

УДК 681.317

Ю. В. Крушевський, к. т. н., доц.;

О. В. Онищук, к. т. н.

МОДЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У РОЗСТРОСНОМУ КОНТУРІ

Досліджено перехідні процеси з під'єднанням гармонічної ЕРС до коливального контуру з використанням методу комплексних амплітуд. Показано, як змінюються обвідна та миттєва частота струму у контурі зі змінною частоти електрорушійної сили.

Вступ

Більшість радіотехнічних пристроїв працюють у режимі, коли топологія їх електричних кіл і параметрів елементів є незмінними, а зовнішня дія на ці кола та елементи змінюється за довільним законом [1]. Зокрема, проходження детермінованих і випадкових сигналів через електричні кола супроводжується нестационарними режимами (перехідними процесами), які призводять до зниження надійності та ефективності роботи цих пристроїв.

Теорія методів аналізу радіотехнічних кіл та сигналів, яка використовується для врахування та розв'язання такого виду задач, безперечно є багатогранною [2]. Причому, грані цієї теорії не можуть розглядатись окремо одна від одної. Відомий метод аналізу перехідних процесів у коливальних контурах з їх під'єднанням до генератора гармонічної ЕРС використовує теорію лишків [3], яка у вищих технічних навчальних закладах не вивчається. Це призводить до значних труднощів у вивченні студентами відповідних тем радіотехнічних дисциплін, наприклад, «Сигнали і процеси у радіотехніці», «Основи радіоелектроніки».

З метою полегшення задачі дослідження перехідних процесів у коливальних контурах пропонується математичний апарат, що використовується у методі комплексних амплітуд, який добре відомий та доступний для студентів і широкого загалу спеціалістів.

Результати досліджень

Розглянемо важливий для практики випадок під'єднання до електричного кола (коливального контуру) джерела гармонічної електрорушійної сили (ЕРС), що змінюється в часі за законом

$$e(t) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } t < 0; \\ E_m \cos \omega t + \phi, & \text{якщо } t \geq 0, \end{cases} \quad (1)$$

де E_m , ω і ϕ — відповідно, амплітуда, кутова частота та початкова фаза гармонічної ЕРС, яку надалі приймемо рівною нулю.

Реакція кола (струм у колі після комутації) на таку дію визначається сумою вільної $i_{\text{віль}}$ і вимушеної $i_{\text{вим}}$ складових [1]. Оскільки ми розглядаємо коло, в якому перехідні процеси мають коливальний і згасальний характер, то вільну складову $i_{\text{віль}}$ подамо у вигляді гармонічної функції, амплітуда якої експоненційно зменшується в часі

$$i_{\text{віль}}(t) = I_m e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t, \quad (2)$$

де I_m — початкова амплітуда; τ — постійна часу кола; ω_0 — резонансна частота кола.

Після комутації коло залишається під дією гармонічної ЕРС певної частоти ω , тому вимушена складова $i_{\text{вим}}$ реакції кола також буде гармонічною функцією часу

$$i_{\text{вим}}(t) = I_m \cos \omega t. \quad (3)$$

Додавши вимушену та вільну складові, знайдемо рівняння перехідного процесу у колі

$$i(t) = i_{\text{ВМ}} - i_{\text{ВЛ}} = I_m \cos \omega t - I_m e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t. \quad (4)$$

У виразі (4) знак «—» відповідає умові другого закону комутації, коли на початку перехідного процесу струм у колі відсутній $i(t=0) = 0$ [1].

Перейшовши до комплексної форми, отримаємо:

$$\begin{aligned} i(t) &= \operatorname{Re} \left\{ I_m \cos \omega t + j I_m \sin \omega t - \left[I_m e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t + j I_m e^{-t/\tau} \sin \omega_0 t \right] \right\} = \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \left[I_m \cos \omega t - I_m e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t \right] + j \left[I_m \sin \omega t - I_m e^{-t/\tau} \sin \omega_0 t \right] \right\} = \\ &= \operatorname{Re} I(t) e^{j\Psi(t)}, \end{aligned} \quad (5)$$

де

$$I(t) = I_m \sqrt{1 + e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau} \cos [\omega - \omega_0] t}; \quad (6)$$

$$\Psi(t) = \operatorname{arctg} \frac{I_m \sin \omega t - I_m e^{-t/\tau} \sin \omega_0 t}{I_m \cos \omega t - I_m e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t} \quad (7)$$

є, відповідно, обвідною та фазою вихідного коливання.

Тоді миттєву частоту вихідного коливання знайдемо як похідну від фази

$$\omega(t) = \frac{d\Psi(t)}{dt} = \omega_0 - \frac{\omega_0 - \omega \left[1 - e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t - \omega t \right] + \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} \sin \omega_0 t - \omega t}{1 + e^{-2t/\tau} - 2 \cdot e^{-t/\tau} \cos \omega_0 t - \omega t}. \quad (8)$$

Як показали модельні дослідження у чисельнику другий доданок виразу (8) набагато менший, у порівнянні із значеннями інших складових цього виразу, тому прирівняємо його до нуля, а підставивши вирази (6) і (8) в (5), отримаємо вихідне коливання:

$$i(t) = I_m \sqrt{1 + e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau} \cos \Omega t} \cdot \cos \left[\omega_0 t - \frac{\Omega \left(1 - e^{-t/\tau} \cos \Omega t \right)}{1 + e^{-2t/\tau} - 2e^{-t/\tau} \cos \Omega t} t \right], \quad (9)$$

де $\Omega = \omega_0 - \omega$ — частота розстроювання.

Вираз (9) відображає амплітудні та кутові зміни вихідного коливання протягом перехідного процесу і після його завершення. Зокрема, за допомогою виразу (9) можна проаналізувати динаміку зміни обвідної та миттєвої частоти вихідного коливання в залежності від частот розстроювання Ω та постійної часу кола τ .

Нехай на вході кола з резонансною частотою 100 кГц та постійною часу 40 мкс діє гармонічна ЕРС, частота якої у кожному окремому випадку дорівнює 120, 110, 100, 90 та 80 кГц. На рис. 1 і рис. 2 показані графіки, які характеризують закони змінення відповідно обвідної та миттєвої частот вихідного коливання в часі для різних значень розстроювання: 0, 10 і 20 кГц.

Насамперед проаналізуємо умову, коли частота зовнішньої ЕРС дорівнює резонансній частоті кола $\omega = \omega_0$. Тоді частота розстроювання дорівнює нулю ($\Omega = 0$), а вираз (9) спрощується до такого вигляду:

$$i^*(t) = I_m \left(1 - e^{-t/\tau} \right) \cos \omega_0 t. \quad (10)$$

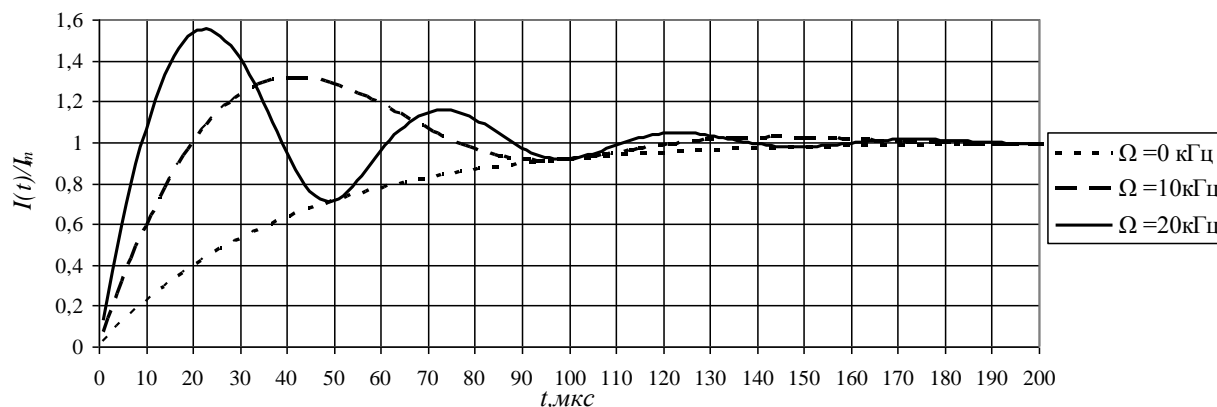


Рис. 1. Динаміка змінення обвідної вихідного коливання

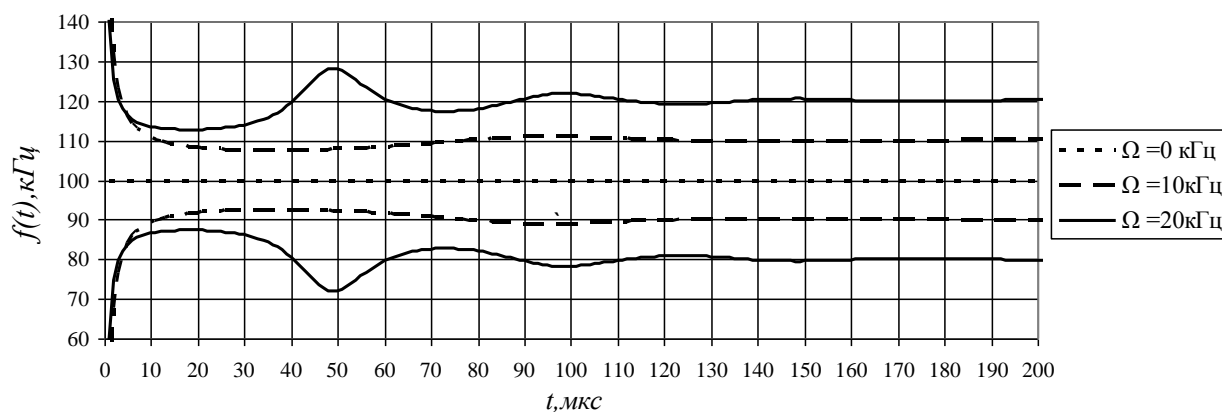


Рис. 2. Динаміка змінення миттєвої частоти вихідного коливання

З графіка на рис. 1, який відповідає умові $\Omega = 0$, видно, що протягом перехідного процесу обвідна вихідного коливання монотонно зростає від нуля до встановленого значення, а після завершення перехідного процесу залишається незмінною. При цьому необхідно зазначити, що після комутації амплітуда вихідного коливання не перевищує амплітуди гармонічної ЕРС, яка діє на вході кола. З графіка миттєвої частоти, зображеного на рис. 2 і відповідає умові $\Omega = 0$, видно, що протягом перехідного процесу і після його завершення частота вихідного коливання дорівнює резонансній частоті кола.

З під'єднанням до кола гармонічної ЕРС, частота якої близька до резонансної, але не дорівнює їй $\omega \neq \omega_0$, обвідна та миттєва частота протягом перехідного процесу змінюються за кволивальним законом. Для малих значень частоти розстроювання ($\Omega = 10$ кГц) на графіку рис. 1 протягом перехідного процесу спостерігаються биття обвідної: періодичне збільшення амплітуди вихідного коливання до значень, які перевищують амплітуду зовнішньої ЕРС, а на відповідних графіках рис. 2 миттєві частоти вихідного коливання змінюються за квазігармонічним законом. За умови розстроювання у характері зміни обвідної та миттєвої частот існує взаємозв'язок, який можна спостерігати на графіках рис. 1 та рис. 2. Так на ділянках коливання, де його обвідна приймає максимальні значення — відповідні значення миттєвих частот наближаються до резонансної частоти кола. Якщо амплітуда вихідного коливання мінімальна, то різниця між значеннями миттєвої і резонансної частот збільшуються і на відповідних ділянках графіків має вигляд флуктуацій.

Зі збільшенням частоти розстроювання змінення обвідної та миттєвої частот набувають складнішого квазігармонічного характеру. Так на графіку рис. 1, який відповідає умові розстроювання $\Omega = 20$ кГц, протягом перехідного процесу амплітуда вихідного коливання значно перевищує амплітуду вхідного, а на відповідному графіку миттєвих частот з'являються значні флуктуації (див. рис. 2). Зі збільшенням частоти розстроювання взаємозв'язки у характері зміни обвідної та миттєвої частот зберігається.

Для всіх вищерозглянутих умов розстроювання флуктуації миттєвої частоти вихідного коливання протягом перехідного процесу експоненційно зменшуються, а амплітуда биття має згаса-

льний характер. Після завершення нестационарного режиму обвідна залишається незмінною, а миттєва частота дорівнює частоті гармонічної ЕРС, яка діє на вході кола.

Таким чином, отримані результати збігаються з результатами досліджень іншими методами [2, 3]. Проте, застосування математичного апарату метода комплексних амплітуд дає можливість у більш спрощений спосіб проаналізувати перехідні процеси та амплітудно-кутові змінення вихідного коливання в розстроєному контурі.

Висновки

1. Запропоновано доступний широкому колу спеціалістів та студентів спосіб аналізу перехідних процесів з під'єднанням гармонічної ЕРС до коливального контуру, який використовує математичний апарат методу комплексних амплітуд і дає можливість у більш спрощений спосіб проаналізувати перехідні процеси та амплітудно-кутові зміни вихідного коливання.

2. Знайшла подальший розвиток математична модель коливання на виході розстроєного контуру, яка дає можливість проаналізувати зміни та взаємозв'язки у характері поведінки обвідної та миттєвої частот вихідного коливання в залежності від частоти розстроювання та сталої часу контуру.

3. Дослідження обвідної і миттєвої частоти коливання на виході розстроєного контуру протягом перехідного процесу показали, що на ділянках коливання, де його обвідна приймає максимальні значення – відповідні миттєві частоти коливання наближаються до резонансної частоти контуру, а на ділянках, де обвідна коливання приймає мінімальні значення – різниця між миттєвою частотою коливання і резонансною частотою контуру збільшується.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попов В. П. Основы теории цепей : учеб. для вузов спец. «Радиотехника» / В. П. Попов. — М. : Высш. шк., 1985. — 496 с.
2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. [для высш. учеб. заведений] / И. С. Гоноровский. — [4-е изд., перераб. и доп.]. — М. : Радио и связь, 1986. — 512 с.
3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы / С. И. Баскаков. — М. : Высшая школа, 1988. — 448 с.

Рекомендована кафедрою радіотехніки

Надійшла до редакції 12.01.10
Рекомендована до друку 5.02.10

Крушевський Юрій Володимирович — доцент, **Онищук Олег Володимирович** — асистент.

Кафедра радіотехніки, Вінницький національний технічний університет