

УДК 519.92

М. М. Биков, к. т. н., доц.;
К. Конате, PhD; А. Раїмі, PhD

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ПРЕДСТАВЛЕННЯ І ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ З ВИКОРИСТАННЯМ ПОТЕНЦІАЛЬНИХ КОДІВ

Наведено теоретичні основи узагальненого методу представлення знань про об'єкти зовнішнього світу за допомогою рангового перетворення їх описів, виконаних у різних параметричних просторах: детерміністичному, імовірнісному, нечіткому тощо, а також моделі рангових конфігурацій. Розроблено метод представлення рангових конфігурацій потенціальним кодом (DRP-кодом, тобто кодом, що зберігає ранги відстаней). Розглянуто питання його повноти, інформаційної ємності, завадостійкості та секретності.

Вступ

Еволюція інтелектуальних систем контролю і управління обумовлює постійне залучення щораз більшої кількості підходів до аналізу даних, їх представлення, обробки і прийняття рішень. Це пояснюється відмінністю об'єктів контролю і цілей управління цих систем і часто викликає великі труднощі в розробці ефективних методів і алгоритмів аналізу даних, добування знань і їх використання для прийняття рішень щодо керування. Рішення щодо керування в системах управління приймають на основі інформації про відстань між поточним і цільовим станами об'єкта. Ці відстані в різних параметричних просторах (детерміністичному, імовірнісному, наближеному, нечіткому та ін.) описують по-різному, що вимагає для кожного випадку розробки окремих методів і алгоритмів представлення інформації і прийняття рішень. В роботі наведені теоретичні основи представлення і обробки інформації ранговими конфігураціями і відповідними їм потенціальними кодами (DRP-кодами, що зберігають ранги відстаней).

Аналіз стану досліджень та публікацій

Спробуємо вирішити проблему узагальненого представлення інформації про стан об'єктів на основі такого фундаментального поняття, як ступінь (ранг) віддаленості між станами об'єктів у параметричному просторі. Зародженню цієї ідеї сприяв доведений у науково-технічній літературі факт, що ідентифікацію станів об'єкта контролю і управління і оптимізацію його роботи можна здійснити на основі інформації про відстані між його станами в параметричному просторі. Доведення цього факту для просторів з детерміністичним і імовірнісними описами можна знайти, наприклад, в [6, 11], а для просторів з нечіткими і наближеними описами — в [7, 8, 9]. Розвиваючи далі цю ідею, автори в цій праці показують, що важливою інформацією для реалізації процедури ідентифікації станів і оптимізації роботи системи є не самі відстані між цими станами, а їх рангові відношення [1]. Поняття рангової конфігурації введено для опису рангового відношення відстаней між станами системи.

Ефективність застосування рангових конфігурацій для комп'ютеризованого аналізу даних і прийняття рішень залежить від методу їх описання. Тому необхідно розробити ефективний щодо обчислювальних затрат двійковий метод кодування, який визначає як самі об'єкти (стани), так і інформацію про ранги відстаней між ними. Такий код назвемо потенціальним або DRP-кодом (кодом, що зберігає ранги відстаней). Визначимо основні характеристики таких кодів і сфери їх можливого застосування.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо спочатку математичні основи DRP-кодів. Для цього введемо такі визначення. Нехай $\{C_i(s)\}$, $i = \overline{1, k}$ означає множину станів об'єкта або системи, де $C_i(s)$ представляє один із цих станів і є конкатенацією деяких елементів $s_j \in S$, $j = \overline{1, m}$; k — кардинальне число (потужність) множини станів, а m — число елементів у множині S , в загальному випадку $k \gg m$. Вважаємо, що s_j зображений точкою або кластером n -вимірною параметричного простору. Практичними прик-

ладами елемента s_j можуть бути звуки або фонотипи мови, примітиви зображень, вершини карт знань, нейрони нейронної мережі, елементи даних всередині бази даних, елементи деякої системи чи об'єкта. Для зручності називатимемо елементи символами, а стани — стрічками. Оскільки через вплив навколишніх завод спотворюється описовий простір символів, то рішення про стани системи (їх ідентифікація) прийматимемо за правилом мінімуму відстані:

$$d[C_i(s), C_j(s)] = \min \rightarrow C_i(s) = C_j(s); \quad (1)$$

$$d[C_i(s), C_j(s)] = \sum_l d(s_l^i, s_l^j), \quad (2)$$

де $C_i = (s_1^i, s_2^i, \dots, s_l^i, \dots, s_q^i)$, $C_j = (s_1^j, s_2^j, \dots, s_l^j, \dots, s_q^j)$, $l = \overline{1, q}$, q — довжина стрічки.

