

БУДІВНИЦТВО

УДК 624.074.5

О. І. Сіянов¹

МОДЕЛЮВАННЯ ДІЇ РУХОМОГО СНІГОВОГО МАСИВУ НА ПОКРІВЛЮ ЦИЛІНДРИЧНИХ СІТЧАСТИХ ПОКРИТТІВ ТА ОТОЧУЮЧІ ОБ'ЄКТИ

¹Вінницький національний технічний університет

Виконано моделювання дії рухомого снігового масиву на покрівлю циліндричних сітчастих покриттів та оточуючі об'єкти. Розглянуто модель незв'язаного сипкого снігового середовища. Акцентовано увагу на вільному падінні елементів снігового масиву та ударній дії його на плоскі перешкоди.

Ключові слова: циліндричні сітчасті покриття, покрівля, оточуючі об'єкти, моделювання, рухомий сипкий сніговий масив.

Вступ

В сучасних числових розрахунках використовуються різні моделі руху снігового масиву [1, 2, 4—8, 10, 13—16]. Проте, жодна з них не враховує всіх особливостей, притаманних типу снігового покриву, його стану та геометрії покриття. Випадки гладкої і однорідної поверхні, зазвичай покладені в основу побудови широко використовуваних математичних моделей. Інша річ, коли шари снігу рухаються один відносно одного та наявні незначні викривлення поверхні.

Нині враховуються окремі параметри, які характеризують властивості снігового масиву і поверхні покриття та змінюються з часом в залежності від кліматичних факторів. Така обставина вказує на складність зіставлення розрахункових та експериментальних даних. Очевидно, що кожна математична модель має свої особливості, одночасне використання яких може забезпечити якісну оцінку навантажень від рухомого снігового масиву.

Існуючі моделі вказують на характерні ознаки, суть яких полягає в тому, щоб досліджувати рух снігового масиву по викривленим поверхням зі складною геометрією. Однак, модель руху снігового масиву в такому випадку характеризується невпорядкованістю і властивостями сипкого різнорідного середовища, рідини та твердих тіл.

У запропонованій роботі сніговий масив розглядається в найпоширенішому сипкому стані. За конструкцію для сприйняття снігового навантаження взято циліндричну сітчасту оболонку покриття з гладкою однорідною покрівлею без урахування недосконалостей. Шар снігового масиву порівняно з розмірами покриття характеризується малою товщиною і без перешкод упорядковано рухається по поверхні. За такої умови очевидним є незначний вплив руху елементів снігового масиву. Ґрунтуючись на такому припущенні можна запропонувати використати модель ідеалізованого сипкого середовища.

Постановка задачі та визначальні співвідношення

Розглянемо задачу про рух по гладкій однорідній циліндричній покрівлі сітчастого покриття снігового масиву під дією сили тяжіння. Розрахунковий шар взято шириною 1 м.

Як вже зазначалося, згідно з припущенням, сніговий масив характеризується сипким станом з незв'язаними між собою елементами, рух яких незалежний і не порушує цілісності шару.

Запишемо згідно з нормами [3, 11] розподілену масу нерухомого снігового масиву (рис. 1) в початковий момент часу ($t = 0$):

$$m_{s,i}(\alpha_{s,i}) = \gamma m_s^{\max} \mu_2(\alpha_{s,i}), \quad (1)$$

де $\alpha_{s,i}$ — кутова координата i -го елемента снігового масиву в початковому (нерухомому) стані (в розрахунках — радіан; при заданні початкової інформації — градус); $m_{s,i}(\alpha_{s,i})$ — функція розподілу маси по покрівлі сітчастого покриття в нерухомому стані; m_s^{\max} — максимальна величина розподілу маси снігу в нижній точці масиву $\alpha_{\max} = 50^\circ \cdot \pi/180^\circ$; $\gamma = 1,14$ — безрозмірний коефіцієнт; $\mu_2 = 2,4 \sin(1,4\alpha)$ — безрозмірна функція закону розподілу снігового масиву в початковому стані. Тут і далі індекс означає відношення цієї величини до початкового стану ($t = 0$).

