

ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ МЕТАЛЛА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ВНУТРЕННИХ ШЛИЦЕВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ В ГЛУХИХ ОТВЕРСТИЯХ МЕТОДОМ ХОЛОДНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Сообщение 2

Напряженное состояние определяли инженерным методом с привлечением дифференциальных уравнений равновесия и условия пластичности. Использовали методику, изложенную в работе [1].

Указанная методика заключается в следующем: при создании математической модели для расчета напряженного состояния процесс получения шлицевого профиля рассматривался как двухэтапный, поскольку одновременно происходит обжатие внешней поверхности втулки матрицей, вдавливание шлицев оправки в материал заготовки и течение металла в межзубовое пространство оправки.

Таким образом, первый этап решения данной задачи был рассмотрен в двух стадиях: внедрение штампа в пластическое полупространство и в полосу конечной толщины.

Зона пластической деформации имеет форму полукруга (рис. 1) с внешним радиусом ρ_r , определяемым для начального этапа, когда происходит интенсивный рост этой зоны, по эмпирической зависимости :

$$\rho_r = r \left[1,2 + 2,4 \sqrt{\left(\frac{h}{2r} + 0,5 \right)^2 + 0,25} \right], \quad (1)$$

где r – радиус застойной зоны.

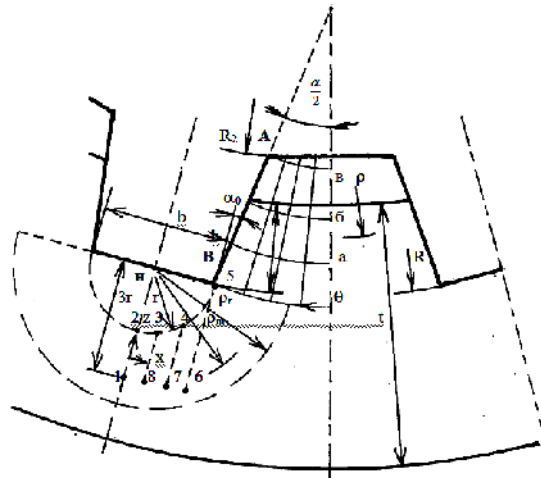


Рис. 1 – Расчетная схема для определения напряженно-деформированного состояния при формировании внутреннего шлицевого профиля

При глубине $h \geq d$ значение $\rho_r \approx 2,5d$. В этой же работе приводится зависимость накопленной интенсивности деформации от текущих значений радиуса ρ_m в виде:

$$e_u = \ln \frac{e^{\varepsilon'_i} (\rho'_r - 1)}{\bar{\rho} (e^{\varepsilon'_i} - 2) + \bar{\rho}_r - e^{\varepsilon'_i}}, \quad (2)$$

$$\text{де } \varepsilon'_i = \frac{h}{r}; \quad \bar{\rho}_r = \frac{\rho_r}{r}; \quad \bar{\rho} = \frac{\rho_m}{r}.$$

Напряженное состояние определяли поэтапно с использованием инженерного метода, линий скольжения и метода определения напряженно-деформированного состояния по распределению твердости (метода твердости). На первом этапе решали задачу сжатия полосы конечных размеров. Тогда, решая совместно систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{2\tau_{xz}}{h} = 0; \\ \sigma_x - \sigma_z = \sigma_u; \\ \tau_{xz} = \mu\sigma_z, \end{cases} \quad (3)$$

приходим к решению:

$$\sigma_z = -\sigma_u \exp\left[\frac{2\mu}{h}\left(\frac{b}{2} - x\right)\right], \quad (4)$$

где x – расстояние от оси штампа.

Для характерных точек 1...8 определялось напряженное состояние, расстояние $3r$ (рис. 1), обусловлено областью распространения пластической деформации [2]. Значение коэффициента трения, согласно [3] принимаем $\mu = 0,15$. При $t/b < 4,37$ принимаем значение коэффициента трения равным $\mu = 0,5$ [4].

Первую стадию второго этапа рассматривали как краевую задачу прессования. Введя полярную систему координат и используя гипотезу плоских сечений, совместно решали систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} + 2\frac{\tau_{\rho\theta}}{\rho\alpha} = 0; \\ \sigma_\rho - \sigma_\theta = \sigma_u; \\ \tau_{\rho\theta} = -\mu\sigma_\theta; \\ \sigma_u = Ae_u^n. \end{cases} \quad (5)$$

Из условия постоянства объема материала $e_\theta = -e_\rho$, тогда интенсивность деформаций определялась как:

$$e_u = 1,15e_\rho = 1,15 \ln R/\rho. \quad (6)$$

Во избежание приведения громоздких формул и выводов излагаются только принципы решения на данном этапе:

- при совместном решении уравнения (5) получили неоднородное уравнение первого порядка;
- решение соответствующего однородного уравнения

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} - \delta \frac{\sigma_\rho}{\rho} = 0 \quad (7)$$

будет

$$\sigma_\rho = c\rho^\delta, \quad (8)$$

где $\delta = 2\mu/\alpha$.

– неоднородное уравнение решали, используя метод вариации произвольной постоянной в уравнении (8):

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} = \frac{dc}{d\rho} \rho^\delta + c\delta\rho^{\delta-1}; \quad (9)$$

– подставляя (9) в неоднородное уравнение, получаем

$$C = -A \times 1,15^n (1 + \delta) \int \left(\ln \frac{R}{\rho} \right)^n \times \rho^{-1-\delta} d\rho + C_1, \quad (10)$$

где A, n - коэффициенты аппроксимации кривой течения (для Ст. 20Х $A = 930$ МПа, $n = 0,215$). Принимаем $\sigma_{\rho_0} = \sigma_z$, тогда окончательно уравнение для определения σ_ρ приобретает вид:

$$\begin{aligned} \sigma_\rho = & -A \times 1,15^n (1 + \delta) F^n R^{k \times n} \left(-\frac{\rho^{-\delta-k \times n}}{k \times n + \delta} \right) + \\ & \frac{\sigma_{\rho_0} + A \times 1,15^n (1 + \delta) F^n R^{k \times n} \times R^\delta \left(-\frac{R^{-\delta-k \times n}}{k \times n + \delta} \right)}{R^\delta}, \end{aligned} \quad (11)$$

где F и k - коэффициенты линеаризации при решении интеграла уравнения (10), где $\ln(R/\rho)$ было принято как $f(R/\rho)$.

Интенсивность напряжений определяли по последнему соотношению уравнения (5).

Задачу течения металла в сходящемся канале (вторая стадия второго этапа) решали при таких граничных условиях: на оси симметрии при $\theta = 0$ $\tau_{r\theta} = 0$, на стенке канала при $\theta = \alpha/2$ (α - угол схождения канала), значение $\tau_{r\theta}$ принималось равным найденным ранее значениям при решении краевой задачи. Компоненты тензора напряжений при плоской деформации определяются по соотношениям:

$$\sigma_r = \sigma + k \cos 2\varphi; \quad \sigma_\theta = \sigma - k \cos 2\varphi; \quad \tau_{r\theta} = k \sin 2\varphi, \quad (12)$$

где φ - угол между осью r и направлением главного напряжения σ_1 ; k - интенсивность касательных напряжений, $k = \sigma_u / \sqrt{3}$.

Дифференциальные уравнения равновесия имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0. \quad (13)$$

Подставляя в дифференциальное уравнение (13) компоненты тензора напряжений (12), получим уравнение:

$$\frac{r}{2k} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \cos 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\theta} + 1 \right) = 0; \quad \frac{r}{2k} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} + \sin 2\varphi \left(\frac{d\varphi}{d\theta} + 1 \right) = 0. \quad (14)$$

Поскольку значение φ зависит только от θ , то гидростатическое (среднее) напряжение может быть выражено в форме [5]:

$$\sigma = k \left(1 - \varpi(\theta) + 2n \ln \frac{\rho}{R} \right), \quad (15)$$

где $\varpi(\theta)$ - некоторая функция от θ и $\varpi(0) = 0$.

Подставляя (15) в (14), получим:

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{n}{\cos 2\varphi} - 1; \quad \frac{d\varpi}{d\theta} = n \tan 2\varphi. \quad (16)$$

Решение первого из уравнений (16) для положительных значений параметров n – имеет вид:

$$\theta - \theta_0 = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - \varphi; \quad (17)$$

а второго:

$$2(\varpi - \varpi_0) = n \ln(n - \cos 2\varphi). \quad (18)$$

Напряженное состояние сводится к определению постоянных θ_0, ω_0 , и параметра n . Воспользуемся граничными условиями:

$$1) \text{ при } \theta = 0; \varphi = 0; \varpi = 0;$$

$$2) \text{ при } \theta = \alpha/2 \text{ принимаем } \tau_{r\theta} = k \sin 2\varphi = -\mu\sigma_\theta. \quad (19)$$

Тогда определяем параметры:

$$\theta = \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - \varphi; \quad (20)$$

$$\varpi = \frac{n}{2} \ln \frac{n - \cos 2\varphi}{n - 1}; \quad (21)$$

$$\alpha = \frac{2n}{\sqrt{n^2 - 1}} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n-1}} \operatorname{tg} \varphi \right) - 2\varphi. \quad (22)$$

Алгоритм расчета напряжений последней стадии возможен в такой последовательности:

- из граничного условия (19) определяем значение φ ;
- методом минимизации функции (22) определяем параметр n ;
- используя соотношение (20), находим θ для каждого значения φ ;
- по соотношению (21) находим значение ϖ , затем по (15) находим σ ;
- находим значение компонентов тензора напряжений на линии в (рис. 3.16).

Результаты расчетов напряжений в наиболее характерных точках и областях при формировании внутреннего шлицевого профиля в глухом отверстии приведены в таблице 1. Расчеты получены с помощью программы MathCAD.

Таблица 1

Результаты расчетов напряжений в наиболее характерных точках и областях на примере схема № 1, заготовка 1.1.

Этапы формирования изделия № 1.1.								
1 этап								
Параметри, мм	Точки	HV, МПа	e_u	σ_u , МПа	σ_z , МПа	σ_x , МПа	σ_0 , МПа	η
h=1	1	2440	0,72	840	-791,08	48,92	-371,08	-1,325

$t=9,5$ $b=3,4$ $r=1,7$ $x_1=0,57$ $x_2=1,13$ $x_3=1,7$	2	2400	0,62	825	-776,96	48,04	-364,46	-1,325
	3	2420	0,675	835	-802,35	32,65	-384,85	-1,383
	4	2480	0,81	860	-842,87	17,13	-412,87	-1,44
	5	2430	0,72	840	-840	0	-420	-1,5
	6	2460	0,765	850	-855	0	-427,5	-1,5
	7	2440	0,72	840	-823,27	16,73	-403,27	-1,44
	8	2465	0,755	850	-833,07	16,93	-408,07	-1,44
2 этап								
ρ , мм	HV, МПа	σ_u , МПа	e_u	θ , град	σ_ρ , МПа	σ_θ , МПа	$\tau_{\rho\theta}$, МПа	η
12,85	2400	825	0,573	0	85,4	-867,23	$-17,56 \cdot 10^{-7} \approx 0$	-1,422
				5	85,97	-866,1	16,33	-1,418
				15	90,55	-856,94	49,38	-1,393
				25	99,72	-838,1	83,67	-1,343
				30	106,02	-824,7	101,57	-1,307

В таблице 2 приведены результаты расчетов напряженного состояния и показателя η для опасных с точки зрения разрушения областей для 5 заготовок.