Опис символів у різних параметричних просторах (детерміністичному, імовірнісному, наближеному, нечіткому та ін.) породжує різноманіття мір подібності у них, а, отже, і алгоритмів обчислення відстаней $d(s_l^i, s_l^j)$ між символами s_l^i, s_l^j в формулі (2).

У загальновідомому підході до кодування символи s_j в запам'ятовувальному пристрої представлено у вигляді двійкових кодів, побудованих тільки з урахуванням вимоги їх розрізнення. Щоб зберегти інформацію про просторову конфігурацію символів, необхідно, крім m кодів символів, запам'ятовувати ще і $m(m-1)/2$ кодів відстаней між різними парами символів у параметричному просторі. Процедура знаходження відстаней між стрічками символів потребує арифметичного підсумовування відстаней між парами символів еталонної стрічки і стрічки, що розпізнається. Очевидно, що загальноприйнятий підхід до кодування вимагає додаткових витрат пам'яті на зберігання $m(m-1)/2$ кодів відстаней, а також значно обмежує швидкість класифікації через втрати часу на прочитування з пам'яті цих відстаней.

Тому пропонуємо такий спосіб двійкового зображення символів стрічок, за якого інформація про відстані між ними містилася б в їх кодах. При цьому, як буде далі показано, для збереження адекватності класифікації простір двійкових кодів повинен бути ізоморфним простору кодованих символів з точністю до рангів відстаней. Такі коди можна назвати *DRP*-кодами (distance rank preserving codes — кодами, що зберігають ранги відстаней), або потенціальними (за аналогією з полем електричних зарядів, в якому сила взаємодії між ними залежить від їх величин).

Визначення 1. Двійковим зображенням рядка елементів $C_i = (s_1^i, s_2^i, \dots, s_l^i, \dots, s_q^i)$, або двійковою стрічкою, називають послідовність $u_i = (b_1, b_2, \dots, b_l, \dots, b_q)$ двійкових кодів $b_l = \{0, 1\}^n$ довжиною n таких, що

$$B = \varphi(S). \quad (3)$$

У виразі (3) φ — деяке відображення множини S на множину двійкових кодів $B = (b_1, b_2, \dots, b_q)$, вигляд якого потрібно встановити.

Визначення 2. Різницею (відстанню) h_{ij} між двома двійковими кодами b_i і b_j довжини n називають двійкове число, отримане шляхом виконання вибраної логічної операції над цими кодами:

$$h_{ij} = b_i \oplus b_j. \quad (4)$$

Вигляд відображення $\varphi: s_i \rightarrow b_i$ можна встановити, якщо врахувати, що стан системи розпізнається за мінімумом відстані до одного з еталонних станів з множини C , а саме $C_i(s) = C_j(s)$, якщо

$$d_{ij}(C) = \min(d_{il}(C)), \quad l = \overline{1, k}, \quad l \neq i. \quad (5)$$

Звідси природно випливає **твердження P1**: множина різниць H між двійковими стрічками повинна бути ізоморфним відображенням f впорядкованої множини відстаней D між стрічками елементів:

$$H = f(D), \quad (6)$$

де $\mathbf{H} = \{h_{ij}\}$, $h_{ij} = \sum_{l=1}^q h(b_l^i, b_l^j)$. Далі приймаємо $h(b_l^i, b_l^j) = h_{ij}$.

