

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИСКРЕТНОГО SM – ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Введение

Известные методы обработки и анализа сигналов и изображений условно делятся на две группы [1,2]: а) методы прямого действия, т.е. методы обработки пикселей изображения в натуральных координатах, когда оперируют с функциями времени и/или пространственных координат; б) спектральные методы на базе ортогональных преобразований с переходом в область трансформант, когда обрабатываются коэффициенты преобразования, т.е. элементы спектра.

Практическая эффективность спектральных преобразований объясняется не только их быстродействием, но и адекватностью базисных функций компонентам, из которых синтезируется сигнал [3,4]. В качестве примера можно привести кодирование цветных изображений на основе обобщённых Фурье-преобразований в терминах JPEG-технологий [5] или кодирование изображений на основе нечёткой классификации фрагментов FCM (Fuzzy C-means) [6].

Широко известны методы предварительного преобразования сигналов и изображений в области трансформант, использующие базис синусоидальных и косинусоидальных функций (Фурье, Лапласа, Z-преобразования, вейвлеты) [3,7-9]. Эти методы обеспечивают возможность интерпретации полученных результатов относительно состояния исследуемых объектов [1,9], а также допускают наличие различных модификаций с целью ускорения процесса преобразования, например БПФ. Последний аргумент является существенным при практической реализации любого метода преобразования, что сказалось, например, при использовании известных методов спектрального разложения на основе классических ортогональных полиномов (Чебышева, Лапласа, Лежандра, Эрмита и т.д.) [10].

Вместе с тем, интенсивно создаются новые и модернизируются известные быстродействующие средства спектрального анализа сигналов и изображений, учитывающие структуру цифрового сигнала и дискретную форму представления информации [11-15]. В этом плане дискретные преобразования (унитарные, ортогональные с действительным ядром) наиболее эффективны при сжатии, кодировании, фильтрации, архивации и распознавании информации [3,7, 8, 11-15].

Актуальность задачи

Определяющими направлениями эффективного применения двумерных дискретных преобразований для обработки и анализа сигналов и изображений являются следующие [3]:

- а) выделение характерных признаков информации (яркость, ориентация, резкость и т.д.);
- б) кодирование изображений с целью сокращения длины кода;
- в) снижение размерности вычислений за счёт отбрасывания незначительных по величине коэффициентов преобразования без снижения качества работы.

Обобщенное линейное преобразование в векторной форме можно представить следующим образом [3]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{v}, \quad (1)$$

где \mathbf{p} , \mathbf{v} – соответственно входной и выходной векторы; \mathbf{A} – оператор линейного преобразования в виде матрицы.

Для упрощения аналитических выражений в данной работе использована векторная форма их представления, поскольку формальный переход от матричного представления к векторному легко выполняется путем формирования вектора из элементов столбцов (строк) матрицы [3]. Линейное

преобразование является унитарным [3], если линейный оператор \mathbf{A} точно обратим, а его ядро удовлетворяет условиям ортогональности, т.е. существует обратное преобразование вида

$$\mathbf{v} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{p}, \quad (2)$$

где \mathbf{B} – матрица обратного преобразования. Свойство обратимости преобразования связано с выполнением условия:

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{B}, \quad (3)$$

а свойство ортогональности матрицы \mathbf{A} прямого преобразования – соотношением вида

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^T, \quad (4)$$

где T – символ транспонирования.

При выполнении соотношения (4) матрица \mathbf{A} называется унитарной матрицей [3].

Известны три интерпретации унитарных преобразований для обработки изображений [3, 11]. 1-я интерпретация: при спектральном анализе вида (1) \mathbf{v} – исходное изображение; \mathbf{p} – обобщенный двумерный спектр; \mathbf{A} – совокупность спектральных (базисных) функций. 2-я интерпретация: при повороте многомерной системы координат вида (1) если \mathbf{v} – изображение, то \mathbf{p} – образ, а \mathbf{A} – матрица преобразования. 3-я интерпретация: для случая формирования изображения \mathbf{v} вида (2) из набора двумерных функций, соответствующих точкам на плоскости обобщенных частот, \mathbf{B} – двумерная базисная функция, \mathbf{p} – совокупность весов базисной функции или коэффициентов преобразования.

Развитие современных средств цифровой обработки сигналов способствует появлению дискретных модификаций ортогонального базиса унитарных преобразований, сориентированных на их ускорение, которое достигается за счёт [4]:

- а) упрощения вычислительных операций за счёт исключения операций умножения-деления;
- б) сокращения однотипных аналитических операций;
- в) использования побочных средств определения спектральных характеристик, не связанных с использованием базисных функций.

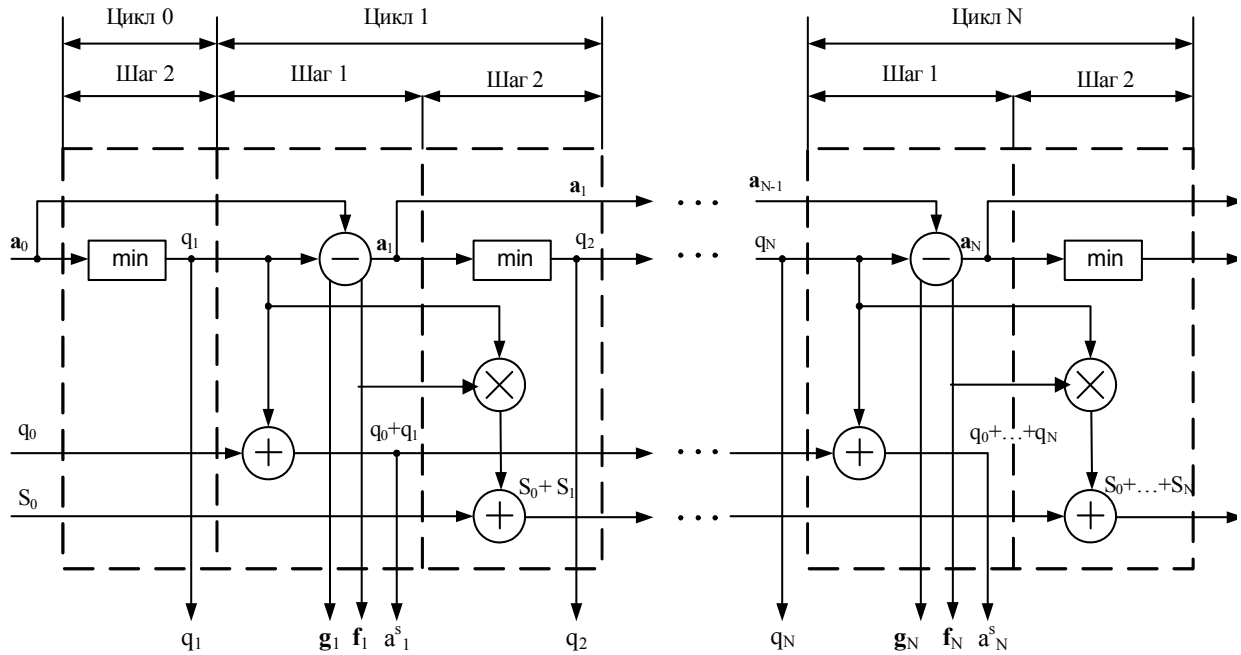
Наиболее известными примерами двумерных унитарных преобразований являются преобразования Фурье, Адамара, Хаара, косинусное и синусное преобразования [3, 7, 8, 11, 13], преимуществом которых по сравнению с традиционными (прямыми) методами является обеспечение с их помощью высокой эффективности цифровой линейной обработки сигналов и изображений.

В данной работе выполнен анализ математической модели дискретного SM-преобразования, которое является базовым для многооперандной обработки векторных массивов данных по разностным срезам (РС).

