

,

• •
• •

,

- -

2011

1

621.317
30.10
19

· · ·
· · ·

(10 26 травня 2011 р.)

19

— / . . . , 2011. — 170 .
ISBN 978-966-641-420-8.

**621.317
30.10**

ISBN 978-966-641-420-8.

© . . . , 2011

	6
	7
1.	9
1.1.	9
1.2.	13
1.3.	21
1.4.	23
2.		
2.1.	26
2.1.1.	26
2.1.2.	— ,	26
2.1.3.	32
2.1.4.	42
2.1.5.	46
2.2.	51
2.3.	59
2.4.	64
2.5.	75
	82

3.	84
3.1.	
3.2.	84
3.2.1.	89
3.2.2.	90
3.2.3.	96
3.2.4.	99
3.3.	108
3.4.	113
3.4.1.	119
3.4.2.	-
3.4.3.	119
3.4.4.	128
3.4.5.	134
3.5.	138
4.	139
4.1.	144
4.1.1.	146
4.1.2.	146
	149

4.2.	151
4.3.	154
4.4.	155
	157
	166
	167
	168

$$c_i = \partial f / \partial x_i$$

$$u_A(x_i)$$

$$u(x_i)$$

$$u_c(y)$$

$$\tilde{u}_c$$

$$U$$

$$t_p(V_{\text{eff}})$$

$$V_{\text{eff}}$$

$$r(x_i, x_j)$$

,

,

,

-

,

,

,

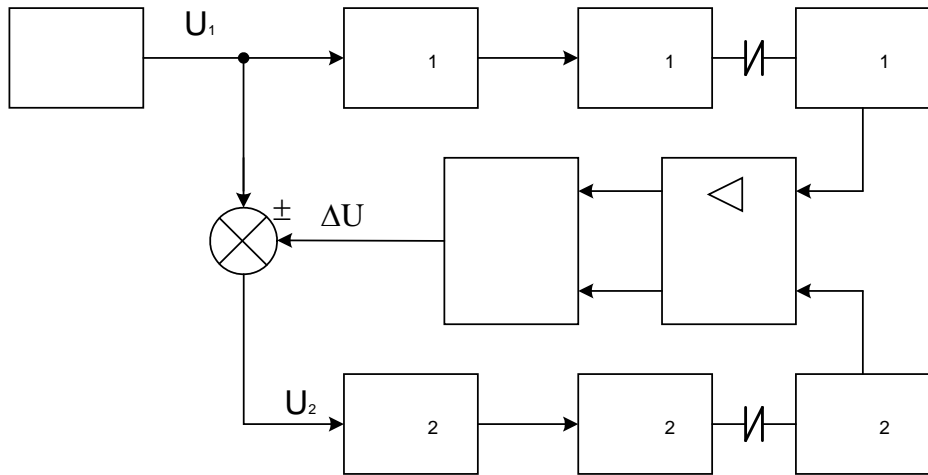
,

.

1.

1.1.

, , , , . , . () , , , . , . () . , : , , . , , . « — » , , , , , , .



. 1.1.

U_1 ,
 0 ± 100 ;
 U_2
 (\quad) ,
 (\quad) ,

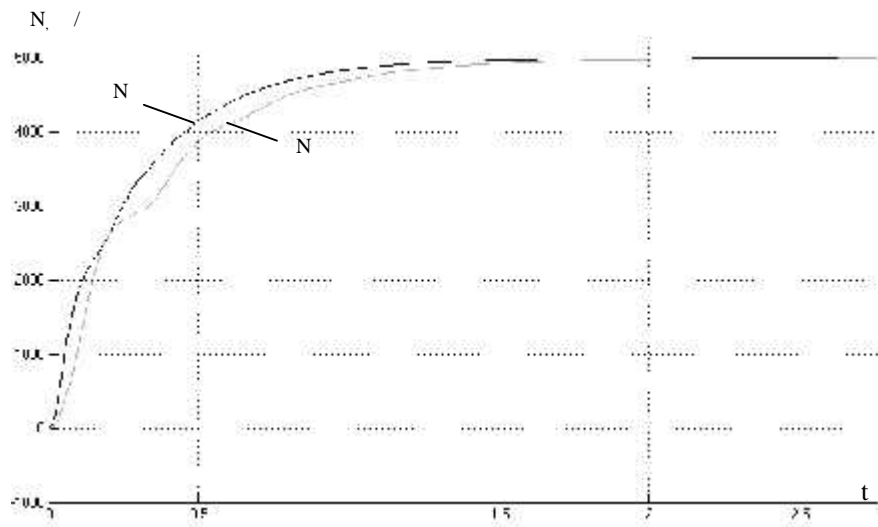
$$U_2 = U_1 \pm \Delta U. \quad (1.1)$$

[11, 12].

(. 1.1)

N

.1.2 [4].



. 1.2.

. 1.2 ,

N_2 (. 1.1)
. 1.3.