Тоді формулу (1) подамо у вигляді

$$m_s(\alpha) = \gamma m_s^{\max} \cdot 2,4 \sin(1,4\alpha), \text{ якщо } \alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max};$$

$$m_s(\alpha) = 0, \text{ якщо } \alpha > \alpha_{\max}.$$

В процесі зсунення снігового масиву елементи рухаються з різними швидкостями, що приводить до збільшення кутових розмірів $\Delta\alpha_i$ і зменшення погонної маси $m_i(\alpha_i, t)$ (рис. 2).

Коли i -й елемент досягає граничної швидкості $v_{d,i}$, то відцентрова сила інерції $\Delta m_i v_i^2 \cdot \bar{n}_i / R$ (рис. 3), що на нього діє, стає рівною складовій силі тяжіння $\Delta m_i g \cos \alpha_i \bar{n}_i$, яка є нормальною до поверхні покрівлі. Тоді i -й елемент виявляється поза контактом з поверхнею покрівлі, що забезпечує йому вільне падіння до зіткнення з поверхнею землі, спеціально передбаченою перешкодою або оточуючим об'єктом.

Скористаємось методами моделювання для встановлення кінематичних і динамічних характеристик всіх елементів снігового масиву на етапах їх руху по поверхні покрівлі і вільного падіння та виконаємо розрахунок нормальних і дотичних компонентів сил їх впливу на покрівлю та горизонтальну і вертикальну компоненти їх ударної дії на можливі оточуючі об'єкти або спеціальні перешкоди.

Дослідження руху i -го елемента маси $\Delta m_i = m_i(\alpha_i, t) \cdot \Delta m_{s,i}(t) = m_i(\alpha_i, t) \cdot R \Delta \alpha_i(t)$ виконаємо в рамках теореми про зміну його кінетичної енергії в диференціальній формі

$$\frac{\partial T}{\partial t} = N^i + N^e. \quad (2)$$

де T — кінетична енергія елемента маси Δm_i ; N^i — потужність внутрішніх сил; N^e — потужність зовнішніх сил.

На рис. 3 показано випадок, коли на елемент діє сила тяжіння і реакція нормального тиску.

В результаті матимемо

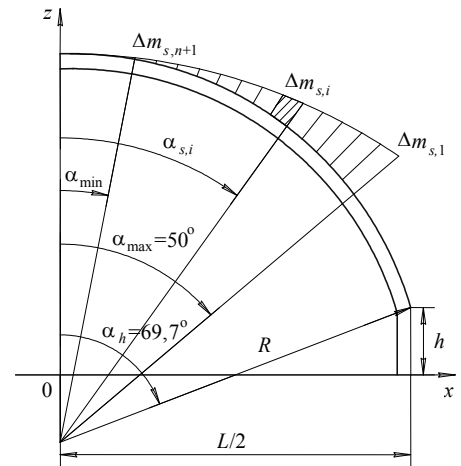


Рис. 1. Геометрична схема снігового масиву в початковому стані

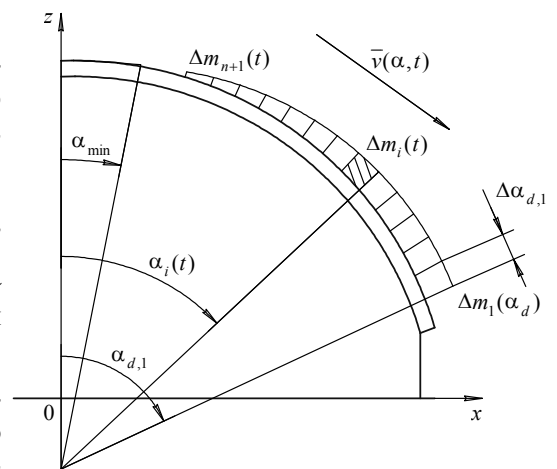


Рис. 2. Геометрична схема снігового масиву в момент t_d відділення i -го елемента

