

УДК 621.316.925

Є. М. Танкевич, д-р. техн. наук; М. М. Лутчин, асп.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕТЕЛЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ГІСТЕРЕЗИСУ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ СТАЛЕЙ

*Розглянуто найпоширеніші способи моделювання петель електромагнітного гістерезису, виконано порівняння моделей та надано практичні рекомендації щодо можливостей досліджених моделей.*

### Вступ

Математичне моделювання електромагнітних процесів в високовольтних трансформаторах струму (ТС), які є наймасовіше використовуваними датчиками вимірювальної інформації про режими роботи електроенергетичних об'єктів (ЕЕО) – необхідний інструмент при розробці цих апаратів, їх випробуваннях, дослідженні і забезпеченні ефективності функціонування систем вимірювання, моніторингу, захисту та керування ЕЕО і електроенергетики в цілому.

Необхідність досягнення та забезпечення потрібної точності роботи як в усталених так і в перехідних режимах роботи енергосистем, що є основною вимогою до цих апаратів спонукає до пошуку шляхів вдосконалення використовуваних математичних моделей (ММ) ТС, насамперед до найбільш повного опису процесів в їх магнітних осердях, зокрема врахування гістерезисних властивостей і поведінки електротехнічних сталей при довільній зміні магнітної індукції. Це гарантує науково обґрунтоване та якісне розв'язання низки назрілих практичних задач, що стосуються вимірювань, захисту та керування ЕЕО.

### Матеріали дослідження

Незважаючи на появу останнім часом необхідності урахування явищ гістерезису, зокрема його часткових петель, розрахунки перехідних процесів в ТС здійснюються за однозначною основною кривою намагнічування, що само по собі є доволі складною і громіздкою задачею.

Розв'язання задачі врахування часткових петель стримується двома гальмівними факторами: перший з них – складність практичного одержання часткових петель [1–3], другий – практичною відсутністю ефективних способів їх компактного математичного опису.

Ця робота спрямована на усунення впливу другого із зазначених факторів.

Ще в дослідженнях [4] показано, що методи моделювання ТС, які засновані лише на апроксимації кривої намагнічування, не володіють достатньою точністю, особливо при сильному насиченні сталі аперіодичними складовими струму намагнічування. Похибка розрахунків обумовлена процесом намагнічування осердя ТС по часткових кривих. Останні, у свою чергу, можуть досить суттєво відрізнитися від основної кривої намагнічування та максимальної гістерезисної петлі. У свою чергу, хід будь-якої часткової кривої у кожній точці залежить від всіх попередніх умов процесу намагнічування, тому збіг двох різних кривих можливий лише за однаковості початкових умов.

В процесі побудови часткових кривих намагнічування на основі правил Маделунга [1] залишається відкритим питання математичного представлення форми одиночної петлі електромагнітного гістерезису. Як відомо, до ММ висуваються такі вимоги: достатня простота реалізації алгоритму у всьому діапазоні зміни значень функції намагнічування; забезпечення необхідної для подальших розрахунків точності; уніфікованість методу для різних типів магнітних матеріалів. Також варто зазначити, що проаналізувавши форму петлі гістерезису, автори праці [5] дійшли висновків: функція  $B(H)$  є суттєво нелінійною та симетричною відносно осей координат; апроксимувальна математична функція має бути визначена на інтервалі  $(-\infty; +\infty)$  та монотонно зростаючою з верхньою границею;

бути опуклою вниз на ділянці  $(-\infty; x)$  та випуклою вверх на ділянці  $(x; +\infty)$ ; не мати точок розриву в області представлення [4].

Цим вимогам відповідає значна кількість трансцендентних функцій, але вищезгаданим вимогам відповідають лише такі функції:

$$f(x) = \arctg(x); \quad f(x) = \operatorname{th} x; \quad f(x) = 1 - e^{-x}.$$

ММ петлі гістерезису на основі трансцендентних функцій (найбільш універсальним та поширеним є апроксимувальне рівняння на основі функції арктангенса) характеризуються відносною простотою та достатньо задовільно описують процес намагнічування та перемагнічування осердя трансформатора. З іншого боку, розв'язуючи конкретні задачі, необхідно робити вибір у використанні тієї чи іншої апроксимувальної функції. Значні відхилення до 30 % від експериментальних значень спостерігаються у першу чергу в областях насичення магнітопровода.

Найбільш простим способом представлення кривих петлі гістерезису є використання апарату кусково-лінійної апроксимації. У цьому випадку апроксимовану криву заміняють ломаною лінією з декількома точками перегину, з урахуванням, що кількість точок перегину напряму залежить від необхідної точності апроксимації та діапазону зміни значень кривої намагнічування.

Цей спосіб представлення особливо актуальний для розрахунків магнітопроводів з відносно невисокою нелінійністю магнітних властивостей матеріалів. До головних переваг варто віднести — відсутність потреби розв'язання нелінійної задачі, з іншого боку скачкоподібний перехід від однієї ділянки до іншої призводить до суттєвих похибок. Складнішою формою представлення кривої намагнічування є гіперболічна апроксимація.

Поширеною сьогодні є апроксимація петлі степеневим поліномом [5]. В загальному випадку отримуємо рівняння вигляду

$$H = a_1 B + a_2 B^3 + a_3 B^5 + \dots \quad \text{або} \quad B = b_1 H + b_2 H^3 + b_3 H^5 + \dots,$$

де  $a_1, a_2, a_3, \dots, b_1, b_2, b_3, \dots$  — коефіцієнти, що визначаються за вибраними точками петлі.

Чим більше використано членів поліному, тим точніше співпадає розрахункова та реальна крива петлі магнітного гістерезису. Досить часто на практиці обмежуються використанням двох перших членів поліному, у такому випадку необхідна точність досягається лише на обмежених ділянках петлі гістерезису. Збільшення ж кількості членів поліному, у свою чергу, призводить до виникнення суттєвих труднощів визначення коефіцієнтів апроксимації та значно ускладнює завдання моделювання.

Варто зазначити, що розклад функції гіперболічного тангенса в ряд призводить до переходу в апроксимацію заданої функції степеневим поліномом.

Апроксимація одним степеневим поліномом (наприклад, Лагранжа), який збігається із заданими значеннями характеристики намагнічування осердь трансформаторів у вузлових точках, достатньо проста, однак поліном такого типу носить хвильовий характер, що значно обмежує його область використання.

Достатньою універсальністю та необхідною точністю володіють моделі гілок граничної петлі гістерезису електротехнічних сталей побудовані способом апроксимації сплайном [7]. Цей спосіб майже повністю позбавлений недоліків попередніх способів моделювання і дозволяє навіть підібрати апроксимувальні функції таким чином, що у точках стику результуюча сплайн-функція — неперервна разом з її похідними.

Спосіб апроксимації кривих петлі магнітного гістерезису сплайном, що проходить через задані у табличному вигляді значення залежності  $B = f(H)$ , забезпечує достатню гладкість та високу точність представлення кривої лише у випадку відсутності відхилення апроксимованої функції від її табличних значень. Оскільки розрахунковими, як правило, являються значення експериментального походження, то перед початком моделювання звичайним сплайном виконують згладжування значень вибірки, наприклад, скориставшись методом найменших квадратів. Виконання цієї процедури можливо уникнути з побудовою згладжувального сплайна, який проходить не через вузлові точки характеристики кривої петлі магнітного гістерезису, а досить близько до табличних значень, цим са-

ним, забезпечуючи плавність кривої. У цьому способі поєднується інтерполяція вхідних значень функції і згладжування за методом найменших квадратів.

Всі очевидні переваги використання сплайнів досягаються за рахунок суттєво громіздких розрахунків. При чому точність апроксимації вхідної залежності напряму залежить від кількості ділянок, на які розбивається крива та вибору типу сплайна. Крім того, він не володіє можливістю простого визначення необхідних точок залежностей (наприклад, граничних), що в свою чергу обмежує сферу його застосування, наприклад, у багаторазовому моделюванні з масштабуванням однієї і тієї ж залежності.

Розв'язати задачу моделювання петлі гістерезису з високою точністю з перетворенням вихідної табличної інформації у мінімальну кількість апроксимувальних кривих здатен метод вейвлет-перетворень [8]. Апарат кратномасштабного аналізу (Multiresolution analyses) полягає в формуванні рядів значень, отриманих за рахунок зсувів та кратномасштабних копій вейвлетної функції [9]. Вибірка отриманих вейвлет-коефіцієнтів дозволяє відокремити характерні особливості функції петлі магнітного гістерезису в області локалізації цих вейвлетів. При чому, чим більший масштаб має вибірка вейвлет-коефіцієнтів, тим точніше визначається вид функції і тим менший буде вплив на результат.

Для розрахунку вейвлет-коефіцієнтів переважно використовується апроксимація дискретного вейвлет-перетворення апаратом кратномасштабного аналізу. У загальному вигляді за відомих значень коефіцієнтів попереднього рівня розкладу наступний рівень може визначатися безпосередньо за ними з урахуванням зміни нормувального множника згідно з формулою

$$C_{m-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{m,2k} + C_{m,2k+1}),$$

де  $m$  — крок вейвлет-перетворення;  $k$  — порядковий номер значення на  $m$ -му кроці перетворення;  $C_{m-1,k}$  — апроксимувальний коефіцієнт.

Крім апроксимувальних коефіцієнтів  $C_{m-1,k}$  визначаються коефіцієнти, що деталізують, згідно з виразом

$$D_{m-1,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{m,2k} - C_{m,2k+1}).$$

Ряди, сформовані з коефіцієнтів  $C_{m-1,k}$  і  $D_{m-1,k}$ , містять повну інформацію, адекватну інформації попереднього рівня, що дозволяє далі відновлювати повністю початкові дані

$$C_{m,2k} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{m-1,k} + D_{m-1,k});$$

$$C_{m,2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(C_{m-1,k} - D_{m-1,k}).$$

При цьому необхідно мати початкову завершену вибірку для розрахунку значень базисного вейвлету, початкова функція має утворювати при масштабуванні ортогональний базис. Об'єм початкової вибірки даних кривої залежності магнітної індукції від напруженості поля має бути кратним  $2^m$ .

Зазначимо, що перетворена вхідна вейвлет-функція описується рівнянням гіперболи [9]. А після оберненого кроку вейвлет-перетворення відновлення вхідної інформації здійснюється з максимальним відхиленням до 10 %, тоді ж як точність апроксимації іншими методами, наприклад, в роботі [10] складає 20 % і більше.

Універсальність методу доповнена можливістю використовувати повністю всі наявні значення, при чому кількість їх не лімітована, зберігати вхідну інформацію у значно стисненому вигляді, наявністю апарату пошуку відхилень вибірки та їх усунення, роботою з розширення та звуження вихідних даних, простотою масштабування функцій.

## Висновки

Отже, найкомпактніший опис кривих петлі магнітного гістерезису одним аналітичним виразом на всьому інтервалі зміни аргументу з достатньою точністю можна здійснити за допомогою поліномів високого степеня, що проходять через усі вузлові точки кривих та апарату вейвлет-перетворень. У випадку необхідності одночасного задоволення вимог високої точності апроксимації, неперервності та плавності зміни похідних апроксимувальних функцій доцільне використання сплайну.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Сирота И. М. Переходные режимы работы трансформатора тока / И. М. Сирота. — К. : Изд. АН УССР, 1961. — 192 с.
2. Стогний Б. С. Теория высоковольтных измерительных преобразователей переменного тока и напряжения / Б. С. Стогний. — К. : Наук. думка, 1984. — 272 с.
3. Математическая модель электромагнитных процессов в измерительных преобразователях тока и определение её характеристик / Б. С. Стогний, Н. А. Селехман, Е. Н. Танкевич [та ін.] // Техн. электродинамика. — 1993. — № 2. — С. 58—61.
4. Атабеков Г. И. Релейная защита высоковольтных сетей / Г. И. Атабеков. — М. : Гос. эн. издат, 1949. — 424 с.
5. Маслов Ю. Н. Аппроксимация предельных петель гистерезиса магнитомягких материалов трансцендентными функциями / Ю. Н. Маслов, В. В. Крохин, О. Н. Хмарук. — Львов : Теоретическая электротехника, 1985. — С. 75—78.
6. Зарипов М. Ф. Анализ различных методов аппроксимации кривой намагничивания / М. Ф. Зарипов, И. Г. Фикс-Марголига, Х. З. Вахтова // ДАН УЗ СССР. — 1974. — № 3. — С. 8—10.
7. Маляр В.С. Аппроксимация характеристик намагничивания сплайнами / В. С. Маляр, Р. В. Фильц // Изв. вузов СССР : Энергетика. — 1977. — № 11. — С. 119—121.
8. Мисриханов А. М. Применение методов вейвлет-преобразования в электроэнергетике / А. М. Мисриханов // Автоматика и телемеханика. — 2006. — № 5. — С. 5—23.
9. Лутчин М. М. Застосування апарату вейвлет-перетворень для представлення кривих намагнічування магнітних осердь трансформаторів струму / М. М. Лутчин // Проблеми енергоресурсозбереження в електротехнічних системах. Наука, освіта і практика : [наукове видання]. — Кременчук : КНУ. — 2011. — Вип. 1/2011. — С. 152—153.
10. Матюк В. Ф. Математические модели кривой намагничивания и петель магнитного гистерезиса. Часть I. Анализ / В. Ф. Матюк, А. А. Осипов // Неразрушающий контроль и диагностика. — 2011. — № 2. — С. 3—35.

Рекомендована кафедрою електричних станцій та систем

Стаття надійшла до редакції 14.10.11  
Рекомендована до друку 16.12.11

**Танкевич Євгеній Миколайович** — професор, **Лутчин Микола Миколайович** — асистент.

Кафедра електричних мереж та систем, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», м. Київ