. 1.3

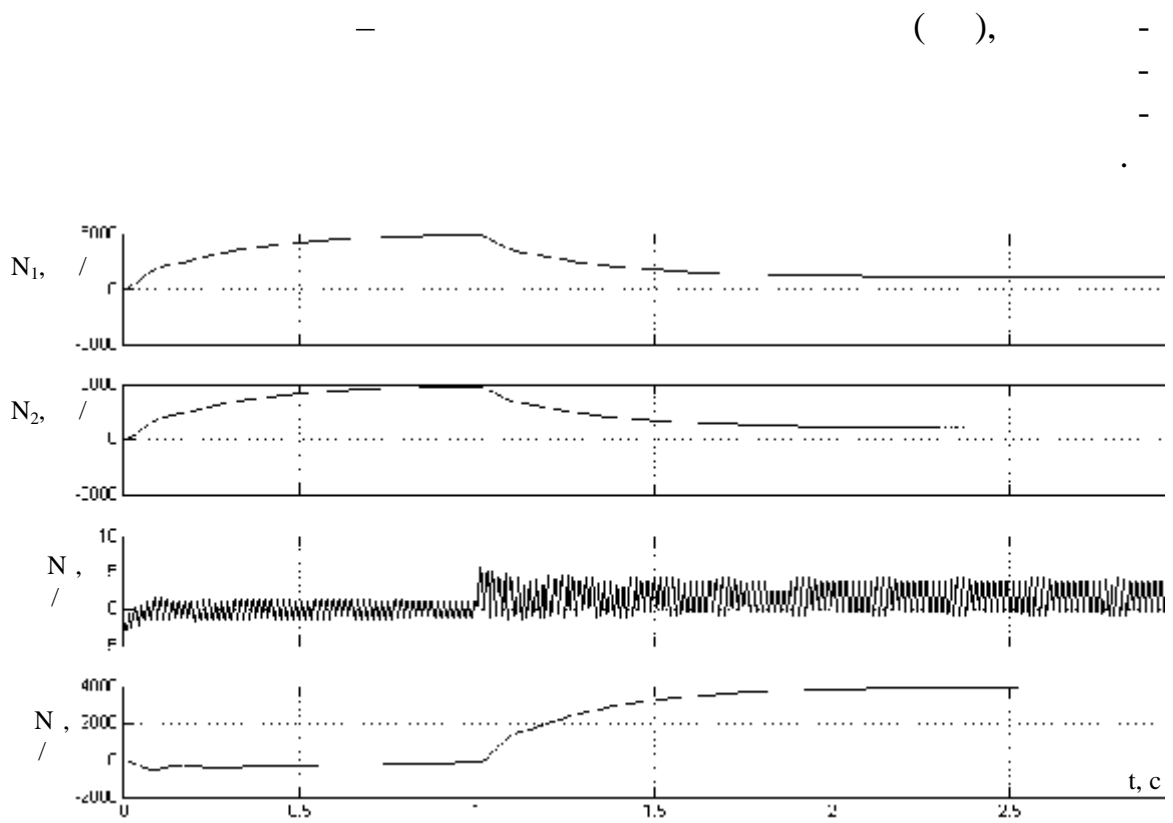
N

. 1.3

14].

N_2 (. 1.1) [13,

(. 1.3),



. 1.3.

1.2.

,
 ,
 ,
 [5].
 ,
 -
 -
 -
 :
 -
 ;
 -
 ;
 ;
 ;

[6]

$$J \frac{d\omega(t)}{dt} = M(t, \omega(t)) - M_0, \quad (1.2)$$

0 - ; (t, ω(t)) - (-) .

(1.2)

$$= J \frac{d\omega(t)}{dt}. \quad (1.3)$$

(1.2)

[7]

(± 10 %).

),
[8].

[8–12],

[8],

10 1000

100

$$J = J_E \frac{T_0^2}{T_E^2}, \quad (1.4)$$

$J_E -$
 $; T_0 -$

$; T_E -$

[13, 14, 16],

[15–19].

,

$$(\quad)$$

$$=f(\omega), \tag{1.5}$$

$$\Omega=f(\quad), \tag{1.6}$$

[15].

$$(\quad),$$

.14

$$(\quad)$$

. 1.4

:

-

[16-18].

,

(, .)

,

;

[15]

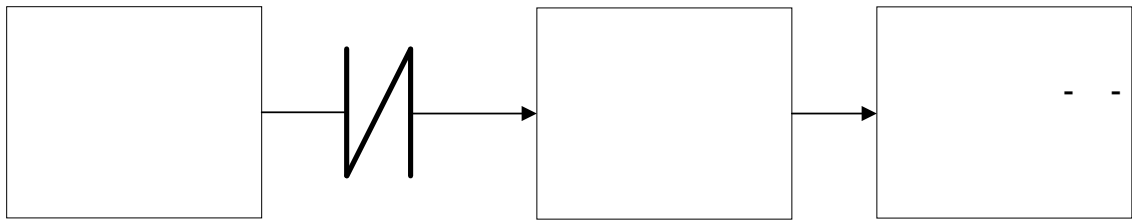
,

.

