

УДК 681.5.023+681.5.015+62-83:629.433

Б. І. Мокін, д. т. н., проф.;

О. Б. Мокін

## КВАЗІОПТИМАЛЬНИЙ ЗАКОН ЗМІНИ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ ОБЕРТАННЯ ВАЛА РОТОРА ЕЛЕКТРОДВИГУНА ПОСТІЙНОГО СТРУМУ ПОСЛІДОВНОГО ЗБУДЖЕННЯ СИСТЕМИ ЕЛЕКТРОПРИВОДА ТРАМВАЯ В РЕЖИМІ СТАЛОГО НАВАНТАЖЕННЯ

*Побудовано квазіоптимальний закон зміни кутової швидкості обертання вала ротора електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням системи електропривода трамвая, який враховує обмеження кутової швидкості за номінальним значенням. Запропоновано спосіб вирішення проблеми недовиконання програми роботи електропривода, спричиненого цим обмеженням.*

### 1. Постановка задачі та вихідні передумови

В роботі [1] нами отримано математичні моделі для струму якоря  $i$  електродвигунів постійного струму з послідовним збудженням електропривода трамвая та кутової швидкості  $\nu$  обертання їх роторів, реалізація яких забезпечує мінімум втрат електроенергії електроприводом трамвая за критерієм

$$Q = \int_0^{\tau_k} i^2 d\tau \quad (1)$$

під час його руху по прямолінійних ділянках маршруту від однієї зупинки до наступної за програмою

$$\beta = \int_0^{\tau_k} \nu d\tau. \quad (2)$$

В роботі [2] авторами побудовано алгоритм визначення параметрів цих моделей за умови, що під час пуску електропривода в момент часу  $\tau = 0$  для забезпечення зрушення з місця трамвая його робоча точка в координатах «струм збудження  $i$  — робочий магнітний потік  $\phi$ » знаходиться на лінійній частині характеристики намагнічування електродвигуна, заданої моделлю

$$\phi(i) = \begin{cases} -a_2 i^2 + b_2 i, & i \in [0, i_{\text{сп}}]; \\ a_1 + b_1 i, & i \in [i_{\text{сп}}, \infty), \end{cases} \quad (3)$$

$$i_{\text{сп}} = \frac{b_2 - b_1}{2a_2}, \quad (4)$$

запропонованою авторами в роботі [3], а під час руху трамвая ця робоча точка переміщується на параболічну частину цієї характеристики і залишається на ній до зупинки трамвая в момент часу  $\tau = \tau_k$ .

Нагадаємо [1], що при роботі на лінійній частині характеристики намагнічування (3) струм якоря  $i$  та кутова швидкість його обертання  $\nu$  задаються моделями

$$i^{\text{ПР}}(\tau) = \frac{a_1 (C^{\text{ПР}} + \lambda_0^{\text{ПР}} \tau)}{2(1 - b_1 (C^{\text{ПР}} + \lambda_0^{\text{ПР}} \tau))}; \quad (5)$$

$$v^{\text{ПР}}(\tau) = \frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{ПР}} b_1} \left( \frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C^{\text{ПР}} + \lambda_0^{\text{ПР}} \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C^{\text{ПР}} + \lambda_0^{\text{ПР}} \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1, \quad (6)$$

а при роботі на параболічній частині — моделями

$$i^{\text{УГ}}(\tau) = \frac{2}{3a_2} \left( b_2 - \frac{1}{C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau} \right); \quad (7)$$

$$v^{\text{УГ}}(\tau) = \frac{4}{27a_2^2 \lambda_0^{\text{УГ}}} \left( b_2^3 (C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau) + \frac{3b_2}{C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau} - \frac{1}{(C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau)^2} \right) - \mu_0 \tau + C_2, \quad (8)$$

де верхніми індексами «ПР» та «УГ» позначені режими роботи електропривода трамвая відповідно на умовних проміжках «пуск—розгін» та «усталений рух—гальмування».

Алгоритм визначення множини параметрів оптимальних законів (5)—(8)

$$\Pi = \{C^{\text{ПР}}, C^{\text{УГ}}, \lambda_0^{\text{ПР}}, \lambda_0^{\text{УГ}}, C_1, C_2\} \quad (9)$$

наведено у роботі [2].

Нагадаємо, що у співвідношеннях (1)—(9) всі величини задані у відносних одиницях, які є безрозмірними.

Дві пари оптимальних законів (5), (6) та (7), (8) зміни струму якоря  $i$  та кутової швидкості обертання вала ротора  $v$  електричних двигунів системи електропривода трамвая дійсно доставляють мінімум функціоналу (1), але у випадку побудови зазначених оптимальних законів для досить довгого трамвайного перегону між сусідніми зупинками може статися так, що графік оптимального закону для кутової швидкості перевищить номінальне значення кутової швидкості обертання вала ротора електричного двигуна системи електропривода трамвая. А цього ми не можемо допустити, оскільки в разі виходу електричного двигуна за номінальний режим виникатимуть проблеми з нагрівом його обмоток. Виходячи з цього, для повноти розв'язання варіаційної задачі оптимізації втрат електричної енергії в контурах якорів електродвигунів системи електропривода трамвая необхідно накласти обмеження на швидкість руху трамвая, тобто на кутову швидкість обертання валів роторів електродвигунів його системи електропривода у вигляді

$$\omega \leq \omega_{\text{Н}}, \quad (10)$$

або у відносних одиницях

$$v \leq 1. \quad (11)$$

## 2. Побудова оптимального закону зміни кутової швидкості електродвигуна електропривода трамвая з урахуванням обмеження за її номінальним значенням

Звернувшись до теорії пошуку екстремалей в задачах оптимізації з обмеженнями у вигляді нерівностей [4] та поклавши, що точка стику оптимальних законів для кутової швидкості (6) та (8) знаходиться на тій частині графіка, яка не задовольняє умову (11), отримуємо новий квазіоптимальний закон зміни кутової швидкості обертання валів роторів електродвигунів системи електропривода трамвая

$$v_{\text{KB}}(\tau) = \begin{cases} \frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{ПП}} b_1} \left( \frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1, & \text{для } \tau \in [0, \tau_1]; \\ 1, & \text{для } \tau \in (\tau_1, \tau_2); \\ \frac{4}{27 a_2^2 \lambda_0^{\text{УГ}}} \left( b_2^3 (C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau) + \frac{3b_2}{C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau} - \frac{1}{(C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau)^2} \right) - \mu_0 \tau + C_2, & \text{для } \tau \in [\tau_2, \tau_k], \end{cases} \quad (12)$$

де  $\tau_1$  та  $\tau_2$  — відносні часові координати точок перетину обмеження (11) та оптимальних законів (6), (8), які можна знайти з системи

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{ПП}} b_1} \left( \frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1 &= 1; \\ \frac{4}{27 a_2^2 \lambda_0^{\text{УГ}}} \left( b_2^3 (C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau) + \frac{3b_2}{C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau} - \frac{1}{(C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} \tau)^2} \right) - \mu_0 \tau + C_2 &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Тепер побудуємо квазіоптимальний закон зміни кутової швидкості обертання вала ротора (13) для електричного двигуна постійного струму послідовного збудження ТЕ022 електропривода трамвая КТ4SU при його русі, наприклад, між двома трамвайними зупинками, які знаходяться на відстані 250 метрів одна від одної і яку потрібно проїхати за 40 секунд. (рис. 1)

Математична модель (12) дійсно враховує обмеження (11), і на цьому ми могли б поставити крапку, але, врахувавши обмеження за швидкістю, ми створили іншу проблему – трамвай не доїде до зупинки, тобто не виконає в повному обсязі програму роботи (2), оскільки він певний час буде їхати з меншою швидкістю ніж передбачають оптимальні закони (6) та (8).

Розрахуємо в якій мірі електропривод трамвая недовиконає програму роботи (2) для наведеного вище прикладу. Для цього спочатку визначимо  $\beta$  для руху трамвая за оптимальними законами (6) та (8) і  $\beta_{\text{кваз}}$  для квазіоптимального закону зміни кутової швидкості (12). Як показано в роботі [2],

$$\beta = \frac{k_p I_k}{R \omega_H T_M} = 4,963, \quad (15)$$

де  $k_p$  — коефіцієнт передачі редуктора від осі ротора електродвигуна до осі колеса;  $I_k$  — відстань між сусідніми трамвайними зупинками в метрах;  $R$  — радіус обода колеса трамвая в метрах;  $\omega_H$  — номінальна кутова швидкість обертання вала ротора електродвигуна в рад/с;  $T_M$  — механічна стала часу в секундах.

Підставивши співвідношення (12) у вираз (2), отримаємо

$$\beta_{\text{кваз}} = \int_0^{\tau_1} v^{\text{ПП}}(\tau) d\tau + \int_{\tau_1}^{\tau_2} 1(\tau) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_k} v^{\text{УГ}}(\tau) d\tau = 4,924. \quad (16)$$

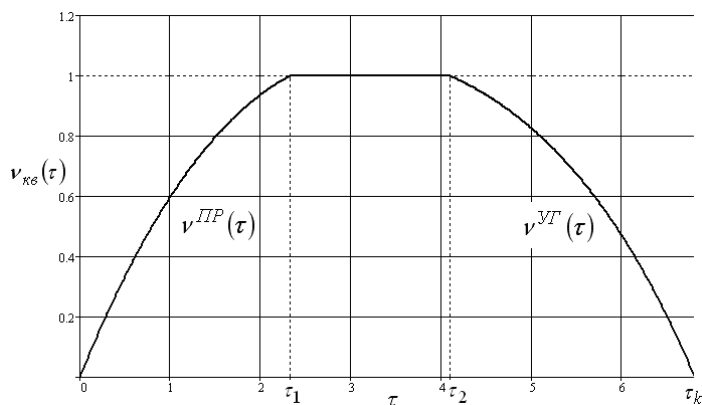


Рис. 1

З урахуванням виразів (15) та (16), будемо мати

$$\Delta\beta = \beta - \beta_{\text{кваз}} = 0,039, \tag{17}$$

де  $\Delta\beta$  — відносне недовиконання програми роботи (2) для нашого прикладу.

Враховуючи практичну важливість виконання програми роботи (2), для вирішення проблеми, що виникла, пропонується — збільшити час  $(\tau_2 - \tau_1)$  руху трамвая з номінальною кутовою швидкістю обертання його електродвигунів, причому зробити це так, щоб повністю виконати програму роботи (2), тобто досягти рівності

$$\beta_{\text{кваз}} = \beta. \tag{18}$$

Із співвідношення (18) випливає, що нове збільшене значення часу  $\tau_2$  — позначимо його  $\tau_2^*$ , — яке дасть нам змогу досягти виконання рівності (18), може бути знайдене як

$$\tau_2^* = \beta - \int_0^{\tau_1} v^{\text{ПП}}(\tau) - \int_{\tau_2}^{\tau_k} v^{\text{УГ}}(\tau) + \tau_1 = 4,114. \tag{19}$$

Розрахуємо приріст часу  $\Delta\tau$ , на який збільшиться час проходження трамваем обраної нами зупинки. Оскільки  $\tau_2 = 4,075$ , то

$$\Delta\tau = \tau_2^* - \tau_2 = 0,039. \tag{20}$$

Отже, уточнений квазіоптимальний закон (12) можна записати так

$$v_{\text{кв}}^*(\tau) = \begin{cases} \frac{a_1^2}{4\lambda_0^{\text{ПП}} b_1} \left( \frac{1}{b_1 (1 - b_1 (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau))} - \frac{1}{b_1} - (C^{\text{ПП}} + \lambda_0^{\text{ПП}} \tau) \right) - \mu_0 \tau + C_1, & \text{для } \tau \in [0, \tau_1]; \\ 1, & \text{для } \tau \in (\tau_1, \tau_2^*); \\ \frac{4}{27 a_2^2 \lambda_0^{\text{УГ}}} \left( b_2^3 (C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} (\tau - \Delta\tau)) + \frac{3b_2}{C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} (\tau - \Delta\tau)} - \frac{1}{(C^{\text{УГ}} + \lambda_0^{\text{УГ}} (\tau - \Delta\tau))^2} \right) - \mu_0 (\tau - \Delta\tau) + C_2, & \text{для } \tau \in [\tau_2^*, \tau_k + \Delta\tau]. \end{cases} \tag{21}$$

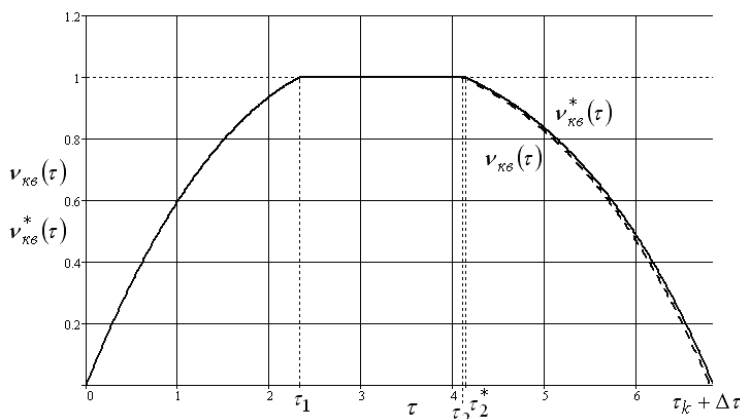


Рис. 2

На рис. 2 показано квазіоптимальний закон (зі штриховою ділянкою) (12) та уточнений квазіоптимальний закон (21) зміни кутової швидкості обертання якоря електродвигуна постійного струму ТЕ022 електропривода трамвая КТ4SU при його русі між двома трамвайними зупинками, що знаходяться на відстані 250 метрів одна від одної, яку потрібно проїхати за 40 секунд.

Рухаючись за уточненим квазіоптимальним законом зміни кутової швидкості (21) електропривод трамвая дійсно виконає програму роботи

(2) в повному обсязі, але слід пам'ятати, що це призведе до збільшення часу, необхідного трамваю для проходження відстані між сусідніми трамвайними зупинками.

Для нашого прикладу це збільшення становитиме

$$\Delta t = \Delta \tau T_M = 0,039 \cdot 5,881 = 0,229 \text{ с}, \quad (22)$$

що легко скомпенсувати відповідним скороченням часу, відведеного на зупинку, але при суттєво довших перегонах паралельно з оптимізацією режиму руху трамваїв слід буде скоригувати сам графік їх руху.

#### Висновки

Побудовано квазіоптимальний закон зміни кутової швидкості обертання вала ротора електродвигуна постійного струму з послідовним збудженням системи електропривода трамвая, який враховує обмеження (11) кутової швидкості за номінальним значенням.

Запропоновано спосіб вирішення проблеми недовиконання програми роботи електропривода, спричиненого накладеним на оптимальні закони (6) та (8) обмеженням (11). Даний спосіб базується на збільшенні часу проходження трамваєм відстані між зупинками і може бути застосований для побудови оптимального закону зміни кутової швидкості обертання якорів електродвигунів електропривода трамвая при його русі між трамвайними зупинками. При цьому для тих з них, які знаходяться на близькій відстані, тобто коли  $\Delta \tau$  не буде збільшуватись суттєво, пропонується здійснити компенсацію за рахунок відповідного скорочення часу стоянки трамвая на зупинці, а коли  $\Delta \tau$  збільшується суттєво, пропонується одночасно з оптимізацією режиму руху трамваїв здійснювати і корекцію їх графіків руху.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математичні моделі в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 2. — С. 57—61.
2. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Друга ітерація алгоритму побудови математичних моделей в задачі оптимізації електропривода трамвая при його сталому навантаженні // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 5. — С. 43—49.
3. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Математична модель кривої намагнічування електричного двигуна постійного струму з послідовним збудженням для задач оптимізації // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2004. — № 1. — С. 45—47.
4. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Оптимізація електроприводів: Навчальний посібник. — Вінниця: УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2004. — 250 с.

Рекомендована кафедрою моделювання та моніторингу складних систем

Надійшла до редакції 2.04.07  
Рекомендована до друку 6.04.07

**Мокін Борис Іванович** — професор кафедри моделювання та моніторингу складних систем, **Мокін Олександр Борисович** — старший науковий співробітник НДІ АСУЕТ.

Вінницький національний технічний університет