

В. М. МИХАЛЕВИЧ, Ю. В. ДОБРАНЮК

АНАЛІТИЧНИЙ ОПИС ДИНАМІКИ ФОРМОЗМІНИ ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗАГОТОВОК ПІД ЧАС ТОРЦЕВОГО СТИСНЕННЯ

У цій праці розроблено методику побудови математичної моделі динаміки формозміни бічної поверхні циліндричної заготовки під час торцевого стиснення із бочкоутворенням. На основі розробленої методики отримано аналітичний опис динаміки формозміни циліндричних заготовок під час деформування та розроблено рекомендації стосовно експериментального визначення його параметрів. Показано, що отримана модель динаміки формозміни може бути покладена в основу удосконаленої методики експериментально-аналітичного дослідження процесу торцевого стиснення.

Ключові слова: торцеве стиснення, формозміна, бічна поверхня, циліндрична заготовка, коефіцієнт тертя, нестационарне деформування

Вступ. Одним із найпоширеніших процесів деформування є торцеве стиснення, яке використовується і як складова частина технологічного процесу виготовлення деталей, так і в якості способу дослідження фізико-механічних властивостей матеріалів [1–4]. Як відомо [1–9], під час стиснення циліндричних заготовок із малопластичних матеріалів на бічній поверхні утворюються тріщини. При чому ступінь стиснення, при якому з'являються тріщини, залежить від інтенсивності бочкоутворення на бічній поверхні, яке залежить як від геометричних параметрів заготовки, так і від умов тертя на торцях. Наукові напрацювання стосовно цього процесу є базовими для створення та удосконалення переважної більшості теоретичних методик розрахунку технологічних параметрів різноманітних процесів пластичного деформування. Тому отримані дані про особливості та закономірності вказаного процесу деформування мають значний теоретичний та практичний інтерес [1–5].

Під час торцевого стиснення, у зв'язку із нерівномірністю деформацій, відбувається викривлення форми вільної поверхні, так зване бочкоутворення, від якого залежить напружено-деформований та граничний стани матеріалу заготовки. Комплексна характеристика процесу торцевого стиснення включає як аналіз напружено-деформованого та граничного станів, так і отримання аналітичного опису геометричних параметрів заготовки під час процесу деформування.

Аналіз останніх досліджень та літератури. При цьому досить велику перевагу науковці надають задачам дослідження напружено-деформовано та граничного станів матеріалу бічної поверхні циліндричних заготовок. Для розв'язання цієї задачі було удосконалено експериментально-аналітичну методику дослідження НДС небезпечної, стосовно накопичення розсіяних пошкоджень, частини заготовки, розроблено та апробовано різні моделі для опису граничних деформацій бічної поверхні циліндричних заготовок під час торцевого стиснення, а також отримано ряд практичних рекомендацій стосовно покращення параметрів якості отриманих деталей [1–7].

На відмінно від НДС та граничних деформацій, задачам аналітичного опису та аналізу геометричних параметрів заготовки не приділено

потрібної уваги. Хоча аналітичний опис заготовки під час нестационарного деформування є не менш важливою задачею під час дослідження та удосконалення технологічних процесів, в основу виготовлення яких покладено процес торцевого стиснення. Зокрема для прогнозування якості поверхонь, можливості їх руйнування, а також забезпечення певної конфігурації деталей під час їх виготовлення [2–7]. Проведений аналіз свідчить про те, що під час моделювання форми бічної поверхні циліндричних заготовок при осадженні використовується велика кількість підходів [3–5, 8, 9]. Найвідомішими серед них є варіаційний метод, метод жорстких макроблоків та ін. Значна кількість досліджених методик аналізу формозміни вільної поверхні циліндричних заготовок базуються на отриманні співвідношень для обчислення одного із геометричних розмірів бічної поверхні при деформуванні.