,

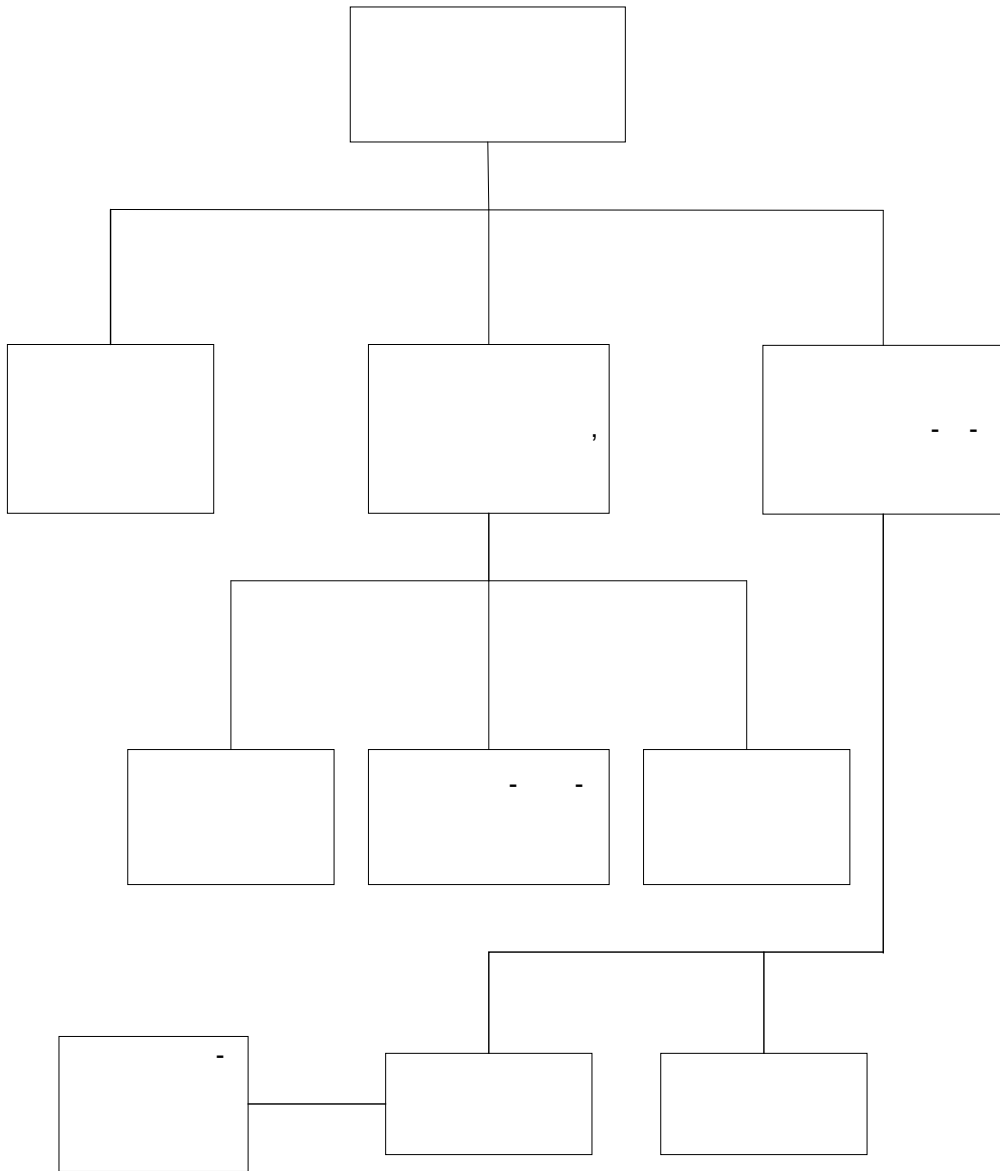
.

;



. 1.4.

. 1.5.



.1.5.

-

[20-25].

[24-28].

-

-

-
-
-
-
-
-

z

[15-17].

$$\omega = \frac{2\pi}{z_M \Delta t}, \quad (1.7)$$

Δ - ; z -

(1.7)

z .

$\omega \rightarrow 0,$

c

$$\omega = \frac{2\pi f}{z_M}, \quad (1.8)$$

f -

[16], [30], [18].

$$U = \frac{k_E \omega - U}{1 + \frac{k_K k_P \omega + R}{R}}, \quad (1.9)$$

$$U = \dots; k = \dots; k_k = \dots; U = \dots; k_p = \dots; R = \dots \quad (1.9)$$

, -
 -
 [19–21, 31], -
 , -
 .

1.3.

[22, 32, 33]:
 ; -
 , ; -
 , -
 ;

() [33].

: 1 - , 0 -
 (),

$$= \sum_{i=1}^n a_i \cdot i, \tag{1.10}$$

a_i - ; n - .

E

E_p

$$E = \frac{E_p}{E}. \tag{1.11}$$

, $a_i = 1.$

1.1.

1.1

	-	-	-	-
1.	1	1	1	1
2.	1	0	1	1
3.	0	0	1	1
4.	1	1	1	1

	,		,	-
			,	-
	.		,	-
	,			-
1.	:	«	—	»,
				-
2.	.			-
3.	.			-
			-	-
4.				.
				-
5.	.			-
	,			-
6.	.			-
				-
7.			.	-
8.			.	-
				-
9.	.		,	-
			,	-
			,	-
	.			-

2. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ПОБУДОВИ ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ З ПІДВИЩЕНОЮ ТОЧНОСТЮ ВИМІРЮВАННЯ ТА СИНХРОНІЗАЦІЇ КУТОВИХ ШВИДКОСТЕЙ РОТОРІВ ЕЛЕКТРОМОТОРІВ

2.1. Математична модель ТП і моделювання роботи вимірювального каналу кутової швидкості

2.1.1. Математична модель фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач

Розглянемо фотоприймач на основі пари фотодіод – операційний підсилювач. На рис. 2.1, а, наведено його принципову схему, а на рис. 2.1б – еквівалентну схему.

У цій схемі фотодіод VD діє як генератор струму, а операційний підсилювач DA перетворює цей струм у напругу. Залежність струму, що протікає через фотодіод, від потоку опромінення, описується виразом [34]

$$I_{VD} = \frac{\Phi S_{I0}}{\sqrt{1 + (\Omega \tau_{VD})^2}} - I_s \left(\exp\left(\frac{e_e U_{VD}}{kT}\right) - 1 \right), \quad (2.1)$$

де I_{VD} – струм фотодіода; S_{I0} – інтегральна струмова чутливість фотодіода при немодульованому опроміненні; Φ – потік опромінення; I_s – темновий струм фотодіода; U_{VD} – падіння напруги на фотодіоді; T – абсолютна температура; k – постійна Больцмана; e_e – заряд електрона; Ω – циклічна частота потоку опромінення; τ_{VD} – постійна часу фотодіода, яка залежить від значень внутрішнього опору фотодіода R_{VD} , паразитної ємності фотодіода C_{VD} , часу розсмоктування неосновних носіїв заряду.

При використанні джерела світла з конденсорною лінзою, можна отримати плоско-паралельний потік опромінення, однакового на всій площині. У цьому випадку потік опромінення та площа фоточутливого шару фотодіода, що опромінюється, пов'язані співвідношеннями [35]

$$\Phi = J_p S = IS/r^2, \quad (2.2)$$

де J_p – інтенсивність променевого потоку; r – відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється; S – площа, що опромінюється; I – сила світла.

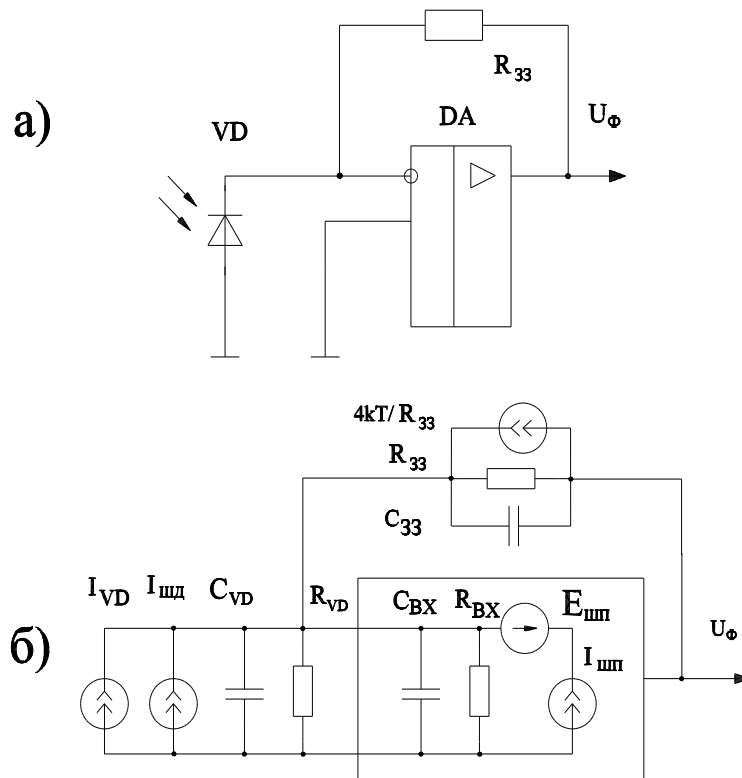


Рис. 2.1. Фотоприймач на основі пари фотодіод–операційний підсилювач: а) – принципова схема; б) – еквівалентна схема

Вихідна напруга фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач, з урахуванням зміщення нуля, різниці входних струмів, напруги шуму, описується виразом [36]

$$U_{\Phi} = \frac{I_{VD} R_{33}}{1 + R_{33}/KR_{BX} + 1/K} + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + U_{\text{ш}}, \quad (2.3)$$

де K – коефіцієнт передачі операційного підсилювача; R_{BX} – вхідний опір операційного підсилювача; U_{3M} – напруга зміщення нуля операційного підсилювача; ΔI – різниця входних струмів операційного підсилювача; $U_{\text{ш}}$ – напруга шуму на виході фотоприймача.

Модуль вихідної напруги шуму визначається виразом [36]

$$U_{\text{ш}} = \sqrt{E_{\text{шп}}^2 + (I_{\text{шп}}^2 + I_{\text{шд}}^2 + I_{33}^2) R_{33}}, \quad (2.4)$$

де $E_{\text{шп}}$ – спектральна щільність напруги шуму операційного підсилювача; $I_{\text{шп}}$ – спектральна щільність шумового струму операційного підсилювача; $I_{\text{шд}}$ – спектральна щільність шумового струму фотодіода; $I_{\text{зз}}$ – спектральна щільність шумового струму опору зворотного зв'язку.

Щільність шумового струму фотодіода, що працює у фотовольтаїчному режимі [34]

$$I_{\text{шд}} = \sqrt{4kT\Delta f/R_{\text{VD}}}, \quad (2.5)$$

де Δf – ефективна смуга пропускання електронного тракту.

Щільність шумового струму опору зворотного зв'язку [34]

$$I_{\text{зз}} = \sqrt{4kT\Delta f/R_{\text{зз}}}. \quad (2.6)$$

В загальному випадку, вхідний опір та опір зворотного зв'язку має реактивний характер. Тому у комплексній формі, вираз (2.3) записується як

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\phi} &= \frac{\dot{I}_{\text{VD}}\dot{Z}_{\text{зз}}}{1 + \dot{Z}_{\text{зз}}/\dot{K}\dot{Z}_{\text{BX}} + 1/\dot{K}} + \Delta I \cdot R_{\text{зз}} + U_{\text{ЗМ}} + \dot{U}_{\text{ш}} = \\ &= \frac{\dot{I}_{\text{VD}}\dot{Z}_{\text{зз}}\dot{Z}_{\text{BX}}\dot{K}}{\dot{Z}_{\text{BX}}\dot{K} + \dot{Z}_{\text{BX}} + \dot{Z}_{\text{зз}}} + \Delta I \cdot R_{\text{зз}} + U_{\text{ЗМ}} + \dot{U}_{\text{ш}}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

де \dot{U}_{ϕ} – комплексна амплітуда вихідної напруги фотоприймача; $\dot{U}_{\text{ш}}$ – комплексна шумова напруга; \dot{K} – комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилювача; $\dot{Z}_{\text{зз}}$, \dot{Z}_{BX} – відповідно комплексний опір в колі зворотного зв'язку та комплексний вхідний опір операційного підсилювача.

