УДК 681.518.3: 535.243.22

В. Г. Петрук[1]
С. М. Кватернюк[1]
О. Є. Кватернюк[1]
В. В. Гончарук[1]
О. І. Моканюк[2]

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПАРАМЕТРІВ ОКРЕМИХ ШАРІВ НА СПЕКТРАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕОДНОРІДНИХ БІОТКАНИН

[1]Вінницький національний технічний університет;
[2]Вінницький національний медичний університет ім. М. І. Пирогова

Вдосконалено математичну модель переносу випромінювання у багатошарових структурах неоднорідних біологічних середовищ на прикладі інтактної (неушкодженої) шкіри людини. Розраховані спектральні характеристики для кожного шару шкіри та оцінено вплив зміни концентрацій основних хромофорів.

Ключові слова: математична модель, неоднорідні біологічні середовища, спектральні характеристики, біотканина, шкіра.

Вступ

Інтерпретація змін оптичних параметрів біотканин шкіри людини, які є результатом їх морфофункціональних змін, вимагає розробки фізичної моделі біотканини шкіри, в якій мають бути введені геометричні розміри структурних елементів шкіри та просторові розподіли її основних пігментів. Така модель може бути створена на основі порівняння результатів теоретичного опису процесів поширення оптичного випромінювання у біотканинах шкіри і експериментальних досліджень. *Метою роботи* є розроблення математичних моделей для оцінювання впливу параметрів окремих шарів неоднорідних біологічних середовищ на інтегральні параметри всієї багатошарової структури, що дозволить визначити, на скільки впливають на визначення концентрації пігментів у певному шарі біотканини зміни параметрів інших шарів.

Математична модель переносу випромінювання у багатошарових структурах

Під час взаємодії оптичного випромінювання з біотканиною можуть відбуватися різні явища та процеси, зокрема, відбивання, заломлення, поглинання, розсіювання, які залежать від стану та структури приповерхневого шару [1]. Оскільки на поверхні шкіри завжди існують певні дефекти та нерівності, дзеркальна компонента відбитого випромінювання незначна у порівнянні із частиною випромінювання, яка відбивається та розсіюється, проникнувши у приповерхневий шар.

Втрати інтенсивності оптичного випромінювання внаслідок розсіювання залежать від оптико-фізичних параметрів частинок середовища, які впливають на індикатрису розсіювання $p(\theta)$. Характеристикою анізотропії розсіювання є фактор анізотропії g. У полярних координатах фактор анізотропії записується, як

$$g = \frac{\int\limits_{4\pi} p(\theta)\cos(\theta)\,d\omega}{\int\limits_{4\pi} p(\theta)\,d\omega}, \qquad (1)$$

де $p(\theta)$ — функція ймовірності; $d\omega = \sin\theta d\theta d\phi$ — елементарний тілесний кут.

За визначенням, фактор анізотропії g є середнім косинусом кута розсіювання θ. У виразі (1) важливою величиною є функція ймовірності $p(\theta)$. Використаємо для моделювання розсіювання

© В. Г. Петрук, С. М. Кватернюк, О. Є. Кватернюк, В. В. Гончарук, О. І. Моканюк, 2015

частинками біотканини шкіри функцію Хейні–Грінштейна [2]:

$$p(\theta)=\frac{1-g^2}{\left(1+g^2-2g\cos(\theta)\right)^{3/2}}. \tag{2}$$

При цьому ефективний показник розсіювання залежить також від фактора анізотропії $g(\lambda)$ [3]

$$\mu_s'=\mu_s\left(1-g(\lambda)\right). \tag{3}$$

Загальне послаблення оптичного випромінювання структури з урахуванням втрат за рахунок поглинання і розсіювання виражається ефективним показником послаблення (екстинкцією) [1]

$$\mu_e'=\mu_a+\mu_s'. \tag{4}$$

де μ_a — показник поглинання середовища; μ_s' — ефективний показник розсіювання.

Втрати інтенсивності оптичного випромінювання внаслідок розсіювання описуються формулою

$$I(z)=I_0\exp(-\mu_e' z), \tag{5}$$

де μ_e' — ефективний показник послаблення (екстинкція), z — глибина проникнення.