Таблица 2

1 этап								
№ Заготовки	№ Точки	HV, МПа	e_u	σ_u , МПа	σ_z , МПа	σ_x , МПа	σ_0 , МПа	η
1.1	4	2480	0,81	860	-842,87	17,13	-412,87	-1,44
1.2	5	2405	0,65	830	-830	0	-415	-1,5
2.1	2	2560	1,01	900	-856,11	43,89	-406,11	-1,354
2.2	5	2580	1,065	905	-905	0	-452,5-	-1,5
2.3	2	2420	0,675	835	-805,83	29,17	-388,33	-1,395
2 этап								
ρ , мм	HV, МПа	σ_u , МПа	e_u	θ , град	σ_ρ , МПа	σ_θ , МПа	$\tau_{\rho\theta}$, МПа	η
12,85	2400	825	0,573	25	99,72	-838,1	83,67	-1,343
12,35	2410	830	0,589	30	139,23	-797,72	100,81	-1,19
12,25	2420	835	0,606	5	166,02	-797,62	16,01	-1,135
12,1	2580	905	0,881	30	204,3	-817,36	109,81	-1,016
9,65	2180	715	0,294	5	96,79	-728,39	13,21	-1,325

На рис.2 показана диаграмма пластичности стали 20X и область НДС в процессе формирования внутренних шлицевых поверхностей.

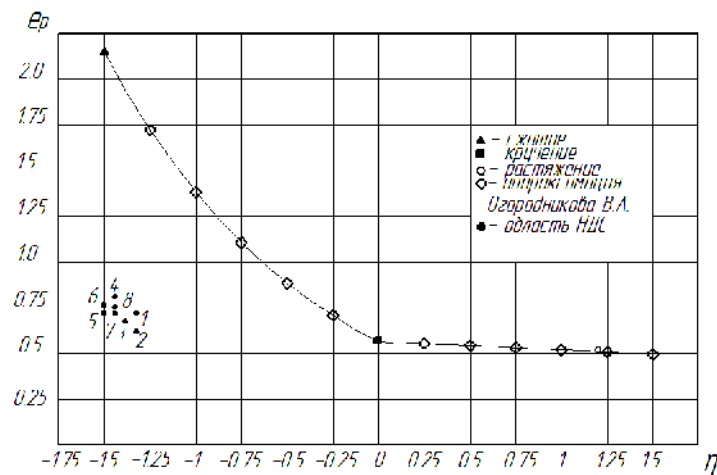


Рис. 2 – Диаграмма пластичности стали 20X и область НДС – •

Использованный ресурс пластичности рассчитывали по критерию предложенному Г. А. Смирновым–Аляевым (влиянием истории деформирования пренебрегается) [6]

$$\psi = \frac{e_u}{e_p(\eta)} \leq 1, \quad (23)$$

$e_p(\eta)$ – предельная деформация в момент появления первых трещин, обнаруживаемых визуально; e_u – уровень достигнутых деформаций.

В таблице 3 приведены результаты расчетов использованного ресурса пластичности для опасных с точки зрения разрушения областей для 5 заготовок.

Таблица 3

Результаты расчетов использованного ресурса пластичности

№ заготовки	1.1	1.2	2.1	2.2	2.3
№ точки	4	5	2	5	2
ψ	0,4	0,3	0,53	0,5	0,34

ВЫВОДЫ

1. Изучено НДС в процессе формирования внутренних шлицевых поверхностей в глухих отверстиях методом холодного пластического деформирования.

2. Оценен ресурс пластичности заготовок из стали 20X с помощью феноменологического критерия деформируемости. Показано, что в рассматриваемом процессе ресурс пластичности заготовок составил $0,53 \geq \psi \geq 0,3$.

3. Наиболее благоприятной, с точки зрения использованного ресурса пластичности, является комбинированная схема нагружения (заготовка № 1.2., $\psi = 0,3$).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Огородников, И.Г. Савчинский, О.В. Нахайчук. Напряженно – деформированное состояние при формировании внутреннего шлицевого профиля методом обжатия на оправке // Тяжелое машиностроение. – 2004. – № 12. С. 31–33.
2. Смирнов – Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд., 1978. - 368 с.
3. Леванов А. Н., Колмогоров В. Л., Буркин С. П. и др. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением – М.: Металлургия, 1976. - 416 с.
4. Сторожев М. В., Попов Е. А. Теория обработки металлов давлением. – М.: Машиностроение, 1977. - 420 с.
5. Соколовский В.В. Теория пластичности. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
6. Смирнов–Аляев Г.А. Механические основы пластической обработки металлов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 271 с.