Опори $\dot{Z}_{\text{зз}}$, \dot{Z}_{BX} визначаються виразами

$$\dot{Z}_{\text{зз}} = R_{\text{зз}}/(1 + j\Omega R_{\text{зз}}C_{\text{зз}}), \quad (2.8)$$

де $C_{\text{зз}}$ – паразитна ємність кола зворотного зв'язку;

$$\dot{Z}_{\text{BX}} = R_{\text{BX}}/(1 + j\Omega R_{\text{BX}}C_{\text{BX}}), \quad (2.9)$$

де C_{BX} – вхідна ємність операційного підсилювача.

Комплексний коефіцієнт передачі операційного підсилювача без зворотного зв'язку визначається як [37–39]

$$\dot{K} = K_0 / (1 + j\Omega / \Omega_{\Gamma P}), \quad (2.10)$$

де K_0 – коефіцієнт передачі операційного підсилювача на нульовій частоті; $\Omega_{\Gamma P}$ – гранична циклічна частота операційного підсилювача.

Еквівалентний опір навантаження фотодіода визначається виразом

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{EH} &= \dot{Z}_{33} / (1 + \dot{K} + \dot{Z}_{33} / \dot{Z}_{BX}) = \\ &= R_{33} / \left((1 + j\Omega C_{33} R_{33}) \left(1 + K_0 / (1 + j\Omega / \Omega_{\Gamma P}) + \frac{R_{33}}{R_{BX}} \cdot \frac{1 + j\Omega C_{BX} R_{BX}}{1 + j\Omega C_{33} R_{33}} \right) \right). \end{aligned} \quad (2.11)$$

Підставимо (2.2) в (2.1) та знайдемо падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U}_{VD} = \dot{I}_{VD} \dot{Z}_{EH} = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{S_{I0}}{1 + j\Omega \tau_{VD}} \dot{Z}_{EH} \dot{S} - \dot{Z}_{EH} I_S (\exp(e \dot{U}_{VD} / kT) - 1). \quad (2.12)$$

де \dot{S} – комплексна амплітуда площі фоточутливого шару, що освітлюється.

Оскільки фотодіод працює у фотовольтаїчному режимі, падіння напруги на ньому мале та складає одиниці мВ. Відоме співвідношення $\exp(x) \approx 1 + x$, $x \rightarrow 0$ дає змогу спростити вираз (2.12)

$$\dot{U}_{VD} = \dot{I}_{VD} \dot{Z}_{EH} = \frac{I}{r^2} S_{I0} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / (1 + j\Omega \tau_{VD}) - \dot{Z}_{EH} I_S e \dot{U}_{VD} / kT. \quad (2.13)$$

Провівши нескладні перетворення, отримуємо вираз, який визначає падіння напруги на фотодіоді

$$\dot{U} = \frac{I}{r^2} \frac{S_{I0}}{1 + j\Omega \tau_{VD}} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / \left(I_S \frac{e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right). \quad (2.14)$$

Підставивши (2.4), (2.1), (2.2), (2.8), (2.9), (2.10), (2.14) у (2.7), після перетворень отримуємо вираз, що зв'язує комплексну амплітуду вихідної напруги фотоприймача з комплексною амплітудою площі освітлюваного фоточутливого шару фотодіода.

$$\dot{U}_\Phi = \frac{K_0 R_{BX} R_{33} \frac{I}{r^2} S_{10} \dot{S}}{(1 + j\Omega\tau_{VD}) \left(R_{33} + R_{BX}(K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{ГП}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left(\frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГП}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33}(K_0 + 1)) \right) \right)} - \frac{I_S \left(\exp \left(e \frac{I}{r^2} S_{10} \dot{Z}_{EH} \dot{S} / kT (1 + j\Omega\tau_{VD}) \left(I_S \frac{e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right) \right) - 1 \right)}{R_{33} + R_{BX}(K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{ГП}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left(\frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГП}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33}(K_0 + 1)) \right)} + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{Ш}. \quad (2.15)$$

Якщо знову скористатись співвідношенням $\exp(x) \approx 1 + x$, $x \rightarrow 0$ стосовно другого члену виразу (2.15), він прийме вигляд

$$\dot{U}_\Phi = \frac{\left(K_0 R_{BX} R_{33} \frac{I}{r^2} S_{10} - I_S e \frac{I}{r^2} S_{10} \dot{Z}_{EH} / kT \left(I_S \frac{e}{kT} \dot{Z}_{EH} - 1 \right) \right) \dot{S}}{(1 + j\Omega\tau_{VD}) \left(R_{33} + R_{BX}(K_0 + 1) - \frac{\Omega^2}{\Omega_{ГП}} R_{BX} R_{33} (C_{BX} - C_{33}) + j\Omega \left(\frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГП}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33}(K_0 + 1)) \right) \right)} + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{Ш}. \quad (2.16)$$

Вираз (2.16) є математичною моделлю фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач. Він пов'язує вихідну напругу фотоприймача з площею фоточутливого шару освітлюваного фотодіода з урахуванням частотних властивостей елементів фотоприймача, шумової складової вихідної напруги, темного струму фотодіода, падіння напруги на ньому, різниці вхідних струмів операційного підсилювача. Вираз (2.16) можна спростити. Різниця вхідних струмів ΔI для сучасних операційних підсилювачів складає одиниці нА, а напруга зміщення U_{3M} – одиниці мВ. При умовах $U_\Phi \gg U_{3M}$ та $I_{VD} \gg \Delta I$, значеннями U_{3M} та ΔI можна знехтувати. При використанні елементної бази з низьким рівнем шумів, шумовою складовою виразу (2.16) можна знехтувати. Внаслідок малого значення падіння напруги на фотодіоді при його роботі у фотовольтаїчному режимі та малого значення темного струму, друга складова чисельника виразу (2.16) близька до нуля. З урахуванням цих умов вираз (2.16) матиме вигляд

$$\dot{U}_\Phi = \frac{I S_{10} K_0 R_{BX} R_{33} \dot{S} / r^2 (1 + j\Omega\tau_{VD})}{K_0 R_{BX} + R_{33} + R_{BX} - \Omega^2 R_{BX} R_{33} \frac{(C_{BX} - C_{33})}{\Omega_{ГП}} + j\Omega \left(\frac{R_{33} + R_{BX}}{\Omega_{ГП}} + R_{BX} R_{33} (C_{BX} + C_{33}(K_0 + 1)) \right)}. \quad (2.17)$$