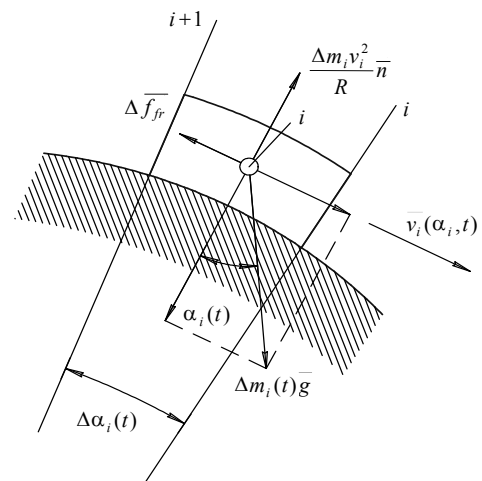


Рис. 3. Схема динамічного стану елемента снігового масиву

$$N_i^e = N_{gr}^e + N_{fr}^e = \Delta m \cdot \vec{g} \cdot \vec{v}_i + \Delta \vec{f}_{fr} \cdot \vec{v}_i = \Delta m_i \cdot g \cdot \sin \alpha_i \vec{v}_i - \mu \cdot \Delta m_i \left(g \cdot \cos \alpha_i - \frac{v_i^2}{R} \right) v_i, \quad (3)$$

де N_{gr}^e , N_{fr}^e — потужність сил тяжіння і тертя, відповідно; \vec{g} — вектор прискорення вільного падіння; $\vec{v}_i(\alpha_i, t)$ — вектор швидкості i -го елемента; $\Delta \vec{f}_{fr}$ — вектор сили тертя; μ — коефіцієнт тертя між снігом і поверхнею покрівлі сітчастого покриття.

Кінетичну енергію елемента снігового масиву можна визначити за формулою

$$T = \Delta m_i \frac{v_i^2}{2}. \quad (4)$$

Виконавши низку підстановок в рівняння (2), будемо мати:

$$\frac{dv_i}{dt} = g \cdot \sin \alpha_i - \mu \left(g \cdot \cos \alpha_i - \frac{v_i^2}{R} \right). \quad (5)$$

Використовуючи рівність $v_i = R \cdot \dot{\alpha}_i$, матимемо рівняння руху елемента маси Δm_i :

$$\ddot{\alpha}_i = \frac{g}{R} \sin \alpha_i - \frac{\mu}{R} \left[g \cdot \cos \alpha_i - R \cdot (\dot{\alpha}_i)^2 \right]. \quad (6)$$

Для інтегрування такого рівняння можна використати чисельний метод Рунге–Кутта із заданими початковими умовами

$$\alpha_i(0) = \alpha_{s,i}, \quad \dot{\alpha}_i(0) = 0. \quad (7)$$

Вільне падіння елементів снігового масиву

Розв'язання рівняння (6) з умовами (7) здійснюється до моменту часу $t_{d,i}$, коли, завдяки дії відцентрової сили інерції $\Delta m_i v_i^2 \cdot \vec{n}_i / R$, елемент виходить із контактної взаємодії з покрівлею покриття і здійснює падіння за балістичною кривою.

Умова настання такого стану має вигляд

$$\Delta m_i g \cdot \cos \alpha_i = \Delta m_i v_i^2 / R. \quad (8)$$

За знайденими на першому етапі результатами фіксується час $t = t_{d,i}$, а також параметри траєкторії $\alpha_{d,i}$, $x_{d,i}$, $z_{d,i}$ і швидкість $v_{d,i}$, які використовуються як початкові умови для побудови параболічної траєкторії руху i -го елемента на другому етапі руху (етапі вільного падіння за балістичною кривою) згідно з умовою $t \geq t_{d,i}$. Третій етап характеризується досягненням координатою $z_i(t)$ значення $z_i(t) = 0$ в момент часу $t = t_{f,i}$.

Тоді виконується розрахунок компонентів $v_x(t_f)$, $v_z(t_f)$ вектора швидкості \vec{v}_i і його модуля та визначається нова довжина i -го елемента і розподілена маса коли $t = t_f$.

Ударна дія снігового масиву на плоскі перешкоди

В подальшому у випадку досягнення снігового масиву наземної перешкоди відбувається удар, який для безперервного снігового потоку проявляється як тиск $N_{sh,i}^{(+)}$, що змінюється в часі.

