

# МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ СПАДКОВОГО ТИПУ ДЛЯ ОПИСАННЯ ДЕГРАДАЦІЇ ОБ'ЄКТІВ РІЗНОЇ ПРИРОДИ

Вінницький національний технічний університет;

## **Анотація**

*Наведена стисла характеристика моделі спадкового типу у теорії підсумовування пошкоджень. Продемонстрована можливість застосування вказаної моделі у різних галузях. Відзначено становлення нового наукового напрямку, що пов'язаний із формулюванням та дослідженням задач оптимізації у теорії підсумовування пошкоджень.*

**Ключові слова:** теорія підсумовування пошкоджень, модель спадкового типу, задачі оптимізації.

## **Abstract**

*Brief description of the type of model of inheritance in the theory of summation of the damage done. Possibility of application of this model is demonstrated in various fields. Becoming a new scientific field, associated with the formulation and study of optimization problems in the theory of summation of damage noted.*

**Keywords:** theory of damage summation, model of hereditary type, optimization problems.

## **Вступ**

В рамках механіки деформівного твердого тіла побудовано теорію підсумовування пошкоджень, яка знайшла застосування в багатьох інших галузях, зокрема в металургійній, машинобудівній, будівельній, хімічній.

Метою роботи є стисла характеристика моделі спадкового типу у теорії підсумовування пошкоджень та демонстрація її потенціалу до застосування в різних галузях та напрямках.

## **Результати дослідження**

У працях Пальмгрена-Майнера була запропонована та обґрунтована гіпотеза лінійного підсумовування пошкоджень, що започаткувало формування та розвиток теорії підсумовування пошкоджень. Фундаментальні результати у цьому напрямі отримано О. А. Іл'юшиним, який сформулював основні гіпотези та запропонував тензорний варіант теорії тривалої міцності [1].

Сутність підходу, заснованого на різних гіпотезах щодо закону підсумовування пошкоджень полягає в можливості прогнозування граничного стану макрочастинки, що знаходиться в умовах нестационарного деформування або навантаження на основі даних з досягнення граничного стану за стаціонарних умов. Теорія підсумовування пошкоджень вирішує два основні завдання: Перша полягає в описі граничних станів у вигляді побудови залежностей для досліджуваної величини від ряду факторів за умови незмінності величин, що характеризують зазначені фактори протягом випробування даного зразка. На практиці найбільш поширеними є ситуації, при яких зазначені аргументи не залишаються постійними в досліджуваному процесі, тобто умови нестационарного навантаження або деформування. Побудова граничних станів за подібних умов і відноситься до другої задачі [2, 3].

Перший крок на шляху використання даного підходу до аналізу процесів обробки тиском був зроблений В. Л. Колмогоровим, який фактично запропонував змістовно нові змінні для запису інтеграла Бейлі [2].

Іншими словами були запропоновані координати запису лінійного принципу підсумовування пошкоджень. Зазначене зауваження жодним чином не зменшує важливості запропонованої моделі, що отримала унікально масове використання та цитування в сотнях, а скоріш - в тисячах наукових праць.

Завдяки зусиллям ряду вітчизняних вчених, в першу чергу наукової школи В. А. Огороднікова, [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12], були закладені основи теорії деформованості, що дозволяє визначати

граничні деформації матеріалів в різних процесах пластичного формозмінення.

Одним з ключових результатів роботи [3] стало встановлення загальних концепцій і наявних відмінностей між тензорною моделлю тривалої міцності О. А. Іл'юшина і моделями граничних деформацій. Це дозволило об'єднати переваги двох зазначених варіантів побудови моделей в рамках єдиного, що, в свою чергу, призвело як до збагачення самої теорії, так і її додатків. Серед найважливіших наслідків зазначеного об'єднання є розробка моделі спадкового типу, яка враховує залежність граничної деформації від закону зміни швидкості деформації при гарячому деформуванні

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(t-\tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u) \cdot d\tau, \quad (1)$$

де  $\psi$  - параметр пошкоджуваності ( $\psi(t_*) = 1$ );  $\varphi(t, v)$  - ядро спадковості;  $t, \tau$  - час;  $t_*$  - час до руйнування за умов нестационарного гарячого деформування;  $I$  - сукупність показників, що впливають на тривалість досягнення граничного стану макрочастинки матеріалу за умови стаціонарності;  $\dot{\varepsilon}_u$  - інтенсивність швидкостей деформацій;  $f$  - невідома функція.