Із (2.17) випливає, що при виконанні вищенаведених умов, вихідна напруга фотоприймача прямо пропорційна площі освітлюваного фоточутливого шару фотодіода. Якщо розглядати фотоприймач на основі пари фотодіод–операційний підсилювач як перетворювач площі освітлюваного фоточутливого шару фотодіода у напругу, доцільно ввести поняття коефіцієнту перетворення, який дорівнює відношенню комплексної амплітуди вихідної напруги до комплексної амплітуди освітлюваної площі, без урахування шумової напруги, напруги зміщення та різниці вхідних струмів операційного підсилювача, темнового струму фотодіода

$$\dot{K}_s(\Omega) = \frac{\dot{U}_\Phi}{\dot{S}} = \frac{IK_0 R_{\text{BX}} R_{\text{ЗЗ}} S_{10} / r^2 (1 + j\Omega\tau_{\text{VD}})}{\left(K_0 R_{\text{BX}} + R_{\text{ЗЗ}} + R_{\text{BX}} - \frac{\Omega^2}{\Omega_{\text{ГР}}} R_{\text{BX}} R_{\text{ЗЗ}} (C_{\text{BX}} - C_{\text{ЗЗ}}) + j\Omega \left(\frac{R_{\text{ЗЗ}} + R_{\text{BX}}}{\Omega_{\text{ГР}}} + R_{\text{BX}} R_{\text{ЗЗ}} (C_{\text{BX}} + C_{\text{ЗЗ}} (K_0 + 1)) \right) \right)}. \quad (2.18)$$

Через коефіцієнт перетворення площі в напругу вираз (2.16) запишеться як

$$\dot{U}_\Phi = \dot{K}_s(\Omega) \dot{S} \left(1 - I_s e_e \dot{Z}_{\text{EH}} / K_0 R_{\text{BX}} R_{\text{ЗЗ}} kT \left(I_s \frac{e_e}{kT} \dot{Z}_{\text{EH}} - 1 \right) \right) + \Delta I \cdot R_{\text{ЗЗ}} + U_{\text{ЗМ}} + \dot{U}_{\text{Ш}}. \quad (2.19)$$

В більшості випадків гранична частота фотодіода значно менша за граничну частоту операційного підсилювача [37]. Тому спад частотної характеристики в області верхніх частот визначається частотними властивостями фотодіода. Це дає змогу знехтувати впливом паразитної ємності в колі зворотного зв'язку та вхідною ємністю операційного підсилювача. Вхідний опір сучасних операційних підсилювачів складає десятки МОм, що значно перевищує опір в колі зворотного зв'язку та внутрішній опір фотодіода. Тому можна прийняти $R_{\text{BX}} = \infty$. З урахуванням усіх вище наведених умов, вираз (2.18) матиме вигляд

$$K_s = IS_{10} R_{\text{ЗЗ}} / r^2 \sqrt{1 + (\Omega\tau_{\text{VD}})^2}. \quad (2.20)$$

При умові, що частота опромінення значно менша за граничну частоту фотодіода, його частотними властивостями можна знехтувати, вираз (2.18) матиме вигляд

$$K_s = IS_{10} R_{\text{ЗЗ}} / r^2. \quad (2.21)$$

А вираз для вихідної напруги фотоприймача в залежності від площі освітлюваного фоточутливого шару фотодіода

$$U_{\Phi} = IS_{10}R_{33}S/r^2. \quad (2.22)$$

Вираз (2.22) є максимально спрощеною математичною моделлю фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач як перетворювача площі в напругу, яку можна використовувати при умові того, що ширина спектру опромінення значно менша граничної частоти фотодіода.

2.1.2. Моделювання ВК кутової швидкості з ТП із зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача та їх математична модель

Запропонований ТП [15–17] включає в себе вал 1 (рис. 2.2), на який насаджено модулятор 2. Модулятор має вигляд диска, з чередуючими прозорими та непрозорими елементами рівної кутової ширини. За модулятором, зі сторони вала, розташована діафрагма 3, за якою встановлено два фотодіода 4, які входять до складу фотоприймачів на основі пари фотодіод–операційний підсилювач. Елементи фотоприймачів та інші електронні елементи ТП розташовані на платі 5. Джерело світла 6 з конденсорною лінзою освітлює фоточутливий шар фотодіодів через перехрестя модулятора та діафрагми (його на рис. 2.2. наведено штриховою лінією). Діафрагма має вигляд пластини з двома отворами 7, зсунутими між собою на кут, рівний $1,5\alpha$ кутової ширини елементів модулятора, відносно його центра, конфігурація яких визначається радіусами модулятора та концентричними колами, радіусами R_1 та R_2 , центр яких збігається з центром модулятора. Кутова ширина отворів діафрагми дорівнює кутовій ширині прозорих елементів модулятора. При обертанні вала, обертається і модулятор, внаслідок чого прозорі та непрозорі елементи модулятора перекривають отвори діафрагми.