На основі аналізу і апроксимації індикатрис з великим ступенем витягнутості «вперед» у роботі [2] отримано вираз для частки світла, розсіяного в передню півсферу

$$F_{\mathrm{e}}(\lambda)=0{,}5\int_0^{\pi/2} p(\theta,\lambda)\sin\theta d\theta\approx 1-\left[1-g(\lambda)\right]/3. \tag{6}$$

Оптична товщина знаходиться за виразом [3]

$$\tau_e(\lambda)=\mu_e' d_e, \tag{7}$$

де d_e — геометрична товщина.

Ймовірність виживання фотона [2]

$$\Lambda_e(\lambda)=\frac{\mu_s'(\lambda)}{\mu_e'(\lambda)}. \tag{8}$$

Оскільки розсіююча оптична товщина $\Lambda_e\tau_e$ для епідермісу складає декілька одиниць в ближній УФ області спектру та менше 0,5 в червоному і ближньому ІЧ діапазоні, то це дозволяє використовувати малокутове наближення (МКН) теорії переносу випромінювання [2] для розрахунку характеристик відбивання і пропускання при направленому освітленні. Згідно з МКН, коефіцієнт дифузного відбивання за освітлення по нормалі до поверхні біотканин має вигляд

$$R_{\mathrm{d}}(\lambda)=\Lambda_{\mathrm{e}}(\lambda)\frac{1-F_{\mathrm{e}}(\lambda)}{1-F_{\mathrm{e}}(\lambda)\Lambda_{\mathrm{e}}(\lambda)}\int_0^1\left\{1-\exp\left[-\alpha(\lambda)d_{\mathrm{e}}\frac{1+\nu}{\nu}\right]\right\}d\nu, \tag{9}$$

де $\alpha(\lambda)=\mu_e'(\lambda)\left(1-\Lambda_{\mathrm{e}}(\lambda)F_{\mathrm{e}}(\lambda)\right)$ — показник послаблення в МКН; $\nu=\cos(\gamma)$, γ — кут розсіювання.

Коефіцієнт направленого пропускання

$$T(\lambda)=\exp[-\alpha(\lambda)d_{\mathrm{e}}]. \tag{10}$$

Найвідоміша феноменологічна модель для аналізу переносу випромінювання у приповерхневих шарах нормальних і патологічних біотканин шкіри заснована на таких припущеннях: шкіра складається з багатьох шарів, кожен з яких однорідно пропускає і розсіює світло; границі між шарами не впливають істотно на пропускання та відбивання світла всією системою в цілому. Відповідність такої моделі (рис. 1) анатомічній структурі шкіри очевидна: роговий шар (шар 1) дифузно відбиває лише ~ 5...7 % нормально падаючого на поверхню шкіри оптичного випромінювання і головним чином визначає дифузне розсіювання вперед; в епідермісі світло інтенсивно поглинається епідермальним меланіном (шар 2); непоглинута частина випромінювання досягає дерму, яка містить кров та судини (шари 3—6), де випромінювання також частково поглинається гемоглобіном; частина випромінювання, що залишилася дифузно розсіюється колагеном дерми; дифузно розсіяне світло виходить зі шкіри, і на цьому шляху ще раз проходить поглинання у шарах, що містять кров і меланін.

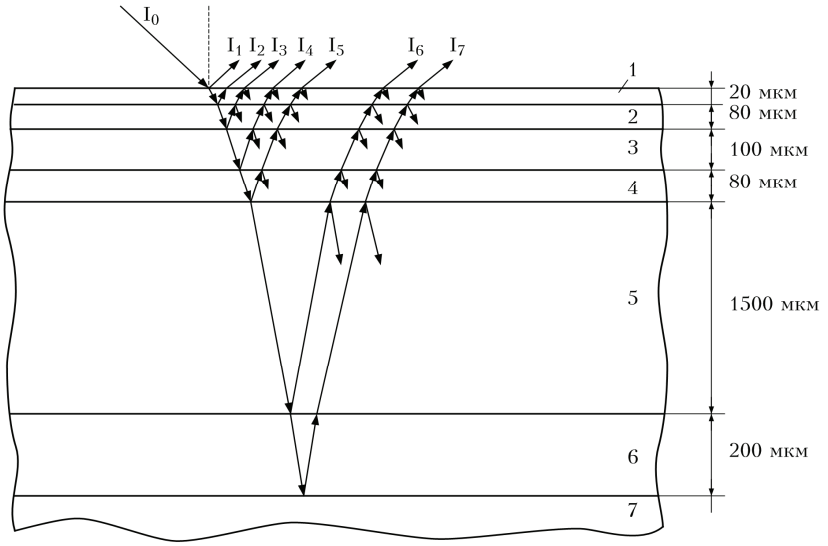


Рис. 1. Модель трансформації оптичного випромінювання шарами біотканини шкіри, де 1 — роговий шар; 2 — живий епідерміс; 3 — папілярна дерма; 4 — дерма з поверхневим сплетінням судин; 5 — ретикулярна дерма; 6 — дерма з глибоким сплетінням судин, 7 — гіподерма