За умов стаціонарного гарячого деформування накопичена деформація змінюється за законом

$$t_{*c} = \varepsilon_{*c}(\dot{\varepsilon}_u, I) / \dot{\varepsilon}_u, \quad (2)$$

або

$$\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}(\dot{\varepsilon}_u, I), \quad (3)$$

де  $t_{*c}$ ,  $\varepsilon_{*c}$  - відповідно час та накопичена деформація до руйнування.

У працях [13, 14, 15] показано застосування цієї моделі в спорті, екології, електротехніці, звідки впливає можливість та перспективність застосування цієї моделі і у багатьох інших неочікуваних випадках, зокрема у дослідженні закономірностей в економічній та освітянській галузях, для яких характерні процеси із запізненням.

Стосовно до триступеневого процесу на основі моделі (1) отримано критеріальне співвідношення

$$\begin{aligned} & (\psi_1 + \psi_2 \alpha_{21} + \psi_{*3} \alpha_{31})^n - (\psi_2 \alpha_{21} + \psi_{*3} \alpha_{31})^n + (\psi_2 + \psi_{*3} \alpha_{32})^n \\ & - (\psi_{*3} \alpha_{32})^n + \psi_{*3}^n = 1 \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\psi_1$  - витрачений відносний ресурс на першій ступені;  $\psi_2$  - витрачений відносний ресурс на другій ступені;  $\psi_{*3}$  - залишковий відносний ресурс на третій ступені;  $\alpha_{ij} = \frac{t_{*i}}{t_{*j}}$ ,  $i = 2, 3$ ;  $j = 1, 2$ ;

$$t_{*c} = \varepsilon_{*c}(\dot{\varepsilon}_u^{(i)}, I^i) / \dot{\varepsilon}_u^{(i)}, i = 1, 2, 3.$$

Результати розрахунків за співвідношенням (1) представлені на рис. В цих результатах міститься велика кількість закономірностей, значна кількість з яких на якісному рівні підтверджується накопиченим досвідом.

З отриманих даних випливає, що при  $\psi_1 > 0,5$  на другій ступені з'являється ефект часткового відновлення ресурсу, що був витрачений на першій ступені. Це означає, що зазначений ефект відновлення з'являється тільки після досягнення певного рівня втоми (деградації об'єкта). Від яких факторів залежить величина зазначеного рівня? Відповіді на це та багато подібних питань можна отримати шляхом детального дослідження запропонованої моделі [14].

Слід звернути особливу увагу на те, що відновлення ресурсу по відношенню до швидкості  $\dot{\varepsilon}_u^{(1)}$  відбувається одночасно зі зменшенням ресурсу по відношенню до швидкості пересування  $\dot{\varepsilon}_u^{(2)}$  ( $\dot{\varepsilon}_u^{(2)} < \dot{\varepsilon}_u^{(1)}$ )! Яскраво вираженим ефект часткового відновлення стає при  $\psi_1 \approx 0,8 \div 1$ .

Для прийнятих значень параметрів моделі величина відновлення може досягати до 0,16 відносного ресурсу. Причому це максимальне значення досягається в момент  $\psi_2 = 0,07$  ( $\psi_1 = 1$ ). Подальше зменшення ресурсу на другій ступені супроводжується зниженням величини часткового відновлення і при  $\psi_2 \geq 0,64$  відновлення по відношенню до швидкості першої ступені вже не відбувається! Це означає,

що після досягнення зазначеного моменту за умови збереження швидкості пересування  $\dot{\epsilon}_u^{(2)}$  спортсмен вже не здатний повернутися на швидкість пересування  $\dot{\epsilon}_u^{(1)}$  [14].

