

# РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ФОРМОЗМІНИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗАГОТОВОК В УМОВАХ ВІСЕСИМЕТРИЧНОГО ПЛАСТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ

Вінницький національний технічний університет;

## Анотація

Проаналізована структура математичної моделі формозміни початково циліндричних зразків в умовах вісесиметричного пластичного деформування та здійснено математичне моделювання з графічним зображенням динаміки формозміни.

**Ключові слова:** вісесиметричного пластичного деформування, стиск, циліндричний зразок, бічна поверхня.

## Abstract

The structure of the mathematical model of forming the initial cylindrical specimens under axisymmetric deformation was analyzed. Mathematical modeling of the dynamics with a graphical image forming was performed.

**Keywords:** theory of damage summation, model of hereditary type, optimization problems.

## Вступ

Незважаючи на відносну простоту процесу осадження циліндричних заготовок та величезну кількість праць, що присвячені його дослідженню цей процес залишається у центрі уваги наукової спільноти.

Це пояснюється тим, що осадження циліндричних заготовок є одним з найрозповсюджених методів дослідження механічних властивостей матеріалів, а також основою багатьох технологічних операцій із наявністю позаконтактних зон заготовки [1, 2, 3].

При вісесиметричному осадженні початково циліндричних заготовок, внаслідок виникнення тертя на контакті інструмента із заготовкою форма заготовки стає бочкоподібною

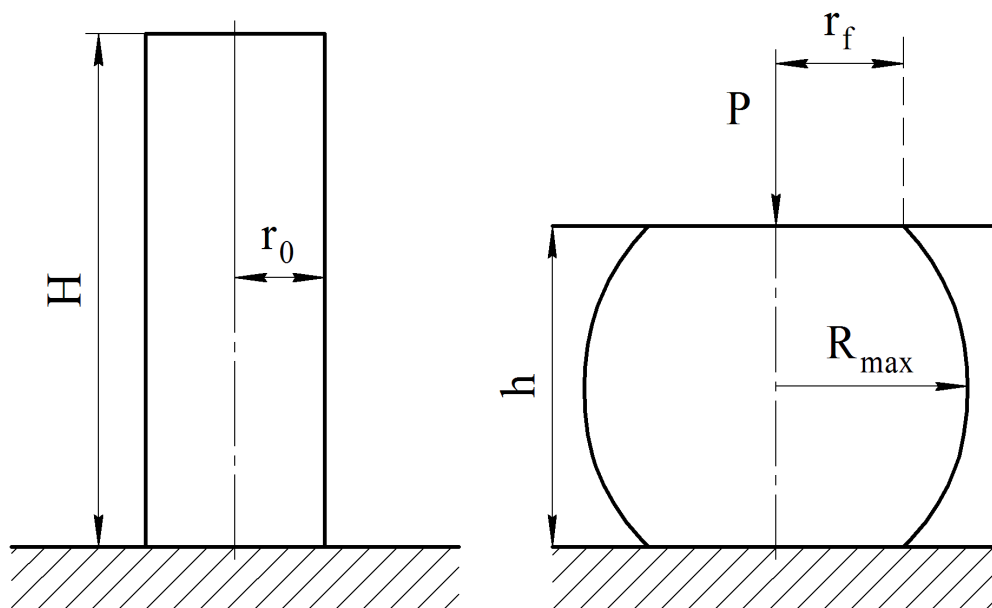


Рис. 1. Схематичне представлення процесу вісесиметричного осадження [4].

Ступінь викривлення бічної поверхні заготовки істотно впливає на напружено-деформований стан

та граничні деформації матеріалу [1, 2, 3]. Тому дослідження геометрії цих поверхонь є важливим для удосконалення технологічних процесів на основі вісесиметричного осадження з метою забезпечення певної конфігурації деталей під час їх виготовлення, прогнозування якості поверхонь та можливості руйнування [1, 2, 3].

У працях [4, 5, 6] запропоновані різні аналітичні залежності опису форми бічної поверхні при вісесиметричному осадженні початково циліндричних зразків. Проте недостатньо уваги приділено аналізу структури цих співвідношень та отриманню графічної візуалізації динаміки формозміни початково циліндричних зразків.

Метою роботи є аналіз структури математичної моделі формозміни циліндричних зразків в умовах вісесиметричного пластичного деформування та розробка програми для графічного зображення динаміки формозміни.