У результаті інтенсивність світла I, відбитого від багатошарової структури біотканин шкіри, може бути представлена у такому вигляді:

$$
\begin{aligned}
I = I_0 \Big(& R_{01} + (1-R_{01})^2 T_1^2 R_{12} + (1-R_{01})^2 T_1^2 R_{d1} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 R_{23} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2 R_{d2} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 R_{34} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 T_1^2 T_2^2 T_3 R_{d3} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 R_{45} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4 R_{d4} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 R_{56} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5 R_{d5} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 (1-R_{56})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6^2 R_{67} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 (1-R_{56})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6 R_{d6} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 (1-R_{56})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6^2 T_7^2 R_{78} + \\
& + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 (1-R_{23})^2 (1-R_{34})^2 (1-R_{45})^2 (1-R_{56})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6^2 T_7 R_{d7} \Big),
\end{aligned}
\tag{11}
$$

де I_0 — інтенсивність падаючого оптичного випромінювання; R_{ij} — коефіцієнти відбивання світла на границі між i-м та j-м шарами; R_{di} — коефіцієнт дифузного відбивання світла у біотканині за рахунок зворотного розсіювання від i-го шару; T_i — коефіцієнти пропускання світла шарами структури з урахуванням втрат за рахунок поглинання і розсіювання.

У випадку дзеркального відбивання на межі «повітря—роговий шар шкіри» за нормального падіння зондуючого випромінювання коефіцієнт відбивання $R_{01} = 0{,}04$. В свою чергу, коефіцієнт відбивання на межі рогового шару ($n_1 = 1{,}5$) і епідермісу ($n_2 = 1{,}4$) $R_{12} = 0{,}0012$. Між різними шарами дерми показник заломлення практично не відрізняється, а тому $R_{23} = R_{34} = R_{45} = R_{56} = R_{67} = R_{78} = 0$. Враховуючи це, формула (11) може бути дещо спрощена:

$$I = I_0\Big(R_{01} + (1-R_{01})^2 T_1^2 R_{12} + (1-R_{01})^2 T_1\ R_{d1} + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2\ R_{d2} + \\ + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3\ R_{d3} + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4\ R_{d4} + \\ + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5\ R_{d5} + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6\ R_{d6} + \\ + (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6^2 T_7\ R_{d7}\Big). \quad (12)$$

Розрахуємо спектральні характеристики коефіцієнта дифузного відбивання шкіри та його складових, що створюються окремими шарами біотканини шкіри

$$R_d = I/I_0 = R'_{d1} + R'_{d2} + R'_{d3} + R'_{d4} + R'_{d5} + R'_{d6} + R'_{d7}, \quad (13)$$

де R'_{di} — складова коефіцієнту дифузного відбивання шкіри, що створюються від i-го шару біотканини шкіри, причому

$$R'_{d1} = R_{01} + (1-R_{01})^2 T_1^2 R_{12} + (1-R_{01})^2 T_1\ R_{d1}; \quad (14)$$

$$R'_{d2} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2\ R_{d2}; \quad (15)$$

$$R'_{d3} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3\ R_{d3}; \quad (16)$$

$$R'_{d4} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4\ R_{d4}; \quad (17)$$

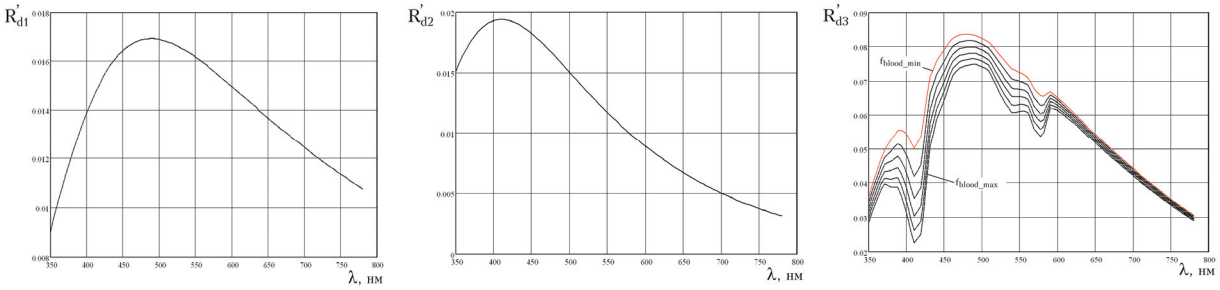
$$R'_{d5} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5\ R_{d5}; \quad (18)$$

