

О. Б. Мокін, канд. техн. наук, доц.

## ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ ЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ПРЯМОЛІНІЙНІЙ ДІЛЯНЦІ КОЛІЇ В УМОВАХ ОБМЕЖЕННЯ НА ШВИДКІСТЬ ТА МОЖЛИВОСТІ КОРЕКЦІЇ ГРАФІКА

Запропоновано методику оптимізації руху між двома зупинками по горизонтальній прямолінійній ділянці колії електричного транспортного засобу, як завантаженого, так і порожнього, за критерієм мінімуму витрат електроенергії в умовах обмеження на швидкість та за умови, що час прибуття на кінцеву зупинку цього транспортного засобу можна змінити.

### Постановка задачі та вихідні передумови

В роботах [1, 2] побудовані математичні моделі для струму якоря тягових електродвигунів та швидкості оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху електричного транспортного засобу, як завантаженого [1], так і порожнього [2], по горизонтальній прямолінійній ділянці колії в умовах обмеження на час руху і відсутності обмеження на швидкість та за заданих значень швидкості і прискорення в кінцевих точках руху. При цьому математичні моделі оптимальної швидкості електричного транспортного засобу побудовані у вигляді

$$v_{opt}(\tau) = \sum_{k=0}^4 g_k L_k(\tau), \quad (1)$$

де

$$L_k(\tau) = \frac{1}{k!} e^{\tau} \frac{d^k}{d\tau^k} (\tau^k e^{-\tau}) = \sum_{i=0}^k (-1)^i \frac{k!}{(k-i)! i!} \tau^i, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

— перші п'ять ортогональних поліномів Лагерра, а

$$g_k = \int_0^{\tau_k} v_{opt}(\tau) L_k(\tau) d\tau, \quad k = 0, 1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

— коефіцієнти Фур'є оптимальної швидкості руху  $v_{opt}(\tau)$  електричного транспортного засобу між двома зупинками у відсутності обмеження на швидкість та за умови дотримання заданого часу руху, орієнтовний графік якої показано на рис. 1.

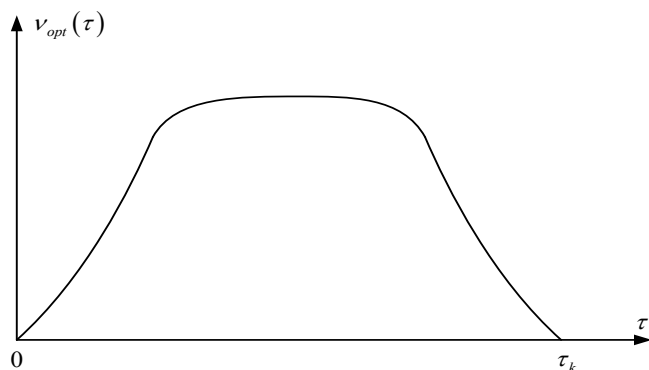


Рис. 1

В роботі [3] побудовані математичні моделі для струму якоря тягових електродвигунів та швидкості оптимального за критерієм мінімуму витрат електроенергії руху електричного транспортного засобу, як завантаженого, так і порожнього, по горизонтальній прямолінійній ділянці колії в умовах обмеження як на час руху, так і на швидкість. І у цьому випадку математичні моделі оптимальної швидкості електричного транспортного засобу побудовані з використанням поліномів Лагерра, але у зв'язку з наявністю обмеження на швидкість

$$v(\tau) \leq v_0 \quad (4)$$

мінімуму критерію оптимізації, у нашому випадку це мінімум відносних витрат електроенергії

$$e = \int_0^{\tau_k} i d\tau, \quad (5)$$

де  $i$  — відносний струм якоря тягових електродвигунів електричного транспортного засобу, а  $\tau_k$  — відносний відрізок часу, за який покривається відстань між двома зупинками, досягається за умови, що оптимальна швидкість формується за законом

$$v_{opt}(\tau) = \begin{cases} v_{opt}^*(\tau), \tau \in [0, \tau_1^*]; \\ v_0, \tau \in (\tau_1^*, \tau_2^*); \\ v_{opt}^*(\tau), \tau \in [\tau_2^*, \tau_k], \end{cases} \quad (6)$$

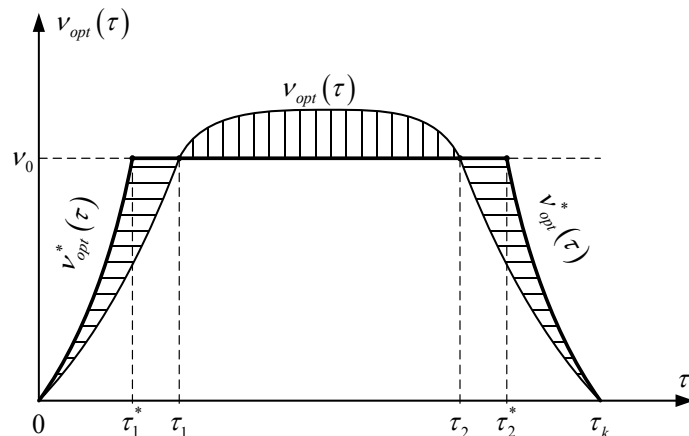
в якому  $v_{opt}^*(\tau)$  — модель оптимальної швидкості, визначеної за методикою, наведеною в роботах [1, 2], а зміст параметрів  $\tau_1^*, \tau_2^*$  легко зрозуміти з графіка формування оптимальної швидкості руху електричного транспортного засобу між двома зупинками за наявності обмеження на швидкість і дотримання заданого часу руху, наведеного на рис. 2.

Нагадаємо, що обов'язковою умовою у цій задачі оптимізації, розв'язаній у роботах [1—3], було подолання електричним транспортним засобом за відносний час  $\tau_k$  відносної відстані  $s$  між двома зупинками, яка зв'язана з відсною швидкістю руху співвідношенням

$$s = \int_0^{\tau_k} v(\tau) d\tau, \quad (7)$$

яке в умовах обмеження на оптимальну швидкість перетворюється на співвідношення

$$s = \int_0^{\tau_1^*} v_{opt}^*(\tau) d\tau + v_0(\tau_2^* - \tau_1^*) + \int_{\tau_2^*}^{\tau_k} v_{opt}^*(\tau) d\tau, \quad (8)$$



обумовлене необхідністю взаємної компенсації заштрихованих на рис. 2 площ.

У цьому випадку, як виявилось, оптимізація можлива лише за умови зняття обмеження на прискорення в кінцевих точках руху. Однак не завжди це обмеження на прискорення в кінцевих точках руху дозволяється зняти. Саме для такого випадку, як буде показано далі, задачу оптимізації руху електричного транспортного засобу в умовах обмеження на швидкість теж можна розв'язати, але за умови зняття обмеження на час руху, оскільки одночасно ці два обмеження в цій задачі оптимізації виконаними бути не можуть.

Отже, метою роботи є розробка методики оптимізації руху між двома зупинками по горизонтальній прямолінійній ділянці колії електричного транспортного засобу, як завантаженого, так і порожнього, за критерієм мінімуму витрат електроенергії в умовах обмеження на швидкість та за умови, що час прибуття на кінцеву зупинку цього транспортного засобу можна змінити.

### Розв'язання задачі

Як показано на рис. 2, для того, щоб час руху електричного транспортного засобу від однієї зупинки до наступної в умовах обмеження на швидкість не змінився, необхідно, щоб верхня заштрихована площа дорівнювала сумі бокових заштрихованих площ, тобто, необхідно, щоб виконувалась рівність

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{opt}(\tau) - v_0) d\tau = \int_0^{\tau_1^*} (v_{opt}^*(\tau) - v_{opt}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_1^*}^{\tau_1} (v_0 - v_{opt}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_2^*} (v_0 - v_{opt}(\tau)) d\tau + \int_{\tau_2^*}^{\tau_k} (v_{opt}^*(\tau) - v_{opt}(\tau)) d\tau. \tag{9}$$

Проте, як видно з рис. 3, на якому наведено графік формування оптимальної швидкості руху електричного транспортного засобу між двома зупинками за наявності обмеження на швидкість і можливості зміни часу прибуття на кінцеву зупинку, ліву частину рівності (9) можна урівноважити і у інший спосіб: рухаючись спочатку від нуля до точки  $\tau_1$  зі швидкістю  $v_{opt}(\tau)$ , потім на відрізку  $[\tau_1, \tau_2^*]$  — зі швидкістю  $v_0$ , а на відрізку  $[\tau_2^*, \tau_k^*]$  — знову зі швидкістю  $v_{opt}(\tau)$ , але так, щоб виконувалась рівність

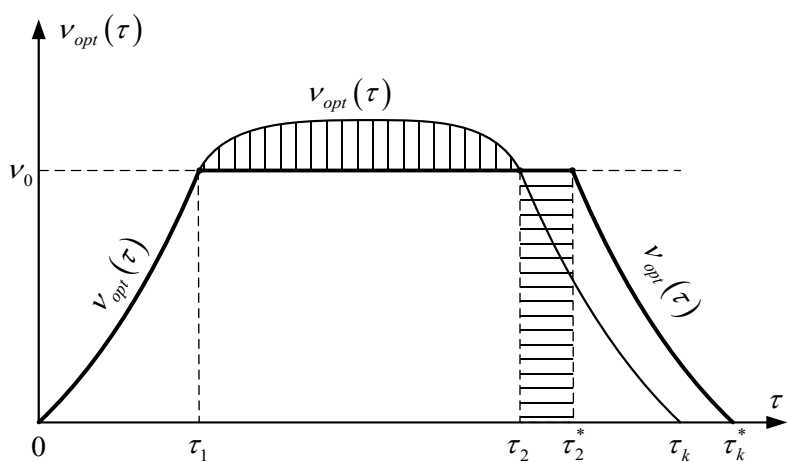


Рис. 3

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} (v_{opt}(\tau) - v_0) d\tau = v_0 (\tau_2^* - \tau_2). \tag{10}$$

У цьому випадку, як легко бачити з рис. 3, закон формування оптимальної швидкості матиме вигляд

$$v_{opt}(\tau) = \begin{cases} v_{opt}(\tau), & \tau \in [0, \tau_1]; \\ v_0, & \tau \in (\tau_1, \tau_2^*); \\ v_{opt}(\tau), & \tau \in [\tau_2^*, \tau_k^*], \end{cases} \tag{11}$$

а також виконуватиметься рівність

$$\tau_k^* - \tau_k = \tau_2^* - \tau_2. \tag{12}$$

Звернувши увагу на те, що рівняння (10) легко перетворюється на рівняння

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau = v_0 (\tau_2^* - \tau_1), \tag{13}$$

знайдемо, що

$$\tau_2^* = \frac{1}{v_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau + \tau_1. \tag{14}$$

А підставляючи співвідношення (14) в рівняння (12), матимемо:

$$\tau_k^* = \tau_k - \tau_2 + \frac{1}{v_0} \int_{\tau_1}^{\tau_2} v_{opt}(\tau) d\tau + \tau_1. \tag{15}$$

Таким чином, якщо від однієї зупинки до наступної електричний транспортний засіб буде рухатись з оптимальною швидкістю, визначеною математичною моделлю (11), то на кінцеву зупинку він прибуде не в момент часу  $\tau_k$ , а в момент часу  $\tau_k^*$ , значення якого знаходиться за допомогою

співвідношення (15).

Тож, якщо є можливість змінити графік руху електричного транспортного засобу, його рух від однієї зупинки до наступної можна здійснювати зі швидкістю, оптимальною за критерієм мінімуму витрат електроенергії, і без зняття обмеження на прискорення у кінцевих точках.

### Висновки

Показано, що оптимізація руху електричного транспортного засобу від однієї зупинки до наступної за критерієм мінімуму витрат електроенергії з одночасним накладенням обмежень на швидкість руху, прискорення в кінцевих точках і час руху розв'язаною бути не може, і для її розв'язання зі збереженням обмеження на швидкість потрібно знімати обмеження або на прискорення в кінцевих точках, або на час руху між сусідніми зупинками. Розроблено алгоритм розв'язання задачі оптимізації руху електричного транспортного засобу від однієї зупинки до наступної за умови обмеження на швидкість і прискорення в кінцевих точках та за наявності можливості змінювати час прибуття цього транспортного засобу на кінцеву зупинку.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Мокін О. Б. Оптимізація режиму руху завантаженого електричного транспортного засобу на прямолінійному відрізку колії, прокладеній на горизонтальній площині / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Кременчуцького державного університету імені Михайла Остроградського. — Кременчук : КДПУ, 2010. — № 3/2010 (62), частина 2. — С. 162—165.
2. Мокін О. Б. Оптимізація руху порожнього електричного транспортного засобу по прямолінійній горизонтальній колії / О. Б. Мокін, Б. І. Мокін // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2010. — № 3. — С. 28—33.
3. Мокін О. Б. Адаптація математичного методу обробки даних в задачі моделювання оптимального руху електричного транспортного засобу до умов обмеження на швидкість / О. Б. Мокін // Реєстрація, зберігання та обробка даних. — 2010. — Т. 12, № 4. — С. 62—70.

Рекомендована кафедрою відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів

Стаття надійшла до редакції 27.06.11  
Рекомендована до друку 30.06.11

**Мокін Олександр Борисович** — завідувач кафедри.

Кафедра відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів, Вінницький національний технічний університет, Вінниця