Наприклад, в роботі [9] розроблено аналітичні залежності опису форми бічної поверхні, які відтворюють експериментальні дані вісесиметричного осадження в межах допустимої похибки їх визначення. Розглянута методика базується на експериментально отриманих значеннях декількох діаметрів бічної поверхні заготовки, при цьому не отримано залежностей усіх геометричних параметрів заготовки від умов тертя на торцях та інших фізичних особливостей вказаного процесу деформування. В роботі [10] приведено методику аналітичного опису геометричних параметрів заготовки під час деформування. Проте в цій методиці відсутнє обґрунтування ключових аспектів побудови математичної моделі формозміни циліндричної заготовки під час процесу торцевого стиснення. Один із основних кроків для отримання аналітичного опису геометричних параметрів заготовки під час торцевого стиснення зроблено в роботі [8], в якій отримано залежність максимального радіуса циліндричної заготовки під час торцевого стиснення із бочкоутворенням від основних параметрів процесу. Але аналітичного опису всієї бічної поверхні заготовки під час деформування ще не було отримано.

Мета дослідження, постановка проблеми. Однією із основних задач є розробка методики для отримання математичної моделі динаміки формозміни циліндричних заготовок в залежності

від умов тертя та ступеня стиску під час торцевого стиснення.

Розробка аналітичного представлення геометричних параметрів заготовки під час стиснення базується на врахуванні таких припущень [8, 10]:

1) забезпечення умови незмінного об'єму заготовки

$$V = S_0 \cdot H = const ; \quad (1)$$

де S_0 , H – площа поперечного перерізу та висота заготовки до деформування;

2) течія матеріалу має лише радіальний та осьовий компоненти;

3) під час стиснення забезпечується симетрія заготовки відносно її вісі, тобто розглядається торцеве стиснення;

4) k – коефіцієнт тертя на торцях заготовки:

4.1) $k=1$ – тертя відсутнє. Бічна сторона паралельна вісі заготовки, при цьому радіус торців набуває максимально можливого значення:

$$r_f = r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, \quad (2)$$

де r_0 , r_f – початковий та поточний радіуси торця, h – висота zdeформованої заготовки (параметр, що характеризує стадію процесу стиснення (рис. 1)).

4.2) $k=0$ – максимальне тертя. Основа не змінює початкові розміри

$$r_f = r_0 = const , \quad (3)$$

а бічна сторона максимально деформується.

4.3) $0 < k < 1$ – радіуси торців збільшуються, бічна сторона деформується (рис. 1). При цьому радіуси торців задовольняють нерівність:

$$r_0 < r_f < r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, \quad (4)$$

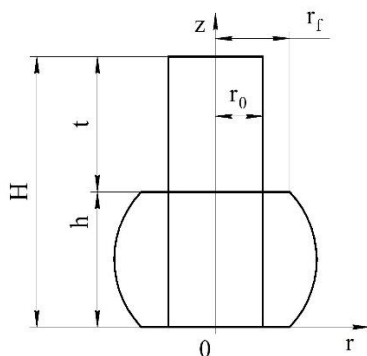


Рис. 1 – Схематичне представлення процесу торцевого стиснення

Значення радіуса торців під час процесу торцевого стиснення залежить від початкових параметрів заготовки, поточної висоти заготовки в процесі деформування та умов тертя на торцях заготовки [8]:

$$r_f = r_f(H, r_0, h, k) = r_0 \cdot \sqrt{1 + k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)}. \quad (5)$$

Для фіксованого значення висоти zdeформованої заготовки під час деформування представимо радіус бічної поверхні співвідношенням:

$$Rh(z, h) = A_0(h) + A_1(h) \cdot z + A_2(h) \cdot z^2; \quad 0 \leq z \leq h, \quad (6)$$

де z – параметр, що характеризує радіус zdeформованої заготовки по її висоті h .