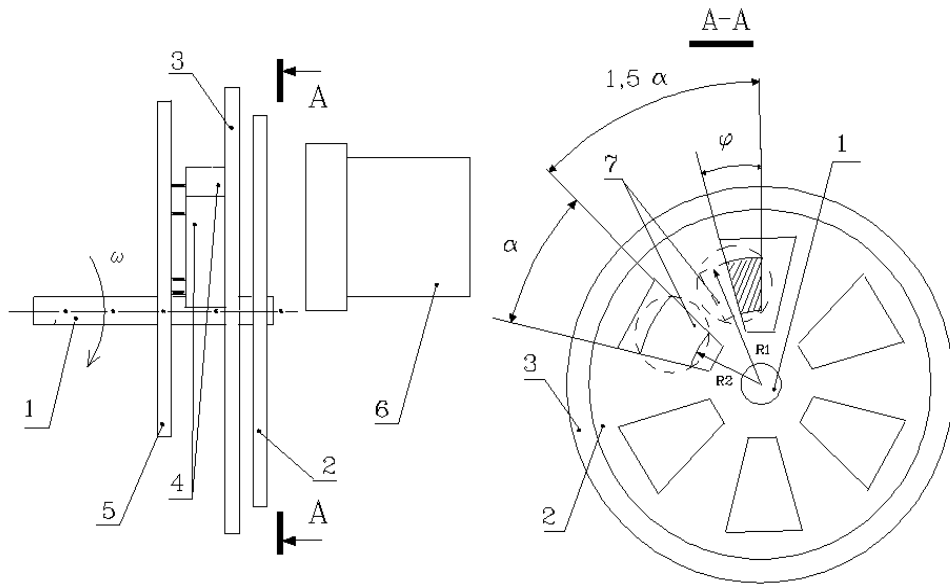


Рис. 2.2. ТП із зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

При вище вказаній формі отворів діафрагми, площа заштрихованого отвору, через яке світло при обертанні попадає на фоточутливий шар фотодіода фотоприймача (домовимось називати цей фотоприймач першим, а той, що зсунутий відносно нього на $1,5\alpha$ – другим), лінійно залежить від кута повороту вала та визначається виразом

$$S_{\phi 1} = \begin{cases} (\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \varphi \in [n\alpha, (n+1)\alpha), & n = 0, 2, 4, \dots; \\ -(\varphi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha, \varphi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha). \end{cases} \quad (2.23)$$

де φ – поточний кут повороту заднього в напрямку обертання краю прозорого елемента модулятора, який умовно прийнято за перший, відносно переднього в напрямку обертання краю першого отвору діафрагми (рад); R_1, R_2 – відповідно більший та менший радіуси кіл, що обмежують отвір діафрагми.

Вихідна напруга фотоприймача, як впливає з виразу (2.22), прямо пропорційна площі отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіода. Підставивши (2.23) в (2.22) отримуємо вираз, який зв'язує вихідну напругу першого фотоприймача з кутом повороту φ

$$U_{\phi 1} = \begin{cases} S_{10} R_{33} \frac{I}{r^2} (\phi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \phi \in [n\alpha, (n+1)\alpha), n = 0, 2, 4; \\ S_{10} R_{33} \frac{I}{r^2} \left(-(\phi - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \phi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha), n = 0, 2, 4. \end{cases} \quad (2.24)$$

При використанні одного фотоприймача, виникають похибки, які обумовлені наступним причинами. По-перше, це похибка первинного перетворення, що виникає внаслідок частотних властивостей фотоприймача. Обмеженість смуги пропускання приводить до згладжування сигналу біля його максимумів та мінімумів (рис. 2.3, в). Окрім того, при малих площах отвору, через який світло попадає на fotocутливий шар фотодіодів, похибка виготовлення отвору діафрагми та елементів модулятора обумовлює виникнення додаткової площі отвору, величина якої мало відрізняється від корисної площі, що значно впливає на точність перетворення кутової швидкості в інформативний параметр сигналу (рис. 2.3, а). При більших площах отвору, через який світловий потік попадає на fotocутливий шар фотодіодів, вище описане явище проявляється значно менше (рис. 2.3, б), тобто

$$\Delta S / S_1 \ll \Delta S / S_2. \quad (2.25)$$

Похибка, обумовлена цим фактором, проявляється біля мінімумів імпульсів напруги на виході фотоприймача. На рис. 2.3в показано мінімум вихідної напруги фотоприймача. Суцільною лінією показано реальний випадок, пунктирною – ідеальний. Відносна похибка, що виникає при цифровому диференціюванні вихідного сигналу (без урахування похибки квантування), описується виразом

$$\delta_p = 1 - \Delta U_p / \Delta U_u, \quad (2.26)$$

де δ_p – відносна похибка цифрового диференціювання; $\Delta U_u, \Delta U_p$ – відповідно зміна напруги ідеального та реального вихідного сигналу фотодіода за час Δt .

В розробленому ТП використовується два фотоприймачі на основі пари фотодіод–операційний підсилювач, а зняття вимірювальної інформації, з метою виключення проявлення двох вище вказаних факторів, здійснюється з виходу того фотоприймача, вихідний сигнал якого не знаходиться біля свого максимуму чи мінімуму. На рис. 2.4 наведено функціональну схему ВК кутової швидкості з ТП, а на рис. 2.5 наведено часові діаграми її роботи у точках, вказаних на рис. 2.4. Перед початком вимірювання, модулятор розташовується відносно діафрагми випадково. При відповідному підборі значень на-

пруг джерел опорної напруги P1 та P2, які визначають коломінімумну та коломаксимумну область вихідних сигналів фотоприймачів 1 та 2, можливі такі їх два стани перед початком вимірювань – жоден з вихідних сигналів фотоприймачів не знаходиться на рівні, який відповідає знаходженню його біля свого максимуму чи мінімуму або навпаки. В таблиці 2.1. наведено всі можливі значення вихідних напруг всіх компараторів (В – високий рівень, Н – низький рівень) перед початком роботи. Високий рівень свідчить про знаходження вихідного сигналу відповідного фотоприймача у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області.

