

## ВИЗНАЧЕННЯ ВНУТРІШНІХ РЕАКЦІЙ В ГОЛОНОМНИХ В'ЯЗЯХ КОЛИВАЛЬНИХ СИСТЕМ

Вінницький національний технічний університет

### *Анотація*

Виконано аналіз та розв'язок задачі по визначенню внутрішніх реакцій в голономних в'язях коливальної системи на прикладі моделі маятника Максвелла.

**Ключові слова:** внутрішні реакції, коливальні системи, голономні в'язі, число ступеней вільності.

### *Abstract*

The analysis and solution of the problem on determination of the internal reactions in holonomic links oscillatory system model of the pendulum Maxwell.

**Keywords:** internal reactions, oscillatory system, holonomic links, the number of degrees of freedom.

### Вступ

Стандартний набір змінних, що визначають положення тіла ( $r = f(r_x, r_y, r_z)$ ) та його швидкості ( $v = \psi(\dot{r}_x, \dot{r}_y, \dot{r}_z)$ ) є декартові координати та їхні часові похідні. Визначення сил у цих стандартних координатах досить складне. Більш ефективний підхід – використання лише такої кількості координат, які потрібні для визначення положення тіла в просторі, враховуючи накладені на нього зв'язки і записуючи потенціальну та кінетичну енергії (іншими словами визначаючи кількість ступенів вільності тіла). Енергії легше записувати та розраховувати, ніж сили, оскільки енергія є скалярною величиною на відміну від сили, яка є векторною величиною. Наприклад, система тіл у тривимірному просторі (наприклад, маятники) можуть мати окрім поступальних ще й обертальні ступені вільності. Така кількість ступенів вільності різко контрастує з кількістю просторових координат у рівняннях Ньютона.

### Результати дослідження

Розглянемо однорідний круглий диск вагою  $P$  і радіусу  $R$ , який підвішений на двох нерозтяжних мотузках. Мотузки намотано на горизонтальну вісь радіуса  $r$ . Під дією сили ваги диск опускається донизу. При цьому мотузки розмотуються до повної їх довжини. При подальшому обертанні диска в тому ж напрямленні мотузка намотується на вісь  $B$ , а сам диск піднімається догори. Підйом завершується, коли мотузка повністю намотується на вісь. Потім знову починається розмотування мотузок та опускання диска донизу. Цей прилад носить назву маятник Максвелла. Оцінювання значення сил натягу мотузок та швидкості руху центра ваги диска  $C$  може бути виконано лише за умови нехтування силами тертя та вагою мотузок. При розв'язанні задачі було складено три диференційні рівняння плоского руху диска  $A$ :

$$\frac{P}{g} \ddot{x}_c = 0; \quad (1)$$

$$\frac{P}{g} \ddot{y}_c = P - 2F; \quad (2)$$

$$\frac{PR^2}{2g} \ddot{\varphi} = 2Fr. \quad (3)$$

З першого рівняння системи за нульовими початковими умовами знайдено  $X_c=0$ . Це підтверджує вертикальний рух центра ваги С диска А.

Врахування кінематичних залежностей між кутовою швидкістю диска А та швидкістю його центра ваги дало можливість визначити значення кутового та лінійного прискорення та знайти величину сили реакції мотузки:

$$F = \frac{PR^2}{2(R^2 + 2r^2)}.$$

Після підстановки значення F рівняння (2) набуває вигляду:

$$\ddot{y}_c = 2g \frac{r^2}{R^2 + 2r^2}.$$

Це свідчить про те, що, за умови положення диска в крайньому верхньому положенні при  $t=0$ ,  $y_c=0$ , маємо:

$$\dot{y}_c = 2g \frac{r^2}{R^2 + 2r^2} t. \quad (4)$$

Рівняння (4) відповідає опусканню диска донизу. Незалежно від напрямку руху центра ваги С диска його прискорення  $\ddot{y}_c$  залишається незмінним, тобто в крайніх нижніх положеннях диска відбувається удар, швидкість центра ваги перетворюється на нуль та спостерігається зміна напрямку його руху.

### Висновки

Дослідницьку розрахункову роботу виконано на моделі маятника секції теоретичної механіки кафедри опору матеріалів та прикладної механіки факультету машинобудування та транспорту. Основи розрахунків покладені в розробку лабораторної роботи “Визначення натягу мотузок та швидкості центра ваги маятника Максвелла”.

### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бать М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. Ч. 2. – М : Высшая школа, 1974. – 332 с.

Новіцька Юлія Володимирівна – студентка групи 1АТ-14 б факультету машинобудування та транспорту, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [1at.14b.novitskiy@gmail.com](mailto:1at.14b.novitskiy@gmail.com)

Науковий керівник

Архіпова Тетяна Федорівна – к.т.н., доцент кафедри Опору матеріалів та прикладної механіки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: [tfarhipova@gmail.com](mailto:tfarhipova@gmail.com)

Novits'ka Yulia Volodymirvna – student group 1AT-14 b Machine Building and Transport Department, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [1at.14b.novitskiy@gmail.com](mailto:1at.14b.novitskiy@gmail.com)

Supervisor Arkhipova Tetiana – candidate of technical Sciences, associate Professor of Strength of Materials and Applied Mechanics Cathedra Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: [tfarhipova@gmail.com](mailto:tfarhipova@gmail.com)