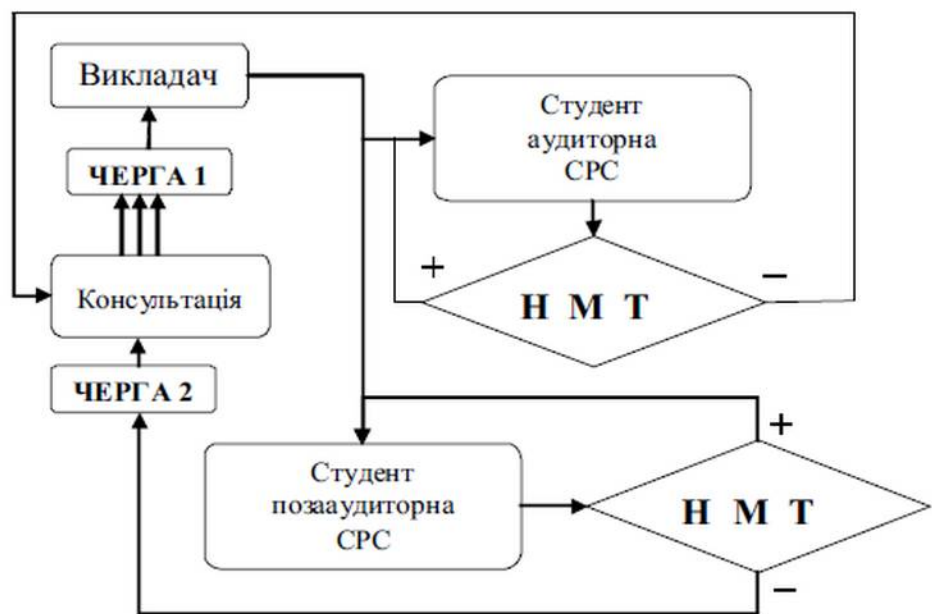


## РОЗВИТОК СИСТЕМИ MAPLE У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ



Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**В. М. Михалевич, Я. В. Крупський**

**РОЗВИТОК СИСТЕМИ MAPLE  
У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ  
МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ**

**Монографія**

Вінниця  
ВНТУ  
2013

УДК 378.147:51:004.9

ББК 74.58

**M50**

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 7 від **06.03.2013**)

Рецензенти:

**Ю. В. Триус**, доктор педагогічних наук, професор

**В. І. Клочко**, доктор педагогічних наук, професор

**Михалевич, В. М.**

**M50** Розвиток системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків : монографія / В. М. Михалевич, Я. В. Крупський. – Вінниця : ВНТУ, 2013. – **240** с.

**ISBN 978-966-641-539-7**

Монографія присвячена розробці методики адаптації та використання системи **Maple** у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків. Розроблено концепцію адаптації системи Maple для навчання вищої математики студентів технічних спеціальностей через створення навчальних тренажерів; розроблено модель використання указаних тренажерів та теоретично обгрунтовано методику адаптації та використання системи Maple у навчанні вищої математики майбутніх інженерів-механіків. Практичне значення отриманих результатів дослідження полягає в створенні навчально-методичного забезпечення організації самостійної роботи студентів із застосуванням ІКТ.

**УДК 378.147:51:004.9**

**ББК 74.58**

**ISBN 978-966-641-539-7**

© В. Михалевич, Я. Крупський, **2013**

## ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	5
ПЕРЕДМОВА .....	6
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ В ОСВІТІ.....	10
1.1 Огляд систем комп'ютерної математики.....	10
1.2 Структура систем комп'ютерної математики .....	25
1.3 Загальні відомості про СКМ Maple, її структура й принципи роботи. Коротка характеристика СКМ Maple.....	29
1.4 Аналіз сучасного стану використання комп'ютерних технологій у навчанні вищої математики.....	40
1.5 Формування інформаційної культури майбутніх інженерів-механіків як важлива складова їхньої професійної підготовки .....	47
1.6 Аналіз стану застосування СКМ Maple в освіті .....	56
Висновки до розділу 1 .....	62
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ АДАПТАЦІЇ ТА ВИКОРИСТАННЯ СКМ MAPLE У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ .....	63
2.1 Концепція адаптації СКМ Maple для навчання вищої математики.....	63
2.2 Методика створення, впровадження та використання комп'ютерних навчальних програм у вигляді НМТ .....	77
2.3 Методика створення та використання програм генерування типових задач з окремих розділів вищої математики.....	122
2.4 Розробка та реалізація методики захисту процедур-тренажерів від несанкціонованого використання для збереження мотиваційної складової навчання в контексті модульно-рейтингової системи .....	137
2.5 Розширення курсу «Інформатика» для підготовки студентів до вивчення й застосування системи комп'ютерної математики Maple.....	143
Висновки до розділу 2 .....	147
РОЗДІЛ 3 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ПЕРЕВІРКА ЕФЕКТИВНОСТІ МЕТОДИКИ ВИКОРИСТАННЯ АДАПТОВАНОЇ СИСТЕМИ MAPLE У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ .....	148