### Результати дослідження

Аналіз динаміки формозміни початково циліндричних зразків в умовах вісесиметричного пластичного стиску показує, що форма бічної поверхні залежить від величини тертя на контакті інструмента з досліджуваним зразком, геометричних параметрів зразка та ступеня деформації. На основі праць [4, 5, 6] можна отримати співвідношення, що описує динаміку формозміни бічної поверхні

$$r = r_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)} + \frac{\left(5 \cdot r_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)} - \sqrt{\frac{30 \cdot r_0^2 \cdot H}{h} - 5 \cdot r_0^2 \cdot \left(1 + k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)\right)}\right) \cdot z \cdot (z - h)}{h^2}, \quad (1)$$

де  $r = r(z, h, H, r_0, k)$ ;  $H, r_0$  – початкові висота та радіус циліндричного зразка;  $h$  ( $0 < h \leq H$ ) – поточна висота заготовки під час деформування;  $0 \leq z \leq h$ ;  $k$  ( $1 \leq k < \infty$ ) – параметр, що характеризує тертя на контакті інструмента з досліджуваним зразком.

Аналіз праць [4, 5, 6] разом із співвідношенням (1) показує, що розробку математичної моделі формозміни циліндричних заготовок в умовах вісесиметричного пластичного деформування можна представити у вигляді двох частин. Перша частина полягає у представленні залежності радіуса торця від геометричних параметрів циліндричного зразка та поточної висоти здеформованого тіла

$$r_f = r_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)}. \quad (2)$$

Остання залежність отримана розв'язанням диференціального рівняння, що побудовано на основі прозорих припущень

$$\frac{dr_f}{dh} = -\frac{1}{2} \cdot k \cdot \frac{r_0^2}{r_f} \cdot \frac{H}{h^2}. \quad (3)$$

Адекватність цієї частини моделі може бути перевірена незалежно від моделі (1).

Друга частина полягає у побудові апроксимації симетричної опуклої кривої, яку для отримання співвідношення (1) представлено квадратичним поліномом.

Для отримання графічного зображення динаміки формозміни бічної поверхні початково циліндричного зразка створено Maple-процедуру, результати роботи якої представлено на рис. 2

### Висновки

Аналіз структури математичної моделі формозміни циліндричних зразків в умовах вісесиметричного пластичного деформування та розробка програми для графічного зображення динаміки формозміни сприятиме кращому розумінню особливостей моделі та здійсненню перевірки її адекватності експериментальним даним.

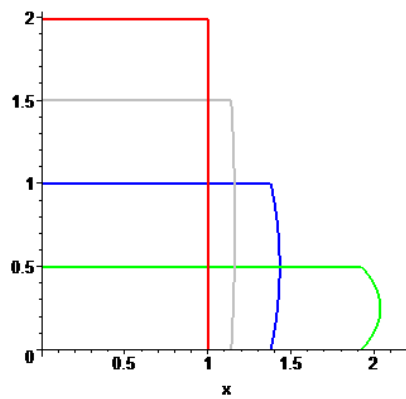


Рис. 2. Форма початково циліндричного зразка на різних стадіях вісесиметричного стиску: розрахунок за (1),  $k=0.9$ ,  $N=2$ ,  $r_0=1$ ; —  $h=2$ , —  $h=1.5$ , —  $h=1$ , —  $h=0.5$ .

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Огородников В.А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В.А. Огородников - К.: Выща шк., 1983. - 173 с.
2. Матвийчук В.А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография / В. А. Матвийчук, И. С. Алиев. – Краматорск: ДГМА, 2009. – 268 с. ISBN 978-966-379-317-7.
3. Михалевич В. М. Моделивання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
4. Михалевич В. М. Аналітичне представлення максимального радіуса циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження із бочкоутворенням / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Є. А. Трач // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ – 2015. – № 1. – С. 59–66.
5. Михалевич В. М. Аналітичний опис динаміки формозміни циліндричних заготовок під час торцевого стиснення / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, // Вісник Нац. техн. ун-ту «ХПІ»: зб. наук. пр. Темат. вип. : Інноваційні технології та обладнання обробки матеріалів у машинобудуванні та металургії. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2015. – № 47 (1166). – С. 53–56.
6. Михалевич В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалевич, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Нові рішення в сучасних технологіях – Харків: НТУ «ХПІ». – 2013. – № 42 (1015). – С. 126–131.

**Сергій Іванович Котик**— студент групи ІМ-156, факультет машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця, e-mail: iim.15b.kotykh@gmail.com;

**Денис Петрович Комар**— студент групи ІМ-156, факультет машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Науковий керівник: **Володимир Маркусович Михалевич** — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри вищої математики, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

**Kotykh Sergiy I.** — Faculty for Machine Building and Transport, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, email : iim.15b.kotykh@gmail.com;

**Komar Denys P.** — Faculty for Machine Building and Transport, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.

Supervisor: **Mykhalevych Volodymyr M.** — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair for Higher Mathematics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, vmykhal@gmail.com.