При цьому для отриманої залежності (6) мають виконуватися граничні умови:

1) при значенні параметра $z=0$, повинна виконуватися рівність:

$$Rh(z=0, h) = r_f. \quad (7)$$

В результаті отримуємо вираз для знаходження однієї із функцій співвідношення (6):

$$A_0(h) = r_f, \quad (8)$$

з урахуванням якого співвідношення (6) набуває вигляду

$$Rh(z, h) = r_f + A_1(h) \cdot z + A_2(h) \cdot z^2; \quad (9)$$

2) при значенні параметра $z=h$, повинна виконуватися рівність:

$$Rh(z=h, h) = r_f. \quad (10)$$

В результаті отримуємо залежність між іншими невідомими функціями співвідношення (9), яке набуває вигляду:

$$Rh(z, h) = r_f + A_2(h) \cdot z \cdot (z - h); \quad \begin{cases} 0 < h \leq H; \\ 0 \leq z \leq h. \end{cases} \quad (11)$$

Для отриманого співвідношення (11) зробимо проміжну перевірку. Оскільки було прийнято, що $Rh(z=0, h) = Rh(z=h, h) = r_f$, то має виконуватися умова симетричності:

$$\left. \frac{\partial Rh(z, h)}{\partial z} \right|_{z=h/2} = 0. \quad (12)$$

Дійсно

$$\frac{\partial Rh(z, h)}{\partial z} = A_2(h) \cdot (z - h + z) = A_2(h) \cdot (2 \cdot z - h).$$

$$\left. \frac{\partial Rh(z, h)}{\partial z} \right|_{z=h/2} = A_2(h) \cdot \left(2 \cdot \frac{h}{2} - h\right) \equiv 0. \quad (13)$$

З урахуванням співвідношення (2) отримаємо:

$$\begin{cases} k = 1, & A_1(h) = A_2(h) \equiv 0, \\ 0 < k < 1, & A_1(h), A_2(h) \neq 0 \end{cases} \quad (14)$$

Отже, співвідношення (11) необхідно представляти у вигляді:

$$Rh(z, h) = \begin{cases} r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, & k=1, \\ r_f + A_2(h) \cdot z \cdot (z-h); \end{cases} \begin{cases} 0 \leq k < 1, \\ 0 < h \leq H, \\ 0 \leq z \leq h. \end{cases} \quad (15)$$

При цьому має виконуватися рівність:

$$A_2(h=H) = 0. \quad (16)$$

Введемо ще одну умову. Із механіки процесу торцевого стиснення відомо, що радіус бочки здеформованої заготовки є найбільшим, тобто $r_f < r_b$, отже, відповідно до співвідношення

Ошибка! Источник ссылки не найден. отримаємо

$$\begin{aligned} r_f < Rh\left(z = \frac{h}{2}, h\right) = \\ = r_f + A_2(h) \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{h}{2} - h\right) = r_f - A_2(h) \cdot \frac{h^2}{4}. \end{aligned}$$

Звідки випливає

$$A_2(h) < 0. \quad (17)$$

Вигляд функції $A_2(h)$ знаходимо із умови постійності об'єму (1).

$$V_0 = \pi \cdot r_0 \cdot H.$$

$$V_0 = V(h) = \pi \cdot \int_0^h Rh^2(z, h) \cdot dz.$$

На основі попереднього співвідношення з використанням (15) отримаємо рівняння

$$r_0 \cdot H = h \cdot \left[\frac{1}{30} \cdot h^4 \cdot A_2^2(h) - \frac{1}{3} \cdot r_f \cdot h^2 \cdot A_2(h) + r_f^2 \right],$$

із розв'язання якого отримуємо вираз для функції $A_2(h)$:

$$A_2(h) = \frac{5 \cdot r_f \pm \sqrt{30 \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} - 5 \cdot r_f^4}}{h^2}. \quad (18)$$

Знак перед коренем визначаємо за допомогою урахування нерівності (17), тоді

$$A_2(h) = \frac{5 \cdot r_f - \sqrt{30 \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} - 5 \cdot r_f^4}}{h^2}. \quad (19)$$

В результаті отримаємо модель динаміки формозміни циліндричної заготовки під час торцевого стиснення із бочкоутворенням

$$Rh(z, h) = \begin{cases} r_0 \cdot \sqrt{\frac{H}{h}}, & k=1; \\ r_f + \frac{5 \cdot r_f - \sqrt{30 \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} - 5 \cdot r_f^4}}{h^2} \cdot z \cdot (z-h); \end{cases} \quad (20)$$

where $\begin{cases} 0 < h \leq H; \\ 0 \leq z \leq h; \\ r_f = r_0 \cdot \sqrt{1+k \cdot \left(\frac{H}{h} - 1\right)}; \\ 0 \leq k < 1. \end{cases}$