Разностно-срезовой принцип обработки векторных массивов данных

Операционный граф разностно-срезовой обработки векторного массива \mathbf{a}_0 , представленный на рис. 1, отображает последовательность операций, в результате которых в каждом j – м цикле все элементы текущего входного массива \mathbf{a}_{j-1} уменьшаются на величину внутреннего порога q_j обработки ($j = \overline{1, N}$), который в данном случае равен минимальному ненулевому элементу $a_{i,j-1}$ массива \mathbf{a}_{j-1} ($j = \overline{1, n}$) [17, 18].

Начальный \mathbf{a}_0 и текущие массивы \mathbf{a}_j здесь рассматриваются как соответствующий разностный срез. Каждый j -й цикл, кроме нулевого, содержит два шага обработки (рис. 1)



\mathbf{a}_j - j -й разностный срез; q_j - j -й вес базисной функции; $\mathbf{g}_j, \mathbf{f}_j$ - j -ые срезы бинарных признаков; a_j^s - j -й элемент отсортированного массива \mathbf{a}^s ; S_j - j -ая частичная сумма; $j = 1, N$.

Рис.1 Операционный граф преобразования по разностным срезам

Шаг 1. Формируется разностный срез (РС) \mathbf{a}_j вида

$$\mathbf{a}_j = \{a_{i,j}\}_{i=1}^n = \{a_{i,j-1} - q_j\}_{i=1}^n, \quad (5)$$

одновременно определяются векторы признаков – бинарные маски $\mathbf{f}_j, \mathbf{g}_j$, элементы которых вычисляются следующим образом

$$f_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{i,j} \geq 0, \\ 0, & \text{если } a_{i,j} < 0, \end{cases} \quad (6)$$

$$g_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_{i,j} = 0, \\ 0, & \text{если } a_{i,j} \neq 0. \end{cases} \quad (7)$$

и одновременно формируется частичная сумма

$$a_i^s = \sum_{j=0}^i q_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (8)$$

В дальнейшем полученный РС \mathbf{a}_j является входным массивом данных для следующего $(j+1)$ -го цикла.

Шаг 2. Определяется минимальный ненулевой элемент РС \mathbf{a}_j вида

$$q_{j+1} = \min \{a_{i,j}\}_{i=1}^n, \quad j = \overline{0, N} \quad (9)$$

и проверяется условие

$$q_{j+1} = 0. \quad (10)$$

Если оно выполняется, то процесс обработки заканчивается, если нет – то выполняется переход к шагу 1. Одновременно формируется частичная сумма вида

$$S_j = q_j \cdot \sum_{i=1}^n f_{i,j}. \quad (11)$$

На этом же шаге накапливаются частичные суммы, сформированные на предыдущих $(j-1)$ -х и в текущем j -м цикле, т.е.

$$S_k = \sum_{j=0}^k S_j, \quad k = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Таким образом, результатами j -го цикла являются следующие величины: РС \mathbf{a}_j , текущий внутренний порог q_{j+1} и отсортированный элемент a_i^s . Бинарные маски \mathbf{f}_j и \mathbf{g}_j также являются результатами j -го цикла обработки (рис.1).

Нулевой цикл является неполным, он содержит только шаг 2, в котором выполняются действия (9) и (10), поскольку входные величины q_0 и S_0 равны нулю.

Шаги 1 и 2 повторяются до тех пор, пока не выполнится условие (10). Таким образом, за N циклов будет выполнено накопление окончательной суммы S_N всех элементов $a_{i,0}$ входного векторного массива \mathbf{a}_0 , отсортированы элементы этого массива, т.е. получен отсортированный массив \mathbf{a}_0^s , а также сформированы бинарные матрицы признаков \mathbf{F} и \mathbf{G} , столбцами которых являются бинарные маски \mathbf{f}_j , \mathbf{g}_j , и вектор \mathbf{q}_j , элементами которого являются величины (9).

Особенностью предложенного алгоритма обработки по РС является непостоянное («плавающее») время его сходимости [17], которое зависит как от размерности входного массива данных, так и от распределения элементов в массиве. Таким образом, максимальное количество циклов N ограничено размерностью n входного векторного массива, а в каждом конкретном случае определяется следующим образом

$$N = n - \sum_{r=1}^R (m_r - 1), \quad (13)$$

где R – число групп элементов с количеством m_r повторяющихся чисел во входном массиве данных; R и m_r – случайные величины.

Операционный граф (рис.1) иллюстрирует принцип обработки векторного массива данных по РС, который представлен в виде следующих положений.

1. Исходный массив и все промежуточные j -е массивы данных в процессе обработки рассматриваются соответственно как нулевой и j -й разностные срезы, которые однозначно сопоставлены номеру цикла.

2. В каждом j -м цикле обработки задаётся (для нулевого цикла) или формируется определённым образом $(j+1)$ -й внутренний порог обработки ($j = \overline{0, N}$, где N – количество циклов).
3. В каждом j -м цикле j -й внутренний порог обработки является постоянным.
4. В каждом j -м цикле (кроме нулевого) формируется j -й разностный срез, который представляет собой совокупность (массив) величин разности между каждым элементом $(j-1)$ -го массива и j -м внутренним порогом.
5. Процесс обработки имеет итерационный характер, поскольку сформированный в j -м цикле j -й разностный срез и $(j+1)$ -й внутренний порог обработки являются исходными величинами для следующего $(j+1)$ -го цикла.
6. В каждом j -м цикле (кроме нулевого) формируются j -е бинарные срезы определённых признаков, соответствующих каждому элементу j -го разностного среза.
7. В качестве признаков элементов разностного среза могут использоваться общепринятые признаки арифметико-логической обработки данных, а именно, признак нуля, знак, переполнение, паритет, выполнение соотношений ($=, >, <$).
8. Сформированные j -е бинарные срезы ($j = \overline{1, N}$) могут быть использованы как базисные функции и представлены в виде $(k+1)$ -мерных массивов при условии, что разностные срезы являются k -мерными массивами ($k = 1, 2$).
9. Сформированные j -е внутренние пороги обработки ($j = \overline{1, N}$) могут быть использованы как веса базисных функций и представлены в виде k -мерного массива.
10. Как один из вариантов окончания процесса обработки может быть использован признак нулевого значения сформированного j -го внутреннего порога обработки ($j = \overline{1, N}$).
11. Для нулевого (начального) цикла обработки обязательными входными данными являются начальный разностный срез (исходный массив данных) и начальный внутренний порог обработки.
12. Все операции j -го цикла инвариантны относительно номера i -го элемента разностного среза и выполняются над всеми его элементами.
13. Инвариантные относительно i -го элемента операции j -го цикла ($j = \overline{1, N}$) включают операцию вычитания (обязательную по определению РС) и другие операции, выбранные в соответствии с целью обработки.
14. В результате выполнения j -го цикла формируются как промежуточные, так и окончательные результаты обработки по РС, что позволяет рассматривать её как метод вертикальной обработки применительно к потоковой обработке групповых данных [19].
15. Вертикальные циклы обработки по РС конвейеризуются естественным способом, при этом загрузка конвейера (время разгона) имеет глубину, которая определяется размерностью РС[20].

Анализ математической модели дискретного SM – преобразования

Анализ операционного графа обработки по РС (рис.1) свидетельствует о том, что в результате вертикальной обработки РС формируются результаты двух прямых операций (сортировки \mathbf{a}_0^S и свёртки S_N элементов входного массива данных, где $N \leq n$), а также вектор \mathbf{q} и две бинарные матрицы \mathbf{F} и \mathbf{G} признаков. Таким образом, прямое линейное преобразование (1), выполненное по принципу РС, можно представить в таком виде

$$\mathbf{q} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{a}_0, \quad (14)$$

где \mathbf{a}_0 – входной вектор; \mathbf{q} – вектор коэффициентов (весов) базисных функций; \mathbf{A} – матрица (ядро) прямого преобразования.

В работе [17] доказано, что при обработке по РС можно выполнить обратное линейное преобразование вида

$$\mathbf{a}_0 = \mathbf{F} \cdot \mathbf{q}, \quad (15)$$

где \mathbf{F} – матрица (ядро) обратного преобразования или двумерная базисная функция.

При этом результат S_N свертки элементов входного вектора \mathbf{a}_0 можно представить в виде скалярного произведения [17]

$$S_N = (\mathbf{n}^T \cdot \mathbf{F}) \cdot \mathbf{q}, \quad (16)$$

где \mathbf{n} – единичный вектор-столбец.

По аналогии результат \mathbf{a}_0^S сортировки по возрастанию элементов входного вектора \mathbf{a}_0 можно записать в векторной форме следующим образом [17]

$$\mathbf{a}_0^S = \mathbf{G}^T \cdot \mathbf{a}_0, \quad (17)$$

где матрицу \mathbf{G} в этом случае можно рассматривать как матрицу сортировки.

Если в формулах (15) – (17) принцип формирования матриц преобразования \mathbf{F} и \mathbf{G} известен, то в формуле (14) матрица \mathbf{A} прямого преобразования в формализованном виде не определена.

Таким образом, при обработке по РС одной из основных операций наряду с операцией вычитания (5), необходимой для формирования текущего РС, является операция \min вида (9) для определения минимального ненулевого элемента текущего РС. При этом доказано [17], что для каждого элемента отсортированной последовательности (массива) характерно следующее соотношение

$$a_i^S = \sum_{j=0}^i q_j, \quad i = \overline{1, n}, \quad (18)$$

где $q_0 = 0$.

Из равенства (18) следует, что

$$q_i = a_i^S - \sum_{j=1}^{i-1} q_j, \quad i = \overline{1, n}. \quad (19)$$

А это позволяет, в свою очередь, записать выражение (19) в векторной форме с введением \mathbf{M}_N - матрицы таким образом

$$\mathbf{q} = \mathbf{M}_N \cdot \mathbf{a}_0^S, \quad (20)$$

где \mathbf{M}_N – матрица порядка N вида

$$\mathbf{M}_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & & 0 & 0 \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ & & & \cdot & & \\ 0 & 0 & 0 & & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Эта матрица представляет собой известную α -матрицу [21] и является двухдиагональной, поскольку содержит ненулевые элементы только на главной диагонали и прилегающей к ней снизу поддиагонали.

Наименьшей \mathbf{M}_N - матрицей является матрица второго порядка вида

$$\mathbf{M}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

при этом существуют \mathbf{M}_N - матрицы для произвольных $N > 2$.

Соотношения (17) и (20) позволяют записать прямое линейное преобразование следующим образом:

$$\mathbf{q} = \mathbf{M}_N \cdot \mathbf{a}_0^S = \mathbf{M}_N (\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{a}_0). \quad (23)$$

В этом случае оправданным можно считать определение преобразования, которое базируется на сортировке и использовании \mathbf{M}_N - матрицы, как дискретное SM – преобразование.

На рис.2 показана структура алгоритмов прямого и обратного SM – преобразований в соответствии с формулами (23) и (15) при векторном представлении данных по аналогии с алгоритмами для двумерной линейной обработки с использованием преобразования (например, для линейной фильтрации изображений) [3].

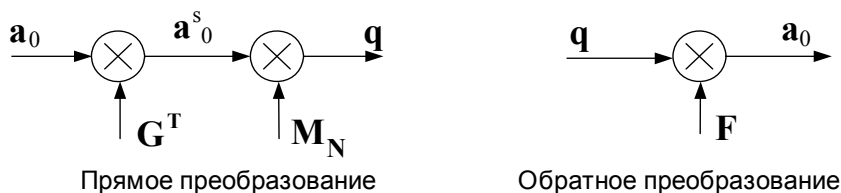


Рис.2 Структура алгоритмов преобразования по разностным срезам

По аналогии с преобразованием Адамара [3] на рис.3 приведены базисные функции для SM – преобразования при $N = 8$. Таким образом, строки \mathbf{M}_N - матрицы можно рассматривать как последовательность отсчетов двух прямоугольных сигналов (отрицательного и положительного) единичной

длительности. Следовательно, \mathbf{M}_N - матрица описывает преобразование, связанное с разложением функций по семейству прямоугольных базисных функций по аналогии с преобразованием Адамара и Хаара, а не по синусам и косинусам, что характерно для преобразования Фурье [3].

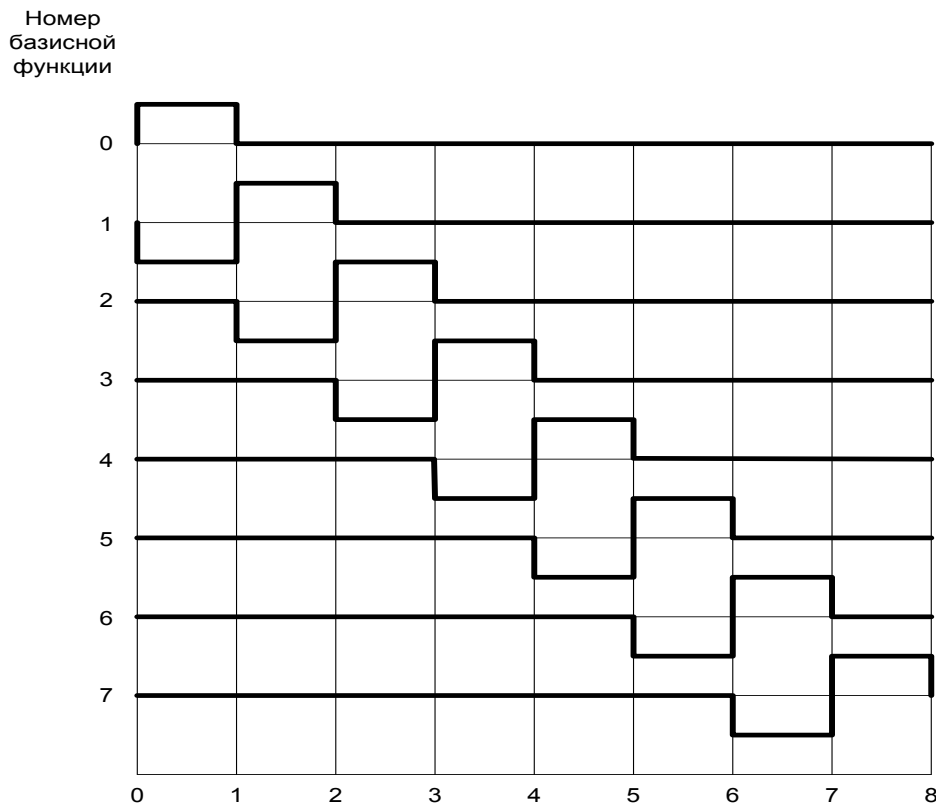


Рис.3. Базисные функции SM – преобразования при $N = 8$

Анализ базисных функций SM – преобразования (рис.3) позволяет выделить следующие свойства матрицы \mathbf{M}_N вида (21).

1. Матрица \mathbf{M}_N не обладает секвентным свойством, поскольку число изменений знака в каждой строке, кроме первой и второй, одинаково и равно 2 [3].
2. Матрица \mathbf{M}_N не является ортогональной, поскольку произведение двух соседних функций (строк матрицы) не обращается в нуль [13].
3. У матрицы \mathbf{M}_N есть общее сходство с ортогональной матрицей Хаара [3], особенно для базисных функций с номером от $N/2$ с противоположным чередованием прямоугольных сигналов единичной длительности.

Известно [3], что при обработке изображений хааровский спектр описывает распределение энергии компонент, которые соответствуют разностям средних значений яркостей соседних групп из 2^m элементов ($m = 1, 2, \dots$). Таким образом, ещё раз подтверждается тот факт, что основой SM – преобразования является формирование разностных срезов, а базовой операцией является операция \min (рис.1), т.е. выделение минимального ненулевого элемента в каждом текущем РС, что обеспечивает, в первую очередь, сортировку элементов исходного векторного массива.

Кроме того, из формул (23) и (15) видно, что матрицы прямого и обратного преобразования содержат бинарные матрицы \mathbf{F} и \mathbf{G} , элементы которых зависят от значений элементов текущих РС (6) и (7). Таким образом, можно говорить про адаптивный характер прямого и обратного SM – преобразования.

В табл.1 приведены результаты прямого SM – преобразования числового векторного массива. Вид разреженной матрицы \mathbf{G} подтверждает тот факт, что унитарные преобразования приводят к декорреляции элементов матрицы \mathbf{A} (14), (23).

Таблица 1. Пример прямого SM – преобразования

Разностные срезы a_j	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
a_{1j}	11	8	6	3	0	-
a_{2j}	3	0	-	-	-	-
a_{3j}	5	2	0	-	-	-
a_{4j}	8	5	3	0	-	-
a_{5j}	15	12	10	7	4	0
Циклы обработки j	0	1	2	3	4	5
Внутренний порог обработки q_{j+1}	3	2	3	3	4	0
Частичная сумма S_j	0	15	8	9	6	4
Накопленные частичные сумм S_k	0	15	23	32	38	42
Отсортированный элемент a_i^S	0	3	5	8	11	15
Срезы f_j бинарной матрицы \mathbf{F} признаков		f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_{1j}		1	1	1	1	0
f_{2j}		1	0	0	0	0
f_{3j}		1	1	0	0	0
f_{4j}		1	1	1	0	0
f_{5j}		1	1	1	1	1
Срезы g_j бинарной матрицы \mathbf{G} признаков		g_1	g_2	g_3	g_4	g_5
g_{1j}		0	0	0	1	0
g_{2j}		1	0	0	0	0
g_{3j}		0	1	0	0	0
g_{4j}		0	0	1	0	0
g_{5j}		0	0	0	0	1

Кроме того, анализ рис.1 и 2 свидетельствует об отсутствии в процессе прямого и обратного SM – преобразования арифметических операций умножения-деления, которые вносят основной вклад во временные затраты любого дискретного преобразования. А с учётом бинарности матриц \mathbf{F} , \mathbf{G} , \mathbf{M}_N операция умножения сводится к логическому умножению, которую в практических схемах реализует коммутатор. Таким образом, основными операциями при SM – преобразовании являются сложение, вычитание и сравнение (операция \min), количество которых составляет соответственно $2N$ и N (рис.1). В результате можно говорить об эффективности SM – преобразования, особенностью которого также является многофункциональность использования не только окончательных результатов такой обработки, но и промежуточных, формируемых в каждом цикле. Например, использование частичных сумм вида (11) и (12) позволяет создать модель быстрого формального нейрона-перцептрона, где пороговая обработка выполняется без предварительного вычисления окончательной суммы взвешенных входных сигналов [18]. А это открывает широкие перспективы не только в нейроматематике и при моделировании нейросетей, но и при анализе и распознавании сигналов и изображений. Поэтому среди прикладных задач, где эффективно использование дискретного SM – преобразования, можно назвать процедуры анализа векторных данных, а именно, сортировку и выделение экстремальных (минимального и максимального) значений [22], а также анализ и распознавание биоэлектрических сигналов [23], сегментацию многоградационных изображений [24], классификацию образов [25], управление промышленными роботами [26].

Выводы

1. Анализ математической модели SM – преобразования показал, что оно относится к классу линейных, в основе которых лежит разложение функций на семейство прямоугольных базисных функций, что характерно для преобразований Адамара и Хаара. Кроме того, SM – преобразование является унитарным, поскольку доказана его обратимость.
2. Базисом обработки векторных данных по разностным срезам является формирование текущих разностных срезов и внутреннего порога обработки, который можно рассматривать как вес соответствующей базисной функции. В процессе такой обработки формируются бинарные срезы признаков арифметико-логических операций, которые могут быть использованы для анализа и распознавания сигналов и изображений.
3. Особенностью SM – преобразования является адаптивный характер его прямого и обратного процессов, поскольку формирование матриц преобразования \mathbf{F} и \mathbf{G} зависит от структуры (распределения элементов) входного векторного массива.

Литература

1. Рыбин А.И., Шарпан О.Б. Диагностика пульсограмм на базе ортогональных преобразований с действительным ядром // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2004. – №1. – С. 136–141.
2. Васюра А.С., Кулик А.Я., Кириченко О.В. Аналіз швидких алгоритмів обчислення дискретного перетворення Крестенсона-Леві // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2005. —№2(10). – С.31–38.
3. Прэтт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. В 2-х кн. – М.:Мир, 1982.
4. Кадук Б.Г., Мугенов Д.Г., Пономарьов І.Д., Серета В.В., Цепков Т.В. Спектральний аналіз: швидкі методи // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2000. - №1. – С 101–109.
5. Іванов В.Г., Любарський М.Г., Ломоносов Ю.В. Фур'є і вейвлет-компресія зображень по методу JPEG-технологій // Праці 7-ої Всеукраїнської міжнародної конф. УкрОБРАЗ'2004. – Київ, 2004. – С 255–258.

6. Иванов В.Г., Радивоненко О.С. Кодирование изображений на основе нечёткой классификации фрагментов // Труды 7-ой междунаро. научно-практ. конф. «Современные информационные и электронные технологии». – Одесса, 2006. – С. 45.
7. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 488с.
8. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448с.
9. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН – Р, 2002. – 448 с.
10. Кадук Б.Г., Пономарьова І.Д., Середа В.В.,Цепков Г.В., Мугенов Д.Г. Спектральний аналіз: класичні поліноми і адаптивні ортогональні базиси // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2000. – №2. – С 101-110.
11. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем: Пер. с англ. – М: Мир, 1991. – 367с.
12. Сверхбольшие интегральные схемы и современная обработка сигналов: Пер. с англ./ Под ред. С. Гуна, Х. Уайтахауса, П. Кайлата. – М.: Радио и связь, 1989. – 472с.
13. Хармут Х.Ф. Теория секвентного анализа. Основы и применение: Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 574 с.
14. Лужецкий В.А., Маланчук В.В. Дискретне перетворення для потокового оброблення сигналів // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2002. – №6. – С 71–76.
15. Кулик А.Я. Аналіз впливу амплітудних спотворень сигналів каналом зв'язку в базисі функцій Уолша // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2004. –№2(8). – С.183–185.
16. Распознавание человека по изображению лица и нейросетевые методы// Материалы сайта: <http://neuroface.narod.ru>
17. Мартинюк Т. Б. Рекурсивні алгоритми багатооперандної обробки інформації. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2000. – 216 с. – ISBN 966–7199–98–3.
18. Мартинюк Т.Б. Модель порогового нейрона на основе параллельной обработки по разностным срезам// Кибернетика и системный анализ. – 2005. -№ 4. – С. 78–89.
19. Ромм Я.Е. Метод вертикальной обработки потока целочисленных групповых данных. I. Групповые арифметические операции // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – № 3. – С.123 – 151.
20. Мартинюк Т.Б., Куперштейн Л.М. Ефективність конвеєрного процесора з різницево-зрізовим обробленням даних // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – № .5 – С. 69 – 77 .
21. Бурман З.И., Артюхин Г.А.,Зархин Б.Я. Программное обеспечение матричных алгоритмов и метода конечных элементов в инженерных расчётах. – М.: Машиностроение, 1988. – 256 с.
22. Мартинюк Т.Б., Хом'юк В.В. Методи та засоби паралельних перетворень векторних масивів даних. Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2005. – 203 с. – ISBN 966–641–114–8.
23. Бернюков А.К., Сушкова Л.Г. Распознавание биоэлектрических сигналов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1996. - № 12. – С. 47–51.
24. Тимченко Л.І., Скорюкова Я.Г., Марков С.М., Гальченко Я.О. Сегментація багатоградаційних зображень на основі ознак просторової зв'язності // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1998. – № 4. – С. 39–44.
25. Тимченко Л.І., Кутасв Ю.Ф., Чепорнюк С.В., Герций О.А., Бурдейна О.В. Компактний опис моделей зображень для класифікації образів // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1998. – № 2. – С. 72-83.
26. Буков А.А. Технические нервные системы. Обучаемые системы управления со зрением для промышленных роботов / Липецкий гос. технич. ун-т. – Липецк, 2001 – 223 с.