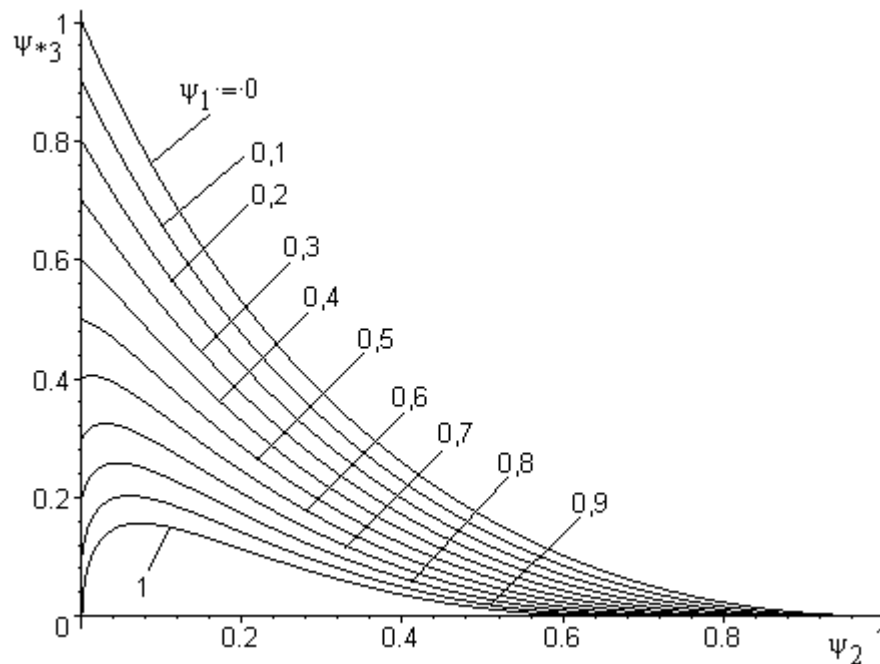


Рис. Залежність залишкового відносного ресурсу спортсмена на третій ступені  $\psi_{*3}$  від відносного витраченого ресурсу на другій ступені  $\psi_2$  при різних значеннях витраченого ресурсу на першій ступені  $\psi_1$ : розрахунок за (3),  $n = 0,5$ ;  $t_{*1} = t_{*3}$ ,  $t_{*3} = 10$ .

Ті ж самі закономірності можуть бути сформульовані і відносно до принципово інших об'єктів, зокрема відновлення ресурсу тривалої міцності матеріала за вказаних умов дії механічних або електричних напружень; відновлення ресурсу граничних деформацій матеріала за вказаних умов зміни швидкості деформації.

У працях [14, 15, 16, 17, 18, 19, 20] на основі моделі (1) сформульовані та досліджені оптимізаційні задачі (варіаційні та нелінійного програмування), аналогі яких відсутні у теорії підсумовування пошкоджень, що свідчить про становлення нового наукового напрямку.

### Висновки

Показано, що модель спадкового типу, розроблена у рамках теорії підсумовування пошкоджень механіки деформівного твердого, має значний потенціал до застосування в різних галузях та напрямках.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Ильюшин А.А. Об одной теории длительной прочности // А.А. Ильюшин, Изв. АН СССР. Механика твердого тела. - 1967. - №3. - С.21-35.
2. Михалевич В. М. История и современное состояние тензорной теории накопления поврежденный // В. М. Михалевич / Надійність і довговічність машин і споруд: Міжнар. наук.-техн. зб. – К.: ІПМіцн. ім. Г.С.Писаренка НАНУ, 2013. – Вип. 37. – С. 132-140.
3. Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / Михалевич В.М. /Вінниця: "УНІВЕРСУМ-Вінниця", 1998 - 195 с.
4. Огородников В.А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В.А. Огородников - К.: Выща шк., 1983. - 173 с.
5. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении/ В.А. Огородников – К.: УМК ВО, 1989. – 152 с.