Висновки до розділу 3 .....	159
<b>ВИСНОВКИ</b> .....	161
Додаток А.....	164
Додаток Б .....	166
Додаток В.....	168
Додаток Г .....	171
Додаток Д.....	172
Додаток Е .....	174
Додаток Ж.....	176
Додаток И.....	186
Додаток К.....	189
Додаток Л.....	190
Додаток М.....	191
Додаток Н.....	194
Додаток П.....	198
Додаток Р.....	201
Додаток С.....	204
<b>ЛІТЕРАТУРА</b> .....	207

## ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ВНЗ –	вищий навчальний заклад
ВТНЗ –	вищий технічний навчальний заклад
ВНТУ –	Вінницький національний технічний університет
ГТМЗ –	генератор типових математичних задач
ЕОМ –	електронна обчислювальна машина
ІКТ –	інформаційно-комунікаційні технології
ІКТН –	інформаційно-комунікаційні технології навчання
ІО –	інформаційна освіта
ІТ –	інформаційні технології
ІТН –	інформаційні технології навчання
КО –	комп'ютерна освіта
КОМСН –	комп'ютерна орієнтована методична система навчання
КР –	контрольна робота
НМТ –	навчальний <i>Maple</i> -тренажер
ОДР –	однорідні диференціальні рівняння
ПЕОМ –	персональні електронні обчислювальні машини
ПЗ –	програмне забезпечення
ПЗНП –	педагогічний засіб навчального призначення
ПК –	персональний комп'ютер
ППЗ –	педагогічний програмний засіб
СКА –	системи комп'ютерної алгебри
СКМ –	системи комп'ютерної математики
СРС –	самостійна робота студента
ТЗВМ –	типова задача з вищої математики
ТР –	типовий розрахунок
ЧСКВ –	черга студентів на консультацію до викладача

## ПЕРЕДМОВА

Тенденції розвитку вищої освіти в Україні характеризуються збільшенням частки самостійної роботи студентів і розглядом самостійної діяльності як вирішального компонента підготовки майбутнього фахівця. Тому формування вмінь і навичок самостійної роботи студентів та її активізація всіма доступними способами є одним з актуальних завдань сучасного навчання у ВНЗ. Реалізація цього завдання вимагає системного підходу, перегляду традиційного організаційно-методичного забезпечення навчального процесу, зокрема й вищої математики.

Питання щодо використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у навчальному процесі ґрунтовно розглядаються в роботах Д. Абернаті [318], А. А. Андрєєва, В. І. Солдаткіна [8], В. Ю. Бикова [32, 27, 28, 26, 34, 28, 32, 35], Е. Вагнер [331], Р. Веттера [330], Р. Вільямса, К. Макліна [59], Т. Георгієва [321, 322], В. І. Гриценка, С. П. Кудрявцевої, В. В. Колос, О. В. Веренич [72], Р. С. Гуревича [76], Дж. Етгвелла [319, 320], А. П. Єршова [98, 99], М. І. Жалдака [118, 116, 117, 115, 104, 112, 101], В. І. Клочка [138, 136], В. М. Кухаренка [61, 161, 162], Е. І. Кузнєцова [159], О. А. Кузнєцова [158], В. М. Монахова [205, 206], Н. В. Морзе [210, 211], Є. С. Полат [234, 235], С. А. Ракова [246, 247, 249, 248], Ю. С. Рамського [258, 257, 254, 255], С. О. Семерікова, О. П. Поліщука, І. О. Теплицького [292, 271, 291, 272], Ю. В. Триуса [296, 299, 295, 301], О. В. Співаковського [283, 282, 284, 285], О. М. Спіріна [286], А. В. Хуторського [166, 308] та інших дослідників. У їхніх дослідженнях також розглядається проблема формування умінь і навичок самостійної роботи студентів з використанням інформаційних технологій.

У багатьох зазначених працях авторів звертається увага на недоліки традиційної організації самостійної роботи студентів. Це, насамперед, відсутність оперативного зворотного зв'язку викладача зі студентами, який би надав можливість отримати актуальні відомості про ступінь засвоєння студентами навчального матеріалу. До того ж належна організація самостійної роботи в традиційному навчанні ускладнена недостатнім розробленням диференційованих навчальних за-

вданий для студентів, неможливістю самодіагностики своїх знань й умінь, самоконтролю успішності освоєння навчального курсу в процесі самостійної роботи, а також відсутністю достатньої кількості навчально-методичної літератури в бібліотеках ВНЗ.

Практика викладання математичних дисциплін показує, що саме з тих розділів, які винесені на самостійне вивчення, виявляється багато незадовільних відповідей під час підсумкового контролю. Значна частина студентів виконують завдання невчасно, з великим запізненням. Якість роботи при цьому, зазвичай, не оцінюється вище задовільного рівня.

Сьогодні спостерігається активізація впровадження сучасних інформаційних технологій у різні сфери людської діяльності, що веде до зміни характеру праці фахівців різного профілю. Зміни в структурі професійної діяльності викладачів математичних дисциплін відповідно висувають нові вимоги до системи математичної освіти у вищій школі і, насамперед, до організації самостійної роботи студентів за допомогою комп'ютерних засобів.