Для спрощення виділимо такий сніговий потік, який має ширину 1 м із заданою розподіленою щільністю m і невизначеною висотою (в нижній частині потоку — товщиною). Під час падіння на землю будемо розглядати сніговий потік як стрічку і визначати силу його ударного тиску $N_{sh,i}^{(+)}$, розподілену на 1 м ширини.

Розрахунок величини $N_{sh,i}^{(+)}$ здійснимо за методикою визначення сил ударного тиску на перешкоду потоками рухомих сипких матеріалів та поточних струменів і ланцюгів, що падають [9, 12, 17].

Використавши теорему про зміну кількості руху Q за проміжок часу Δt , запишемо:

$$Q_i - Q_{0,i} = N_{sh,i}^{(-)} \Delta t, \quad (9)$$

де $Q_{0,i}$ — кількість руху i -го елемента масиву до удару; Q_i — кількість руху того самого елемента масиву після ударної взаємодії з перешкодою за час Δt ; $N_{sh,i}^{(-)}$ — сила ударної дії перешкоди на частки масиву.

Якщо вважати, що удар снігового потоку є абсолютно непружним, тоді $Q_i = 0$, а величина $Q_{0,i}$ визначається за формулою

$$Q_{0,i} = m_{f,i} v_{f,i} \Delta t v_{f,i}, \quad (10)$$

де $m_{f,i}$ — величина розподіленої маси; $v_{f,i} \Delta t$ — площа поверхні снігової стрічки шириною 1 м, яка приймає участь в ударній взаємодії з перешкодою за час Δt .

Підставивши (10) в (9), отримаємо:

$$N_{sh,i}^{(-)} = -m_{f,i} v_{f,i}^2, \quad (11)$$

або для ударної дії середовища на перешкоду

$$N_{sh,i}^{(+)} = -N_{sh,i}^{(-)} = m_{f,i} v_{f,i}^2. \quad (12)$$

Висновки

1. Виконано моделювання і створена методика визначення кінематичних і динамічних характеристик елементів рухомого снігового масиву на етапах їх руху по поверхні циліндричного сітчастого покриття та на етапах їх вільного падіння.

2. Розроблена методика дозволяє визначати тиск снігового масиву на покрівлю, обчислювати прискорення елементів снігового масиву в момент зісковзування з покрівлі, розраховувати час відділення снігових елементів від поверхні покриття та знаходити сили динамічної дії на перешкоди та оточуючі об'єкти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Арафайлов С. И. Двумерная задача об ударе лавинного потока о преграду / С. И. Арафайлов, В. С. Кулибаба, М. Э. Эглит // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Л75 16–25 апреля 2007 г., Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова. — М. : изд-во Московского университета, 2007. — С. 24.
2. Долов М. А. Физика снега и динамика снежных лавин / М. А. Долов, В. А. Халкечев. — Л. : Гидрометеоздат, 1972. — 328 с.
3. ДБН В.1.2-2:2006 Навантаження і впливи / Мінбуд України. — К. : Сталь, 2006. — 60 с.
4. Жекамухов М. К. Сход снежных лавин и возникновение воздушных ударных волн / М. К. Жекамухов, И. М. Жекамухова // Электронный журнал «Исследовано в России». — С. 512–524.
5. Калажаков Х. Х. Некоторые вопросы усовершенствования механической модели снежных лавин / Х. Х. Калажаков, Х. М. Темукаев // Физика снега и динамика снежных лавин. Труды высокогорного геофизического института. Вып. 37. — М. : Гидрометеоздат, 1977. — С. 16–32.
6. Козик С. М. Расчет движения снежных лавин / С. М. Козик. — Л. : Гидрометеоздат, 1962. — 75 с.
7. Кулибаба В. С. Ударные волны в снеголавинных потоках / В. С. Кулибаба, М. Э. Эглит // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. Л75 18–26 апреля 2006 г., Москва, МГУ им. М. В. Ломоносова. — М. : изд-во Московского университета, 2006. — С. 99.
8. Куликовский А. Г. Двумерная задача о движении снежной лавины по склону с плавно меняющимися свойствами / А. Г. Куликовский, М. Э. Эглит // ПММ. — 1973. — Т. 37, вып. Б. — С. 837–848.
9. Пановко Я. Г. Механика деформируемого твердого тела. Современные концепции, ошибки и парадоксы / Я. Г. Пановко. — М. : Наука, 1985. — 288 с.
10. Руденко О. В. Нелинейная динамика склоновых потоков: простые модели и точные решения / О. В. Руденко, А. Л. Собисевич, Л. Е. Собисевич // Доклады Академии наук. — 2007. — Т. 416. — С. 384–387.
11. СНиП 2.06.04-82*. Нагрузки и воздействия на гидротехнические сооружения (волновые, ледовые и от судов) / Минстрой России. — М. : ГИ ЦПП, 1996. — 48 с.
12. McClung D. M. Characteristics of flowing snow and avalanche impact pressures / D. M. McClung, P. A. Schaerer // Annals of Glaciology. — 1985. — No. 6. — P. 9–14.
13. Gruber U. Avalanche hazard mapping using numerical Voellmy-fluid models / U. Gruber, P. Bartelf, H. Haefner // NGI, Oslo, — 1998. — Pub. Nr. 203, — P. 117–121.

