

## СПОСОБ ВЫРАЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЙ

*Василевский А.Н.*

Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина

*Предложен способ выражения динамической неопределенности средств измерений, который позволяет, используя спектральную функцию входного сигнала и частотную характеристику используемого средства измерения, оценивать его неопределенность в динамическом режиме работы. (E-mail: wasilevskiy@mail.ru)*

**Ключевые слова:** динамическая неопределенность, частотная характеристика.

### Введение

При составлении отчета о результатах измерений физических величин нужно представлять количественное значение качества эксперимента так, чтобы можно было правильно оценить его надежность. Без этого результаты измерений нельзя сравнить ни между собой, ни со справочными данными. Понятная и общедоступная методика обработки результатов измерений необходима для конкурентоспособности и продвижения электротехнической продукции (средств измерений – СИ) на международном рынке [1–5]. В существующей и общепринятой концепции неопределенности измерений показано, как обрабатывать и выражать результаты статистических измерений, а способам выражения динамической неопределенности СИ на основании концепции неопределенности не уделено должное внимание [1–7]. Известны работы [8, 9], в которых предлагается использование классической теории определения динамической погрешности для расчета динамических неопределенностей. Поэтому разработка способа выражения динамической неопределенности измерения является актуальной научной задачей, решение которой позволит использовать понятную и единую методику оценивания неопределенности измерений в динамическом режиме и достичь единства измерений в этой области. При этом нужно учитывать тот факт, что при динамических измерениях всегда возникает переходной режим работы СИ, при котором сигнал на выходе СИ существенно изменяется во времени. Этот факт объясняется инерционными свойствами СИ, по-

скольку в их состав в общем случае входят набор масс и пружин, емкости и индуктивности или другие инерционные элементы, которые приводят к существованию динамической неопределенности. Это приводит к тому, что уравнение преобразования СИ, которое отображает его статику, в динамическом режиме будет неприемлемым. В таких случаях переходят к дифференциальным уравнениям, которые описывают динамическую связь между выходной  $y(t)$  и входной  $x(t)$  величинами СИ [7].

Учитывая вышеизложенное, необходимо разработать единый подход к способу выражения динамической неопределенности СИ, который соответствовал бы международным требованиям к качеству продукции и позволял бы оценивать динамическую неопределенность.

Целью статьи является разработка нового способа оценивания и выражения динамической неопределенности СИ, который может использоваться концепцией неопределенности для оценки СИ, работающих в динамическом режиме.

### Подход к выражению динамической неопределенности средств измерений

Средства измерений, которые используются при динамических измерениях, имеют динамические характеристики, которые описываются дифференциальными уравнениями первого или второго порядков, а в отдельных случаях третьего и более высоких порядков [7].

Как правило, информация о динамических характеристиках СИ приводится в нормативно-технической документации на СИ, если же та-

кая информация отсутствует, то ее получают путем метрологической аттестации СИ [6; 10].

Под динамической неопределенностью измерений подразумевается составляющая неопределенности измерений, обусловленная реакцией СИ на частоту изменения входного сигнала и зависящая от динамических свойств СИ и от частотного спектра входного сигнала [7].

Динамическую неопределенность измерений  $u_D[y(t)]$  в широком диапазоне частот можно выразить следующим образом [7]:

$$u_D[y(t)] = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(j\omega)|^2 |X(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (1)$$

где  $|S(j\omega)|$  – модуль частотной характеристики используемого СИ, или амплитудно-частотная характеристики (АЧХ) СИ, которая определяется по формуле:

$$|S(j\omega)| = \sqrt{a^2(\omega) + b^2(\omega)}, \quad (2)$$

где  $a(\omega)$ ,  $b(\omega)$  – действительная и мнимая части АЧХ СИ соответственно;  $X(j\omega)$  – спектральная функция входного сигнала, которая связана с входной функцией времени  $x(t)$  выражением Лапласа:

$$X(j\omega) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-j\omega_0 t} dt, \quad (3)$$

где  $\omega_0$  – частота входного сигнала. Верхняя граница интегрирования в уравнении (3) на конечном интервале времени может быть изменена на суммарное время наблюдения  $T$  [7].