$$R'_{d6} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6 R_{d6}; \quad (19)$$

$$R'_{d6} = (1-R_{01})^2 (1-R_{12})^2 T_1^2 T_2^2 T_3^2 T_4^2 T_5^2 T_6^2 T_7 R_{d7}. \quad (20)$$

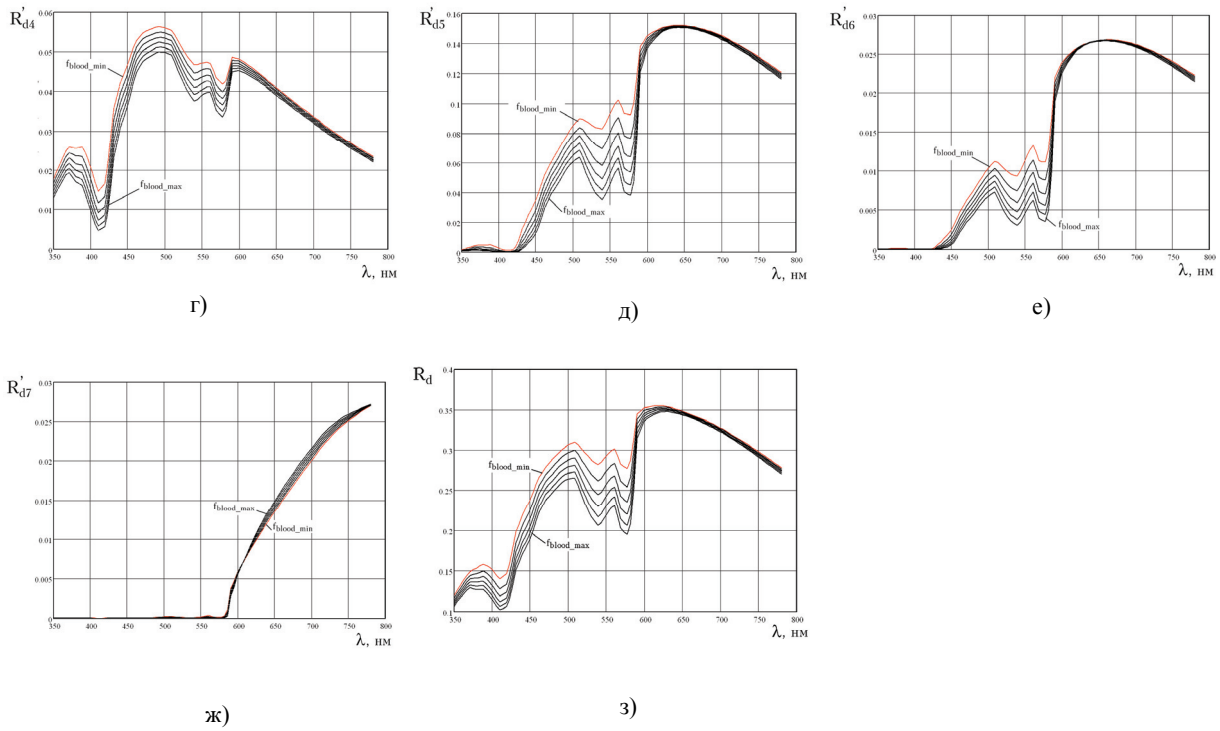
Результати моделювання спектральних характеристик окремих шарів інтактної шкіри

