

УДК 004.925

**ФІЗИЧНО КОРЕКТНА ДИСТРИБУТИВНА ФУНКЦІЯ
ВІДБИВНОЇ ЗДАТНОСТІ ПОВЕРХНІ**

*Ляшенко Ю.Л., асп., Романюк О.Н., д.т.н., проф.
Вінницький національний технічний університет
вул. Хмельницьке шосе, 95, 21021, м. Вінниця, Україна
E-mail: Yuri.Lyashenko@gmail.com*

*Сисюк Г.Ю., доц.
Кременчуцький державний університет імені Михайла Остроградського
вул. Першотравнева, 20, 39600, м. Кременчук, Україна
E-mail: tehm@polytech.poltava.ua*

Розглядаються моделі дистрибутивної функції, для яких справджується закон збереження енергії. Запропоновано введення нормалізуючих коефіцієнтів для косинус-кубічної та косинус-квадратичної апроксимацій дистрибутивної функції відбивної здатності.

Ключові слова: дистрибутивна функція, апроксимація, зафарбовування.

Вступ. Висока інформативність комп'ютерної графіки призвела до її широкого використання в різних галузях діяльності людини. Дуже стрімко розвивається такий напрямок комп'ютерного синтезу зображень, як тривимірна комп'ютерна графіка реального часу, досягнення якої використовують при побудові систем візуалізації тренажерів транспортних засобів, моделюванні різних процесів, виробництві реклами і кіно, розробці комп'ютерних ігор і ін.

Тривимірні об'єкти на верхніх етапах графічного конвеєру задаються в просторовому вигляді, тому для створення плоского зображення на екрані необхідно розрахувати інтенсивність освітлення для кожної його точки з урахуванням розташування джерел світла та спостерігача, оптичних властивостей поверхонь, характеристик джерел світла та кривизни поверхні.

Для забезпечення високої реалістичності формування графічних зображень необхідно як збільшення деталізованості поверхонь, так і використання більш точних моделей її відбивної здатності.

Аналіз попередніх досліджень. За оптичні властивості поверхні відповідає двопробенева дистрибутивна функція відбивної здатності (ДФВЗ) (BRDF – Bidirectional Reflectance Distri-butive Function) [1]. Вона є моделлю освітлення та визначає, яку частку випромінювання, що надійшло в точку з напрямку \vec{L} , буде відбито в напрямку \vec{V} (рис. 1). ДФВЗ є функцією кількох змінних -

$$BRDF = f_1(a, m_1, j, m_2, x) = f(\vec{L}, \vec{V}, \vec{N}),$$

де l – довжина хвилі, $(a, m_1), (j, m_2)$ - параметри, що визначають відповідно напрямок падаючого світла та напрямок спостереження.

Інтенсивність випромінювання I [1] в заданому напрямку визначається як величина променевого потоку через ділянку ds_{\perp} (рис. 1), перпендикулярну променю в межах диференціального тілесного кута $d\omega$, який дорівнює площі нескінченно малого елемента на поверхні одиничної сфери:

$$I = \frac{d\Phi}{ds_{\perp} dw} = \frac{d\Phi}{ds \cos \alpha dw}$$

$$I = \frac{d\hat{\Phi}}{ds_{\perp} dw} = \frac{d\hat{\Phi}}{ds \cos \alpha dw}$$

$$I = \frac{d\hat{\Phi}}{ds_{\perp} dw} = \frac{d\hat{\Phi}}{ds \cos \alpha dw}$$

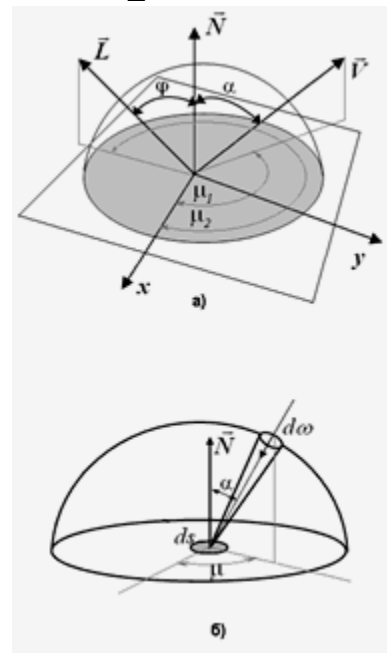


Рисунок 1 – Вихідні дані для розрахунку ДФВЗ

ДФВЗ може бути розрахована за формулою $BRDF = dI(\vec{V}_i) / I(\vec{L}_i) \cos \alpha_i dw_i$.