14. Hermann F. Laboratory experiments on the dynamics of powder snow avalanches / F. Hermann, J. Hermann, K. Hutter // *Avalanche Formation, Movement and Effects (Proceedings of the Davos Symposium, September 1986)* // IAHS Publ. — 1987. — No. 162. — P. 431—440.

15. Kurahashi I. Estimation of snow load of large-scale inclined roof of Tajima Dome / I. Kurahashi, A. Honda // *Snow Engineering. Recent Advances and Developments.* — Rotterdam: A. A. Balkema, 2000. — P. 195—199.

16. Leaf C. F. *Avalanche Dynamics* / C. F. Leaf, M. Jr. Martinelli // *Engineering applications for land use planning: USDA For. Serv. Res. Pap. RM-183, 1977.* — 51 p.

17. Nakamura H. Impact forces of snow blocks sliding down from roofs against walls (in Japanese) / H. Nakamura, O. Abe, T. Nakamura // *National Research Centre for Disaster Prevention, Japan, Report.* — 1981. — No. 25. — P. 169—189.

Рекомендована кафедрою промислового та цивільного будівництва

Стаття надійшла до редакції 29.10.2014

Сіянов Олександр Ілліч — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри промислового та цивільного будівництва, e-mail: VNTU-Siyanov@mail.ru.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

O. I. Siyanov¹

Modeling of action of mobile snow mass on the roof of the cylindrical reticulated coverings and surrounding objects

¹Vinnitsia National Technical University

The modeling of action of mobile snow mass on the roof of the cylindrical reticulated coverings and surrounding objects is executed. The model of the unrelated fragment of snow surrounding is considered. Attention to the free falling of elements of snow mass and its shock action on flat obstacles is highlighted in the paper.

Keywords: cylindrical reticulated coverings, roof, surrounding objects, modeling, mobile fragment of snow mass.

Siyanov Oleksandr I. — Cand. Sc. (Eng.), Assistant Professor, Assistant Professor of the Chair of Industrial and Civil Building, e-mail: VNTU-Siyanov@mail.ru

A. И. Сиянов¹

Моделирование действия подвижного снегового массива на кровлю цилиндрических сетчатых покрытий и окружающие объекты

¹Винницкий национальный технический университет

Выполнено моделирование действия подвижного снегового массива на кровлю цилиндрических сетчатых покрытий и окружающие объекты. Рассмотрена модель несвязанной сыпучей снеговой среды. Акцентировано внимание на свободном падении элементов снегового массива и ударном действии его на плоские препятствия.

Ключевые слова: цилиндрические сетчатые покрытия, кровля, окружающие объекты, моделирование, подвижной сыпучий снеговой массив.

Сиянов Александр Ильич — канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры промышленного и гражданского строительства, e-mail: VNTU-Siyanov@mail.ru