

П.М. Сопрунюк, А.Н. Василевский, Ю.А. Чабанюк

## НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИ КОНТРОЛЕ АСИНХРОННОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

*На основании экспериментальных исследований асинхронности вращения двух электромеханических преобразователей произведено расчет неопределенности в соответствии с международным подходом к оцениванию качества измерений (GUM:1993).*

**измерительный контроль асинхронности вращения, суммарная стандартная неопределенность, расширенная неопределенность, эффективное число степеней свободы**

**Постановка задачи.** Понятие неопределенности, как определяемого в количественном отношении атрибута, является относительно новым в истории измерений, хотя термины «погрешность» и «анализ погрешностей» давно уже используются в практике науки об измерениях или метрологии. Сейчас общепринято, что, когда все известные или предполагаемые компоненты погрешности оценены и в них внесены соответствующие поправки, все еще остается неопределенность относительно истинности полученного результата, т.е. остается сомнение в том, насколько точно результат измерения представляет значение измеряемой величины.

При синхронизации частот вращения нескольких электромеханических преобразователей (ЭМП) возникает необходимость в измерительном контроле асинхронности вращения роторов. Поэтому, оценивание неопределенности измерений при контроле асинхронности вращения ЭМП, а также сравнение двух подходов к описанию точности измерений, есть актуальной научной задачей.

**Анализ литературы.** Известны работы [1, 2], в которых рассматривается методическое изложение теории неопределенности измерения. В данной работе на основании «Руководства по выражению неопределенности измерения» [3] проведено экспериментальное исследование асинхронности вращения двух ЭМП, на основании которых вычислено их стандартную неопределенность и расширенную неопределенность измерений.

**Цель статьи.** Оценивание неопределенности измерений асинхронности вращения ЭМП и предоставление основы для международного сопоставления результатов измерений.

**Основное содержание исследований.** Определение асинхронности вращения ЭМП проводилось с помощью фотоэлектрического преобразователя и частотомера мгновенных значений. Уравнение измерений частот вращения ЭМП на заданных с помощью частотного регулятора частотах 20, 50 и 80 Гц имеет вид:

$$\Delta N_o = f(A_1, A_2, f_{on}, z_M) = N_{o1} - N_{o2} = 60 \cdot f_{on} / (A_1 \cdot z_M) - 60 \cdot f_{on} / (A_2 \cdot z_M), \quad (1)$$

где  $\Delta N_o$  – асинхронность вращения роторов ЭМП;  $N_{o1}$  – частота вращения ротора ведущего ЭМП;  $N_{o2}$  – частота вращения ротора ведомого ЭМП;  $f_{on}$  – опорное значение частоты квантующих импульсов (16 МГц);  $A_1, A_2$  – число импульсов, которое соответствует частоте вращения ведущего и ведомого ротора ЭМП;  $z_M$  – количество прорезей или отверстий датчика скорости (60).

В результате измерений числа импульсов в соответствии с уравнением измерения (1) получено 3 группы наблюдений частот вращения роторов двух синхронно вращающихся ЭМП в об/мин по 16 значений в каждой группе, которые представлены в табл. 1.

Измерения проводились в лабораторных условиях при температуре окружающего воздуха +23 °С. Эксплуатационные условия применения частотомера от –30 до +50 °С. Относительная погрешность квантования  $\delta N_o$  при измерении частот вращения в пределах значений рассчитывается по формуле:

$$\delta N_o = N_o z_M / (60 f_{on}). \quad (2)$$

Относительная погрешность опорной частоты внутреннего генератора равна  $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$ . Температурный коэффициент частоты опорного генератора не более  $\pm 1 \cdot 10^{-9}$  на 1 °С.