Продовжує інтенсивно змінюватися сама ідеологія побудови й програмування все більш складних, багатофункціональних комп'ютерних систем. Зовсім нещодавно основною причиною недостатнього використання комп'ютерних технологій у ВНЗ України була недоступність комп'ютерної техніки. Але на сьогоднішній день цей бар'єр практично подолано, і технічна база використання комп'ютерних технологій у сфері вищої освіти стрімко розвивається та розширюється.

Проте під час навчання вищої математики студентів ВНЗ реально використовується лише невелика частина можливостей, що надають комп'ютерні технології. Підготовка інженерів-механіків орієнтується лише на сформовані стереотипи, хоча необхідність і перспективність застосування інформаційно-комунікаційних технологій навчання у практиці викладання ні в кого не викликає сумніву.

Проблемам створення й впровадження методичних систем навчання присвячені роботи Т. О. Бороненко [49], М. І. Бурди [51], О. С. Дубинчук [90], М. І. Жалдака [109], В. І. Ключка [139, 138], О. І. Коломок [142], Ю. Г. Лютюка [174], Н. В. Морзе [210, 211], А. М. Пишкало [243], В. П. Сергієнка [274], З. І. Слєпкань [277, 278, 276], О. В. Співаковського [282, 283], Ю. В. Триуса [296],



О. Г. Фомкіна [306], Л. О. Черних [309], В. І. Шавальової [312] та інших.

У працях В. П. Беспалька [25], М. І. Бурди, О. О. Гокуня [67], П. М. Ерднієва, М. Я. Ігнатенка [126], Ю. М. Колягіна, В. С. Ледньова [167, 166], О. М. Леонтєєва [170], Г. О. Луканкіна, Ю. І. Машбиця [180, 183, 184, 181], М. В. Метельського, В. Ф. Паламарчук [225], С. А. Ракова [252], І. В. Роберта [262], З. І. Слепкань, А. А. Столяр, Н. Ф. Талізінної [288, 287, 289], І. Ф. Тесленка, М. І. Шкіля, Н. М. Шунди та інших йдеться про методичні, дидактичні й психологічні аспекти застосування інформаційних технологій навчання.

Проблемам впровадження педагогічних технологій у навчальний процес середньої та вищої шкіл присвячені роботи А. О. Андрющак [13], А. Ахметової, Д. Гур'є [18], Ю. К. Бабанського [228], І. М. Богданової [36, 37], В. І. Бондар [38, 39], І. М. Дичківської [87], М. І. Жалдака [109], М. В. Кларіна [134], В. І. Ключка [139], Н. В. Морзе [210], П. І. Підкасистого [227], Л. М. Романишиної [263], Г. К. Селевка [267], М. М. Скаткіна [275], О. В. Співаковського [282], Ю. В. Триуса [297], Н. І. Шияна [315], І. Е. Унта [302] та інших.

Проблеми використання ІКТ, зокрема систем комп'ютерної алгебри у навчанні математики в середній і вищій школах досліджені в роботах Б. Б. Беседіної, В. П. Д'яконова [93, 92], М. С. Голованя [68], Ю. В. Горошка [71], О. Б. Жильцова [119], М. І. Жалдака [100, 106, 109, 110, 111, 105, 107, 103, 102, 115], Ю. О. Жука [120], Т. В. Зайцевої [122], В. І. Ключка [137, 138, 139], Т. В. Крилової, Ю. Г. Лютюка [174, 173], О. Г. Мордковича [207], Н. В. Морзе [208, 209, 210, 211], А. В. Пенькова [229], С. А. Ракова [248, 251, 249, 245], Ю. С. Рамського [256, 255], С. О. Семерікова [270], О. В. Співаковського [282, 283] та інших.

У роботах А. М. Алексюка [5, 6], Г. О. Атанова [17], Ю. К. Бабанського [19, 20], В. В. Давидова [78, 79, 80, 81], Ю. І. Машбиця [182, 184, 179], Ю. С. Рамського [253] досліджувались питання активізації пізнавальної діяльності студентів у навчальному процесі та його організаційні форми.

Отже, з дослідження праць відомих педагогів [4, 59, 65, 83, 91, 107, 129, 136, 137, 145, 219, 247, 255, 270, 285, 291, 295] та власного досвіду авторів випливає, що на сьогодні накопичено значний обсяг напрацювань теоретичного та прикладного характеру із застосування СКМ, зокрема *Maple* при навчанні вищої математики. Характерні

прикладі такого застосування є відносно простими і очевидно ефективними: демонстрація графіків апроксимації трансцендентних функцій поліномами різних степенів; побудова частинних розв'язків диференціального рівняння, графіків функцій для візуалізації різних типів невизначеності при знаходженні відповідних границь та інше. Але подібне використання СКМ, та СКМ *Maple* зокрема, не вичерпує потужних потенційних можливостей їх використання з точки зору підвищення ефективності навчального процесу з вищої математики. До того ж перші спроби авторів з системного використання СКМ *Maple* при проведенні практичних занять з вищої математики з майбутніми інженерами-механіками привели до парадоксальних результатів: засвоєння студентами програмного матеріалу з вищої математики відбувалося на гіршому рівні. Ретельний аналіз ситуації, що склалася, показав – головна причина виникнення вказаного парадоксу полягала як у відсутності відповідних методичних матеріалів та програмного забезпечення, так і відсутності відпрацьованої методики їхнього застосування. Очевидно, що подібна ситуація є типовою: «Накопичений вітчизняний та світовий досвід використання ІКТ в освіті показує, що прогрес цих технологій значно випереджає методичні підходи, які спираються на зазначені технології» [30].

За допомогою стандартних команд СКМ *Maple* можна отримати кінцеву відповідь при розв'язанні широкого кола математичних задач. Але використання програмного середовища цієї системи дає можливість створювати програми, що здатні автоматично відтворювати весь процес розв'язання вказаних задач. Наявність таких програм і методики їх впровадження та використання дають можливість підвищити ефективність самостійної роботи студентів та зменшити рутинне навантаження на викладача.

Отже, все вищесказане вказує на суперечності між широкими можливостями використання сучасних СКМ для підвищення ефективності та якості підготовки майбутніх інженерів-механіків, з одного боку, та відсутністю достатньої міри адаптації таких систем до використання в навчальних цілях, з іншого.

# РОЗДІЛ 1

## ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМ КОМП'ЮТЕРНОЇ МАТЕМАТИКИ В ОСВІТІ

### 1.1 Огляд систем комп'ютерної математики

Розроблені до теперішнього часу програмні засоби, орієнтовані на розв'язання математичних задач (при цьому під математичною розуміється будь-яка задача, алгоритм якої може бути описаний у термінах того чи іншого розділу математики [70]), згідно з класифікацією науковця С. А. Ракова [252] умовно можна розділити на шість рівнів:

- вбудовані засоби систем програмування;
- спеціальні мови програмування;
- спеціалізовані пакети;
- системи комп'ютерної алгебри;
- системи комп'ютерної геометрії;
- комп'ютерні математичні системи.

До першого класу програмних засобів для розв'язування математичних задач можна віднести практично всі мови програмування загального призначення: Algol, PL/1, Basic, C, Pascal і т. д.

До другого класу програмних засобів для розв'язування математичних задач можна віднести спеціалізовані мови програмування, орієнтовані на розв'язування математичних задач:

- процедурні мови програмування (наприклад, Fortran);
- функціональні мови програмування (наприклад, Lisp, Норе, SmallTalk);
- мови логічного програмування (наприклад, Prolog).

До третього класу програмних засобів для розв'язування математичних задач можна віднести вузькоспеціалізовані і спеціалізовані пакети (наприклад, MacMath, Eureka, SPSS, StatGraph і т. п.).

Четвертий клас складають системи комп'ютерної алгебри (CAS): (наприклад, Derive, Reduce, Macsuma, MatLab, MathCad і т. п.).

П'ятий клас складають системи динамічної геометрії (DGS): Cabri, SketchPad, Sinderella, Next, Gran-2D, DG та ін.

Шостий клас складають системи комп'ютерної математики (CMS), які є універсальними, поліфункціональними пакетами, які об'єднують в собі компоненти усіх інших математичних систем (наприклад, Maple, Mathematica).

Сучасний розвиток комп'ютерних технологій, орієнтованих на створення інтегрованих пакетів multimedia-технології, призвів до появи систем комп'ютерної математики, до яких належать *Maple* фірми Waterloo Maple Software Inc. та *Mathematica* фірми Wolfram Research Inc. Ці СКМ перевершують за показниками засоби п'ятого рівня й разом з тим успадковують низку стандартів. Основна їх відмінність від систем п'ятого рівня – наявність вбудованої розвиненої мови програмування.

Системи комп'ютерної математики численні, але ледь більше десятка з них є сучасними, загальними й досить розповсюдженими. СКМ відрізняються кількістю вбудованих функцій; у деяких системах їх є кілька десятків, в інших – кілька тисяч. Внутрішні структури цих систем значно відрізняються одна від одної. Але всі СКМ мають такі загальні властивості:

- у них є набір так званих вбудованих функцій (базисних перепрограмованих команд), призначених для обчислень (чисельних, символних, графічних);

- робота користувача з вбудованими функціями відбувається в інтерактивному режимі: користувач втручається в хід обчислень у будь-який момент;

- вхідні дані є математичними виразами, у яких принаймні вихідне подання витримане в стандартних математичних позначеннях; введення цих даних у систему здійснюється або в тому ж вигляді, або з використанням специфічного для кожної конкретної СКМ синтаксису;

- мова користувача – сукупність вбудованих функцій та їх опцій, а в деяких СКМ – можливість визначення процедур за допомогою операторів класичних мов програмування (If, While та ін.);

- мова реалізації системи прихована від користувача (утримується в обчислювальному ядрі системи); це найчастіше C або Lisp (іноді Pascal);

- обчислювальне ядро має структуру списку або дерева, а керування пам'яттю – динамічне, з автоматичним відновленням доступного простору;

- СКМ в більшості є відкритими для користувача системами, тобто користувач може створювати нові функції на основі вбудованих.

Комп'ютерні математичні системи надають у розпорядження користувача розвинену вбудовану мову програмування надвисокого рівня, що дає можливість розширювати клас задач, охоплених вбудованими функціями, і розв'язувати такі задачі, які неможливо розв'язати в рамках використання стандартних функцій.

СКМ – це програмні засоби, за допомогою яких можна автоматизувати виконання як чисельних, так і аналітичних та графічних обчислень і розрахунків. В них акумульовано багатотисячолітній досвід розвитку математики. За допомогою СКМ користувачі математики здатні розв'язувати навіть досить складні математичні задачі [259].

Коротко охарактеризуємо можливості СКМ, а також системи комп'ютерної геометрії.

Особливої уваги заслуговують програмні продукти, що створюються українськими розробниками. Саме такі програми розраховані на вітчизняну методичну систему навчання математики. В Україні створено кілька систем, рівень розробки яких відповідає світовим. Це, зокрема, пакети динамічної геометрії: *Gran1* (автори М. І. Жалдак, Ю. В. Горошко), *Gran-2D* (автори М. І. Жалдак, програміст О. І. Вітюк), *Gran-3D* (автори М. І. Жалдак, програміст О. І. Вітюк), *DG* (науковий керівник С. А. Раков, програміст К. О. Осенков), *ТерМ* (автор М. С. Львов; Херсонських державний університет) призначено для комп'ютерної підтримки практичних занять з алгебри в загальноосвітній школі. Пакети *Gran* та *DG* рекомендовані міністерством освіти і науки України для використання у навчальному процесі у загальноосвітніх навчальних закладах і входять у державну поставку програмних засобів, які виконуються НМЦ МОН України паралельно з поставками навчальних комп'ютерних класів. Досить відомі вони і за межами України.

### **DG**

Програмний засіб «Пакет динамічної геометрії *DG*» створений для підтримки шкільного курсу планіметрії. *DG* – це комп'ютерне середовище для експериментування з геометрії. Цей програмний засіб призначений для використання вчителями математики і учнями 7–9 класів на уроках геометрії у школі. Мета *DG* – надати учням можливість самостійного відкриття геометрії шляхом експериментування на

комп'ютері. DG також можна використовувати для ілюстрування задач і теорем курсу планіметрії, створення та використання наочних інтерактивних навчальних матеріалів. Програмний засіб DG виконує такі функції: робота з файлами; побудова основних геометричних фігур; редагування та вилучення об'єктів; створення надписів: коментарів та засобів вимірювань; вимірювання, калькулятор і правила запису формул; аналітична геометрія: використання системи координат та рівнянь, створення фігур за їхніми рівняннями; створення сліду точки при русі та динамічного сліду; створення макросів для подальшого використання, запис частин побудови для подальшого використання засобами макросів; покрокове відтворювання побудови; створення інтерактивних рисунків і гіперпосилань за допомогою кнопок.

### **Geometer's Sketchpad [334]**

Комерційний інтерактивний програмний засіб для вивчення геометрії. Вона була створена Nicholas Jackiw. Програма надає можливість створювати креслення, а також робити геометричні розрахунки. Ця програма розрахована на підтримку шкільного курсу геометрії. Остання версія Geometer's Sketchpad 5.03 була анонсована 18 лютого 2011 р.

### **Cinderella [332]**

Ця система динамічної геометрії працює в евклідовій геометрії, сферичній геометрії або геометрії Лобачевського. Cinderella дає можливість створювати вражаючі геометричні побудови від простих трикутників до фракталів. Остання версія Cinderella 2.6 була анонсована 9 січня 2011 р. Це безкоштовна версія програми, але за додаткову плату цю програму можна оновити до рго версії.

### **Geogebra [333]**

Це вільно-поширюване динамічне геометричне середовище, яке дає можливість створювати «живі креслення» для використання в геометрії, алгебрі, планіметрії, зокрема, для побудов за допомогою циркуля і лінійки.

Крім того, за допомогою програми можна будувати графіки функцій, обчислювати їх корені, знаходити похідні, екстремуми, інтеграли і т. д. за рахунок команд вбудованої мови.

Програма написана Маркусом Хохенвартером на мові Java (відповідно працює повільно, але на великій кількості операційних систем).

Перекладена на 39 мов. Остання версія GeoGebra 4.0 була представлена 20 жовтня 2011 р.

### **SAGE** [351, 272]

SAGE (Software for Algebra and Geometry Experimentation) – це безкоштовне вільно поширюване Web-середовище математичних обчислень для виконання символічних, алгебраїчних та чисельних розрахунків. Інтерфейс написаний потужною і досить популярною мовою програмування Python. В SAGE об'єднано послуги популярних вільно поширюваних математичних програм та бібліотек, таких як PARI, GAP, GSL, Singular, MWRANK, NetworkX, Maxima, Sympy, GMP, Numpy, matplotlib та багатьох інших засобами Python, Lisp, Fortran 95 та C/C++.