Геометричні параметри біотканин шкіри та оптичні параметри (показник заломлення n, коефіцієнти поглинання μ_a і розсіювання μ_s, параметр анізотропії розсіювання g) біологічних компонентів, що присутні у біотканині шкіри, отримані в результаті авторських досліджень та взяті з літературних джерел [3—8]. Провівши нелінійну апроксимацію спектральних характеристик окремих прошарків біотканини неушкодженої (інтактної) шкіри на основі експериментальних даних вимірювань в умовах in vitro, отримуємо аналітичні вирази для характеристик показників поглинання $\mu_{ai}(\lambda)$ та розсіювання $\mu_{si}(\lambda)$, фактора анізотропії $g_i(\lambda)$, а також спектральні характеристик основних пігментів (меланіну та гемоглобіну) та тканини-основи. На основі цього розраховуємо спектральні залежності частки світла, розсіяного в передню півсферу $F_{ei}(\lambda)$, ймовірності виживання фотона $\Lambda_{ei}(\lambda)$, показника послаблення в малокутовому наближенні $\alpha_i(\lambda)$, коефіцієнта направленого пропускання $T_i(\lambda)$ та коефіцієнта дифузного відбивання $R_{di}(\lambda)$ для шарів біотканини шкіри за формулами (1)—(10). На основі цих характеристик за формулами (14)—(20) розраховуємо складові коефіцієнту дифузного відбивання шкіри, що створюються окремими шарами шкіри при біомедичних показниках в межах норми для інтактної шкіри (рис. 2).



а) б) в)

Рис. 2. Спектральні характеристики загального коефіцієнту дифузного відбивання та його частки від окремих шарів біотканини шкіри за формулами (14)—(20)



Продовження рис. 2. Спектральні характеристики загального коефіцієнту дифузного відбивання та його частки від окремих шарів біотканини шкіри за формулами (14)—(20)

На основі отриманих спектральних характеристик з'являється можливість вибору оптимальних довжин хвиль для діагностування певних типів патологічних біотканин у одному з шарів шкіри. При цьому встановлено, який вплив має зміна концентрацій основних хромофорів шкіри в межах фізіологічно нормальних меж на її спектральні характеристики, а також на загальний коефіцієнт дифузного відбивання біотканини шкіри.

На довжині хвилі 410 нм загальний коефіцієнт дифузного відбивання складається з частини, яку забезпечує роговий шар (≈ 7 %), епідерміс (≈8 %), папілярна дерма (≈ 21 %) та дерма з поверхневим сплетінням судин (≈ 64 %), решта глибших шарів шкіри не впливають суттєвим чином. На довжині хвилі 510 нм загальний коефіцієнт дифузного відбивання складається з частини, яку забезпечує роговий шар (≈ 7 %), епідерміс (≈ 6 %), папілярна дерма (≈ 31 %), дерма з поверхневим сплетінням судин (≈ 20 %), ретикулярна дерма (≈ 32 %), дерма з глибоким сплетінням судин (≈ 4 %), решта глибших шарів шкіри не впливають суттєвим чином. На довжинах хвиль понад 600 нм з'являється можливість досліджувати глибші шари шкіри, наприклад, гіподерму, що дозволяє здійснювати діагностування її стану.

Висновки

Удосконалено математичну модель переносу випромінювання у приповерхневих шарах біотканини неушкодженої інтактної шкіри на основі багатошарової структури, кожен з шарів якої має поглинаючі і розсіювальні властивості зумовлені біологічними компонентами, присутніми у біотканинах. Розраховані спектральні характеристики кожного шару узгоджуються з результатами експериментальних вимірювань. При цьому встановлено, який вплив має зміна концентрацій основних хромофорів шкіри в межах фізіологічно нормальних меж на її спектральні характеристики, а також на загальний коефіцієнт дифузного відбивання біотканин шкіри.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Пушкарева А. Е. Методы математического моделирования в оптике биоткани : учеб. пос. / А. Е. Пушкарева. — СПб : СПбГУ ИТМО, 2008. — 103 с.

2. Зеге Э. П. Перенос изображения в рассеивающей среде / Э. П. Зеге, А. П. Иванов, И. Л. Кацев. — Минск : Наука и техника, 1975. — 327 с.

3. Моделирование влияния эпидермиса на перенос света и тепла в кожном покрове / [В. В. Барун, А. П. Иванов, В. Г. Петрук, и др.] // Проблемы оптической физики и биофотоники : матер. 12-й Международной молодежной научной школы по оптике, лазерной физике и биофотонике. — Саратов : Новый ветер, 2009. — 234 с. : ил. — С. 69—78.

4. Тучин В. В. Исследование биотканей методами светорассеяния / В. В. Тучин // Успехи физ. наук. — 1997. — Т. 167. — № 5. — С. 517—539.

5. Тучин В. В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях / В. В. Тучин. — Саратов : изд-во Сарат. ун-та, 1998. — 384 с.

6. Приезжев А. В. Лазерная диагностика в биологии и медицине / А. В. Приезжев, В. В. Тучин, Л. П. Шубочкин. — М. : Наука, 1989. — 238 с.

7. Исследование возможности повышения эффективности лазерного удаления татуировок с помощью оптического просветления кожи / [Э. А. Генина, А. Н. Башкатов, В. В. Тучин и др.] // Квантовая электроника. — 2008. — Т. 38. — № 6. — С. 580—587.

8. Исследование возможности увеличения глубины зондирования методом отражательной конфокальной микроскопии при иммерсионном просветлении приповерхносных слоев кожи человека / [И. В. Меглинский, А. Н. Башкатов, Э. А. Генина и др.] // Квантовая электроника. — 2002. — Т. 32. — № 10. — С. 875—882.

Рекомендована екології та екологічної безпеки ВНТУ

Стаття надійшла до редакції 24.03.2015

Петрук Василь Григорович — д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри екології та екологічної безпеки, e-mail: petrukvg@gmail.com;

Кватернюк Сергій Михайлович — канд. техн. наук, старший науковий співробітник кафедри екології та екологічної безпеки;

Кватернюк Олена Євгенівна — здобувач кафедри екології та екологічної безпеки;

Гончарук Вікторія Вікторівна — студент Інституту екологічної безпеки та моніторингу довкілля.

Вінницький національний технічний університет, Вінниця;

Моканюк Олександр Іванович — канд. мед. наук, доцент кафедри патологічної анатомії, судової медицини та права.

Вінницький національний медичний університет ім. М. І. Пирогова, Вінниця

V. G. Petruk[1]
S. M. Kvaterniuk[1]
O. Ye. Kvaterniuk[1]
V. V. Goncharuk[1]
O. I. Mokaniuk[2]

Mathematical modeling of the influence of parameters of individual layers on the spectral characteristics of heterogeneous biotissues

[1]Vinnytsia National Technical University;
[2]National Pyrogov Memorial Medical University

There has been improved the mathematical model of radiation transfer in multilayer structures in heterogeneous biological media as an example of an intact (undamaged) human skin. There have been calculated the spectral characteristics for each of the layers of the skin and the estimated impact of changes in concentrations of the main chromophores.

Keywords: mathematical model, heterogeneous biological environment, spectral characteristics of biological tissues, skin.

Petruk Vasyl G. — Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the Chair of Ecology and Environmental Security, e-mail: petrukvg@gmail.com;

Kvaterniuk Sergii M. — Cand. Sc. (Eng.), Senior Research Assistant of the Chair of Ecology and Environmental Security;

Kvaterniuk Olena E. — Researcher of the Chair of Ecology and Environmental Security;

Goncharuk Victoriia V. — Student of the Institute of Environmental Security and Environmental Monitoring;

Mokaniuk Oleksandr I. — Cand. Sc. (Medicine), Assistant Professor of the Chair of Pathological Anatomy, Forensic Science and Law

В. Г. Петрук[1]
С. М. Кватернюк[1]
Е. Е. Кватернюк[1]
В. В. Гончарук[1]
А. И. Моканюк[2]

Математическое моделирование влияния параметров отдельных слоев на спектральные характеристики неоднородных биотканей

[1] Винницкий национальный технический университет;
[2] Винницкий национальный медицинский университет им. Н.И. Пирогова

Усовершенствована математическая модель переноса излучения в многослойных структурах неоднородных биологических сред на примере интактной (неповрежденной) кожи человека. Рассчитаны спектральные характеристики для каждого слоя кожи и оценено влияние изменения концентраций основных хромофоров.

Ключевые слова: математическая модель, неоднородные биологические среды, спектральные характеристики, биоткань, кожа.

Петрук Василий Григорьевич — д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой экологии и экологической безопасности, e-mail: petrukvg@gmail.com;

Кватернюк Сергей Михайлович — канд. техн. наук, старший научный сотрудник кафедры экологии и экологической безопасности;

Кватернюк Елена Евгеньевна — соискатель кафедры экологии и экологической безопасности;

Гончарук Виктория Викторовна — студент Института экологической безопасности и мониторинга окружающей среды;

Моканюк Александр Иванович — канд. мед наук, доцент кафедры патологической анатомии, судебной медицины и права