На основании полученных экспериментальным путем значений частот вращения ведущего и ведомого роторов ЭМП вычислим среднее значение каждой группы частот по формуле:

$$\overline{N_{oj}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_{oji}. \quad (3)$$

Подставляя измеренные значения частот вращения ведущего и ведомого ЭМП в формулу (3), получим такие средние значения для каждой из групп:

– для первой группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно  $\overline{N_{o11}} = 1195,75$  об/мин, а

ведомого –  $\overline{N_{o21}} = 1191,88$  об/мин;

– для второй группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно  $\overline{N_{o12}} = 3000,31$  об/мин, а

ведомого –  $\overline{N_{o22}} = 2991,19$  об/мин;

Результаты измерений частот вращения роторов ЭМП

i	Первая группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП		Вторая группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП		Третья группа наблюдений частот вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП	
	$N_{o11}$	$N_{o21}$	$N_{o12}$	$N_{o22}$	$N_{o13}$	$N_{o23}$
1	1195	1183	3005	2993	4889	4866
2	1201	1190	3011	3000	4883	4891
3	1199	1179	3008	2992	4888	4875
4	1188	1207	2999	2971	4869	4883
5	1192	1209	2987	2997	4867	4892
6	1197	1186	2995	3008	4877	4899
7	1199	1178	2998	3010	4850	4871
8	1178	1205	3006	2999	4862	4887
9	1186	1197	2993	2974	4873	4899
10	1194	1171	2996	2988	4859	4878
11	1193	1210	2989	2962	4884	4896
12	1204	1182	3000	2981	4876	4893
13	1200	1189	3012	2999	4855	4882
14	1203	1191	3005	2995	4859	4883
15	1205	1197	3007	3017	4861	4879
16	1198	1196	2994	2973	4877	4894

– для третьей группы наблюдений среднее значение ведущего ЭМП равно  $\overline{N_{o13}} = 4870,56$  об/мин, а ведомого –  $\overline{N_{o23}} = 4885,50$  об/мин.

Асинхронность вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП на заданных с помощью частотного регулятора частотах 20, 50 и 80 Гц получим по формуле:

$$\Delta N_{oj} = \overline{N_{o1j}} - \overline{N_{o2j}} \quad (4)$$

На основании полученных средних значений частот асинхронность вращения наблюдений составила: первой группы –  $\Delta N_{o1} = 3,88$  об/мин; второй группы –  $\Delta N_{o2} = 9,13$  об/мин; третьей группы –  $\Delta N_{o3} = 14,94$  об/мин.

Среднее арифметическое значение асинхронности вращения роторов ЭМП на разных частотах

$$\overline{\Delta N_o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \Delta N_{oj} = 9,31 \text{ об/мин} \quad (5)$$

Среднеквадратическое отклонение (СКО) асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП при изменении частоты от 20 до 80 Гц вычислим по формуле:

$$S_j = \sqrt{\sum_{j=1}^J (\Delta N_{oj} - \overline{\Delta N_o})^2 / (J-1)} = 5,53 \text{ об/мин} \quad (6)$$

Экспериментальное стандартное отклонение среднего арифметического будет равным

$$S(\overline{\Delta N_o}) = S_j / \sqrt{J} = 3,19 \text{ об/мин} \quad (7)$$

Таким образом, интервал неопределенности, соответствующий уровню доверия 0,95 при нормальном законе распределения результатов наблюдений составил:

$$U = \pm 3S(\overline{\Delta N_o}) = \pm 9,57 \text{ об/мин} \quad (8)$$

а границы этого интервала для результатов наблю-

дений асинхронности вращения ЭМП лежат в пределах:

$$\Delta N_o = 9,31 \pm 9,57 \text{ об/мин}, P = 0,95$$

или

$$0 \leq \Delta N_o \leq 18,88 \text{ об/мин}, P = 0,95. \quad (9)$$

Оценим составляющие суммарной стандартной неопределенности по типу В неисключенных остатков систематической погрешности результата измерения.

Поскольку границы относительной погрешности опорной частоты  $\delta_{on}$  не превышают  $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$ , то граница абсолютной погрешности измерения частоты вращения будет равна

$$\Delta_{on} = \overline{N_o} \cdot \delta_{on} = \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 3022,53 = \pm 7,56 \cdot 10^{-3} \text{ об/мин}, \quad (10)$$

где  $\overline{N_o} = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 \overline{N_{o,jk}} = 3052,53$  об/мин.

Стандартную неопределенность опорной частоты  $u_1$  в предположении о нормальном законе распределения погрешности внутри границ определим как

$$u_1 = |\Delta_{on}| / k_p = 3,86 \cdot 10^{-3} \text{ об/мин}, \quad (11)$$

где  $k_p$  – коэффициент охвата для нормального распределения, равный 1,96 для уровня доверия  $p = 0,95$ .