Розвинений Web-інтерфейс, безкоштовність та відкритість середовища SAGE – це основні, але не єдині переваги цього засобу. Слід вказати ще на такі особливості SAGE [272]:

- невимогливість до апаратної складової обчислювальної системи;
- індиферентність до використовуваного браузера та операційної системи;
- підтримка інтерфейсів комерційних систем комп'ютерної математики – Maple, Magma, Mathematica, Matlab та ін.;
- подання математичних виразів у природний спосіб не вимагає встановлення додаткового програмного забезпечення;
- публікація робочих аркушів (Worksheets) у мережі Internet;
- підтримка технології Wiki;
- потужний інструментарій для побудови статичних та динамічних графічних зображень (на площині та у просторі).

SAGE, як мережна СКМ, забезпечує проведення обчислень у середовищі Web-браузера, не вимагає установки обчислювального ядра СКМ на клієнтській машині, тим самим вирішується проблема інсталяційної бази та ліцензування програмного забезпечення, а для учнів та студентів створюються сприятливі умови для дистанційного навчання математичних дисциплін. Остання версія Sage 4.8 була анонсована 20 січня 2012 р.

### **MathCAD** [343]

Це інтегрована система комп'ютерної математики. Спочатку була призначена для чисельних обчислень й орієнтована під MS-DOS, а,

починаючи з версії 3.0 (1990 р.), працює під ОС Windows і має досить широкий набір засобів для символічних і графічних обчислень; у версії Professional можливе програмування (у процедурному стилі). Система MathCAD автоматично підтримує роботу з математичним співпроцесором; містить текстовий, формульний і графічний редактори. Відмінна риса системи – максимальна наближеність вхідної мови до природної математичної мови, що полегшує знайомство й роботу з нею користувачам-початківцям. Для полегшення технічних розрахунків у систему вбудовано електронний довідник формул. Підтримується робота з *розмірними* величинами (фізичними, технічними, хімічними).

Система MathCAD, на думку авторів, не призначена повною мірою для професійної роботи в галузі вищої математики, однак зручна для розв'язання не занадто складних аналітичних і чисельних інженерних задач. Можливе застосування в навчанні.

До недоліків СКМ MathCAD можна віднести [224]: 1) точність чисельних обчислень обмежена 20 знаками після коми; 2) має місце неоднорідність об'єктів, з якими працює система: з одного боку, є вбудовані математичні функції, з іншого – команди («спростити», «розкласти на множники», «диференціювати за змінною» та ін.), застосовувані при символічних обчисленнях, в спеціальному меню містяться опції, Symbolic головного меню; 3) існує проблема «розбухання» результатів як проміжних, так і кінцевих, коли результат можна помістити в буфер обміну й використати його для оцінювання користувачем, але не для подальших перетворень системою в автоматичному режимі; 4) символічний процесор системи має помітно урізану бібліотеку функцій і перетворень (у порівнянні з системами *Maple* та *Mathematica*), тому часто система не знаходить розв'язання в замкнутому вигляді.

Mathcad Prime 1.0 (10 січня 2011 р.) є останнім релізом компанії PTC у програмному забезпеченні для інженерних розрахунків. Основні відмінності нового Mathcad Prime 1.0: покращений інтерфейс користувача, виконаний у вигляді стрічок «Ribbon» останніх версій MS Office; робочий документ представлено у вигляді аркушів, як у текстових редакторах; повний пакет додаткових функцій чисельної математики (пакет для планування експериментів включно); динамічна перевірка розмірних величин доступна у всіх розрахунках, створених у Mathcad Prime 1.0, серед іншого – у векторах і матрицях.



Mathcad Prime 1.0 не сумісний із попередніми версіями. Для відкриття файлів, створених у попередніх версіях, передбачено автоматичний конвертор, який потребує встановлення одночасно з Mathcad Prime 1.0 версії Mathcad 15, яка поставляється в комплекті. 100-відсоткова конвертація файлів не гарантується, оскільки функціональність Mathcad Prime 1.0 значно менше Mathcad 15, зокрема – немає підтримки 3D-графіків, символічних обчислень, невизначеного інтегрування та ін. Зрівняння функціональності очікується у версії Mathcad Prime 3.0.

### **MATLAB** [346]

MATLAB – це назва продукту для чисельного аналізу, а також мова програмування. Створена компанією The MathWorks. Це досить простий засіб для роботи з математичними матрицями, побудови графіків функцій, роботи з алгоритмами, створення робочих оболонок (user interfaces) з програмами в інших мовах програмування. Мова MATLAB є високорівневою мовою програмування, яка включає засновані на матрицях структури даних, широкий спектр функцій, інтегроване середовище розробки, об'єктно-орієнтовані можливості і інтерфейси до програм, написаних іншими мовами програмування. Хоча цей продукт спеціалізується на чисельному обчисленні, спеціальні інструментальні засоби працюють з програмним забезпеченням *Maple*, що робить його повноцінною системою для роботи з алгеброю. Її версії містять елементи універсальних систем комп'ютерної математики: спеціальний модуль MATLAB Notebook, що дає можливість використовувати можливості Microsoft Word для оформлення документів, а також придбаний у компанії Maple Waterloo модуль основної символічної бібліотеки СКМ *Maple V 4.0* для виконання деяких аналітичних розрахунків. Остання версія R2011b (1 вересня 2011 р).

### **REDUCE** [350]

Це одна з найстарших систем комп'ютерної математики (перша її версія з'явилася ще в 1969 р.). Вхідна мова носить характер мов програмування. Для розв'язання задачі необхідно написати програму, що складається з серії команд, які можуть бути викликами функцій, умовними операторами, операторами циклу й т. п. У порядку надходження команд система їх інтерпретує та виконує.

REDUCE розрахована на професійне використання при складних обчисленнях, має велику бібліотеку функцій. Остання версія REDUCE 3.8.

**Macsyma** [336, 272]

MACSYMA (Проект Mac's SYmbolic MAnipulation System) була розроблена групою Matlab у лабораторії комп'ютерних наук МТІ (спочатку відомої як Проект MAC) у 1969–1972 р. р. Ця робота була підтримана грантами NSG 1323 NASA, N00014-77-C-0641 Дослідницького агентства ВМС, ET-78-C-02-4687 Міністерства енергетики США і F49620-79-C-020 ВПС США. Macsyma була потім модифікована для використання під операційною системою UNIX Ричардом Фейтманом і його колегами з Каліфорнійського університету (Берклі); ця версія Macsyma відома як VAXIMA. Ліцензування в 70-ті рр. програмних кодів Macsyma привело до створення інших систем комп'ютерної математики – Maple фірми Waterloo Maple Inc. та Mathematica фірми Wolfram Research. Таким чином, Macsyma фактично стала родоначальником всього напрямку програм символічної математики.

«Академічність», неінтуїтивний інтерфейс користувача Macsyma у 80-ті роки суттєво звузили сферу її використання, до того ж лобювання інтересів інших фірм, що виробляли подібні програмні продукти, призвели до фактичної зупинки роботи над нею.

**Maxima** [269, 347]

Maxima – це вільна, відома алгебраїчна система, розробка якої почалася в Массачусетському технологічному інституті (МТІ) в 60-ті роки минулого століття у рамках проекту MAC. Написана на мові програмування Коммон Лісп, та розповсюджується за умовами ліцензії GNU General Public License.

Maxima – одна з програм для виконання математичних обчислень, символічних перетворень, а також для побудови різноманітних графіків. Складні обчислення оформляються у вигляді окремих процедур, що можуть потім використовуватися при розв'язуванні інших задач.

Застосування Maxima надає можливість розв'язувати велику кількість достатньо складних задач, не вдаючись у тонкощі програмування. Завдяки цьому програма одержала широке поширення у фізиці, бі-

ології, економіці тощо. Остання версія Maxima 5.26.0 була анонсована 19 грудня 2011 р.

### **Derive**

Derive вдало поєднує можливості проведення чисельних і символічних обчислень із простотою в обігу й невисокими вимогами до використовуваної комп'ютерної техніки. Має багатовіконний інтерфейс користувача й зручну систему меню. Мовою реалізації є Лісп – одна з найвідоміших функціональних мов, орієнтованих на розв'язання задач штучного інтелекту й побудову експертних систем.

Введення математичних символів у цьому середовищі виконується з клавіатури набором слів (sqrt, abs і т. д.), які породжують на дисплеї зображення відповідних математичних символів, при необхідності – у двовимірному вигляді (наприклад, дробу). Графічний редактор дає можливість одержувати двовимірні графіки в декартовій і полярній системах координат і тривимірні графіки, які автоматично масштабуються.

Сучасні версії Derive є розширюваними системами, здатними адаптуватися для розв'язання спеціальних задач користувача.

Недоліком є обмежена можливість для програмування користувачем.

За даними, наведеними в [93], система Derive вже до 1995 року широко використовувалась в усіх школах Австрії, Словенії, частково у школах Італії, в 2500 школах Німеччини, у 50 % шкіл Португалії, була рекомендована до використання в школах Франції і т. д. Зараз цей список значно розширився. Останнім часом конкуренцію Derive в математичній освіті складає нова система MuPad, яка має більш потужні засоби символічної математики, графіки і програмування. Перший випуск системи відбувся у 1988 році. 29 червня 2007 система передала свої розробки на користь TI-Nspire. А тому останній і остаточний варіант Derive є версія 6.1.

СКМ *Maple* та *Mathematica* мають приблизно однакові можливості як у галузі символічних обчислень, так і в галузі чисельних розрахунків. Обидві системи в останніх реалізаціях зробили якісний стрибок у напрямі ефективності розв'язання задач чисельними методами, зокрема за рахунок підвищення швидкості виконання матричних операцій.

### **Mathematica** [344]

СКМ *Mathematica* створена американською компанією Wolfram Research, Inc., голова і засновник якої – відомий фізик і математик

Стефан Вольфрам (Stephen Wolfram) – є основним автором розробки. У серпні 1987 року була заснована Wolfram Research, а наступного року – у червні 1988 року – офіційно вийшла перша версія системи Mathematica на платформі Macintosh. Програма одразу ж отримала дуже гарні відгуки з боку провідних (і не тільки математичних) видань світу. Ще менш ніж через півроку з'явилася версія Mathematica для комп'ютерів з MS-DOS. З тих пір були розроблені версії системи для Microsoft Windows, Windows NT, OS/2, Linux, Unix, Convex і т. д. – всього більше ніж для 20 операційних систем і апаратних засобів.

У 1991 році фірма Wolfram Research представила другу версію Mathematica, що включає в себе вдосконалену мову програмування, компілятор і можливість використання готових звукових схем. Третя версія, випущена в 1996 році, представила Mathematica як пакет з новим, простим у використанні інтерфейсом з кнопками та палітрами.

Спочатку, вплив системи Mathematica відчувався у фізиці, математиці та інженерних дисциплінах. Але з роками система Mathematica стала активно використовуватися в набагато ширшому діапазоні областей знань, що виходять за рамки технічних. Система Mathematica використовується сьогодні в різних дисциплінах – фізиці, біології, соціальних та інших науках. Вона зіграла вирішальну роль у багатьох важливих відкриттях і стала основою для тисяч технічних документів. У комерційній діяльності система Mathematica відіграє важливу роль у розвитку складного фінансового моделювання і в даний час широко використовується в багатьох видах загального планування та аналізу. Система Mathematica також є важливим інструментом у галузі інформатики і в розробці програмного забезпечення – її мовний компонент широко використовується як середовище для проведення досліджень, написання прототипів, і в створенні інтерфейсів.

Найбільша частина користувачів системи Mathematica складається з фахівців технічних та інших галузей знань. Однак система Mathematica також широко застосовується в освіті і зараз сотні курсів, від середньої школи до аспірантури, засновані на її використанні. До того ж, після появи студентської версії, Mathematica стала популярним і престижним інструментом для студентів у всьому світі.

Поступово, система Mathematica пройшла шлях від програми, яка використовується переважно для математичних та технічних розраху-

нків, до інструменту, широко застосовуваному у різних інших областях обчислювальних дисциплін [344].

Однією з особливостей програми є назва стандартних функцій повними іменами без скорочень. Це дозволяє (при певному рівні знання математичної англійської мови) дуже швидко знаходити потрібні функції. Система Mathematica складається з ядра (обчислювальний механізм) і зовнішньої оболонки (візуальний інтерфейс), які взаємодіють через протокол MathLink. Ці компоненти можуть з'єднуватися самими різними шляхами. Інші компоненти, які використовують MathLink, можуть мати можливість взаємодіяти з Mathematica.

Бібліотека програм Mathematica – це постійно розширювана збірка складного програмного забезпечення, яка створена для розв'язання технічних і обчислювальних завдань для різних специфічних областей. Кожний додаток програми було створено фахівцем у своїй галузі, який знає, як застосувати обчислювальні можливості Mathematica для розв'язання щоденних завдань.

### **Wolfram|Alpha [357]**

В травні 2009 року з'явився новий ресурс, який отримав назву Wolfram|Alpha. Засновник цього проекту Стівен Вольфрам. На відміну від інших пошукових систем, цей ресурс не видає перелік посилань, що ґрунтується на результатах запиту, а обчислює відповідь, ґрунтуючись на власній базі знань, яка містить дані з математики, фізики, астрономії, хімії, біології, медицини, історії, географії, політики, музики, кінематографії, а також інформацію про відомих людей та інтернет-сайти.

### **Maple [337]**

Це потужна інтегрована обчислювальна система, що дає можливість виконувати чисельні й аналітичні розрахунки широкого класу математичних задач і має власну мову програмування. Складається зі швидкого ядра, написаного мовою C, має основні математичні функції, а також існує велика кількість бібліотек, що розширюють її можливості в різних розділах математики. Бібліотеки складаються з підпрограм, написаних власною мовою Maple, спеціально призначеною для створення програм символьних обчислень. Maple – відкрита система, тобто в ній передбачене поповнення бібліотек підпрограмами користувача. Є спеціалізовані пакети підпрограм (стандартні доповнення) для розв'язання задач тензорної алгебри й тензорного аналізу,

Шановний читачу!

Умови придбання надрукованих примірників монографії наведені на сайті видавництва <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-539-7>

Уважаемый читатель!

Условия приобретения печатных экземпляров монографии приведены на сайте издательства <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-539-7>

Dear reader!

You may order this monograph at the Web page <http://publish.vntu.edu.ua/get/?isbn=978-966-641-539-7>

*Наукове видання*

**Михалевич Володимир Маркусович  
Крупський Ярослав Володимирович**

**РОЗВИТОК СИСТЕМИ MAPLE  
У НАВЧАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ  
МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ-МЕХАНІКІВ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено Я. Крупським

Підписано до друку 25.09.2013 р.  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. др. арк. 17,09  
Наклад 300 (1-й запуск 1–75) Зам № 09-04

Вінницький національний технічний університет,  
КІВЦ ВНТУ,  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-85-32.

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано ФОП Барановська Т. П.  
21021, м. Вінниця, вул. Порика, 7.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 4377 від 31.07.2012 р.