Если измеряемый сигнал  $x(t)$  является дискретизированным, то в уравнении (3) операцию интегрирования можно заменить на операцию суммирования. При этом выполняют такие замены:  $t$  заменяют на  $nT_a$ , через  $T_a$  обозначают период дискретизации, тогда  $x(t)$  примет вид  $x(nT_a)$ , а  $e^{-j\omega_0 t}$  заменяют на  $e^{-j\omega_0 nT_a}$  [7].

Выполнив указанные замены в уравнении (3), его можно записать в дискретном виде следующим образом:

$$X_a(j\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a) e^{-j\omega_0 nT_a} = \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a) \cos \omega_0 nT_a - j \sum_{n=0}^{N-1} x(nT_a) \sin \omega_0 nT_a, \quad (4)$$

где  $\omega_0 = 2\pi k / (NT_a)$ ;  $k = 0, 1, \dots, N-1$ .

Для того чтобы дискретная спектральная функция входного сигнала по величине соответствовала непрерывной спектральной функции, ее необходимо умножить на время дискретизации [7]:

$$X(j\omega) = T_a X_a(j\omega). \quad (5)$$

При динамических измерениях дискретных во времени сигналов уравнение для выражения динамической неопределенности (1) с учетом уравнений (4) и (5) можно записать в виде:

$$u_D[y(t_i)] = \sqrt{\frac{T_a}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(nT_a) e^{-j\frac{4\pi nk}{N}} A^2\left(k \frac{2\pi}{NT_a}\right)}, \quad (6)$$

где  $A\left(k \frac{2\pi}{NT_a}\right) = A(\omega) = |S(j\omega)|$  – АЧХ используемого СИ;

$\Delta\omega = \frac{2\pi}{NT_a}$  – промежуток между

дискретными значениями частоты;  $T_a$  – время дискретизации;  $N$  – количество выборок;  $NT_a$  – суммарное время наблюдения.

С учетом вышеизложенного способ выражения динамической неопределенности средств измерений включает в себя следующие этапы: выполнение динамических измерений; определение частотной характеристики используемого СИ; нахождение спектральной функции входного сигнала; оценка динамической неопределенности средства измерений.

### **Пример оценивания динамической неопределенности средства измерения динамического момента роторных систем**

Работоспособность предложенных основных теоретических утверждений, которые предлагается использовать для выражения динамической неопределенности СИ, рассмотрим на примере измерения динамического момента роторных систем (РС).

Суть метода измерения динамического момента заключается в том, что на статор электродвигателя действует момент реакции, который приравнивается к вращательному моменту на его роторе. Главным элементом, который позволяет реализовать данный метод динамического измерения является измерительный преобразователь реакции статора исследуемой РС. Преобразователь представляет собой движущую часть, установленную на опорах с подшипниками, и станину, связанную с подвижной частью через датчик

усилия. Момент  $M_c(t)$ , который возникает на статоре испытываемой РС, передается через подвижную часть измерительного преобразователя и действует на датчик усилия.

Структурная схема СИ динамического момента РС приведена на рисунке 1. СИ динамического момента РС состоит из датчика

усилия, датчика угловой скорости, вторичного средства измерения со встроенным АЦП и асинхронного двигателя АД, который приводит во вращение ротор испытываемой РС через муфту сопряжения.

Класс точности этого СИ динамического момента равен  $\gamma = 0,5$ .

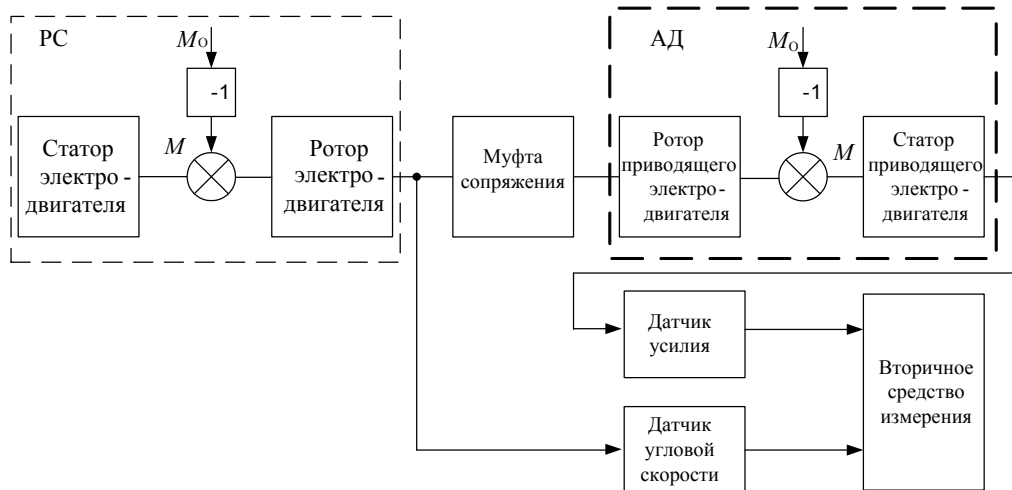


Рисунок 1 – Структурная схема средства измерения динамического момента роторной системы

Дифференциальное уравнение, которое описывает процедуру измерительного преобразования динамического момента РС имеет вид [11]:

$$\frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} + 2\nu\omega_p \frac{d\varphi(t)}{dt} + \omega_p^2\varphi(t) = \frac{M_c(t)}{J_c}, \quad (7)$$

где  $J_c$  – суммарный момент инерции статора РС и подвижной части измерительного преобразователя;  $\nu = \frac{P}{2\sqrt{J_c C}}$  – степень успокоения свободных колебаний;  $\omega_p = \sqrt{C/J_c}$  – собственная частота свободных колебаний измерительного преобразователя;  $C$  – жесткость датчика усилия;  $P$  – коэффициент успокоения.

При измерении динамического момента, в момент подключения напряжения питания, на роторе испытываемого электродвигателя создается вращательный момент, который через измерительный рычаг действует на датчик усилия. Поскольку датчик усилия является упругим элементом, то в первый момент времени возникает переходной процесс, длительность которого составляет интервал времени  $t_1$ . После завершения переходного процесса РС обес-

точивают. При этом напряжение на обмотках статора равняется нулю и момент на выходе измерительного преобразователя, за счет инерционных свойств датчика усилия, уменьшается от величины  $M_c(t)$  до нуля на протяжении промежутка времени  $t$ .

Характеристику изменения динамического момента можно описать следующим уравнением:

$$M_c(t) = M_k e^{-\nu\omega_0 t}, \quad (8)$$

где  $M_k$  – значение вращательного момента в начале (перед) обесточиванием РС;  $\omega_0$  – частота входного сигнала.

Передаточная функция СИ динамического момента, работа которого описывается дифференциальным уравнением (7), после выполнения соответствующих математических преобразований описывается уравнением:

$$S(s) = \frac{K}{s^2 + 2\nu\omega_p s + \omega_p^2}, \quad (9)$$

где  $K = \frac{gK1}{J_c\omega_p^2}$  – коэффициент пропорциональности СИ динамического момента;  $g$  – ускоре-

ние свободного падения;  $K_1$  – постоянная тензорезистивного преобразователя, которая равняется значению 489,89 Н.

Передаточная функция входного сигнала, который описывается уравнением (8), после выполнения соответствующих математических преобразований имеет вид:

$$S(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2 + j2v\omega_p\omega + \omega_p^2} \tag{11}$$

$$|S(j\omega)| = \sqrt{\frac{K^2(\omega^4 + 4v^2\omega^2\omega_p^2 - 2\omega^2\omega_p^2 + \omega_p^4)}{\omega^8 + 4\omega^6\omega_p^2(2v^2 - 1) + 2\omega^4\omega_p^4(3 - 8v^2) + 8v^2\omega^2\omega_p^4(2v^2\omega^2 + \omega_p^2) - 4\omega^2\omega_p^6 + \omega_p^8}} \tag{12}$$

Спектральная функция входного сигнала в частотной области описывается выражением:

$$X(j\omega) = \frac{M_k}{j\omega + v\omega_0} \tag{13}$$

Модуль спектральной функции входного сигнала, после отделения действительной и мнимой части и проведения соответствующих

$$X(s) = \frac{M_k}{s + v\omega_0} \tag{10}$$

Перейдя к частотной области и отделив действительную и мнимую части, получим следующие выражения для частотной характеристики СИ динамического момента и ее модуля:

математических преобразований, имеет вид:

$$|X(j\omega)| = \sqrt{\frac{M_k^2(\omega^2 + v^2\omega_0^2)}{\omega^4 + 2\omega^2v^2\omega_0^2 + v^4\omega_0^4}} \tag{14}$$

Подставляя полученные уравнения модулей спектральной функции входного сигнала (14) и частотной характеристики СИ (12) в уравнение (1), получим динамическую неопределенность СИ динамического момента РС:

$$u_D[y(t)] = \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{M_k^2(\omega^2 + v^2\omega_0^2)}{\omega^4 + 2\omega^2v^2\omega_0^2 + v^4\omega_0^4} d\omega \right)^{\frac{1}{2}} \times \left( \int_0^\infty \frac{K^2(\omega^4 + 4v^2\omega^2\omega_p^2 - 2\omega^2\omega_p^2 + \omega_p^4)}{\omega^8 + 4\omega^6\omega_p^2(2v^2 - 1) + 2\omega^4\omega_p^4(3 - 8v^2) + 8v^2\omega^2\omega_p^4(2v^2\omega^2 + \omega_p^2) - 4\omega^2\omega_p^6 + \omega_p^8} d\omega \right)^{\frac{1}{2}} \tag{15}$$

Для решения уравнения (15) использован математический пакет Maple V 7.0 и при подстановке номинальных числовых значений СИ динамического момента, входящих в уравнение (7) –  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $K_1 = 489,89 \text{ Н}$ ,  $J_c = 0,02 \text{ Нм}^2$ ,  $M_k = 7,5 \text{ Нм}$ ,  $C = 4000 \text{ Нм/град}$ ,  $P = 0,75 \text{ Нмс/град}$ , получим числовое значение динамической неопределенности СИ динамического момента, которое составляет  $u_D[y(t)] = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}$  в диапазоне изменения динамического момента от 7,5 до 1 Нм (рисунок 2).

Учитывая класс точности СИ динамического момента, определим неопределенность, которая вносится самим СИ в результат измерения динамического момента из-за неидеальных свойств его составных элементов [2]:

$$u_B = \frac{\gamma M_k}{100\% \sqrt{12}} \tag{16}$$

Подставляя верхнюю границу измерения динамического момента  $M_k = 7,5 \text{ Нм}$  и класс точности СИ  $\gamma = 0,5$  в уравнение (16) получим неопределенность, которая вносится СИ в ре-

зультат измерения. Числовое значение такое неопределенности составляет  $u_A = 11 \cdot 10^{-3} \text{ Нм}$ .

Суммарную неопределенность СИ динамического момента, состоящую из динамической неопределенности и неопределенности, вносимой неидеальными свойствами составных элементов СИ, определим по формуле:

