперечного сечения железобетонных элементов, класса бетона, процента армирования на предельную деформацию сжатой зоны бетона и на прочность нормальных сечений таких элементов. Приведены статистические результаты сравнения расчетов с данными экспериментов.

The design of the strength of normal cross section of centrally compressed reinforced concrete elements (RCE) was investigated by means of extremal criterion within the bounds of deformation model. Descending part of the concrete stress-strain diagram was taken into account. Optimization and numerical methods were used. The influence of cross section form, concrete class and reinforcement percentage on the ultimate strain of cross section compressed part were studied.

Вступ

У роботах [1—5] відзначено необхідність удосконалення відомих моделей [6—9] з метою урахування достовірних залежностей реальної роботи матеріалів, механічних і геометричних характеристик залізобетонних елементів (ЗБЕ) тощо. Деформаційна модель (ДМ) із екстремальним критерієм міцності (ЕКМ) в разі урахування реальних діаграм роботи арматури має значні переваги в порівнянні з оптимізаційними методами. Вона дає можливість аналітично одержати граничні характеристики бетону нормального перерізу ЗБЕ, завдяки врахуванню спадної гілки повної діаграми стиснення (ПДС) бетону, що відображає процес зниження несучої здатності внаслідок зростання ступеня його руйнування.

Екстремальний характер ПДС бетону, що має строгий максимум $A(\varepsilon_R, R_b)$ (рис. 1а), спричиняє існування строгого максимуму $T(\varepsilon_{bu}, F_{\max})$ залежності між зусиллям F у перерізі й деформацією ε_{bm} стиснутої грані бетону нормального перерізу ЗБЕ (рис. 1б), що приводить до існуван-

ня ЕКМ нормального перерізу [1—5]

$$F(\varepsilon_{bm}, \dots) = \max, \text{ якщо (если, if) } \varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}. \tag{1}$$

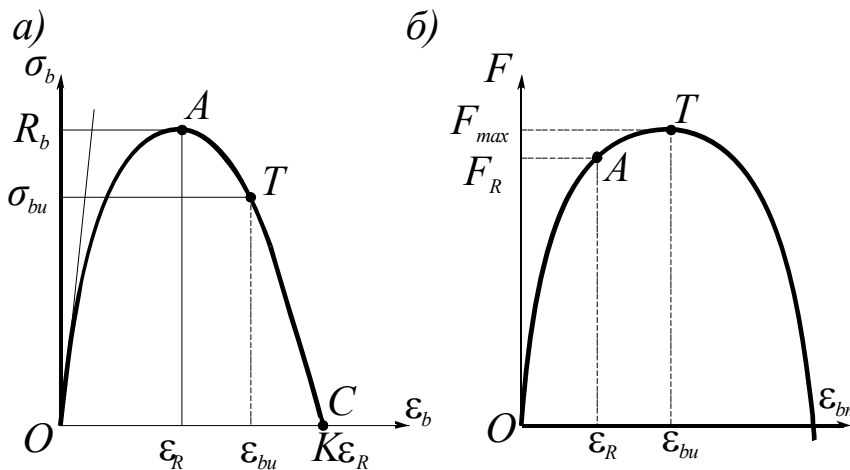


Рис. 1. Повна діаграма стиснення бетону $\sigma_b - \varepsilon_b$ (а), залежність «зусилля у перерізі F — деформація ε_{bm} стиснутої грані бетону перерізу» ЗБЕ (б)

Рис. 1. Полная диаграмма сжатия бетона $\sigma_b - \varepsilon_b$ (а), зависимость «усилие сечения F — деформация сжатой грани бетона сечения ε_{bm} » ЖБЭ (б)

Fig. 1. Complete compression diagram of concrete $\sigma_b - \varepsilon_b$ (а) and relationship between the force in the section F and the strain of the compressed edge of concrete ε_{bm} RCE (b)

Про існування строгого максимуму кривих $F(\varepsilon_{bm})$ свідчить значна кількість відомих експериментів, зокрема наведених в [4, 10, 11].

ДМ з ЕКМ є альтернативною моделлю відносно відомих ДМ із емпіричним критерієм міцності [7—10] $\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}$, у яких граничні деформації ε_{bu} [7, 8] визначалися шляхом прямих вимірювань на стиснутій грані випробуваних ЗБЕ, а рекомендовані їх значення наведені в нормах [8].

На протипагу [7, 8] граничні деформації бетону моделі [9] визначалися з випробувань центрально стиснутих зразків [12], правомірність методики яких викликає обґрунтовані сумніви [3].

Вступление

В работах [1—5] отмечена необходимость усовершенствования известных моделей [6—9] с целью учета достоверных зависимостей реальной работы материалов, механических и геометрических характеристик железобетонных элементов (ЖБЭ) и т. п. Деформационная модель (ДМ) с экстремальным критерием прочности (ЭКП) при учете реальных диаграмм работы арматуры имеет значительные преимущества в сочетании с оптимизационными методами. Она дает возможность аналитически получить предельные характеристики бетона нормального сечения ЖБЭ, благодаря учету нисходящей ветви полной диаграммы сжатия (ПДС) бетона, которая отображает процесс снижения несущей способности вследствие возрастания степени его разрушения.

Экстремальный характер ПДС бетона, который имеет строгий максимум $A(\varepsilon_R, R_b)$ (рис. 1а), обуславливает существование строгого максимума $T(\varepsilon_{bu}, F_{max})$ зависимости между усилием в сечении F и деформацией сжатой грани бетона ε_{bm} нормального сечения ЖБЭ (рис. 1б), что приводит к существованию ЭКП нормального сечения [1—5] (1)

О существовании строгого максимума кривых $F(\varepsilon_{bm})$ свидетельствует значительное количество известных экспериментов, в частности приведенных в [4, 10, 11].

ДМ с ЭКП это альтернативная модель по отношению к известным ДМ с эмпирическим критерием прочности [7—10] $\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}$, в которых предельные деформации ε_{bu} [7, 8] определялись путем прямых измерений на сжатой грани испытанных ЖБЭ, а рекомендованные их значения приведены в нормах [8].

В протилежності [7, 8] предельные деформации бетона модели [9] определялись из испытаний центрально сжатых образцов [12], правомерность методики которых вызывает обоснованные сомнения [3].

Introduction

The works [1—5] focus on the necessity of improving the known models [6—9] with the aim to consider reliable relationships of real behavior of materials, mechanical and geometrical characteristics of reinforced concrete elements etc. Deformation model (DM) with extremal strength criterion (ESC) — real diagrams of reinforcement behavior being considered — has considerable advantages when combined with various optimization methods. This enables to obtain analytically the ultimate characteristics of concrete for normal cross section of reinforced concrete element (RCE) due to taking into consideration the descending branch of complete compression diagram. The latter depicts the strength descending process as a result of the increase of degree of its destruction.

Very extremal character of the complete compression diagram of concrete having exact maximum $A(\varepsilon_R, R_b)$ (fig. 1a) stipulates the existence of the exact maximum $T(\varepsilon_{bu}, F_{max})$ of relationship between the force in section F and the strain of compressed edge of concrete ε_{bm} of normal cross section of reinforced concrete element (fig. 1b). This causes the ESC normal cross section [1—5] (1).

A great number of well-known experiments prove the existence of the exact curve maximum $F(\varepsilon_{bm})$ and in particular the ones given in [4, 10, 11].

The DM with ESC is an alternative model to the known ones. It is based on the empirical strength criterion [7—10] $\varepsilon_{bm} = \varepsilon_{bu}$ in which the ultimate strains ε_{bu} [7, 8] were determined by direct measurements on the compressed edges of the tried reinforced concrete samples, and their recommended values were given in the standards [8].

Contrary to the cases [7, 8], the ultimate deformations of concrete of the model [9] were determined in the process of testing of centrally compressed samples [12], the testing method being doubtful [3].

Виклад основного матеріалу

Дослідження обмежувалося задачею перевірки міцності нормального перерізу. Для визначення напружень, деформацій та інших характеристик перерізу центрально стиснутих ЗБЕ (рис. 2) використовуємо:

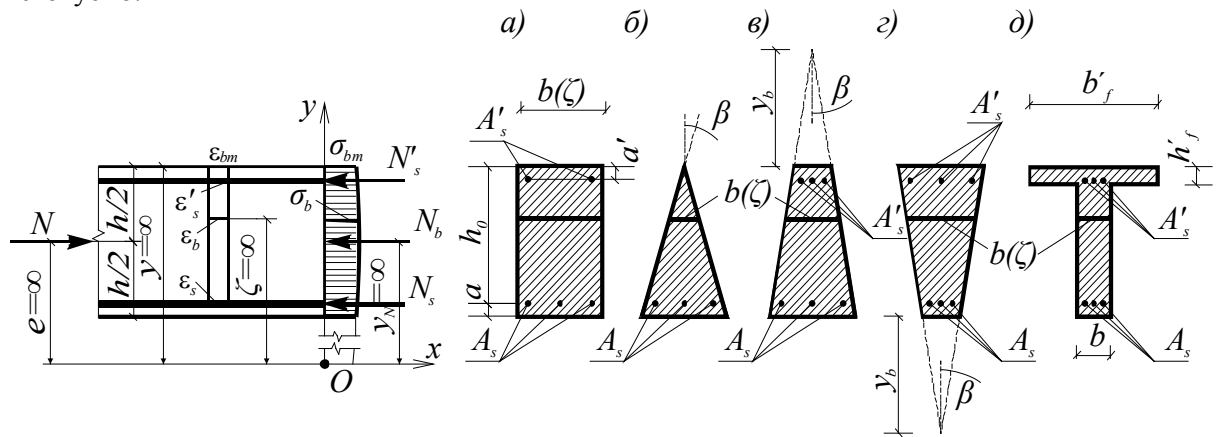


Рис. 2. Розрахункова схема ЗБЕ і розглянуті форми поперечних перерізів
 Рис. 2. Расчетная схема ЖБЭ и рассмотренные формы поперечных сечений
 Fig. 2. The scheme for calculating RCE and the examined forms of the normal cross sections

1. Фізичні залежності:

а) для бетону — у вигляді апроксимації, запропонованої М. Саргеном і рекомендованої ЄКБ-ФІП

$$\sigma_b = R_b \left(K\eta - \eta^2 \right) / \left[1 + (K - 2)\eta \right], \tag{2}$$

де η — рівень деформації (уровень деформации; strain degree) та параметр деформативно-міцнісних (механічних) властивостей бетону (параметр деформативно-прочностных (механических) свойств бетона; parameter of the strain-strength (mechanical) property of concrete) K визначаються за формулами

$$\eta = \varepsilon_b / \varepsilon_R; \quad K = E_b \varepsilon_R / R_b, \quad (3)$$

де E_b — початковий модуль пружності бетону обчислюваний за формулою (начальный модуль упругости бетона, вычисляемый по формуле; initial concrete elasticity module), $E_b = 1,1 \cdot 10^4 R_b^{0,3}$ [14]; R_b, ε_R — напруження й деформація в максимумі кривої $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 1а) (напряжения и деформация в максимуме кривой $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 1а); stress and strain in the point of curve maximum $\sigma_b - \varepsilon_b$ (рис. 1а)). Деформація ε_R визначалась за формулою ЄКБ-ФП

$$\varepsilon_R = 70 \cdot 10^{-5} R_b^{0,31}; \quad (4)$$

б) для арматури аналітичні вирази діаграми розтягнення (стиснення) розділені на два відомих типи: з фізичною границею текучості σ_y і з умовною границею текучості $\sigma_{0,2}$ (рис. 3). При цьому, для арматури з фізичною границею текучості σ_y (рис. 3а) іноді (для малої кількості арматури) потрібно враховувати область зміцнення BC , що на інтервалі деформацій $\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$ можна апроксимувати параболою

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{su}}{(1 - \varepsilon_{yu} / \varepsilon_{su})^2} - \left[\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} \right) \left(2 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} \right) \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} + \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} + \left(\frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right)^2 - 2 \frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right], \quad (5)$$

де ε_{yu} — деформація наприкінці площадки текучості (точка B) (деформация в конце площадки текучести (точка B); strain at the end part of the diagram yield point (point B)), $\sigma_{su}, \varepsilon_{su}$ — напруження (границя міцності) і деформація в точці максимуму C діаграми $\sigma_s - \varepsilon_s$ (рис. 3а) (напряжение (граница прочности) и деформация в точке максимума C диаграммы $\sigma_s - \varepsilon_s$ (рис. 3а); stress (strength limit) and strain in the maximum point of diagram C $\sigma_s - \varepsilon_s$ (fig. 3а)).

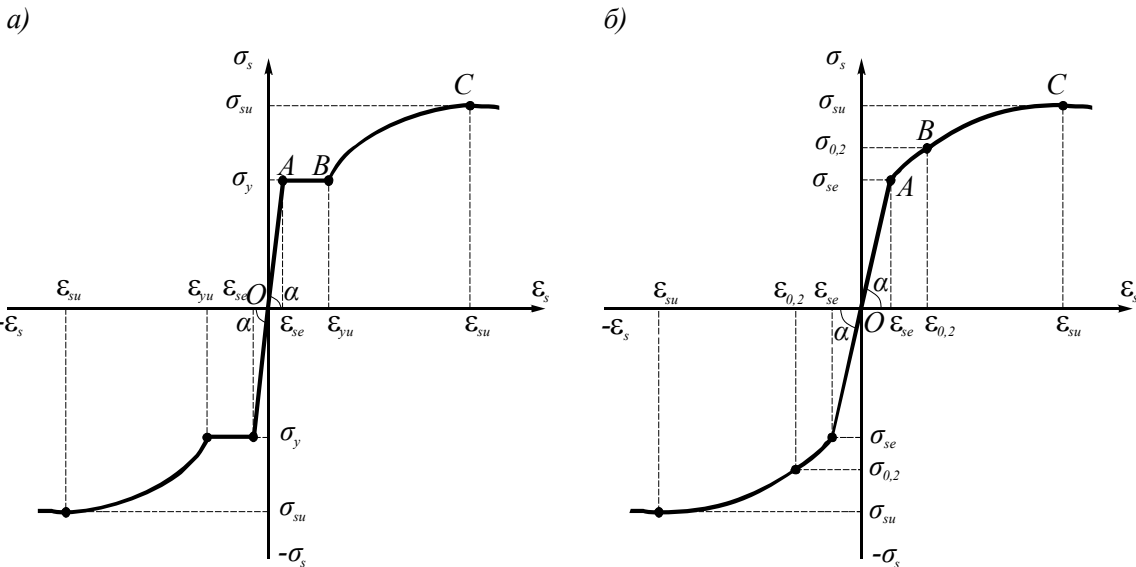


Рис. 3. Діаграми розтягнення (стиснення) арматурних сталей: а) з фізичною; б) умовною границями текучості
 Рис. 3. Диаграммы растяжения (сжатия) арматурных сталей: а) с физической; б) условной границами текучести
 Fig. 3. Stress-strain diagrams for reinforcement: a) with physical; b) conventional yield point

Для арматури без площадки текучості застосовується лінійно-двопараболічна апроксимація діаграми розтягнення

$$\begin{cases} 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{se}, & \sigma_s = E_s \varepsilon_s; \\ \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{0,2}, & \sigma_s = -\alpha \varepsilon_s^2 + \beta \varepsilon_s + \gamma; \\ \varepsilon_{0,2} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, & \sigma_s = -a \varepsilon_s^2 + b \varepsilon_s + c, \end{cases} \quad (6)$$

в якій

$$\begin{cases} \alpha = p - q; & \beta = 2p\varepsilon_{0,2} - q(\varepsilon_{se} + \varepsilon_{0,2}); & \gamma = \sigma_{0,2} - p\varepsilon_{0,2}^2 + q\varepsilon_{se}\varepsilon_{0,2}; \\ p = (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}) / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se})^2; & q = \sigma'_{0,2} / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}); \\ \sigma'_{0,2} = -2a\varepsilon_{0,2} + b, \end{cases} \quad (7)$$

$$a = (\sigma_{su} - \sigma_{0,2}) / (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{0,2})^2; \quad b = 2a\varepsilon_{su}; \quad c = \sigma_{su} - a\varepsilon_{su}^2, \quad (8)$$

де вихідними параметрами арматури є: модуль пружності (модуль упругості; the modulus of elasticity) E_s , межа пропорційності (гранича пропорциональності; proportionality limit) σ_{se} , умовна межа текучості (условная граница текучести; conventional yield point) $\sigma_{0,2}$, межа міцності (гранича прочності; strength limit) σ_{su} і відповідні цим межам деформації — ε_{se} , $\varepsilon_{0,2}$, ε_{su} [4].

2. Геометричні залежності визначались на основі гіпотези плоских перерізів, що дозволяє виразити через деформацію ε_{bm} деформації стиснутої зони бетону ε_b на рівні волокон із координатою ζ , а також деформації розтягнутої й стиснутої арматури (рис. 2);

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{bm} \cdot \zeta / y; \quad (9)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{bm} \cdot (h_0 / y - 1); \quad (10)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{bm} \cdot (1 - a' / y), \quad (11)$$

де y — висота стиснутої зони бетону (высота сжатой зоны бетона; height of concrete compressed part), a' — відстань від рівнодійної в арматурі стиснутої зони бетону до найближчої грані перерізу (расстояние от равнодействующей в арматуре сжатой зоны бетона к ближайшей грани сечения; distance between the resultant in the reinforcement of the concrete compressed zone and the nearest edge section), h_0 — робоча висота перерізу (рабочая высота сечения; working height of the section).

Прийнявши позначення $\alpha = \varepsilon_{bm} / \varepsilon_R$, одержимо, що $\eta = \alpha \zeta / y$, де α — відносна деформація стиснутої грані бетону ЗБЕ в нормальному перерізі.

3. Рівняння рівноваги

$$\sum X = 0; \quad N - \sigma_s A_s - N_b - \sigma'_s A'_s = 0; \quad (12)$$

$$\sum M_O = 0; \quad Ne - N_b y_N - \sigma'_s A'_s (y - a') - \sigma_s A_s (h_0 - y) = 0, \quad (13)$$

де N_b — рівнодійна бетону стиснутої зони (равнодействующая бетона сжатой зоны; is the resultant of concrete of the compressed part)

$$N_b = \int_0^y \sigma_b b(\zeta) d\zeta = N_b(\alpha, y); \quad (14)$$

e — ексцентриситет прикладання сили N відносно нейтральної осі перерізу (рис. 2) (эксцентриситет приложения силы N относительно нейтральной оси сечения (рис. 2); eccentricity of application of the force N relatively to the neutral axes of the normal cross section (Fig. 2))

$$e = e_0 - h/2 + y = e(y); \quad (15)$$

e_0 — ексцентриситет прикладання сили N , відносно центра перерізу (рис. 2) (эксцентриситет приложения силы N относительно центра сечения (рис. 2); eccentricity of application of the force N relatively

to the center of the normal cross section (Fig. 2)), $e_0 = 0$; y_N — відстань від нульової лінії деформацій до точки прикладання зусилля N_b , яку представимо у вигляді (расстояние от нулевой линии деформаций к точке приложения усилия N_b , которую представим в виде; distance between the zero line of the strains and the point to which N_b is applied. It can be presented as)

$$y_N = \left(\int_0^y \sigma_b \zeta b(\zeta) d\zeta \right) / N_b = y_N(\alpha, y). \tag{16}$$

Використовуючи залежності (2)—(13), з урахуванням (14)—(16) одержимо систему рівнянь із невідомими N, α, y

$$\left\{ N - \sigma_s(\alpha, y) A_s - N_b(\alpha, y) - \sigma'_s(\alpha, y) A'_s = 0; \tag{17}$$

$$\left\{ N e(y) - N_b(\alpha, y) y_N(\alpha, y) - \sigma'_s(\alpha, y) A'_s (y - a') - \sigma_s(\alpha, y) A_s (h_0 - y) = 0. \tag{18}$$

Для визначення невідомих N, α, y використовуємо (17), (18) і додаткову умову у вигляді ЕКМ нормального перерізу (1). У результаті маємо оптимізаційну задачу нелінійного математичного програмування [15] на умовний екстремум із цільовою функцією (1) при обмеженнях-рівностях (17), (18). Для реалізації оптимізаційної методики було розроблено спеціальну програму для ПЕОМ «МОК1-05».

Порівнюючи результати обчислень за наведеною вище методикою з експериментальними даними випробувань стиснутих залізобетонних елементів значення напружень в арматурі і відповідні їм деформації (див. рис. 3) брались за даними її випробувань або середньостатистичними для різних класів арматури [16, 17].

Аналіз граничних характеристик виконувався для нормальних перерізів різної форми — прямокутної, трикутної, трапецієподібної з розширенням у розтягнутій та стиснутій зонах та таврової (див. рис. 2). Параметр механічних властивостей бетону K , що обчислюється за формулою (3), зростає у діапазоні 1,2...3,5, якому відповідає зниження міцності бетону R_b приблизно від 120 до 7,5 МПа. Процент армування μ_s змінювався в інтервалі 0,41...5,03 %. Клас арматури брався постійним — АІІІ. Арматура розташовувалась в розтягнутій і, як правило, в стиснутій зоні нормального перерізу (рис. 2). Розміри нормальних перерізів прямокутної та трикутної форм залишались постійними $b = 0,25$ м і $h = 0,3$ м, для трапецієподібної форми $\text{tg} \beta = 0,217$, а для таврової форми перерізу $h = 0,3$ м, $b = 0,12$ м, $h'_f = 0,06$ м, $b'_f = 0,25$ м. Одержані результати виконаних досліджень ілюструють наведені нижче рисунки 4—9.

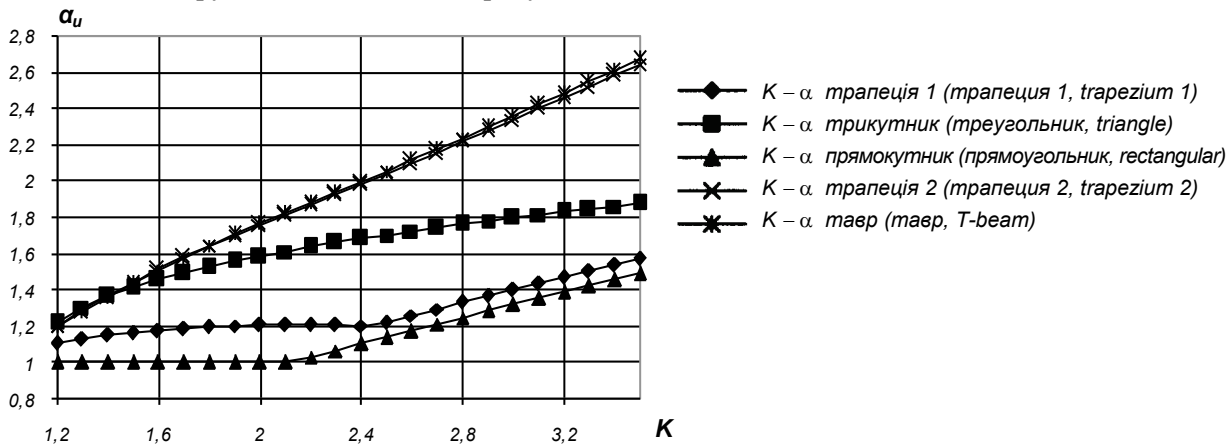


Рис. 4. Вплив на характеристику граничної деформації бетону нормальних перерізів різної форми $\alpha_u = \epsilon_{bu} / \epsilon_R$ параметра K для центрального стиснення, з однаковою кількістю розтягнутої (2Ø16 АІІІ) та стиснутої (2Ø16 АІІІ) арматури

Рис. 4. Влияние на характеристику предельной деформации бетона нормальных сечений разной формы $\alpha_u = \epsilon_{bu} / \epsilon_R$ параметра K при центральном сжатии с одинаковым количеством растянутой (2Ø16 АІІІ) и сжатой (2Ø16 АІІІ) арматуры

Fig. 4. The influence of parameter K on ultimate strain $\alpha_u = \epsilon_{bu} / \epsilon_R$ of concrete of different form under central compression. The amount of compressed (2Ø16 АІІІ) and tensile (2Ø16 АІІІ) reinforcement is equal

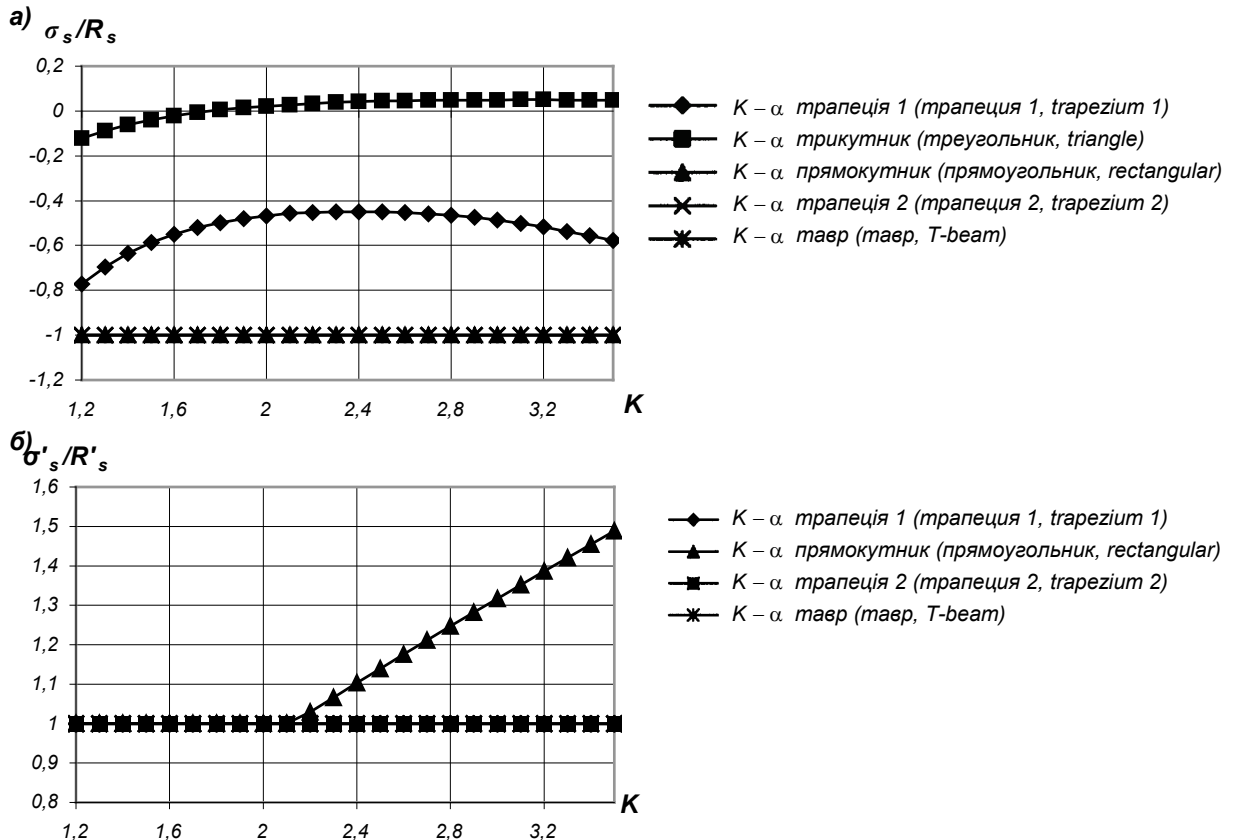


Рис. 5. Залежність відносних напружень розтягнутої (а) та стиснутої (б) арматури в стадії руйнування від форми нормального перерізу та K при центральному стисканні

Рис. 5. Зависимость относительных напряжений растянутой (а) и сжатой (б) арматуры в стадии разрушения от формы нормального сечения и K , при центральном сжатии

Fig. 5. Dependence of relative stresses of the compressed and the tensile reinforcement in the stage of destruction on normal cross section form and on K under central compression

Рисунок 4 показує суттєву залежність від K граничної деформації стиснутої грані бетону ЗБЕ в нормальних перерізах різної форми. Значна залежність граничної деформації стиснутої грані бетону і від процента армування μ_s [5]. Як видно із графіків (рис. 4), значні зміни деформацій стиснутої грані бетону відбуваються в процесі переходу напружень в арматурі з пластичної в пружну стадію роботи (рис. 5).

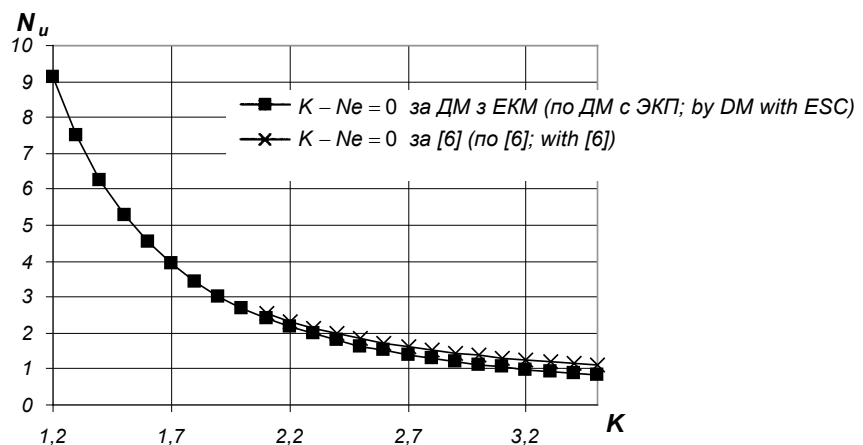


Рис. 6. Порівняння міцності в стадії руйнування прямокутного нормального перерізу (N_u) залежно від K , обчислених за ДМ із ЕКМ, та за рекомендаціями [6]

Рис. 6. Сравнение прочности в стадии разрушения прямоугольного нормального сечения (N_u) в зависимости от K , вычисленных по ДМ с ЭКП, и по рекомендациям [6]

Fig. 6. The influence of K on the strength of rectangular normal cross in the stage of destruction. The strength was calculated by DM with ESC and in compliance with recommendations [6]

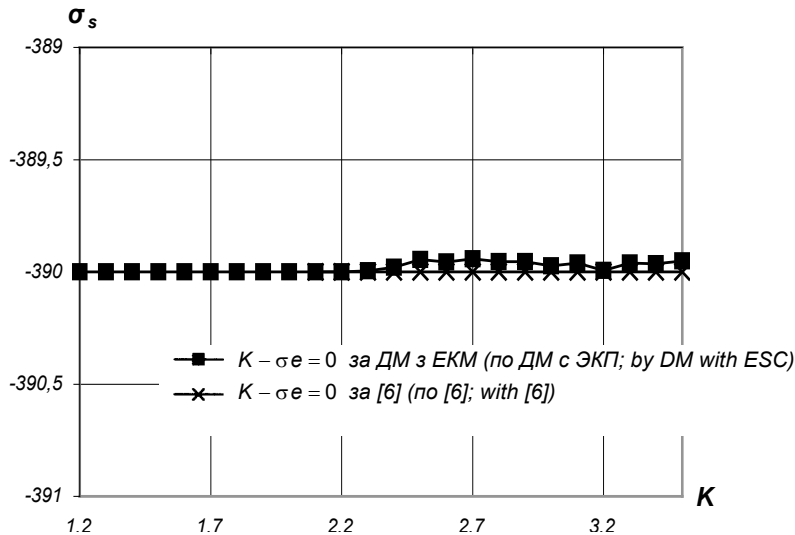


Рис. 7. Порівняння напружень розтягнутої арматури в стадії руйнування прямокутного нормального перерізу залежно від K , обчислених за ДМ із ЕКМ та за рекомендаціями [6]

Рис. 7. Сравнение напряжений растянутой арматуры в стадии разрушения прямоугольного нормального сечения в зависимости от K , вычисленных по ДМ с ЭКП и по рекомендациям [6]

Fig. 7. The stresses in tensile reinforcement in the stage of destruction of rectangular normal cross section depend on the values of K . The stresses was calculated by DM with ESC and in compliance with recommendations [6]

На рисунку 6 показано графіки залежності граничної міцності N_u прямокутного нормального перерізу центрально стиснутих ЗБЕ від параметра механічних властивостей бетону K , отриманих за наведеною вище методикою в порівнянні з даними обчислень за [6]. Як видно з графіків, методика [6], як правило, завищує міцність нормального перерізу. Розбіжність результатів обчислень зумовлена неврахуванням в [6] реальної роботи арматури (рис. 7) та обмеженням класів бетонів (В 3,5...В 60) і їх характеристик.

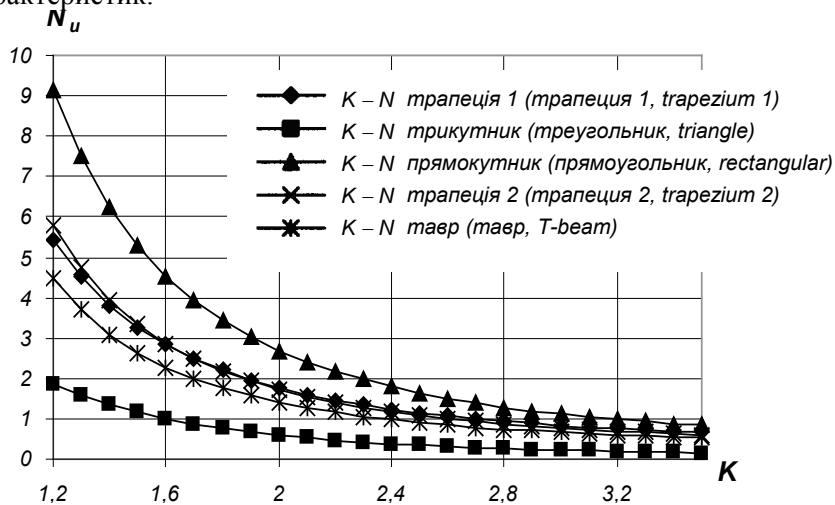


Рис. 8. Вплив на міцність нормальних перерізів різної форми N_u параметра механічних властивостей бетону K в разі однакової кількості розтягнутої ($2\varnothing 16$ АІІІ) та стиснутої ($2\varnothing 16$ АІІІ) арматури при центральному стисканні

Рис. 8. Влияние на прочность нормальных сечений разной формы N_u параметра механических свойств бетона K в случае одинакового количества растянутой ($2\varnothing 16$ АІІІ) и сжатой ($2\varnothing 16$ АІІІ) арматуры при центральном сжатии

Fig. 8. The impact of the parameter K on the strength of normal cross of different forms under central compression. The amount of tensile ($2\varnothing 16$ АІІІ) and compressed ($2\varnothing 16$ АІІІ) reinforcement is equal

Наведені на рисунку 8 графіки ілюструють залежності міцності нормальних перерізів різної форми від параметра механічних властивостей бетону K з однаковим армуванням. Як видно із графіків, міцність суттєво залежить від форми нормального перерізу. Як правило прямокутна форма поперечного перерізу є оптимальною.

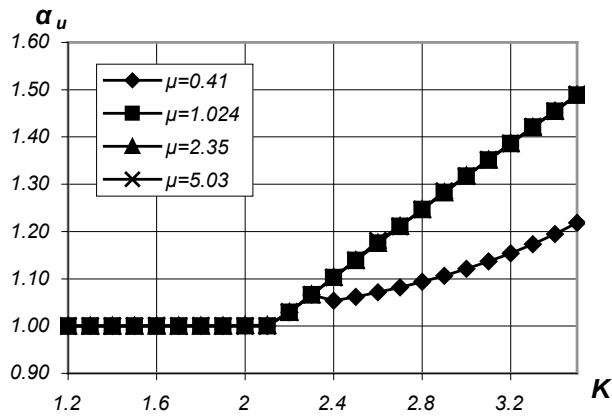


Рис. 9. Вплив на характеристику граничної деформації бетону α_u параметра K для різних процентів армування μ_s при центральному стисканні

Рис. 9. Влияние на характеристику предельной деформации бетона α_u параметра K для разных процентов армирования μ_s при центральном сжатии

Fig. 9. The influence of parameter K of concrete on its ultimate strain characteristic α_u at various percentage of reinforcement μ_s under central compressing

Графіки залежності $\alpha_u - K$ (рис. 9) одержані для прямокутного нормального перерізу з процентом армування в інтервалі $0,41\% \leq \mu_s \leq 5,03\%$ при центральному стисканні. Характерним для цих графіків є те, що в разі зміни міцності бетону та процента армування, арматура працює як в пластичній так і в пружній стадії. В бетонах високої міцності розтягнута арматура працює в пластичній стадії, а стиснута, як правило, зі зменшенням міцності бетону переходить із пружної в пластичну стадію. В бетонах низької міцності розтягнута арматура працює в пружній стадії. Таким чином, урахування реальної роботи арматурної сталі суттєво впливає на граничні характеристики нормального перерізу і на його міцність, що не враховується в [6].

За наведеною вище методикою була обчислена міцність нормальних перерізів центрально стиснутих ЗБЕ на основі експериментальних даних різних авторів [18—20]. Результати обчислень міцності нормальних перерізів таких ЗБЕ порівняні з експериментальними даними. Статистичний аналіз порівняння теоретичних розрахунків з експериментальними даними показує хорошу їх збіжність: для центрально стиснутих елементів (33 експериментальних даних) середньоарифметичне відхилення дорівнює 0,978, середньоквадратичне відхилення — 0,083, коефіцієнт варіації — 8,5 %.

Изложение основного материала

Исследование ограничивалось задачей проверки прочности нормального сечения. Для определения напряжений, деформаций и других характеристик сечения центрально сжатых ЖБЭ (рис. 2) используем:

1. Физические зависимости:

а) для бетона — в виде аппроксимации, предложенной М. Саргеном и рекомендованной ЕКБ-ФИП (2), где η и K определяются по формулам (3), E_b вычислялся по формуле $E_b = 1,1 \cdot 10^4 R_b^{0,3}$ [14]. Деформация ε_R определялась по формуле ЕКБ-ФИП (4);

б) для арматуры аналитические выражения диаграммы растяжения (сжатия) разделены на два известных типа: с физическим пределом текучести σ_y и с условным пределом текучести $\sigma_{0,2}$ (рис. 3). При этом для арматуры с физическим пределом текучести σ_y (рис. 3а) иногда (при малом количестве арматуры) нужно учитывать область упрочнения BC , которую на интервале деформаций $\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$ можно аппроксимировать параболой (5).

Для арматуры без площадки текучести применяется линейно-двупараболическая аппроксимация диаграммы растяжения (6—8), где исходными параметрами арматуры есть: E_s , σ_{se} , $\sigma_{0,2}$, σ_{su} и соответствующие этим пределам деформации — ε_{se} , $\varepsilon_{0,2}$, ε_{su} [4].

2. Геометрические зависимости определялись на основе гипотезы плоских сечений, что раз-

решает выразить через деформацию ε_{bm} деформации сжатой зоны бетона ε_b на уровне волокон с координатой ζ , а также деформации растянутой и сжатой арматуры (рис. 2) (9—11).

Приняв обозначение $\alpha = \varepsilon_{bm} / \varepsilon_R$, получим, что $\eta = \alpha \zeta / y$, где α — относительная деформация сжатой грани бетона ЖБЭ в нормальном сечении;

3. Уравнения равновесия (12), (13) и их составляющие (14)—(16).

Используя зависимости (2)—(13), с учетом (14)—(16) получим систему уравнений с неизвестными N, α, y (17), (18).

Для определения неизвестных N, α, y используем (17), (18) и дополнительное условие в виде ЭКП нормального сечения (1). В результате имеем оптимизационную задачу нелинейного математического программирования [15] на условный экстремум с целевой функцией (1) при ограничениях-равенствах (17), (18). Для реализации оптимизационной методики была разработана специальная программа для ПЭВМ «МОК1-05».

При сравнении результатов вычислений по приведенной выше методике с экспериментальными данными испытаний сжатых железобетонных элементов значения напряжений в арматуре и соответствующие им деформации (рис. 3) принимались по данным ее испытаний или среднестатистическими для разных классов арматуры [16, 17].

Анализ предельных характеристик выполнялся для нормальных сечений разной формы — прямоугольной, треугольной, трапециевидной с расширением в растянутой и сжатой зонах и тавровой (рис. 2). Параметр механических свойств бетона K вычислялся по формуле (3) и возрастал в диапазоне 1,2...3,5, которому соответствует снижение прочности бетона R_b приблизительно от 120 до 7,5 МПа. Процент армирования μ_s изменялся в интервале 0,41...5,03 %. Класс арматуры принимался постоянным — АIII. Арматура располагалась в растянутой и, как правило, в сжатой зоне нормального сечения (рис. 2). Размеры нормальных сечений прямоугольной и треугольной форм оставались постоянными $b = 0,25$ м и $h = 0,3$ м, для трапециевидной формы $tg \beta = 0,217$, а для тавровой формы сечения $h = 0,3$ м, $b = 0,12$ м, $h'_i = 0,06$ м, $b'_i = 0,25$ м. Полученные результаты выполненных исследований иллюстрируют рисунки 4—9.

Рисунок 4 показывает существенную зависимость от K предельной деформации сжатой грани бетона ЖБЭ в нормальных сечениях разной формы. Значительная зависимость предельной деформации сжатой грани бетона и от процента армирования μ_s [5]. Как видно из графиков (рис. 4), значительные изменения деформаций сжатой грани бетона происходят при переходе напряжений в арматуре из пластической в упругую стадию работы (рис. 5).

На рисунке 6 показаны графики зависимости предельной прочности N_u прямоугольного нормального сечения центрально сжатых ЖБЭ от параметра механических свойств бетона K , полученные по приведенной выше методике в сравнении с данными расчетов по [6]. Как видно из графиков методика [6], как правило, завышает прочность нормального сечения. Расхождение результатов вычислений обусловлено неучетом в [6] реальной работы арматуры (рис. 7) и ограничением классов бетонов (В 3,5...В 60) и их характеристик.

Приведенные на рисунке 8 графики иллюстрируют зависимости прочности нормальных сечений различной формы от параметра механических свойств бетона K при одинаковом армировании. Как видно из графиков, прочность существенно зависит от формы нормального сечения. Как правило, прямоугольная форма поперечного сечения является оптимальной.

Графики зависимости $\alpha_u - K$ (рис. 9) полученные для прямоугольного нормального сечения с процентом армирования в интервале $0,41 \% \leq \mu_s \leq 5,03 \%$ при центральном сжатии. Характерным для этих графиков (рис. 9) есть то, что при изменении прочности бетона и процента армирования, арматура работает как в пластической так и в упругой стадии. При бетонах высокой прочности растянутая арматура работает в пластической стадии, а сжатая, как правило, с уменьшением прочности бетона переходит из упругой в пластическую стадию. При бетонах низкой прочности растянутая арматура работает в упругой стадии. Таким образом, учет реальной работы арматурной стали существенно влияет на предельные характеристики нормального сечения и на его прочность, которая не учитывается в [6].

По приведенной выше методике была рассчитана прочность нормальных сечений центрально сжатых ЖБЭ на основе экспериментальных данных разных авторов [18—20]. Результаты расчетов прочности нормальных сечений таких ЖБЭ сопоставлены с экспериментальными данными. Статистический анализ сравнения теоретических расчетов с экспериментальными данными показывает хорошую их сходимость: для центрально сжатых элементов (33 экспериментальных данных) среднеарифметическое отклонение равняется 0,978, среднеквадратическое отклонение —

0,083, коефіцієнт варіації — 8,5%.

Presentation of the main material

The aim of the present investigation is to check the strength of the normal cross section. To determine stresses, strains and others cross section characteristics of reinforced concrete elements the following parameters were used:

1. Physical relationships:

a) for concrete — we use the approximation suggested by M. Sargen and recommended by ECB-FIP [2] in which η and K are determined by the formulas (3), where E_b — is found by the formula $E_b = 1.1 \cdot 10^4 R_b^{0.3}$ [14]. The strain ε_R is determined by ECB-FIP as (4);

b) for reinforcement — we use analytical expressions of compression (tension) stress-strain diagram divided into two known types: with the physical yield point σ_y and with the conventional yield point $\sigma_{0.2}$ (Fig. 3). In case with the reinforcement having the physical yield point σ_y (Fig. 3a) and the amount of reinforcement being very small, it is sometimes necessary to consider the part of strengthening BC , which can be approximated by quadratic function in the range of $\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$ (5).

The reinforcement without the yield point is presented in the diagram with linear and quadratic parts (6—8), where the following parameters are used: E_s , σ_{se} , $\sigma_{0.2}$, σ_{su} and the strains corresponding to these limits — ε_{se} , $\varepsilon_{0.2}$, ε_{su} [4].

2. Geometrical relationships are based on the hypothesis of plane sections and this allows to express through the strain ε_{bm} : the strain of compressed part of concrete ε_b on the level of fibres with coordinate ζ as well as deformations of tensile and compressed reinforcement (Fig. 2) (9—11).

Assuming $\alpha = \varepsilon_{bm} / \varepsilon_R$ we can obtain $\eta = \alpha \zeta / y$, α — relative strain in the compressed edge section of RCE in normal cross section

3. Equilibrium equations: (12—16).

Using the relationships (2)—(13) and taking into account the formulas (14)—(16) we can get an equation system (17, 18) with the unknown N, α, y .

To determine the unknown N, α, y the formulas (17), (18) and the additional condition in the form of ESC of normal cross section can be used (1). As a result there appears an optimization problem of nonlinear mathematical programming [15] for conventional extremal point of goal function (1) with the constraint equations (17), (18). Special software program "MOK1-05" was developed to improve optimization methods.

Comparing the results of the analysis obtained by the above methods and the full-scale experiments of compressed reinforced concrete elements, the values reinforcement stresses and strains (Fig. 3) were accepted in compliance with the experimental data or as average statistical values for different steel reinforcement classes [16, 17].

The analysis of the ultimate characteristics was performed for the normal cross section of different forms, namely: rectangular, triangular, T-form, trapezoid with widening in the compressed and tensile parts of the section. Concrete strain-strength (mechanical) property parameter K defined by the formula (3) increased within the range 1.2...3.5 where concrete strength R_b decreased within the range 120 MPa...7.5 MPa. The percentage of reinforcement μ_s changed within the range 0.41...5.03. The reinforcement class was accepted as being constant and equal to AIII. The reinforcement was placed in the tensile part of the normal cross section and as a rule, in the compressed one (Fig. 2). Normal cross section sizes remained constant: $b = 0,25$ m and $h = 0,3$ m for rectangular and triangular formes; $tg\beta = 0,217$ for the trapezoid one; and $h = 0,3$ m, $b = 0,12$ m, $h'_f = 0,06$ m, $b'_f = 0,25$ m for the T-form section. Figures 4—9 illustrate the obtained results of the performed investigations.

Figure 4 illustrates an essential influence of K values on the ultimate strain of compressed edge of concrete of RCE in normal cross section of different forms. The dependence of the ultimate strain of compressed edge of concrete on the percentage of reinforcement μ_s is also considerable [5]. The graphs in figure 4 show that substantial changes of strains in the compressed edge of concrete occur when the strains in reinforcement transfers from elastic to plastic stage (Fig. 5).

Figure 6 illustrates the way the ultimate strength of the rectangular normal cross section of centrally compressed RCE depends on the parameter of mechanical properties of concrete K . The ultimate strength was obtained with the above technique and can be compared with the data obtained according to [6]. It is clear from the graphs that as a rule the technique [6] sets the strength of normal cross section too high. The difference in the results of computation is due to neglecting in [6] the real behavior of the reinforcement and the restricting the classes of concrete B 3.5...B 60 and their characteristics.

The graphs in Fig. 8 show that the strength of the normal cross section of different forms depends on the parameter of mechanical property of concrete K under equal reinforcement. It is clear that this dependence is significant, as a rule, and rectangular section is optimal.

Graphs $\alpha_u - K$ (Fig. 9) are made for rectangular normal cross section, the reinforcement percentage is within the range $0.41\% \leq \mu_s \leq 5.03\%$ under central compression. It is significant for the graphs (Fig. 9) that in changing the strength of concrete and the reinforcement percentage, the reinforcement works both in plastic and elastic stages. In high strength concretes the tensile reinforcement works in the plastic stage and the compressed reinforcement usually moves from elastic to plastic stage when the strength of concrete decreases. In low strength concretes the tensile reinforcement works in the elastic stage. Thus accounting real behavior of reinforcement produces a considerable effect on ultimate characteristics of normal cross section and its strength, which is neglected in [6].

The technique given above was applied for calculation of the strength of normal cross section of centrally compressed RCE. The experimental data of different authors [18—20] were also used. The design results have being compared with the experimental data of the strength of normal cross section of the RCE. Comparative statistic analysis of theoretical and experimental data (33 examples) proves their good convergence for centrally compressed reinforced concrete elements. The arithmetic mean deviation is 0.978. The mean square deviation is 0.083. The variation coefficient is — 8.5%.

Висновки

1. На основі наведеної вище методики із застосуванням ЕКМ може бути встановлено та враховано вплив механічних властивостей бетону, форми перерізу, кількості арматури тощо, на граничну деформацію стиснутої грані бетону ε_{bu} в нормальних перерізах стиснуто-зігнутих ЗБЕ, який відомий з експериментів [18—21].

2. Сукупність ДМ з ЕКМ та оптимізаційного розрахункового апарату [4, 5] дозволяє аналізувати повний комплекс граничних параметрів нормальних перерізів у стадії їх руйнування, виявляти пружний або пластичний стан роботи арматури та використовувати відповідні розрахункові залежності.

3. Для впровадження в практику розрахункового апарату [4, 5] на основі ДМ з ЕКМ розроблено програму «МОК1-05», що дозволяє виконувати повний аналіз граничних параметрів нормальних перерізів різної форми на широкому діапазоні міцності бетону з урахуванням повної діаграми роботи арматури.

4. Врахування реальної роботи арматурної сталі суттєво впливає на граничні характеристики нормального перерізу і на його міцність, що не враховується в [6]. Переармованість нормальних перерізів ЗБЕ значно збільшує граничну деформацію стиснутої грані бетону (ε_{bu}). Такий самий вплив на ε_{bu} викликає зменшення міцності бетону при постійному армуванні.

5. Модель руйнування нормальних перерізів, прийнята в [6], порівняно з ДМ із ЕКМ, незначно, але завжди, завищує міцність нормальних перерізів стиснуто-зігнутих ЗБЕ.

Выводы

1. На основе приведенной выше методики с применением ЭКП может быть установлено и учтено влияние механических свойств бетона, формы сечения, количества арматуры и т. п., на предельную деформацию сжатой грани бетона ε_{bu} в нормальных сечениях сжато-изогнутых ЖБЭ, которое известно из экспериментов [18—21].

2. Совокупность ДМ с ЭКП и оптимизационного расчетного аппарата [4, 5] разрешает анализировать полный комплекс предельных параметров нормальных сечений в стадии их разрушения, определять упругое или пластическое состояние работы арматуры и использовать соответст-

вующие расчетные зависимости.

3. Для внедрения в практику расчетного аппарата [4, 5] на основе ДМ с ЭКП разработана программа "МОК1-05", что позволяет проводить полный анализ предельных параметров нормальных сечений различной формы на широком диапазоне прочности бетона с учетом полной диаграммы работы арматуры.

4. Учет реальной работы арматурной стали существенно влияет на предельные характеристики нормального сечения и на его прочность, которая не учитывается в [6]. Переармирование нормальных сечений ЖБЭ значительно увеличивает предельную деформацию сжатой грани бетона (ε_{bu}). Такое же влияние на ε_{bu} вызывает уменьшение прочности бетона при постоянном армировании.

5. Модель разрушения нормальных сечений, принятая в [6], сравнительно с ДМ с ЭКП незначительно, но всегда, завышает прочность нормальных сечений сжато-изогнутых ЖБЭ.

Conclusion

1. The above technique together with the ESC allows to reveal and determine the effect of mechanical properties of concrete, the section form, the amount of reinforcement etc. on the ultimate strain of the compressed edge of concrete ε_{bu} in normal cross section of compressed-bent RCE. Which is evident from experiments [18—21].

2. Using the DM with the ESC and other efficient methods [4, 5] makes it possible to analyze the total complex of ultimate parameters of normal cross section at the stage of destruction. It also allows to reveal elastic and plastic working state of reinforcement and to apply the adequate design relationships.

3. Special software program "MOK1-05" was developed to put into practice the calculation technique [4, 5] based on DM with ESC. It permits carrying out comprehensive analysis of ultimate parameters of normal cross section leaving different forms. It can be done on a wide range of concrete strength. The complete reinforcement behavior diagram should be taken into account.

4. Account of the real reinforcement behavior renders essential effect on the ultimate characteristics of the normal cross section and on its strength. The real reinforcement behavior was neglected in [6]. Over-reinforcing of normal cross sections of RCE significantly increases the ultimate strain of the compressed edge of concrete (ε_{bu}). The decreasing of the strength of concrete having constant reinforcement results in the same phenomenon.

5. The destruction model of normal cross sections used in [6] always increases the strength of normal cross sections of the compressed-bent RCE, but this increase is not considerable if compared with the DM with ESC.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

REFERENCES

1. Митрофанов В. П., Арцев С. И. Предельная сжимаемость бетона нормальных сечений железобетонных элементов // Проблемы теории і практики залізобетону: Зб. наук. ст. — Полтава: ПДТУ, 1997. — С. 333—337.

2. О влиянии формы нормального сечения на предельную деформацию бетона сжатой зоны / В. П. Митрофанов, А. А. Шкурупий, Б. П. Митрофанов, Д. Н. Лазарев // Зб. наук. пр. (галузеве машинобудування, будівництво). — Полтава: ПолНТУ, 2005. — Вип. 15. — С. 89—94.

3. Митрофанов В. П., Довженко О. А., Погребной В. В. Общая методика расчета прочности нормальных сечений железобетонных элементов на основе деформационной модели с двойственным экстремальным критерием прочности // Будівельні конструкції: Зб. наук. праць у 2-х т. Т.1. — К.: НДІБК, 2005. — С. 197—204.

4. Митрофанов В. П. Практическое применение деформационной модели с экстремальным критерием прочности железобетонных элементов // Коммунальное хозяйство городов. Сер.: Архитектура и технические науки. — К.: Техніка, 2004. — Вып. 60. — С. 29—48.

5. Вплив міцності бетону та кількості арматури на граничні характеристики нормального перерізу залізобетонних елементів / В. П. Митрофанов, О. А. Шкурупий, Д. М. Лазарев, Б. П. Митрофанов // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. — Рівне: НУВГП, 2005. — Вип. 12. — С. 208—217.

6. СНиП 2.03.01—84*. Бетонные и железобетонные конструкции / Госстрой России. — М.: ГУП ЦПП, 2000. — 76 с.

7. Practical design of reinforced and prestressed concrete structures based on the CEB — FIP mode code (MC 78). — London: Thomas Telford Limited, 1984. — 36 p.

8. CEB — FIP Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1: General Rules and Rules for Buildings, ENV 1992 —1—1. — Brussels: CEN, 1991. — 253 p.

9. Методические рекомендации по уточненному расчету железобетонных элементов с учетом полной диаграммы сжатия бетона / А. Н. Бамбура, В. Я. Бачинский, Н. В. Журавлева, И. Н. Пешкова. — К.: НИИСК Госстроя СССР, 1987.

— 25 с.

10. Байков В. Н., Горбатов С. В. Определение предельного состояния внецентренно сжатых элементов по неупругим зависимостям напряжения — деформации бетона и арматуры // Бетон и железобетон. — 1985. — № 6. — С. 13—14.

11. Роговой С. И. Нелинейное деформирование в теории железобетона и расчёт прочности нормальных сечений. — Полтава: ПолтНТУ, 2002. — 183 с.

12. Журавлева Н. В. Экспериментальное исследование диаграммы сжатия тяжелого бетона и приложение ее к оценке несущей способности железобетонных конструкций: Автореф. дис.... канд. техн. наук. — К.: НИИСК Госстроя СССР, 1988. — 20 с.

13. Павліков А. М. Визначення розрахункових значень деформацій бетону стиснутої грані в залізобетонних згинальних елементах // Будівельні конструкції: Зб. наук. пр. у 2-х т. Т. 1. — К.: НДІБК, 2005. — С. 219—224.

14. Holand I., Strength Concrete in Model Code 90. 5th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete, 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. Procedures, Volume 1. — P. 362—367.

15. Мину М. Математическое программирование: теория и алгоритмы: Пер. с фр. — М.: Наука, 1990. — 488 с.

16. Карпенко Н. И., Мухамедиев Т. А. Исходные и трансформированные диаграммы деформирования бетона и арматуры // Напряженно-деформированное состояние бетонных и железобетонных конструкций: Сб. науч. трудов. — М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1986. — С. 7—25.

17. Мадатян С. А., Горячев Б. П. Расчёт деформаций изгибаемых железобетонных элементов при работе арматуры в упруго-пластической стадии // Предельные состояния элементов железобетонных конструкций. — М.: Стройиздат, 1976. — С. 132—137.

18. Новое о прочности железобетона / А. А. Гвоздев, С. А. Дмитриев, С. М. Крылов, А. В. Яшин и др. — М.: Стройиздат, 1977. — 272 с.

19. Takeuti A. R., de Hanai J. B. Strength and Ductility of Reinforced Strength Concrete Columns Strengthened with High-Performance Concrete Jackets. 5-th Int. Symp. on Utilization of HS/HP Concrete 20-24 June 1999, Sandefjord, Norway. — Proceedings, Volume 1.

20. Кудрявцев А. А., Довгалюк В. И., Вилков К. И. Прочность и трещиностойкость колонн каркасных зданий серии ИИ-04 // Исследование конструкций из бетонов на пористых заполнителях: Сб. науч. трудов НИИЖБ Госстроя СССР. — М.: Стройиздат, 1981. — С. 36—51.

21. Новое в проектировании бетонных и железобетонных конструкций / А. А. Гвоздев, С. А. Дмитриев, Ю. П. Гуца и др. — М.: Стройиздат, 1978. — 204 с.

Рекомендована кафедрою промислового та цивільного будівництва

Надійшла до редакції 17.05.06
Рекомендована до друку 19.06.06

Шкурупій Олександр Анатолійович — завідувач кафедри, **Лазарєв Дмитро Миколайович** — аспірант.

Кафедра будівельної механіки, Полтавський національний технічний університет

Шкурупий Александр Анатольевич — заведующий кафедрой, **Лазарев Дмитрий Николаевич** — аспирант.

Кафедра строительной механики, Полтавский национальный технический университет

Olexand Shkurupiy — Head of the Chair, **Dmytro Lazariev** — Post-Graduate Student.

The Chair of the structural mechanics, Poltava National Technical University