Относительную стандартную неопределенности опорной частоты вычислим по формуле:

$$\tilde{u}_1 = u_1 / |\overline{N_o}| \cdot 100\% = 1,28 \cdot 10^{-4}\% \quad (12)$$

Неопределенность квантования  $u_2$  определим из границ относительной погрешности квантования (2) по формуле:

$$u_2 = \frac{z_M (\overline{N_o})^2}{60f_{on} k_p} = 0,29 \text{ об/мин} \quad (13)$$

Относительная неопределенность квантования в соответствии с (12) будет равной  $\tilde{u}_2 = 9,64 \cdot 10^{-3}\%$ .

Неопределенность  $u_3$ , обусловленная изменением опорной частоты при изменении температуры окружающей среды от  $+20\text{ }^\circ\text{C}$  (температура калибровки частотомера  $t_k$ ) до  $+23\text{ }^\circ\text{C}$  (температура окружающей среды в момент измерений  $t_{\text{изм}}$ ), вычисленная через температурный коэффициент частоты  $k_t = \pm 1 \cdot 10^{-9}$  при нормальном законе распределения, равна

$$u_3 = \left( |t_{\text{изм}} - t_k| \cdot k_t / k_p \right) \overline{N}_{o} = 4,63 \cdot 10^{-5} \text{ об/мин}, \quad (14)$$

а относительная неопределенность, обусловленная изменением температуры окружающей среды, составляет  $\tilde{u}_3 = 1,53 \cdot 10^{-6}\%$ .

Суммарную стандартную неопределенность типа В асинхронности вращения ведущего и ведомого роторов ЭМП, обусловленную источниками неопределенности, имеющими случайный характер при косвенных измерениях частот вращения по количеству импульсов ( $A_1$  и  $A_2$ ), с учетом корреляции между ними, определим по формуле:

$$u_4^2 = c_1^2 \cdot u^2(\overline{N}_{1o}) + c_2^2 \cdot u^2(\overline{N}_{2o}) + 2 \cdot c_1 \cdot c_2 \cdot u(\overline{N}_{1o}) \cdot u(\overline{N}_{2o}) \cdot r(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) \quad (15)$$

Коэффициенты чувствительности ( $c_1$  и  $c_2$ ) с учетом уравнения (1) вычислим по формуле:

$$c_1 = \frac{\partial \Delta N_{o}}{\partial A_1} = -\frac{60f_{\text{он}}}{A_1^2 z_M} = -\frac{\overline{N}_{1o}^2 z_M}{60f_{\text{он}}};$$

$$c_2 = \frac{\partial \Delta N_{o}}{\partial A_2} = \frac{60f_{\text{он}}}{A_2^2 z_M} = \frac{\overline{N}_{2o}^2 z_M}{60f_{\text{он}}}. \quad (16)$$

Стандартные неопределенности ( $u(\overline{N}_{1o})$ ,  $u(\overline{N}_{2o})$ ) при измерении частот вращения равны:

$$u(\overline{N}_{1o}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N}_{o1j} - \overline{N}_{1o})^2}{J(J-1)}};$$

$$u(\overline{N}_{2o}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N}_{o2j} - \overline{N}_{2o})^2}{J(J-1)}}. \quad (17)$$

Значение коэффициента корреляции между ведущим и ведомым ЭМП определим по формуле:

$$r(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) = u(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) / (u(\overline{N}_{1o}) \cdot u(\overline{N}_{2o})), \quad (18)$$

где  $u(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o})$  – корреляционный момент, который вычисляется по формуле:

$$u(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) = \sum_{j=1}^J (\overline{N}_{o1j} - \overline{N}_{1o})(\overline{N}_{o2j} - \overline{N}_{2o}) / (J(J-1)). \quad (19)$$

Для получения численных значений перечисленных коэффициентов вычислим среднее значение частот вращения роторов ведущего  $\overline{N}_{1o}$  и ведомого  $\overline{N}_{2o}$  ЭМП в диапазоне частот от 20 до 80 Гц по формуле:

$$\overline{N}_{1o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N}_{o1j} = 3022,21 \text{ об/мин};$$

$$\overline{N}_{2o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N}_{o2j} = 3022,85 \text{ об/мин}. \quad (20)$$

