

**Науковий журнал**

**2.2007**

# **ВІСНИК**

**Хмельницького  
національного  
університету**

**Том 2**

---

**Технічні науки**

**Хмельницький 2007**

В.Ю. КУЧЕРУК, О.М. НАТАЛИЧ,  
О.М. ВАСІЛЕВСЬКИЙ, А.В. ПОДЖАРЕНКО  
Вінницький національний технічний університет

## ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ МОМЕНТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН З ВИКОРИСТАННЯМ МОДЕЛЕЙ САМОГАЛЬМУВАННЯ

*Наведені результати математичного моделювання законів змінення кутової швидкості в режимі самогальмування. Моделювання виконано для різних залежностей моменту опору від кутової швидкості, якими характеризуються різні типи електричних машин. Це дає змогу для вимірювання моментних характеристик використовувати наперед визначену залежність моменту опору від кутової швидкості. На відміну від існуючих, даний метод не потребує використання операції диференціювання кутової швидкості.*

Постановка проблеми. До моментних характеристик електричних машин (ЕМ) згідно з рівнянням моментів відносяться динамічний момент, момент інерції ротора, момент механічного опору на валу. Момент інерції ротора ЕМ – один із важливих ДП, який визначає його динамічні властивості [1], оскільки він є невід'ємною складовою при визначенні динамічного моменту  $M_d(t) = M_{em}(t) + M_0(t)$  ( $M_{em}(t)$ ,  $M_0(t)$  – залежності електромагнітного моменту та моменту механічного опору від часу відповідно) та динамічної механічної характеристики  $M_d(\omega_r)$ , де  $\omega_r$  – кутова швидкість ротора ЕМ.

Але у довідниках на ЕМ він не завжди вказується. Крім того, у відповідності із ДЕСТ 16264.0-85 момент інерції ротора може мати великі відхилення від номінального значення ( $\pm 10\%$ ). При проектуванні різноманітних електроприводів і систем автоматики, виробництві ЕМ розробників часто цікавлять точні значення моменту інерції ЕМ (а іноді і в зборі з виконавчими механізмами), оскільки вони визначають швидкість і тепловий режим роботи ЕМ. Визначити момент інерції ротора чи всього вузла, що обертається, можна розрахунковим та експериментальним шляхом.

Розрахунки моменту інерції ЕМ є кропіткими і трудомісткими із-за неоднорідності матеріалів та складної геометричної форми ротора ЕМ. Вони не відзначаються високою точністю і використовуються рідко.

Більш розповсюдженими є експериментальні методи [1-4]: допоміжного маятника, крутильних коливань, самогальмування, короткого замикання.

Недоліками методу допоміжного маятника є те, що він не відрізняється високою точністю, тому що важко визначити відстань центру ваги маятника від осі обертання, оскільки при цьому повинна бути врахована маса важеля. Ротор повинен бути добре відбалансований, так як його невірноваженість спотворює результати вимірів. За періодом  $T$  коливань маятника знаходять момент інерції  $J = (GaT^2)/(4\pi^2)$ , де  $G$  – вага ротора;  $a$  – відстань центра тяжіння від осі обертання.

При використанні методу крутильних коливань ротор підвішують на пружній проволочі і приводять в крутильний коливальний рух. При цьому визначається період малих коливань, який потім порівнюється із періодом коливань еталонного тіла з відомим моментом інерції  $J = J_z \cdot (T_x/T_z)^2$ , де  $J_z$  – момент інерції взірцевого тіла;  $T_z$  – період коливань взірцевого тіла;  $T_x$  – період коливань ротора, момент інерції якого визначають.

Вимагається, щоб перед дослідом ротор був відбалансованим і точка підвісу знаходилась точно на осі обертання. Якщо точка підвісу буде зміщена з осі обертання, то підвищується похибка визначення моменту інерції. Основні недоліки цього методу такі: необхідність розбору ЕМ та значна трудомісткість проведення дослідів.

Метод самогальмування вимагає попереднього визначення механічних втрат (наприклад, з дослідів холостого ходу). Недоліком цього методу є те, що механічні втрати визначаються як константа, коли в дійсності вони є функцією від кутової швидкості. Це обумовлює низьку точність визначення моменту інерції роторів ЕМ методом самогальмування.

З метою розширення функціональних можливостей (як в умовах сертифікації і технічної діагностики, так і в умовах реальної експлуатації ЕМ в системах автоматики) в [5-8] запропоновано вдосконалення методу самогальмування, в якому вимірюють спочатку кутове прискорення самогальмування ротора  $\xi_{r1}$ , а потім кутове прискорення самогальмування  $\xi_{r2}$  із взірцевим моментом інерції  $J_3$ . Взірцевий задавач моменту інерції виконаний у вигляді простого тіла обертання, наприклад, диску чи циліндру. Момент інерції  $J_3$  визначають за його геометричними та ваговими параметрами. Рівняння руху ЕМ із взірцевим задавачом моменту інерції та без нього мають вигляд:

$$\begin{cases} 0 = M_0(\omega_r) + M_{ВП}(\omega_r) + (J(\omega_r) + J_{ВП}(\omega_r)) \cdot \xi_{r1}(\omega_r); \\ 0 = M_0(\omega_r) + M_{ВП}(\omega_r) + (J(\omega_r) + J_{ВП}(\omega_r) + J_3(\omega_r)) \cdot \xi_{r2}(\omega_r), \end{cases} \quad (1)$$

де  $M_{ВП}$  – момент механічних втрат вхідного валу вимірювального перетворювача;  $J_{ВП}$  – момент інерції вхідного валу ВП.

Всі вищеперераховані величини представлені як функції від кутової швидкості  $\omega_r$ . З рівнянь (1) при умовах  $J_{ВП} \ll J$  та  $M_{ВП} \ll M_0$  знаходять

$$J(\omega_r) = J_3 \cdot \frac{\xi_{r1}(\omega_r)}{\xi_{r2}(\omega_r) - \xi_{r1}(\omega_r)}, \quad M_0(\omega_r) = J_3 \cdot \frac{\xi_{r1}(\omega_r) \cdot \xi_{r2}(\omega_r)}{\xi_{r2}(\omega_r) - \xi_{r1}(\omega_r)} \quad (2)$$

Відзначимо, що даний метод дозволяє також визначити залежність  $M_0(\omega_r)$ . Визначення моменту інерції зводиться до вимірювання кутової швидкості  $\omega_r$ , цифрового диференціювання  $\xi = d\omega_r/dt$ , згладжування результатів диференціювання та опосередкованого визначення моменту інерції.

Суттєвим недоліком засобів вимірювання моменту інерції, які реалізують даний метод, є значна похибка, що виникає за рахунок операції диференціювання експериментальних даних з виходу сенсора кутової швидкості. Отже, виникає необхідність розробки таких методів вимірювання моменту інерції ротора, в яких відсутня операція цифрового диференціювання експериментальних даних  $d\omega_r/dt$ .

Цілі дослідження. Відповідно до цього, метою статті є визначення законів змінення кутової швидкості ЕМ в режимі самогальмування, що дає змогу суттєво підвищити точність визначення моменту інерції роторів ЕМ за рахунок усунення операції цифрового диференціювання експериментальних даних  $d\omega_r/dt$ .

Виклад основного матеріалу. В режимі самогальмування кутова швидкість знаходиться із розв'язку диференціального рівняння руху ротора

$$J \cdot d\omega_r/dt = -M_0(\omega_r) \quad (3)$$

Для опису залежності моменту сил опору від параметрів руху можуть використовуватися такі моделі [9].

В обмеженому діапазоні кутових швидкостей можна вважати, що момент опору лінійно пов'язаний з кутовою швидкістю

$$M_0(\omega_r) = a \cdot \omega_r \quad (4)$$

де  $a$  – тангенс кута нахилу усередненої характеристики опору.

Тоді аналітичний розв'язок диференціального рівняння (3)

$$J \cdot d\omega_r/dt = -a \cdot \omega_r \quad \text{при} \quad \omega_r(0) = \omega_{ном}, \quad \omega_r \in [\omega_{ном} \dots 0] \quad (5)$$

має вигляд

$$\omega_r(t) = \omega_{ном} \cdot \exp\left(-\frac{at}{J}\right) \quad (6)$$

При лінійній апроксимації ділянки характеристики  $M_0(\omega_r)$  поблизу робочої кутової швидкості  $\omega_{ном}$  в лінійній моделі враховується також постійна складова моменту опору  $M_{const}$

$$M_0(\omega_r) = M_{const} + a(\omega_r - \omega_{ном}) \quad (7)$$

Тоді аналітичний розв'язок диференціального рівняння

$$J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = -(M_{const} + a(\omega_r - \omega_{ном})) \quad (8)$$

при  $\omega_r(0) = \omega_{ном}, \omega_r \in [\omega_{ном} \dots 0]$  має вигляд

$$\omega_r(t) = \omega_{ном} - \frac{M_{const}}{a} \left(1 - \exp\left(-\frac{at}{J}\right)\right) \quad (9)$$

У широкому діапазоні зміни кутових швидкостей момент опору пов'язаний з кутовою швидкістю залежністю, наближеною до квадратичної

$$M_0(\omega_r) = b \cdot \omega_r^2 \quad (10)$$

При цьому аналітичний розв'язок рівняння

$$J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = -b \cdot \omega_r^2 \quad \text{при} \quad \omega_r(0) = \omega_{ном}, \quad \omega_r \in [\omega_{ном} \dots 0] \quad (11)$$

матиме вигляд

$$\omega_r(t) = \frac{J}{bt + J/\omega_{ном}} \quad (12)$$

Узагальненням моделей самогальмування (4), (7), (10) може слугувати модель

$$M_{\dot{\theta}}(\omega_r) = M_n + (M_{ном} - M_n) \left( \frac{\omega_r}{\omega_{ном}} \right)^n \quad (13)$$

де  $n$  – показник, що залежить від конструкції механізму;  $n = 1 \div 2$ .  
При  $n=1$  аналітичний розв'язок рівняння (3)

$$J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = - \left[ M_n + (M_{ном} - M_n) \left( \frac{\omega_r}{\omega_{ном}} \right) \right] \quad (14)$$

матиме вигляд

$$\omega_r(t) = \frac{\omega_{ном}}{M_{ном} - M_n} \cdot \left( M_{ном} \cdot e^{-\frac{M_{ном} - M_n \cdot t}{J \cdot \omega_{ном}}} - M_n \right), \quad \omega_r(t) \in [\omega_{ном} \dots 0] \quad (15)$$

При  $n=2$  аналітичний розв'язок рівняння (3)

$$J \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = - \left[ M_n + (M_{ном} - M_n) \left( \frac{\omega_r}{\omega_{ном}} \right)^2 \right] \quad (16)$$

матиме вигляд

$$\omega_r(t) = -\omega_{ном} \sqrt{\frac{M_n}{M_{ном} - M_n}} \cdot \operatorname{tg} \left( \frac{M_n (M_{ном} - M_n)}{\omega_{ном} J} - \operatorname{arctg} \left( \sqrt{\frac{M_{ном} - M_n}{M_n}} \right) \right), \quad \omega_r(t) \in [\omega_{ном} \dots 0] \quad (17)$$

Висновки. Для вимірювання моменту інерції запропоновано використовувати наперед визначену залежність моменту опору від кутової швидкості. На відміну від існуючих, даний метод не потребує використання операції диференціювання кутової швидкості, що дозволяє суттєво підвищити точність визначення моментних характеристик.

### Література

1. Потапов Л.А., Зотин В.Ф. Испытание микроэлектродвигателей в переходных режимах. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 104 с.
2. Гернет М.М., Ратобыльский В.Ф. Определение моментов инерции. – М.: Машиностроение, 1985. – 248 с.
3. Кухарчук В.В. Элементы теории контроля динамических параметров электрических машин (монография). – Вінниця: «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1998. – 125 с.
4. Методология построения средств измерения момента инерции роторов электрических машин Кучерук В.Ю., Кухарчук В.В., Дудикевич В.Б., Поджаренко А.В. // Проблемы создания новых машин и технологий. «Научные работы Кремен-чущького государственного политехнического института» – Выпуск 1 (8) – 2000. – С. 113-118.
5. Поджаренко В.О., Кучерук В.Ю. Информационно-измерительная система механических характеристик электрических машин // Материалы докладов международных академических чтений "Новые технологии, материалы, оборудование (исследования, разработки, внедрение)". – К. 1995. – С. 85-91.
6. Podzharenko V.A., Kucheruk V.Yu. Computer-Measuring System of the Mechanical Characteristics of Electrical Drives // Int. Conf. «Electrical Drives and Power Electronics» EDPE'96. – Proceeding volumes 2. – High Tatras (Slovakia). – P.633-637.
7. Kucheruk V.Yu., Podzharenko A.V. Computer-Measuring System for rotor balancing of Electromechanical Systems // Second Int. Scientific Conf. «Unconventional Electromechanical and Electrotechnical Systems» UEES'96. – Proceeding volumes 2. – 1996. – Szczecin (Poland). – P.483-488.
8. Кучерук В.Ю., Поджаренко В.О. До питання про визначення моментів інерції електричних машин // Мат. НТК "Современная контрольно-испытательная техника промышленных изделий и их сертификация". – Вып. 1. – Том 2. – Мукачево, 1997. – С. 166-168.
9. Бондаренко Г.Д. Повышение точности определения параметров неуравновешенности роторов при балансировке на выбеге // Автоматизация и современные технологии. – 1995. – № 6. – С. 15-19.

Надійшла 3.3.2007 р.