На основі цього твердження можна визначити вид відображення ϕ у виразі (3), довівши попередньо теорему Т1:

$$T1 \stackrel{df}{=} P1 \Rightarrow \forall_{i,j} \left((d_{i1j1} \leq d_{i2j2}) \Rightarrow (h_{i1j1} \leq h_{i2j2}) \right), \quad i \in \{1, \dots, m-1\}, j \in \{1, \dots, m\}, \quad (7)$$

яка стверджує, що за існування твердження P1 впорядкована множина відстаней між двійковими кодами елементів повинна бути ізоморфним відображенням впорядкованої множини відстаней між елементами.

Доведення даної теореми наведено в [3].

Наслідок 1. Для досягнення ідентичності результатів прийняття рішень на множині двійкових стрічок з такими ж на множині символічних стрічок необхідно і достатньо, щоб відображення f у виразі (6) було ізоморфізмом.

Наслідок 2. Оскільки всі викладки під час доведення теореми Т1 проводились лише з урахуванням розміщення відстаней у їх впорядкованій множині, а не абсолютних величин цих відстаней, то можна стверджувати, що відображення $\phi: S \rightarrow B$ є відображенням, яке зберігає рангові порядки відстаней. Або, інакше, можна сказати, що простір двійкових кодів, які представляють символи, повинен бути ізоморфним простору символів з точністю до рангів відстаней.

Визначення 3. Код B , який зберігає ранги відстаней (DRP-код), є відображенням $i \rightarrow B_i$ множини $M = \{1, 2, \dots, m\}$ в множину $\{0, 1\}^n$ двійкових послідовностей довжини n таке, що

$$\forall_{i,j} \left(R(d_{ij}) = r \Rightarrow R(h_{ij}) = r \right), \quad r = \overline{1, m_r}, \quad i, j \in M. \quad (8)$$

У виразі (8) $R(d_{ij})$ — ранг відстаней d_{ij} між об'єктами i і j в просторі об'єктів; $R(h_{ij})$ — ранг відстані h_{ij} в просторі двійкових кодів; r — ціле число, конкретне значення рангу; m_r — максимальна величина рангу. Далі під кодованими об'єктами розумітимемо елементи систем.

Не вникаючи у властивості початкового простору об'єктів, які забезпечують можливість кодування, можна сказати, що на даному етапі мова йтиме про двійкове зображення за допомогою DRP-коду метричних просторів (станів систем) з заданим відношенням строгого порядку на лінійно впорядкованій множині відстаней між об'єктами, або просторів з відношенням нестрогого порядку, коли ранги рівних відстаней інцидентні тому самому об'єкту.

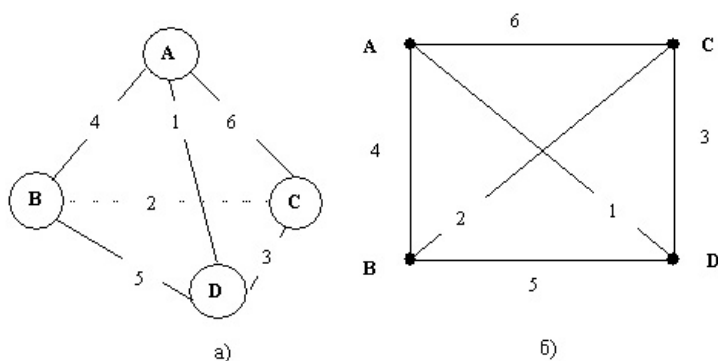


Рис. 1. Геометричні моделі рангової конфігурації:
а — тривимірний симплекс; б — повний регулярний граф

Геометричні моделі дають уяву про рангову конфігурацію. На рис. 1 вершини **A**, **B**, **C**, **D** позначають кодовані об'єкти, а цифри на ребрах симплекса і дугах графа — інцидентні їм ранги.

Комбінаторні моделі конфігурацій можна подати у вигляді t -схем, блок-схем або перестановок на матриці суміжностей рангів графа.

Блок-схема є різновидом t -схеми. Під $t - (n, k, \lambda)$ -схемою розуміють сукупність Z підмножин (блоків) множини \mathbf{N} , що містить n точок, таку, що кожна з підмножин містить k точок, а

Визначення 4. Конфігурацією \mathfrak{R} простору m об'єктів називають множину $(m-1)$ -елементних підмножин, елементами цих підмножин є ранги відстаней, інцидентних тому самому об'єкту.