Подставляя средние арифметические значения  $\overline{N}_{1o}$  и  $\overline{N}_{2o}$  от средних арифметических результатов наблюдений  $\overline{N}_{o_j}$  в формулу (16), получим такие значения коэффициентов чувствительности:  $c_1 = -0,5709$  об/мин, а  $c_2 = 0,5711$  об/мин. Стандартная неопределенность при измерении частот вращения ротора для ведущего ЭМП, с учетом формулы (17), равна  $u(\overline{N}_{1o}) = 1060,88$  об/мин, а для ведомого ЭМП –  $u(\overline{N}_{2o}) = 1066,38$  об/мин. Значение корреляционного момента, в соответствии с (19), составило  $u(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) = 1131288,29$  об/мин. Подставляя значения корреляционного момента и стандартных неопределенностей в формулу (18), получим коэффициент корреляции, который равен

$$r(\overline{N}_{1o}, \overline{N}_{2o}) = 0,999989.$$

Таким образом, подставляя полученные коэффициенты в уравнение (15), получим суммарную стандартную неопределенность типа В асинхронности вращения ЭМП, числовое значение которой составляет  $u_4 = 4,37$  об/мин, а относительная суммарная неопределенность типа В равна  $\tilde{u}_4 = 0,145\%$ .

Суммарная стандартная неопределенность асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП в диапазоне частот от 20 до 80 Гц равна

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = 4,38 \text{ об/мин}, \quad (21)$$

тогда относительная суммарная неопределенность составит  $\tilde{u}_c = 0,145\%$ .

С учетом предположения о нормальном законе распределения результатов измерения и уровне доверия  $p = 0,95$  найдем расширенную неопределенность результата косвенного измерения асинхронности вращения по формуле:

$$U_{0,95} = t_{0,95}(v_{\text{eff}}) \cdot u_c. \quad (22)$$

Эффективное число степеней свободы  $v_{\text{eff}}$  равно

$$v_{\text{eff}} = u_c^4 / \left( \frac{u_1^4 + u_2^4 + u_3^4 + u_4^4}{J-1} + \frac{u_4^4}{\infty} \right) = 104072, \quad (23)$$

а коэффициент охвата будет равным

$$t_{0,95}(v_{\text{eff}}) = t_{0,95}(\infty) = 1,96. \quad (24)$$

Подставляя коэффициент охвата (24) и суммарную стандартную неопределенность (21) в уравнение (22), получим расширенную неопределенность асинхронности вращения роторов ведущего и ведомого ЭМП  $U_{0,95} = 1,96 \cdot 4,38 = \pm 8,58$  об/мин, а относительная расширенная неопределенность составляет  $\tilde{U}_{0,95} = 0,28\%$ .

Таким образом, результат наблюдений асинхронности вращения ЭМП запишем в виде:

$$0,73 \leq \Delta N_0 \leq 17,89 \text{ об/мин, } p = 0,95$$

или

$$\Delta N_0 = \overline{\Delta N_0} \pm U_{0,95} = 9,31 \pm 8,58 \text{ об/мин, } p = 0,95. \quad (25)$$

**Выводы.** На основании международных стандартов [3] произведено оценивание неопределенностей результатов косвенных измерений при контроле асинхронности вращения ЭМП.

Рассчитано расширенную неопределенность результатов наблюдений асинхронности вращения в диапазоне частот от 20 до 80 Гц, которая лежит в пределах от 1 до 18 об/мин.

В результате сравнения двух подходов на основании отечественных и международных стандартов к оцениванию результатов измерений видно, что диапазон изменения асинхронности вращения при оценивании по отечественным стандартам шире диапазона изменения при оценивании по зарубежным стандартам. Это позволяет сделать выводы о том, что

оценивание результатов измерений с помощью теории неопределенности более полно и точно.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Захаров И.П., Кукуш В.Д.* Теория неопределенности в измерениях. – Х.: Консум, 2002. – 256 с.
2. *Захаров И.П.* Составление бюджета неопределенности совместных измерений // Украинський метрологічний журнал. – 2005. – № 2. – С. 5-11.
3. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First edition. – ISO: Switzerland, 1993. – 101 p.

*Поступила 13.03.2006*

**Рецензент:** канд. техн. наук, доц. А.Б. Егоров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники.