УДК 519.872

АЛГОРИТМ РАСЧЕТА ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗАПАСАНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ ОБЪЕМОМ ЗАКАЗОВ

Багирова Севиндж

Бакинский Государственный Университет, Баку, Азербайджан

Аннотация

В работе предложена новая политика пополнения запасов в системах обслуживания-запасания. Рассматриваются модели с мгновенным обслуживанием расходующих заявок. Получены явные формулы для расчета характеристик моделей систем обслуживания-запасания (СОЗ) с мгновенным обслуживанием расходующих заявок при использовании предложенной политики, а также при использовании известной политики двух уровней.

Abstract

In this paper, a new lead policy in the queuing-inventory system is proposed. The model with instantaneous service is considered. Explicit formulas to calculate the characteristics of the system as well as the system with (s, S)-policy under given lead policy are developed.

Введение. В последние годы интенсивно исследуются модели СОЗ [1-6]. В известных работах изучены модели системы с нулевым (мгновенным) и ненулевым (положительным) временем обслуживания. Политика пополнения запасов (ППЗ) должен отвечать на вопросы - когда и сколько необходимо заказывать запасы для пополнения склада системы. Относительно времени доставки заказываемых запасов различают системы с нулевым и ненулевым временами доставки; в случае нулевое времени доставки сделанный заказ выполняется мгновенно, а в случае ненулевое времени доставки сделанный заказ выполняется с некоторой задержкой.

Анализ доступной литературы показал, что почти не исследованы модели СОЗ, в которых объемы заказов являются переменными величинами, зависящее от текущего уровня запасов системы. Отметим, что, с одной стороны, изучение моделей СОЗ с переменным объемом заказов представляет определенный теоретический интерес, так как они в ряде случаев обобщают известные ППЗ; с другой стороны с практической точки зрения использование таких ППЗ расширяет область определения надлежащей политики, которая в свою очередь позволяет увеличить эффективности работы системы. Исходя из этого, в данной работе предложен новый класс ППЗ с переменным объемом заказов и предложен алгоритм расчета характеристик изучаемых моделей СОЗ.

Описание модели СОЗ. Входящий поток заявок является Пуассоновским с интенсивностью λ. Для простоты изложения, предполагается, что каждая заявка требует ресурс единичного размера. Максимальный размер склада равен $S, 0 < S < \infty$.

Здесь рассматривается модель СОЗ с мгновенным обслуживанием заявок. Отпуск запасов к *p*-заявкам продолжается, пока склад системы не является пустым. Вводится некоторая величина $s, s < S,$ и если уровень запасов в складе выше этой величины, то система не делает заказов для пополнения запасами; а когда текущий уровень запасов системы m становится меньшим или равным величины $s,$ отправляется заказ на вышестоящий склад на поставку запасов объема $d_s(m)$, при этом, очевидно, что выполняется соотношение $0 < d_s(m) \le S - m.$ Эту политику назовем политикой переменного объема заказа (Variable Size of Order, VSO).

Для определенности изложения в данной работе предполагается, что $s < S/2$ и величина заказываемого запаса $d_s(m)$ определяется так:

$$d_s(m) = \begin{cases} S-m, & \text{если } m \le s, \\ 0, & \text{если } m > s. \end{cases} \qquad 1)$$

Соотношение (1) означает, что когда уровень запасов опускается до величины m, делается заказ такого объема, чтобы полностью заполнить склад системы, т.е. в отличие от политики двух уровней здесь предполагается, что объем заказа является переменной величиной и зависит от текущего уровня запасов системы. Сделанный заказ выполняется с некоторой задержкой, т.е. указанное время имеет показательную ф.р. с параметром $\nu(m)$, который в общем случае зависит от текущего уровня m запасов на складе системы, $m = 0,1,...,s$. В изучаемой модели не возможно образования очереди и для простоты изложения предполагается, что заявки, поступившие в моменты отсутствии запасов системы, окончательно теряются и не влияют на дальнейшее поведение системы.

Задача исследования состоит в определении распределения уровня запасов системы.

Алгоритм расчета характеристик СОЗ. Математической моделью данной СОЗ является одномерная цепь Маркова (ЦМ) с конечным множеством состояний, т.е. ее состояние задается параметром m, которая обозначает текущий уровень ресурсов на складе, $m = 0,1,...,S$.

Интенсивность перехода из состояния m в другое состояние m' обозначим через $q(m,m')$. Тогда элементы производящей матрицы (Q-матрицы) данной ЦМ определяются так:

$$q(m,m') = \begin{cases} \nu(m), & \text{если } 0 \le m \le s, m' = S, \\ \lambda, & \text{если } m' = m-1, \\ 0 & \text{в остальных сучаях.} \end{cases} \qquad 2)$$

Из соотношений (2) видно, что состояния этой конечной одномерной ЦМ являются сообщающимися, следовательно, в этой системе существует стационарный режим. Пусть $\pi(m)$ обозначает стационарную вероятность состояния $m, m = 0,1,...,S$. Эти вероятности находятся из системы уравнений равновесия (СУР), которая решается аналитически:

$$\pi(m) = \begin{cases} \dfrac{1}{\lambda^m}\prod\limits_{i=1}^{m}(\nu(i-1)+\lambda)\pi(0), & \text{если } 1 \le m \le s+1, \\ \dfrac{1}{\lambda^{s+1}}\prod\limits_{i=1}^{s+1}(\nu(i-1)+\lambda)\pi(0), & \text{если } s+1 < m \le S, \end{cases} \qquad 3)$$

где $\pi(0)$ находится из условия нормировки, т.е. $\sum\limits_{m=0}^{S}\pi(m) = 1$.

После нахождения вероятностей состояний из соотношений (3) можно вычислить усредненные характеристики исследуемой СОЗ. Так, средний уровень ресурсов на складе (S_{av}) определяется как математическое ожидание данной случайной величины, т.е.

$$S_{av} = \sum_{m=1}^{S} m\pi(m). \qquad 4)$$

Для вычисления вероятности потери заявок (P_p) получим следующую формулу:

$$P_p = \pi(0). \qquad 5)$$

Для сравнения предложенной ППЗ с известной -политикой здесь также приводим формулы для последней схемы. Отметим, что при использовании (s,S)-политики, работа системы также описывается конечной одномерной ЦМ, но при этом элементы ее Q-матрицы определяются так:

$$q(m,m')=\begin{cases}\nu(m), & \text{если } 0\le m\le s, m'=m+S-s,\\ \lambda, & \text{если } m'=m-1,\\ 0 & \text{в остальных сучаях.}\end{cases} \qquad 6)$$

С использованием (6) можно показать, что вероятности состояний этой ЦМ определяется следующим образом:

$$\pi(m)=\begin{cases}\alpha_m\pi(s+1), & \text{если } 0\le m\le s,\\ \pi(s+1), & \text{если } s+1\le m\le S-s,\\ \beta_m\pi(s+1), & \text{если } S-s+1\le m\le S,\end{cases} \qquad 7)$$

где $\alpha_m=\prod_{i=m+1}^{s+1}\frac{\lambda}{\lambda+\nu(i-1)}, \beta_m=\frac{1}{\lambda}\sum_{i=m-S+s}^{s}\alpha_i\nu(i)$. Здесь $\pi(s+1)$ находится из условия нормировки.

Характеристики СОЗ при использовании (s,S)-политики пополнения запасов также определяются из формул (4) и (5).

Разработанный алгоритм легко программируется и с его помощью можно изучить поведения характеристик системы относительно изменения ее различных параметров. Из-за ограниченности объема работы здесь не приводятся результаты соответствующих численных экспериментов.

Заключение. В работе предложена новая политика пополнения запасов в системах обслуживания-запасания. Отличительной особенностью предложенной политики состоит в том, что в ней объемы заказов являются переменными величинами, которые зависят от текущего уровня запасов. Рассматриваются модели с мгновенным обслуживанием расходующих заявок. Получены явные формулы для расчета характеристик моделей СОЗ с мгновенным обслуживанием расходующих заявок при использовании предложенной политики, а также при использовании известной политики двух уровней. Предложенный подход позволяет исследовать модели с ненулевым временем обслуживания, в которых нетерпеливые расходующие заявки могут образовывать очередь конечной или бесконечной длины. Они являются предметами последующих публикаций.

Список использованных источников:

1. *Прабху Н.* Методы теории массового обслуживания и управления запасами (изучение основных случайных процессов). Пер. с англ. Е.Г.Коваленко. Под ред. И.Н.Коваленко. – М.: Машиностроение, 1969. – 356 с.

2. *Прабху Н.* Стохастические процессы теории запасов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 184 с.

3. *Рыжиков Ю.И.* Теория очередей и управление запасами. СПб.: Питер, 2001. –384 с.

4. *Рубальский Г.Б.* Вероятностные и вычислительные методы управления запасами. М.: Знание, 1987. – 115 с.

5. *Меликов А.З., Пономаренко Л.А., Багирова С.А.* Анализ систем обслуживания-запасания с нетерпеливыми расходующими заявками // Проблемы управления и информатики. – 2016. – № 1. – С. 96-110.

6. *Demchenko I.Yu.* Stationary distribution in inventory control models // Cybernetics and Systems Analysis. 2016. Vol. 52. Issue 2. P. 319-322.