У системах комп'ютерної графіки найчастіше використовують ДФВЗ типу $\cos^n g$, де $n \in [1; 1000]$ – коефіцієнт спекулярності поверхні. Для найпоши-

реніших у засобах комп'ютерної графіки моделей Фонга та Бліна $\cos g$ рівні, відповідно $\vec{V} \cdot \vec{R}$, $\vec{N} \cdot \vec{H}$. На рис. 2 \vec{L} , \vec{V} – нормовані вектори у напрямку, відповідно до джерела світла та спостерігача, \vec{N} – вектор нормалі до поверхні, $\vec{H} = (\vec{L} + \vec{V}) / |\vec{L} + \vec{V}|$.

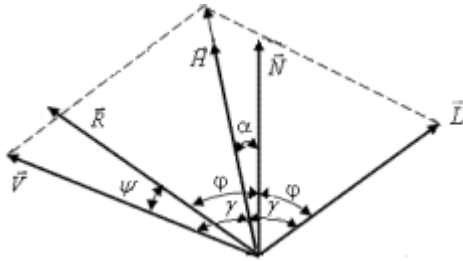


Рисунок 2 – Вектори нормалей

Отримано залежність між векторами \vec{L} , \vec{V} , \vec{N} :

$$1 - (\vec{N} \cdot \vec{V})^2 - (\vec{L} \cdot \vec{N})^2 - (\vec{L} \cdot \vec{V})^2 + 2(\vec{L} \cdot \vec{N}) \cdot (\vec{N} \cdot \vec{V}) \cdot (\vec{L} \cdot \vec{V}) = (\vec{L} \times \vec{N} \cdot \vec{V})^2,$$

яка

дозволяє встановити взаємозв'язок між різними моделями освітлення.

Розрахунок ДФВЗ є однією з найтрудомісткіших складових процедур зафарбовування.

У сучасних засобах тривимірної графіки широкого поширення набула дистрибутивна функція Шліка [2], яка має такий вигляд:

$$\cos a / (n - n \cos a + \cos a).$$

Ця ДФВЗ має значно меншу обчислювальну складність порівняно з поширеними функціями Фонга [3] та Бліна [3]. На жаль, наявність операції ділення значно ускладнює апаратну реалізацію функції. Аналіз показав, що дистрибутивна функція Шліка відтворює епіцентр відблиску з максимальною відносною похибкою, що не перевищує 10%. За цією областю спостерігається суттєве розходження з результатами, отриманими за моделлю освітлення Бліна. Недоліком ДФВЗ Шліка є те, що дистрибутивна функція в зоні формування блюмінга [3] падає до нульового рівня надзвичайно повільно, що обумовлює неприродне освітлення графічного об'єкта та додаткові обчислення за рахунок збільшення інтервалу зміни аргументу.

У функції спекулярного відбиття Блейка [1,3] використовується кусково-квадратична апроксимація ДФВЗ Фонга на трьох інтервалах. Модель передбачає виконання операцій множення, ділення й додавання, оперує з кутом, розрахунок якого потребує великих витрат часу та має низьку точність.

Розроблено підхід [4], який передбачає кусково-нелінійну апроксимацію ДФВЗ двома функціями: кубичною – для епіцентру відблиску та гіперболічною – для зони затухання. Недоліком такого підходу є великий обсяг пам'яті, який необхідно використо-

увати для зберігання коефіцієнтів і виконання трудомісткої операції ділення для обчислення гіперболічної функції.

Р.Ф. Ліон [5], запропонував функцію $\cos^n g$ розкласти у ряд Тейлора і замість кута між відбитим напрямком світла та спостерігачем використати довжину хорди між векторами. Оскільки, при цьому використовується обмежена кількість членів ряду Тейлора, має місце артефактне відображення зони затухання.

У наведених моделях не виконується закон збереження енергії [6]. Стосовно до ДФВЗ закон збереження енергії стверджує, що світлова енергія, що розсіюється поверхнею, не може перевищувати світлову енергію, що потрапила на поверхню.

Таким чином актуальним є питання розробки нових ДФВЗ, які б забезпечували достатню точність відтворення всіх областей відблиску та була фізично коректною.

Мета роботи. Розробка моделей відбивної здатності поверхні на основі ДФВЗ, які з високою точністю відтворюють епіцентр і зону затухання відблиску, мають невисокий ступінь та є фізично коректними, тобто для них справедливий закон збереження енергії.

Матеріал і результати дослідження. Закон збереження енергії у застосуванні до ДФВЗ Бліна-Фонга для неперервного випадку записується так [6]:

$$\int_{\Omega} \cos^n \left(\frac{\alpha}{2} \right) \cos(\alpha) d\omega \leq 1. \quad (1)$$

Перейдемо до сферичних координат (рис. 1,б):

$$\int_0^{\frac{p}{2}} \int_0^{2\pi} \cos^n \left(\frac{a}{2} \right) \cos(a) \sin(a) da d\phi = 2\pi \int_0^{\frac{p}{2}} \cos^n \left(\frac{a}{2} \right) \cos(a) \sin(a) da \quad (2)$$

Авторами розроблено апроксимації ДФВЗ із використанням косинус-кубічної та косинус-квадратичної функцій виду [7, 8]:

$$\text{ДФВЗ} = a \cos^3 \left(\frac{\alpha}{2} \right) + b \cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) + c \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) + d, \quad (3)$$

де a, b, c, d – коефіцієнти, які обчислюються за формулами [8].

$$\text{ДФВЗ} = x \cos^2 \left(\frac{\alpha}{2} \right) + c \cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) + z \quad (4)$$

де x, y, z – коефіцієнти апроксимуючої косинус-квадратичної функції, які обчислюються за відомими формулами [7].

Запишемо для цих функцій умову справдження закону збереження енергії. Для косинус-кубічної апроксимації маємо:

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[a \cos^3 \left(\frac{a}{2} \right) + b \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) + c \cos \left(\frac{a}{2} \right) + d \right] \times \cos(a) \sin(a) da \leq 1 \quad (5)$$

Для косинус-квадратичної апроксимації маємо:

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[x \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) + y \cos \left(\frac{a}{2} \right) + z \right] \times \cos(a) \sin(a) da \leq 1. \quad (6)$$

Знайдемо

$$2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^n \left(\frac{\alpha}{2} \right) \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha. \quad (7)$$

З урахуванням того, що $\cos \left(\frac{\alpha}{2} \right) = \sqrt{\frac{\cos \alpha + 1}{2}}$, та введе-

нням заміни $t = \cos \alpha$, формулу (7) можна записати

у вигляді:

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \cos^n \left(\frac{a}{2} \right) \cos(a) \sin(a) da = 2p \int_0^1 \left(\frac{t+1}{2} \right)^{\frac{n}{2}} t dt \quad (8)$$

Виконавши інтегрування частинами виразу (8), отримаємо:

$$2\pi \int_0^1 \left(\frac{t+1}{2} \right)^{\frac{n}{2}} t dt = \frac{8\pi(n-2^{\frac{-n}{2}})}{(n+2)(n+4)}, \quad (9)$$

Запишемо формулу (5) у вигляді суми інтегралів:

$$\begin{aligned} & 2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[a \cos^3 \left(\frac{a}{2} \right) + b \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) + c \cos \left(\frac{a}{2} \right) + d \right] \times \cos(a) \sin(a) da = \\ & = 2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[a \cos^3 \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da + \\ & + 2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[b \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da + \\ & + 2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[c \cos \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da + \\ & + 2p \int_0^{\frac{p}{2}} d \cos(a) \sin(a) da. \end{aligned} \quad (10)$$

З урахуванням формули (9), обчислимо кожен інтеграл із суми:

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[a \cos^3 \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da = \frac{ap \left(24 - 2^{\frac{3}{2}} \right)}{35}. \quad (11)$$

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[b \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da = \frac{8pb \left(2 - 2^{\frac{-2}{2}} \right)}{(2+2)(2+4)} = \frac{pb}{2}. \quad (12)$$

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[c \cos \left(\frac{a}{2} \right) \right] \cos(a) \sin(a) da = \frac{8pc \left(1 - 2^{\frac{-1}{2}} \right)}{(1+2)(1+4)} = \frac{8cp \left(1 - 2^{\frac{-1}{2}} \right)}{15}. \quad (13)$$

$$2\pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} d \cos(\alpha) \sin(\alpha) d\alpha = \pi d \quad (14)$$

З урахуванням формули (10) та обчислених інтегралів (11-14) можна розрахувати значення інтеграла (5):

$$\begin{aligned} & 2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[a \cos^3 \left(\frac{a}{2} \right) + b \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) + c \cos \left(\frac{a}{2} \right) + d \right] \times \cos(a) \sin(a) da = \\ & = \frac{ap \left(24 - 2^{\frac{3}{2}} \right)}{35} + \frac{pb}{2} + pd + \frac{8cp \left(1 - 2^{\frac{-1}{2}} \right)}{15} = \\ & = \frac{p \left[3 \left(48 - 2^{\frac{-1}{2}} \right) a + 105b + 112 \left(1 - 2^{\frac{-1}{2}} \right) c + 210d \right]}{210} \end{aligned} \quad (15)$$

Таким чином, нормалізуючий коефіцієнт для апроксимації ДФВЗ косинус-кубічною функцією буде наступним:

$$\frac{210}{\pi \left[3 \left(48 - 2^{\frac{-1}{2}} \right) a + 105b + 112 \left(1 - 2^{\frac{-1}{2}} \right) c + 210d \right]}$$

де a, b, c, d – коефіцієнти косинус-кубічної апроксимаційної функції.

З урахуванням обчислених інтегралів (12-14) можна знайти інтеграл (6):

$$2p \int_0^{\frac{p}{2}} \left[x \cos^2 \left(\frac{a}{2} \right) + y \cos \left(\frac{a}{2} \right) + z \right] \times \cos(a) \sin(a) da =$$

$$= \frac{px}{2} + \frac{8yp \left(1 - 2^{-\frac{1}{2}}\right)}{15} + pz = \frac{p \left[15x + 16y \left(1 - 2^{-\frac{1}{2}}\right) + 30z\right]}{30} \quad (16)$$

Таким чином, нормалізуючий коефіцієнт для косинус-квадратичної апроксимації буде наступним:

$$\frac{30}{p \left[15x + 16y \left(1 - 2^{-\frac{1}{2}}\right) + 30z\right]}$$

де x, y, z - коефіцієнти косинус-квадратичної апроксимаційної функції.

Висновки. Отримано фізично коректні ДФВЗ, для яких справджується закон збереження енергії. Знайдено аналітичні вирази для нормалізуючих коефіцієнтів косинус-кубічної та косинус-квадратичної апроксимаційних функцій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Калютов А. В. Введение в фотореалистическую графику. — СПб. : Политехника, 2006. — 118 с.
2. Christophe Schlick A Fast Alternative to Phong's Specular Model // Graphics Gems IV. Academic Press. - 1994. - pp. 404-409

3. Херн Д. Компьютерная графика и стандарт OpenGL. - М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. - 1168 с.

4. Романюк О.Н., Ляшенко Ю.Л. Апроксимація дистрибутивної функції відбивної здатності поверхні поліномом третьої степені. - Internet-Education-Science, IES-2006. Vol. 2, 2006.

5. Lyon R.F. Phong Shading Reformulation for Hardware Renderer Simplification // Apple Technical Report №43. - 1993.

6. Алексей Игнатенко. Использование двухлучевой функции отражательной способности (ДФОС) для моделирования освещения. // Компьютерная графика и мультимедиа. Вып. 1(4)/2003. <http://cgm.computergraphics.ru/content/view/45>

7. Квадратична апроксимація BRDF / Романюк О. Н., Ляшенко Ю. Л. // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2007. — № 1. — С. 67—69.

8. Апроксимація дистрибутивної функції відбивної здатності поверхні поліномом третьої степені / Романюк О.Н., Ляшенко Ю.Л.// Internet-Education-Science, IES-2006, Vol. 2, 2006.

Стаття надійшла 02.06.2010 р.

Рекомендовано до друку д.т.н., проф. Гученком М.І.

ФИЗИЧЕСКИ КОРРЕКТНАЯ ДИСТРИБУТИВНАЯ ФУНКЦИЯ ОТРАЖАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ

Ляшенко Ю.Л., аспирант, Романюк О.Н., д.т.н., проф. Винницький національний технічний університет

ул. Хмельницькое шоссе, 95, 21021, г. Винница, Украина

E-mail: Yuri.Lyashenko@gmail.com

Сисюк Г.Ю., доц.

Кременчуцький державний університет імені Михайла Остроградського

ул. Первомайская, 20, 39600, г.Кременчук, Украина

E-mail: tehm@polytech.poltava.ua

Рассматриваются модели дистрибутивной функции, для которых является справедливым закон сохранения энергии. Предложен ввод нормализующих коэффициентов для косинус-кубической и косинус-квадратичной апроксимации дистрибутивной функции отражающей способности.

Ключевые слова: дистрибутивная функция, аппроксимация, закрашивание.

PHYSICAL CORRECT BIDIRECTIONAL REFLECTANCE DISTRIBUTIVE FUNCTION OF THE SURFACE

Lyashenko Y.L., post-grad. stud.,

Romanyuk O.N., prof.

Vinnitsia National Technical University

95, Khmelnytske shose, Vinnica, 21021, Ukraine

E-mail: Yuri.Lyashenko@gmail.com

Sisyuk G.Y., Assoc.Prof.

Kremenchuk Mykhaylo Ostrogradskij State University

20, vul. Pershotravneva, Kremenchuk, 39600, Ukraine

E-mail: app@polytech.poltava.ua

The distributive functions models for which is just of the energy conservation law are present. An entry-lysing rate coefficients for the BRDF cosine-quadratic and cosine-cubic approximation.

Keywords: distributive function, approximation, filling.