Використовуючи модель (20), при $z = \frac{h}{2}$

отримаємо співвідношення для обчислення радіуса бочки.

$$\begin{aligned} R_b = Rh\left(z = \frac{h}{2}, h\right) = \\ = r_f + \frac{5 \cdot r_f - \sqrt{30 \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} - 5 \cdot r_f^4}}{h^2} \cdot \left(-\frac{h^2}{4}\right). \\ R_b = -\frac{1}{4} \cdot r_f + \frac{1}{4} \cdot \sqrt{30 \cdot r_0^2 \cdot \frac{H}{h} - 5 \cdot r_f^4}. \end{aligned} \quad (21)$$

Для певної заготовки та умов тертя маємо фіксовані значення k, r_0, H . На кожній стадії стиснення, що характеризується окремими значеннями, експериментально визначаємо радіус бочки R_{be} . Використовуючи отримані значення за допомогою методу найменших квадратів визначаємо значення коефіцієнта тертя k , ($0 \leq k \leq 1$). Якщо експериментальні дані отримано для радіуса торців r_f , то коефіцієнт тертя потрібно визначати за допомогою методу найменших квадратів на основі співвідношення (5). Якщо експериментальні дані є для R_{be}, r_{fe} , то значення коефіцієнта тертя k визначаємо на основі співвідношення (5), а значення R_{be} можемо використати для оцінки адекватності побудованої моделі.

Висновки. Розроблена методика побудови математичної моделі динаміки формозміни бічної поверхні циліндричної заготовки під час торцевого стиснення із бочкоутворенням надала можливість отримати аналітичний опис динаміки формозміни циліндричних заготовок під час деформування, а також розробити рекомендації стосовно експериментального визначення його параметрів. Отримана модель динаміки формозміни покладено в основу удосконаленої методики експериментально-аналітичного дослідження процесу торцевого стиснення.

Список літератури: 1. Смирнов-Аляев Г. А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов /

Г. А. Смирнов-Аляев – М. – Л. : Машгиз, 1961. – 463 с.
2. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении / В. А. Огородников – К. : УМК ВО, 1989. – 152 с. 3. Матвиychuk В. А. Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография / В. А. Матвиychuk, И. С. Алиев. – Краматорск : ДГМА, 2009. – 268 с. ISBN 978-966-379-317-7. 4. Михалеvич В. М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень / В. М. Михалеvич. – Вінниця : УНІВЕРСУМ–Вінниця, 1998. – 195 с. – ISBN 966-7199-20-7.
5. Михалеvич В. М. Моделювання напружено-деформованого та граничного станів поверхні циліндричних зразків при торцевому стисненні: монографія / В. М. Михалеvич, Ю. В. Добранюк. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 180 с. ISBN 978-966-641-532-8.
6. Михалеvич В. М. Моделирование пластического деформирования цилиндрического образца при торцевом сжатии / В. М. Михалеvич, А. А. Лебедев, Ю. В. Добранюк // Пробл. прочности. – 2011. – № 6. – С. 5–22. 7. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
8. Михалеvич В. М. Аналітичне представлення максимального радіуса циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження із бочкоутворенням / В. М. Михалеvич, Ю. В. Добранюк // Вісник машинобудування та транспорту. – Вінниця: ВНТУ – 2015 – №1 – С. 59–66. 9. Михалеvич В. М. Формозміна бічної поверхні циліндричних заготовок під час вісесиметричного осадження / В. М. Михалеvич, Ю. В. Добранюк, Е. А. Трач // Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Збірник наукових праць. Тематичний випуск: Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ» – 2013. – №42(1015) – С. 126 – 131. 10. Walter Gander Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab / Walter Gander, Jiri Hrebicek // Springer Berlin Heidelberg New York. – 4th edition. – 2004. – 520 p.

Bibliography (transliterated): 1. Smirnov-Aljaev G. A. Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniyu. Inzhenernye metody

rascheta operacij plasticheskoj obrabotki materialov / G. A. Smirnov-Aljaev – Moscow – Leningrad : Mashgiz, 1961. – 463 p.
2 Ogorodnikov V. A. Deformiruemost' i razrushenie metallov pri plasticheskom formoizmenenii / V. A. Ogorodnikov – Kiev : UMK VO, 1989. – 152 p. 3. Matvijchuk V. A. Sovershenstvovanie processov lokal'noj rotacionnoj obrabotki davleniem na osnove analiza deformiruemos ti metallov: monografija / V. A. Matvijchuk, I. S. Aliev. – Kramatorsk : DGMA, 2009. – 268 p. ISBN 978-966-379-317-7.
4. Mykhalevych V. M. Tenzorni modeli nakopychennya poshkodzen' / V. M. Mykhalevych. – Vinnytsya : UNIVERSUM–Vinnytsya, 1998. – 195 p. – ISBN 966-7199-20-7.
5. Mykhalevych V. M. Modelyuvannya napruzhenno-deformovanoho ta hranychnoho staniv poverkhni tsylindrychnykh zrazkiv pry tortsevomu stysnenni: monohrafiya / V. M. Mykhalevych, Yu. V. Dobranyuk. – Vinnytsya: VNTU, 2013. – 180 p. ISBN 978-966-641-532-8. 6. Mikhalevich V. M. Modelirovaniye plasticheskogo deformirovaniya tsilindricheskogo obraztsa pri tortsevom szhatii / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev, YU. V. Dobranyuk // Probl. prochnosti. – 2011. – No 6. – P. 5–22. 7. Mikhalevich V. M. Modeling of plastic deformation in a cylindrical specimen under edge compression / V. M. Mikhalevich, A. A. Lebedev and Yu. V. Dobranyuk // Strength of Materials. – Volume 43, Number 6 (2011), P. 591–603, DOI: 10.1007/s11223-011-9332-7.
8. Mykhalevych V. M. Analitychne predstavleniya maksimal'noho radiusa tsylindrychnykh zahotovok pid chas visesyetrychnoho osadzheniya iz bochkoutvorennyam / V. M. Mykhalevych, Yu. V. Dobranyuk // Visnyk mashynobuduvannya ta transportu. – Vinnytsya: VNTU – 2015 – No1 – P. 59–66. 9. Mykhalevych V. M. Prohnozuvannya hranychnoho stanu bichnoyi poverkhni tsylindrychnykh zrazkiv pry tortsevomu stysnenni / V. M. Mykhalevych, V. A. Matvijchuk, YU. V. Dobranyuk, Ye. A. Trach // Obrabotka metallov davleniem : sbornik nauchnykh trudov. – Kramatorsk : DHMA. – 2012. – No1(30). – P. 24–30. 10. Walter Gander Solving problems in scientific computing using Maple and Matlab / Walter Gander, Jiri Hrebicek // Springer Berlin Heidelberg New York. – 4th edition. – 2004. – 520 p.

Надійшла (received) 15.11.2015

Відомості про авторів / About the Authors

Михалеvич Володимир Маркусович, доктор технічних наук, професор, Вінницький національний технічний університет, завідувач кафедри вищої математики ВНТУ, м. Вінниця, e-mail: vmykhal@gmail.com, тел. +380973874944.

Mykhalevych Volodymyr Markusovych, Doctor of Technical Science, Professor, the Vinnytsya National Technical University, Head of Department of Higher Mathematics of VNTU, Vinnytsya, e-mail: vmykhal@gmail.com, tel. +380973874944.

Добранюк Юрій Володимирович, кандидат технічних наук, Вінницький національний технічний університет, старший викладач кафедри вищої математики ВНТУ, м. Вінниця, e-mail: dobranuk@mail.ru, тел. +380989962730.

Dobraniuk Yurii Volodymyrovych, Candidate of Science (Engineering), the Vinnytsya National Technical University, Senior Lecture of Department of Higher Mathematics of VNTU, Vinnytsya, e-mail: dobranuk@mail.ru, tel. +380989962730.