$$u_C = \sqrt{(u_D[y(t)])^2 + u_B^2} \tag{17}$$

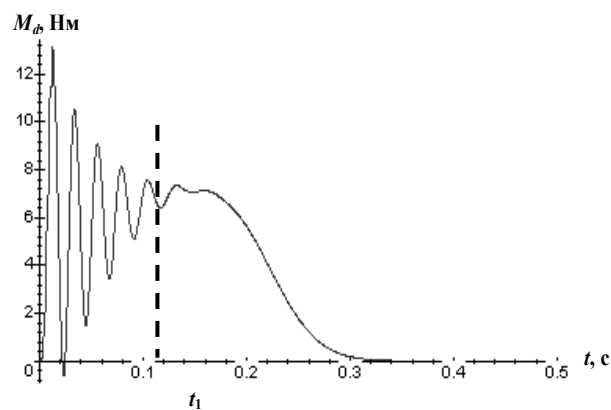


Рисунок 2 – Характеристика изменения динамического момента роторной системы

Подставляя в уравнение (17) значения полученных ранее неопределенностей, получим суммарную неопределенность СИ динамического момента, равную  $u_C = 11,1 \cdot 10^{-3}$  Нм при верхней границе измерения динамического момента 7,5 Нм.

### **Заключение**

Предложен способ оценивания динамической неопределенности средств измерений, который позволяет подавать результаты исследований средств измерений в динамическом режиме с учетом международных требований к оценке соответствия в электротехнике (на основании концепции неопределенности) для обеспечения конкурентоспособности и продвижения отечественной электротехнической продукции на международном рынке.

Рассмотренный пример определения динамической неопределенности средства измерения динамического момента роторной системы показывает работоспособность предложенного способа выражения динамических неопределенностей средств измерений, который позволяет подавать результаты метрологической аттестации средств измерений на основании концепции неопределенности, а также сравнивать результаты исследований в этой области, проведенные разными лабораториями в разных странах мира.

Предложенный подход к выражению динамической неопределенности может использоваться для средств измерений, которые характеризуются динамическими звеньями любого типа при воздействии стационарного случайного входного сигнала.

### **Список использованных источников**

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Switzerland : ISO, 1993. – 101 p.
2. ISO/IEC Guide 98-1:2009 «Uncertainty of measurement – Part 1. Introduction to the expression of uncertainty in measurement».
3. ГОСТ Р 54500.1 – 2011 / Руководство ИСО/МЭК 98-1:2009 «Неопределенность измерения. – Часть 1. Введение в руководства по неопределенности измерения». – М. : Стандартинформ. – 2012.
4. Руководство МЭК 115:2007 «Применение неопределенности измерения в деятельности по оценке соответствия в электротехнике».
5. ИСО/МЭК 17025:2006 «Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий».
6. ГОСТ 8.009-84 Нормируемые метрологические характеристики средств измерений.
7. *Eichstädt, S.* Analysis of Dynamic Measurements – Evaluation of dynamic measurement uncertainty / S. Eichstädt. – Berlin, 2012.
8. *Elster, C.* Uncertainty evaluation of dynamic measurements in line with GUM / C. Elster, S. Eichstädt, A. Link // XIX IMEKO World Congress on Fundamental and Applied Metrology. – 2009.
9. *Elster, C.* Analysis of dynamic measurements: compensation of dynamic error and evaluation of uncertainty / C. Elster A. Link // Advanced Mathematical & Computational Tools in Metrology : VIII Series on Advances in Mathematics for Applied Sciences / eds. F. Pavese [et al.]. – Vol. 78. – P. 80–89, New Jersey : World Scientific, 2009.
10. ГОСТ 8.326-89 ГСИ. Метрологическая аттестация средств измерений.
11. Васілевський, О.М. Засіб вимірювання динамічного моменту електродвигунів та аналіз його точності / О.М. Васілевський // Вимірювальна техніка та метрологія. – № 73. – 2012. – С. 52–56.

---

Vasilevskiy O.M.

### **Method of dynamic expression of uncertainty of measurement**

The way of expressing the dynamic uncertainty of measurement that allows using the spectral function of the input signal and the frequency response of the measurement tools used to assess the uncertainty in its dynamic operation. (E-mail: wasilevskiy@mail.ru)

**Key words:** dynamic uncertainty, frequency response, the spectral function, the means of measurement.

*Поступила в редакцию 21.06.2013.*