Конфігурацію можна зобразити геометричними, комбінаторними, алгебричними або топологічними моделями. До геометричних можна віднести графи і багатомірні симплекси. На рис. 1 зображено рангову конфігурацію у вигляді тривимірного симплекса і графа.

всяка множина із t точок міститься рівно в λ підмножинах із Z [4]. Безпосередньо блок-схемою (або 2-схемою) є множина, що містить n елементів, розміщених в Z блоках по k елементів в кожному блоці, причому кожна пара різних елементів ($t = 2$) міститься в λ блоках ($\lambda = \text{const}$), елемент з'являється точно в v блоках [5]. Показано [5], що будь-який повний регулярний граф описується 2-схемою (блок-схемою). Для блок-схеми справедливі такі співвідношення:

$$nv = Zk; \tag{9}$$

$$\lambda(n-1) = v(k-1). \tag{10}$$

Для рангової конфігурації рис. 1 параметри блок-схеми такі:

$$Z = m = 4; n = \frac{m(m-1)}{2} = 6; k = m - 1 = 3; \lambda = 1; v = 2,$$

де кількість блоків Z відповідає кількості об'єктів (кодових слів), кількість елементів n — загальній кількості рангів, k — кількості рангів, інцидентних одному об'єктові, m — кількість об'єктів, що підлягають кодуванню.

Підстановка цих величин у вирази (9) і (10) показує, що умова (10) для рангової конфігурації не виконується. Тому блок-схеми, які широко використовуються в теорії кодування [5], для моделювання рангових конфігурацій є непридатними. Для графа конфігурації на рис. 1б комбінаторну модель зручно представити матрицею інцидентностей графа (рис. 2а), або матрицею суміжностей рангів цього графа (рис. 2б).

Опис рангової конфігурації матрицею суміжності рангів дозволяє дійти висновку, що множину конфігурацій можна представити групою на наборі перестановок [4]. Ця властивість дозволяє кодувати не тільки символи, але і конфігурації, і запам'ятовувати інформацію про них в згорнутому вигляді.

Матриця суміжностей рангів (рис. 2б) дозволяє без значних складностей визначити потужність K_m мно-

жини конфігурацій для заданої кількості об'єктів m [2], а також розробити алгоритми кодування об'єктів DRP-кодом.

Алгебрична модель дає можливість компактно описати рангову конфігурацію у відповідності з **Визначенням 4** у вигляді набору підмножин рангів. Наприклад, рангову конфігурацію рис. 1 можна записати в алгебричному вигляді як

$$K_4 = \{\{1, 4, 6\}, \{2, 4, 5\}, \{2, 3, 6\}, \{1, 3, 5\}\}. \tag{11}$$

Розглянемо основні характеристики рангових кодів. До них зазвичай відносять їх інформаційні властивості, завадостійкість і секретність. Визначимо ці характеристики для запропонованих DRP-кодів.

Розрядність потенціального коду n за умови визначення рангів логічною операцією «І» дорівнюватиме кількості рангів:

$$n = \frac{m(m-1)}{2}, \tag{12}$$

де m — кількість кодованих об'єктів. Наприклад, для $m = 4$ $n = \frac{4(4-1)}{2} = \frac{12}{2} = 6$, для $m = 5$ маємо $n = 10$ і т. д.

Потужність множини рангових K_m конфігурацій для випадку кодування непомічених (не роз-

Ранги

		6	5	4	3	2	1
О	A	1	0	1	0	0	1
Б	B	0	1	1	0	1	0
є	C	1	0	0	1	1	0
к	D	0	1	0	1	0	1
т							
и							

		A	B	C	D
A			4	6	1
B	4			2	5
C	6	2			3
D	1	5	3		

Рис. 2. Комбінаторне представлення рангової конфігурації:
 а) — матриця інцидентностей графа рис. 1б;
 б) — матриця суміжностей рангів для графа рис. 1б

фарбованих) об'єктів, як доведено раніше [2], визначається формулою

$$K_m = \frac{(m(m-1)/2)!}{m!} = \frac{n!}{m!}. \quad (13)$$

Для поміченого графа потужність множини рангових конфігурацій

$$K_m = n!. \quad (14)$$

Зростання кількості конфігурацій за умови зростання кількості m символів відповідає закону «комбінаторного вибуху». Наприклад, при $m = 4$ кількість рангових конфігурацій K_4 непоміченого симплексу відповідно до виразу (13)

$$K_4 = \frac{6!}{4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 30,$$

для п'яти символів $K_5 = 30240$, для шести символів $K_6 \approx 1,8 \cdot 10^9$. Для поміченого симплексу кількість конфігурацій зростає ще швидше зі зростанням кількості кодованих символів, що видно з виразу (20). Цей факт свідчить про велику інформаційну потужність DRP-коду коли користувача цікавить інформація про відносини між елементами даних.

Розглянемо ранговий код, розроблений для цілей кластеризації, тобто структуризації даних, представлених точками в просторі параметрів. У цьому випадку його використовуємо для порівняння рангів відстаней між різними точками простору і виконання аксіоми ідентичності $R(d_{ii}) = 0$ при цьому не потрібне, оскільки відстань і її ранг для однієї і тієї ж точки простору не визначені. У даному розгляді ранг відстані $R(h_{ij}) = 0$ між двійковими словами b_i і b_j DRP-коду знаходиться за допомогою мультиплікативної операції логічного множення AND і визначається виразом

$$R(h_{ij}) = \log_2(b_i \Lambda b_j), \quad (15)$$

де символом Λ позначена операція AND.

Можливість побудови повного DRP-коду, тобто коду, здатного відобразити в двійковому вигляді будь-яку рангову конфігурацію, виходить безпосередньо з прикладу на рис. 2 і окремого доказу не вимагає. На рис. 2а рядки матриці суміжності графа утворюють кодові слова шуканого для заданої рангової конфігурації DRP-коду. Як приклад визначимо ранг відстані між кодовими словами символів A і D, для чого скористаємося виразом (15):

$$R(h_{AD}) = \log_2(b_A \Lambda b_D) = \log_2(101001 \Lambda 010101) = \log_2 2^1 = 1.$$

На практиці операція логарифмування для визначення точного рангу не потрібна, оскільки відстані між кодовими словами ранжуються операцією AND.

Розрядність DRP-коду в даному випадку дорівнює кількості рангів n -вимірного симплексу:

$$n = \frac{m(m-1)}{2}.$$

Оскільки за своєю формою DRP-код є перестановочним з постійною вагою, то для визначення його завадостійкості можна скористатися відомими [4] для цих кодів залежностями. Вірогідність P_n невиявлення однієї помилки в кодовому слові (сумісна вірогідність перетворення однієї одиниці в нуль і одного нуля в одиницю) для DRP-коду рівна:

$$P_n = \binom{m-1}{1} p(1-p)^{m-2} \binom{n-m+1}{1} p(1-p)^{n-m}, \quad (16)$$

де m — кількість слів у коді. Для коду з прикладу на рис. 2а маємо:

$$P_n = \binom{3}{1} p(1-p)^2 \binom{4}{1} p(1-p)^3.$$

Прийнявши значення $p = 1 \cdot 10^{-4}$, отримаємо $P_n = 12 \cdot 10^{-8}$. Оскільки для потенціального коду одиниця повинна бути невиявлена одночасно в двох кодових словах, то $P_n = 12 \cdot 10^{-16}$.

Під інформаційною здатністю DPR-коду розумітимемо відношення кількості Q_r прийнятих інформаційних слів до кількості Q_T переданих кодових

$$I_C = \frac{Q_r}{Q_T} = \frac{m + K_m n}{m K_m} \tag{17}$$

Наприклад, для передачі *DRP*-кодом 30 різних рангових конфігурацій чотирирівмірного симплексу (рис. 1а) необхідно передати $Q_T = 4 \times 30 = 120$ слів, з яких можна добути $Q_r = 4 + 30 \times 6 = 184$ інформаційних слова, звідки $I_C = 184/120 \approx 1,53$. Вирази (17) і (13) показують, що із зростанням розмірності кодованого симплексу інформаційна здатність *DRP*-коду зростає. Пропускнуну спроможність каналу можна збільшити, передаючи не саму рангову конфігурацію, а її код, відповідний номеру рангової перестановки. Секретність коду C_R при цьому можна забезпечити вибором одного з можливих порядків перестановки рангів на матриці суміжності і визначиться вірогідністю вгадування номера цього порядку

$$C_R = \frac{1}{n!} \tag{18}$$

Для тих застосувань, які вимагають існування аксіоми ідентичності, код повинен проектуватися з урахуванням адитивної операції «виключне АБО». До таких застосувань можна віднести, наприклад, задачу розпізнавання рядків символів, задачу завадостійкої передачі інформації та інші. Переваги цих кодів (наприклад, порівняно з різницевиими кодами [10]), розглянуті в [1]. Для доведення повноти кодів

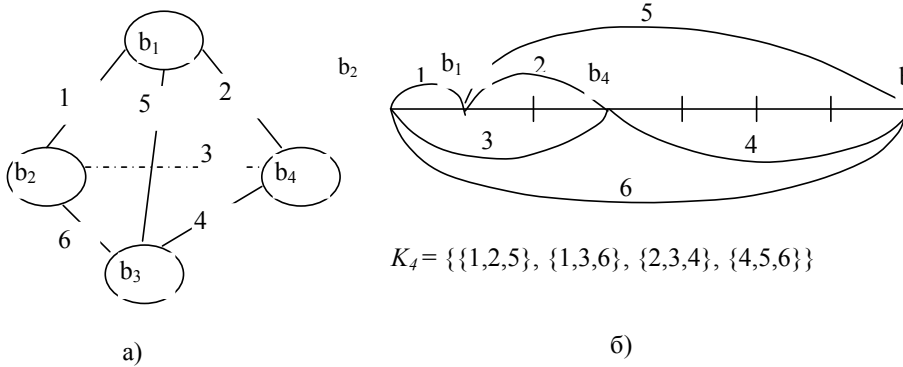


Рис. 3. Інтервальна модель рангової конфігурації

в даному випадку авторами розроблена топологічна b_3 інтервальна модель рангової конфігурації, приклад якої наведений на рис. 3.

Модель є лінійним відрізком довжиною 2^q , де q — вибрана розрядність коду, поділений на одиничні інтервали, границі інтервалів відповідають цілим числам з діапазону $[0...2^q]$. На цьому відрізку укладені інтервали, які в

промасштабованому вигляді відповідають рангам конфігурації (зображені дугами на рис. 3б). Для моделі справедливими є такі аксіоми.

Аксіоми різницевої операції:

$$\forall_{i,j \in M} (b_i \oplus b_j) = (b_j \oplus b_i) = |b_i \oplus b_j| = h_{ij}; \text{ — аксіома симетрії;} \tag{19}$$

$$b_i \oplus h_{ij} = b_j; \quad b_j \oplus h_{ij} = b_i \text{ — аксіома оберненості операції.} \tag{20}$$

Аксіоми рангових інтервалів:

$$h_{ij}(r_k) + h_{ij}(r_{k+1}) = h_{ij}(r_k + r_{k+1}) \text{ — аксіома жорсткості інтервалів в циклі;} \tag{21}$$

$$r_k + r_{k+1} \geq r_c \text{ — аксіома трикутника для рангів в циклі} \tag{22}$$

де r_k і r_{k+1} — ранги k -го і $k + 1$ -го інтервалів на моделі (ранги сусідніх інтервалів), r_c — ранг інтервалу, що замикає. Дані ранги позначені дугами на топологічному графові моделі (рис. 3б). Поняття циклу на інтервальній моделі відповідає поняттю циклу на топологічному графові.

На основі інтервальної моделі сформульована і доведена така теорема.

Теорема Т2: *Допустимими є тільки ті рангові конфігурації, для яких виконуються аксіоми (21) і (22).*

Ця теорема показує, що кількість рангових конфігурацій за умови використання операції XOR є

обмеженою, що не дозволяє побудувати повний потенціальний код. Наприклад, кількість дозволених рангових конфігурацій для тривимірного симплекса дорівнює 7 із 30 можливих, і коефіцієнт повноти коду відповідно дорівнює $7/30$, тобто приблизно 23,3 %. Для визначення дозволених рангових конфігурацій і побудови відповідних їм потенціальних кодів розроблено алгоритм, що базується на симплексометоді і враховує вирази (19)—(22), а також розроблені алгоритми для перевірки адекватності запропонованої моделі.

Висновки

Запропоновано узагальнений метод представлення знань системи про об'єкти зовнішнього світу за допомогою рангового перетворення їх описів, виконаних у різних параметричних просторах: детерміністичному, імовірнісному, нечіткому та ін. Цю проблему розв'язано на основі такого фундаментального поняття, як ступінь (ранг) віддаленості між станами об'єктів у параметричному просторі. Показано, що важливою інформацією для ідентифікації станів і оптимізації роботи системи є не самі відстані між цими станами, а їх рангові відношення. Розроблено ефективний щодо обчислювальних затрат двійковий метод кодування, який визначає як самі об'єкти (стани), так і інформацію про ранги відстаней між ними. Такий код названо потенціальним або DRP-кодом (кодом, що зберігає ранги відстаней). Розглянуто питання його повноти, інформаційної ємності, завадостійкості та конфіденціальності. Запропонована інтервальна модель рангових конфігурацій, що дозволяє розв'язати питання повноти рангового коду для випадку використання адитивної операції визначення рангів.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Быков Н. М. Обобщенный метод принятия решений в системах управления и контроля / Н. М. Быков, О. С. Пастушенко, В. Г. Коберский // Контроль и управление в технических системах: 3-я междунар. науч.-техн. конф. 18—21 сент. 1995 г. : тезисы докл. — I., 1995. — С. 223—224.
2. Биков М. М. Кластеризация данных с использованием потенциальных кодов / М. М. Биков, І. В. Кузьмін, А. І. Яковенко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2001. — № 6. — С. 61—64. — ISSN 1997-9266.
3. Биков М. М. Універсальний метод представлення інформації в інтелектуальних еволюційних системах / М. М. Биков // Відбір і обробка інформації. — 2006. — 24(100). С. 35—42.
4. Злотник Б. М. Помехоустойчивые коды в системах связи / Б. М. Злотник. — М. : Радио и связь, 1989. — 232 с.
5. Камерон П. Теория графов, теория кодирования и блок-схемы / П. Камерон, ван Линт Дж. — М. : Мир, 1980. — 144 с.
6. Штейнберг С. Идентификация в системах управления / С. Штейнберг. — М. : Энергоатомиздат, 1987. — 196 с.
7. Kosko B. Fuzzy entropy and conditioning / B. Kosko // Information sciences — 1966. — 2. — P. 165—174.
8. Kruskal J. Multidimensional scaling by optimizing goodness-of-fit to a nonmetric hypothesis / J. Kruskal // Psychometrika — 1964. — 29. — P. 1—28, 115—129.
9. Pawlak Z. Rough membership functions / Z. Pawlak, A. Skowron // Advances in the Dempster-Shafer theory of evidence; Ed. Yager R., Fedrizzi M., Kacprzyk J. — New York : John Wiley & Sons, 1994. — P. 251—271. — ISBN 978-966-415-020-7
10. Preparata F. Difference-Preserving codes / F. Preparata, J. Nievergelt // IEEE Trans. Information Theory — 1974. — 20. — P. 643—649.
11. Tou J. Pattern Recognition Principle / J. Tou, R. Gonzalez. — London-Amsterdam-Don Mill. : Addison-Wesley, 1974. — 411 p.

Рекомендована кафедрою автоматики та інформаційно-вимірювальної техніки

Надійшла до редакції 21.10.08
Рекомендована до друку 20.11.08

Биков Микола Максимович — професор кафедри комп'ютерних систем управління.

Вінницький національний технічний університет;

Конате Карім — викладач; **Раїмі Абдурахман** — викладач.

Кафедра прикладної математики і інформатики, Університет ім. Шейха Анта Діоп, м. Дакар, Сенегал