6. Огородников В.А. Энергия. Деформация. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы)/ В.А. Огородников, В.Б. Киселёв, И.О. Сивак – Вінниця, УНІВЕРСУМ–Вінниця, 2005. – 196 с.
7. Огородников В. А. Механіка процесів холодного формозмінювання з однотипними схемами механізму деформації / В. А. Огородников, В. І. Музичук, О. В. Нахайчук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. – 179 с. ISBN 978-966-641-217-4
8. Матвийчук В .А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. – Краматорск: ДГМА, 2009. – 268 с. ISBN 978-966-379-317-7.
9. Михалевич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
10. Михалевич В.М. Математичне моделювання механіки формоутворення при холодному торцевому розкочуванні / В. М Михалевич., В. О. Краєвський. Вінниця: "УНІВЕРСУМ- Вінниця", 2008. - 188 с. ISBN 978-966-641-238-9
11. Огородников В. А. Деформація волочинням і фізико-механічні властивості тонких термодинамічних дротів / В. А. Огородников, О. Ю. Співак, О. В. Грушко – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2014. - 112 с.
12. Огородников В. А., Кириця І. Ю., Перлов В. Є. Механіка процесів холодного пластичного деформування вісесиметричних заготовок з глухим отвором / В. А. Огородников, О. Ю. Співак, О. В. Грушко – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2015. - 164 с.
13. Михалевич В.М. До лінійного принципу накопичення пошкоджень// Михалевич В.М. // Вісник ВПІ. – 1998. - № 1. - С. 117-121.
14. Михалевич В.М., Краевский В. А., Козлова К.Ф. Моделирование израсходования ресурса спортсмена на дистанции // В.М. Михалевич, В. А. Краевский, К.Ф. Козлова // Збір. наук. праць «Фізична культура, спорт та здоров'я нації». – Вінниця, 2009. – Випуск 8, Том 2. – С. 103-109. ISSN 2071-5285.
15. Михалевич В.М., Краевский В. А., Козлова К.Ф. Определение оптимальной схемы изменения скорости бега спортсмена на длинной дистанции // Збір. наук. праць «Фізична культура, спорт та здоров'я нації». – Вінниця, 2011. – Випуск 12, Том 2. – С. 155-162. ISSN 2071-5285.
16. Mikhalevich V. M., Kraevskiy V. O. Variational problems for damage accumulation models heritable type // V. M. Mikhalevich, V. O. Kraevskiy // The nonlinear analysis and application 2009: Materials of the international scientific conference (April 02-04th 2009, Kyiv). – Kyiv: NTUU "KPI", 2009. – p. 109-110.
17. Михалевич В. М. Вісесиметрична осадка циліндричних заготовок / Михалевич В. М., Краєвський В. О., Добранюк Ю. В. // Наукові нотатки: міжвузівський збірник (за напрямом «Інженерна механіка»). – Луцьк: – 2009 – Випуск 25, ч. 1 – С. 241-249. – ISBN 5-7763-8653-5.
18. Михалевич В. М. Постановка и решение оптимизационных задач в теории деформируемости / В. Михалевич., В. Краевский // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут". Серія машинобудування. – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – С. 142-145.
19. Михалевич В. М. Поиск решения вариационной задачи при горячем деформировании / В.Михалевич., В.Краєвський // Обработка материалов давлением. – Краматорск: ДГМА. – 2010. – №1(22). – С. 38-43.
20. Краєвський В. А. Вариационные задачи в теории деформируемости // В. А. Краєвський, В. М. Михалевич / Надійність і довговічність машин і споруд: Міжнар. наук.-техн. зб. – К.: ІПМіцн. ім. Г.С.Писаренка НАНУ, 2013. – Вип. 37. – С. 90-97.

**Володимир Маркусович Михалевич** — докт. техн. наук, професор, завідуючий кафедрою вищої математики, Вінницький національний технічний університет

**Volodymyr M Mykhalevych** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia