УДК 624.04

ЗАСТОСУВАННЯ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ ДОСЛІДНИХ ДАННИХ ДО ЗАДАЧ БУДІВНИЦТВА

А. С. Моргун, В. А. Гуменюк, А. В. Гончарук

Досліджено вірогідний статистичний взаємозв'язок між результатними отриманих експериментальних досліджень ґрунтів, бетонних зразків: математичне очікування, середньозважена величина, дисперсія, характеристика розкиду (стандарт), коефіцієнт варіації, побудовано закон нормального розподілення Гауса. Визначено, що використання методів статистичного аналізу дозволяє інтенсифікувати дослідження за рахунок використання отриманої в результаті експерименту інформації.

Ключові слова: *математична статистика, випадкові величини, нормальний закон розподілення випадкових величин.*

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ К ЗАДАЧАМ СТРОИТЕЛЬСТВА

А. С. Моргун, В. А. Гуменюк, А. В. Гончарук

Исследовано вероятностную статистическою взаимосвязь между результатами полученных экспериментальных исследований грунтов, бетонных образцов: математическое ожидание, средневзвешенные величины, дисперсия, характеристика разброса (стандарт), коэффициент вариации, построен закон нормального распределения Гаусса. Определено, что использование методов статистического анализа позволяет интенсифицировать исследования за счет использования полученной в результате эксперимента информации.

Ключевые слова: *математическая статистика, случайные величины, нормальный закон распределения случайных величин.*

USING STAYISTICAL ANALYSIS OF EXPERIMENTAL DATA TO THE TASKS OF BUILDING

A. Morhun, V. Humeniuk, A. Honcharuk

Studied probabilistic statistical correlation between the results of experimental studies of soil and concrete samples: expectation, weighted averages, dispersion characteristic variation (standard), coefficient of variation, the law is constructed normal Gaussian distribution. It was determined that the use of statistical analysis allows to intensify the study due to the use of the resulting experimental data.

Keywords*: mathematical statistics, random variables, normal distribution of random variables.*

Вступ

При вивченні багатьох явищ неможливо встановити точну кількісну відповідність – функціональну відповідність в формі чітко сформульованих законів і аналітичних виразів. Пов'язано це з тими обставинами, що крім основного (як кажуть значимого фактора чи факторів) які вивчаються, на досліджуваний процес діє велика кількість інших другорядних несуттєвих факторів, а також випливають похибки проведення експерименту. Такі залежності мають назву вірогіднісні залежності. При їх дослідженні на основі великого числа дослідних даних виявляється характер зміни однієї випадкової величини, коли певним чином варіюється (змінюють своє числове значення) інші величини.

Математичні залежності, що виражають вірогіднісний взаємозв'язок, між вхідними параметрами називають моделями. Модель (у відмінності від закону) виражає деякий наближений статистичний взаємозв'язок факторів.

Модель в залежності від її якості і числа врахованих факторів може більш чи менш точно відображати картину дійсного явища. Вид моделі визначається на основі статистичного аналізу дослідних даних

Постановка задачі, визначальні співвідношення

Випадковою називається така величина X, яка в результаті досліджень приймає одне із можливих значень X_i і яке наперед не відоме. Можна вказати лише область, в середині якої знаходяться можливі значення випадкових величин.

Випадковими величинами є техніко-економічні показники роботи будівельних організацій, результати досліджень будівельних матеріалів, конструкцій, ґрунтів, тощо.

Конструкція на ґрунтовій основі – важко формалізована задача, однією із причин є те що ґрунт - різнорідне середовище з вельми нерегулярною пошаруватою структурою. При розрахунках фундаментних конструкцій потрібно враховувати фізико-механічні характеристики ґрунту.

Основними характеристиками що описують вірогідні властивості випадкової величини є математичне очікування та дисперсія.

Математичне очікування випадкової величини M(x) – це теоретично середній рівень навколо якого розташовуються всі можливі значення випадкової величини. Математичне очікування можна визначити як середньо арифметичне спостереження значень випадкових величин при нескінченно великому числі спостережень. Практично число спостережень завжди обмежене і в якості наближеної статистичної оцінки математичного очікування випадкової величини приймається середньо арифметичне

$$M(x) \approx \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \tag{1}$$

Так, до прикладу, при лабораторних дослідженнях 10 зразків ґрунту отримано наступні величини його вологості в % : 16,4; 16; 17,2; 16,4; 16,3; 15,9; 17,1; 16,4; 16,6; 16,7. Середнє арифметичне, обраховане за (1), рівне W=16,5%.

Для урахування реальних властивостей ґрунтів що взаємодіють з фундаментною конструкцією, необхідні числові показники фізико-механічних властивостей мінерально-дисперсного середовища ґрунту, які мають прикладне значення, оскільки вони характеризують здатність ґрунту чинити опір деформаціям та руйнуванню. Ці кількісні показники об'єктивно характеризують ґрунт як будівельний матеріал. При наявності прошарків стиснутої основи ці вхідні параметри моделі бажано приймати середньозваженими. Адже при значних відхиленнях цих характеристик (такі відхилення ще називають дисперсією) в різних точках масиву ґрунту середньозважене значення цих характеристик може залишатись незмінним.

Так,середньозважене значення наприклад, питомої ваги ґрунту конкретного будівельного майданчика

$$\gamma = \frac{\gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \dots + \gamma_n h_n}{h_1 + h_2 + \dots + h_n} \tag{2}$$

де γ_i, h_i – відповідно питома вага і-го шару ґрунту та його потужність.

Іншою важливою характеристикою сукупності результатів спостережень є величина їх розкиду навколо математичного очікування – дисперсія D(X).

$$D(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \tag{3}$$

Дисперсією не завжди зручно користуватись через її квадратичну розмірність, тому часто за характеристику розкиду дослідної величини беруть середньоквадратичне відхилення (стандарт) :

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} \tag{4}$$

Використовується також в якості оцінки розкиду безрозмірна величина – коефіцієнт варіації

$$\vartheta = \frac{\sigma(x)}{\bar{\bar{x}}} \tag{5}$$

Так, до прикладу, в результаті досліджень 6 бетонних зразків отримано значення кубикової міцності: 1320, 1410, 1420, 1590, 1440,1580 $\frac{H}{см^2}$. Обрахуємо величину дисперсії, стандарт та коефіцієнт варіації:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 8810;\ \bar{X} = \frac{8810}{6} = 1470\,\frac{H}{см^2};$$

$$\sum_{i=1}^{n} (X_i - \bar{X})^2 = 51300;$$

Дисперсія: $D(X) = \frac{51300}{6-1} = 10250;$

Середньо квадратичне відхилення: $\sigma(x) - \sqrt{10250} - 101$; (також називають стандартом випадкової величини X_i.

Коефіцієнт варіації: $\vartheta = \frac{101}{1470} = 0{,}069.$

Кожне значення випадкової величини X_i має оцінку можливості своєї появи в результаті досліджень – вірогідність (p_i). В якості статистичної оцінки вірогідності ($\bar{p}_i$) слугує відношення числа спостережень цієї величини $n(x_i)$до загального числа проведених досліджень n

$$0 \le p_i = \frac{n(x_i)}{n} \le 1 \tag{6}$$

Таблиця 1 – Розрахунок дисперсії бетонних зразків

X_i	$X_i - \bar{X}$	$(X_i - \bar{X})^2$
1320	-150	22500
1410	-60	3600
1480	10	100
1580	110	12100
1440	-30	900
1580	110	12100
$\sum$ =8810		$\sum$ =51300

Деяке співвідношення між можливими значеннями випадкової величини і її вірогідністю називають законом "розподілення випадкової величини". Найбільш часто в дослідній практиці зустрічається нормальний закон розподілення (або закон Гауса)

Диференційна функція нормального розподілення

$$f(x) = \frac{x}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(x-a)^2}{2\sigma^2}} \tag{7}$$

де σ– стандарт випадкової величини X;

$a = M(x)$ – математичне очікування.

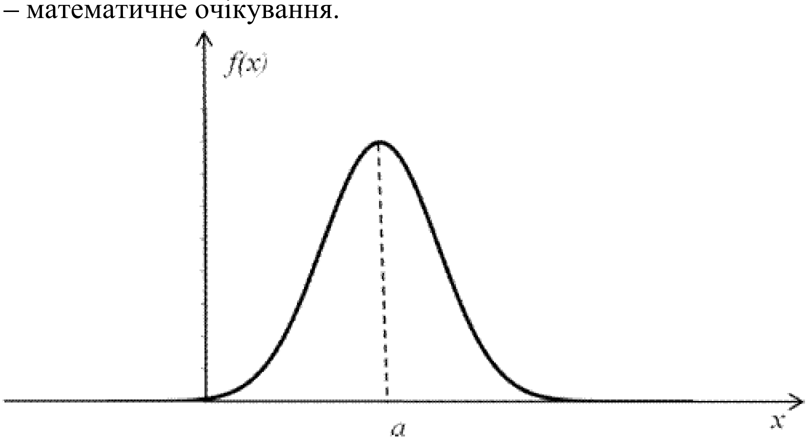

Рисунок 1 – Нормальний закон розподілу

Вірогідність попадання нормально розподіленої випадкової величини X в інтервал (α, β) визначаються:

$$p(\alpha \leq x_i < \beta) = \phi\left(\frac{\beta - a}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right) \qquad (8)$$

Так, по даних вищенаведеного прикладу знайдена вірогідність 10% відхилення кубикової міцності бетону Rc від його середнього арифметичного $\bar{X} = 1470\,\frac{H}{см^2}$.

Раніше отримана величина стандарту $\sigma = 101\,\frac{kH}{см^2}$;

Обрахуємо: $\alpha = 1470(1 - 0.1) = 1320\,\frac{kH}{см^2}$;

$$\beta = 1470(1 + 0.1) = 1620\,\frac{kH}{см^2};$$

$$\frac{\beta - \alpha}{\sigma} = \frac{1620 - 1470}{101} = 1.48;\ \frac{\alpha - a}{\sigma} = \frac{1320 - 1470}{101} = -1.48;$$

$$(1320 \leq R_c < 1620) = 2\varphi(1.48) = 2 \times 0.4653 = 0.8612;$$

Інтегральна функція нормального розподілення (інтеграл вірогідності $\phi(x)$) визначався виразом:

$$\phi(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}}\,dt = \phi(1.48) = 0.4653\,.$$

Таким чином, при достатньо великому числі досліджень для прийнятого бетону в інтервал R_c від 1320 $\frac{кН}{см^2}$ до 1620 $\frac{кН}{см^2}$ попаде біля 86% всіх результатів досліджень.

Висновки

– Використання методів статистичного аналізу дозволяє інтенсифікувати дослідження.
– Досягається це за рахунок використання отриманої в результаті експерименту інформації.

Використана література

1. Вентцель Е.С. "Теория вероятности. М. из-во "Наука", 1969. – 320 с.
2. Математическая статистика . Пед ред. А.М. Длина. изд-во "Висшая школа". М., 1975. – 238 с.
3. Намешов В.В. Теория експеримента . Изд-во "Наука", М., 1971. – 187 с.

Моргун Алла Серафимівна – д.т.н., проф. кафедри промислового та цивільного будівництва Вінницького національного технічного університету.
Гуменюк Віталій Андрійович – студент Вінницького національного технічного університету.
Гончарук Анастасія Василівна – студентка Вінницького національного технічного університету.

Моргун Алла Серафимовна – д.т.н., проф. кафедры промышленного и гражданського строительства Винницького национального технического университета.
Гуменюк Виталий Андреевич – студент Винницького национального технического университета.
Гончарук Анастасия Васильевна – студентка Винницького национального технического университета.

Morgun Alla – D.T.C., professor the department building Vinnitsa National Technical University.
Humeniuk Vitalii – student Vinnitsa National Technical University.
Honcharuk Anastasia – student Vinnitsa National Technical University.