

**АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ ОПУКЛОСТІ ПОЛІГОНУ**

**Іван Слободян**, магістрант, Вінницький національний технічний університет (ВНТУ), Україна;

**Олександр Романюк** – д-р техн. наук, професор, ВНТУ, Україна

На даному етапі розвитку комп'ютерної графіки основну увагу приділяють підвищенню реалістичності зображень. Формування високо реалістичних поверхонь є складною математичною задачею, тому на практиці проводиться її декомпозиція. Один із самих простих методів декомпозиції полягає у виконанні теселяції, коли поверхня розбивається на складові фігури. Якщо самим простим полігоном вибирається трикутник то цей процес називається тріангуляцією.

Рендеринг полігональних областей передбачає розбивку вихідного полігона на складові трикутники. Якщо багатокутник опуклий процедури тріангуляції істотно спрощуються [1]. У зв'язку з цим актуальними є питання розробки ефективних алгоритмів визначення опуклості полігонів для задач рендеринга. Задача визначення опуклості полігонів є також складовою для дво- і тривимірного відсікання [2].

Пропонується алгоритм визначення опуклості полігона, заснований на обчисленні коефіцієнта нахилу сторони полігона до вісі  $O_x$ . Згідно алгоритму задається первісний напрямок обходу полігона, наприклад, проти часової стрілки. Вершини з абсцисами  $X_{min}$  і  $X_{max}$  поділяють полігон на дві частини: верхню і нижню. При обході полігона в напрямку проти часової стрілки, до нижньої частини відносяться сторони, абсциси вершин яких лежать від  $X_{min}$  до  $X_{max}$ , а до верхнього - від  $X_{max}$  до  $X_{min}$  (рис. 1). При цьому для частини контуру на проміжку від  $X_{min}$  до  $X(Y_{min})$  кут нахилу сторін до вісі змінюється від  $90^\circ$  до  $180^\circ$ , а на проміжку  $[X(Y_{min}) - X_{max}]$  від  $0^\circ$  до  $90^\circ$ . У такий спосіб можна сформулювати умову опуклості:

$$\begin{cases} 90^\circ \leftarrow \varphi_1 \leftarrow \varphi_2 \leftarrow \dots \leftarrow \varphi_i \leftarrow 180^\circ \\ 0^\circ \leftarrow \varphi_{i+1} \leftarrow \varphi_{i+2} \leftarrow \dots \leftarrow \varphi_j \leftarrow 90^\circ \end{cases} \quad (1.1)$$

де  $\varphi_i$  - кут при  $i$ -й вершині, утворений двома сторонами.

Чи, виразивши через  $tg \varphi$ :

$$\begin{cases} -\infty \leftarrow tg \varphi_1 \leftarrow tg \varphi_2 \leftarrow \dots \leftarrow tg \varphi_i \leftarrow 0 \\ 0 \leftarrow tg \varphi_{i+1} \leftarrow tg \varphi_{i+2} \leftarrow \dots \leftarrow tg \varphi_j \leftarrow +\infty \end{cases} \quad (1.2)$$

Об'єднана умова для нижньої частини полігона, при обході проти часової стрілки має вигляд:

$$-\infty \leftarrow tg \varphi_1 \leftarrow tg \varphi_2 \leftarrow \dots \leftarrow tg \varphi_j \leftarrow +\infty \quad (1.3)$$

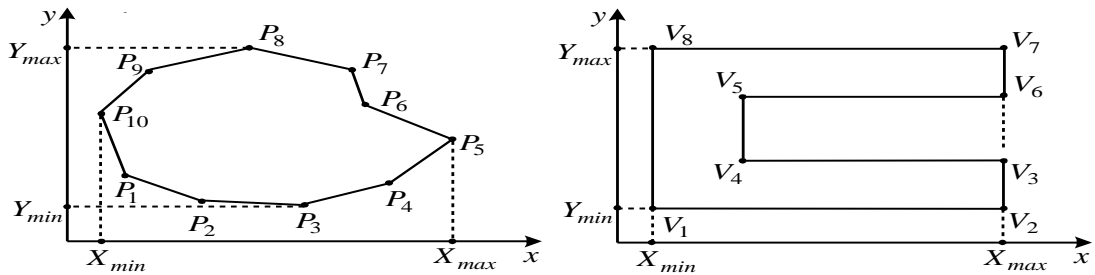


Рис. 1. Визначення факту опуклості полігонів

З огляду на те, що  $\operatorname{tg} \varphi_i = k_i$ , де  $\varphi$  - кут при  $i$ -й вершині,  $k_i$  - коефіцієнт нахилу сторони, що входить в  $i$ -у вершину (з врахуванням обраного напрямку обходу) можна записати:

$$-\infty \leftarrow k_1 \leftarrow k_2 \leftarrow \dots \leftarrow k_j \leftarrow +\infty \quad (1.4)$$

При цьому, якщо вершина входить до складу неопуклого багатокутника, тобто  $\varphi > 180^\circ$ , дотримується; умова  $k_2 > k_1$ , де  $k_1$  і  $k_2$  - коефіцієнти нахилу сторін відповідно, що входить і що виходить з вершини.

Таким чином, тангенс кута нахилу сторін опуклого полігона для розглянутої частини контуру змінюється від  $-\infty$  до  $+\infty$  переходячи через 0, тобто, не зменшується. При одержанні  $k_1 > k_2$ , робимо висновок, то полігон неопуклий.

Умова опуклості для верхньої частини полігона співпадає з виразом (1.3). Таким чином, алгоритм полягає в послідовному обході сторін багатокутника в обраному напрямку й обчисленні коефіцієнта нахилу сторони до вісі  $Ox$ . Якщо для якої-небудь сторони порушується умова опуклості (1.3), алгоритм припиняє роботу. Порушення умови (1.3) є достатнім для твердження, що заданий полігон неопуклий.

Запропонований алгоритм забезпечує визначення опуклості вигнутих (Г и П - подібних) областей, через те, що  $X_{min}$  і  $X_{max}$  вибираються як вершини, що мають додатково найбільші ординати. Наприклад, на рис. 1.1 як  $X_{min}$  варто вибрати вершину  $V_8$ ,  $X_{max} - V_7$  при цьому вигин полігона попадає в одну частину контуру (верхню чи нижню), що при перегляді сторін приводить до порушення умови опуклості для заданої частини контуру, а значить і для всього контуру.

Таким чином, у порівнянні з відомим алгоритмом[2], запропонований алгоритм відрізняється більш високою ефективністю; меншими обчислювальними витратами і може бути використаний для реалізації високопродуктивних засобів машинний графіки.

### Література

1. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 512 с.: ил
2. Аммерал Л. Принципы программирования в машинной графике. Пер. с англ. – М.: Сол Систем, 1992. – 224 с.: ил.