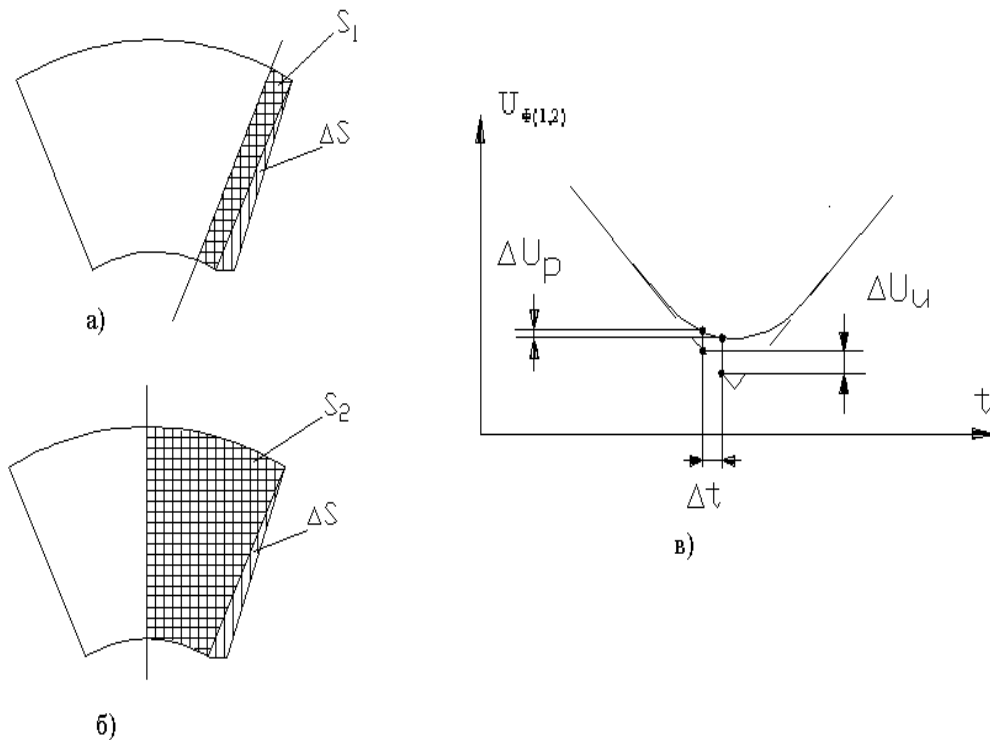


Рис. 2.3. Виникнення похибки первинного перетворення

У двох нижніх рядках табл. 2.1 знаком «+» відмічено той фотоприймач, вихідний сигнал якого при наведеному стані компараторів не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області. Після включення джерела освітлення, формувачем сигналу «Скид» S (рис. 2.4) формується сигнал «Скид», який уявляє собою імпульс напруги рівня логічної одиниці, який подається на входи елементів І-НІ D2 та D3. За заднім фронтом сигналу «Скид» спрацьовує схема запуску об'єкта Р.

Перед початком вимірювань необхідно на вихід ТП подати сигнал з виходу того фотоприймача, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїй коломаксимумній чи коломінімумній області. Для

цієї передумовки служать логічні елементи АБО-НІ D5–D8, елемент НІ D1, елементи І-НІ D2-D3. Коли компаратори знаходяться у станах 1, 3 або 5 (табл. 2.1), на виході елемента D8 АБО-НІ з'являється рівень логічного нуля. При цьому, під час дії сигналу «Скид», на виході елемента D2 І-НІ з'явиться рівень логічного нуля, а на виході елемента D3 І-НІ – рівень логічної одиниці. Лічильний тригер Т встановиться в одиницю і до виходу перетворювача буде підключено вихідний сигнал фотоприймача 1. При будь-яких інших станах до компараторів на виході перетворювача буде підключено вихідний сигнал фотоприймача 2. По задньому фронту сигналу «Скид» спрацьовує схема запуску об'єкта дослідження Р і запускається об'єкт, кутову швидкість якого треба виміряти. Коли сигнал «Скид» відсутній, напруга на установочному вході та вході скиду тригера Т завжди буде рівна логічній одиниці і не буде впливати на його стан. При обертанні вала об'єкта дослідження, трикутні імпульси напруги, які формуються на виході фотоприймачів (рис. 2.5а, б), зрівнюються з напругами джерел опорної напруги Р1 та Р2, відповідно $U_{п1}$ та $U_{п2}$. При збігу на виході одного з компараторів з'являється імпульс позитивної полярності (рис. 2.5в, г, д, е). Його тривалість дорівнює тривалості знаходження рівня вихідної напруги фотоприймача вище рівня $U_{п1}$ чи $U_{п2}$.

Таблиця 2.1

Початкові значення вихідних напруг компараторів

Компаратори та їх вихідні напруги		Номер стану				
Компаратор	Напруга	1	2	3	4	5
С1	U_{k1}	Н	В	Н	Н	Н
С2	U_{k2}	Н	Н	Н	Н	В
С3	U_{k3}	Н	Н	В	Н	Н
С4	U_{k4}	Н	Н	Н	В	Н
Фотоприймач 1		+		+	–	+
Фотоприймач 2		+	+	–	+	–

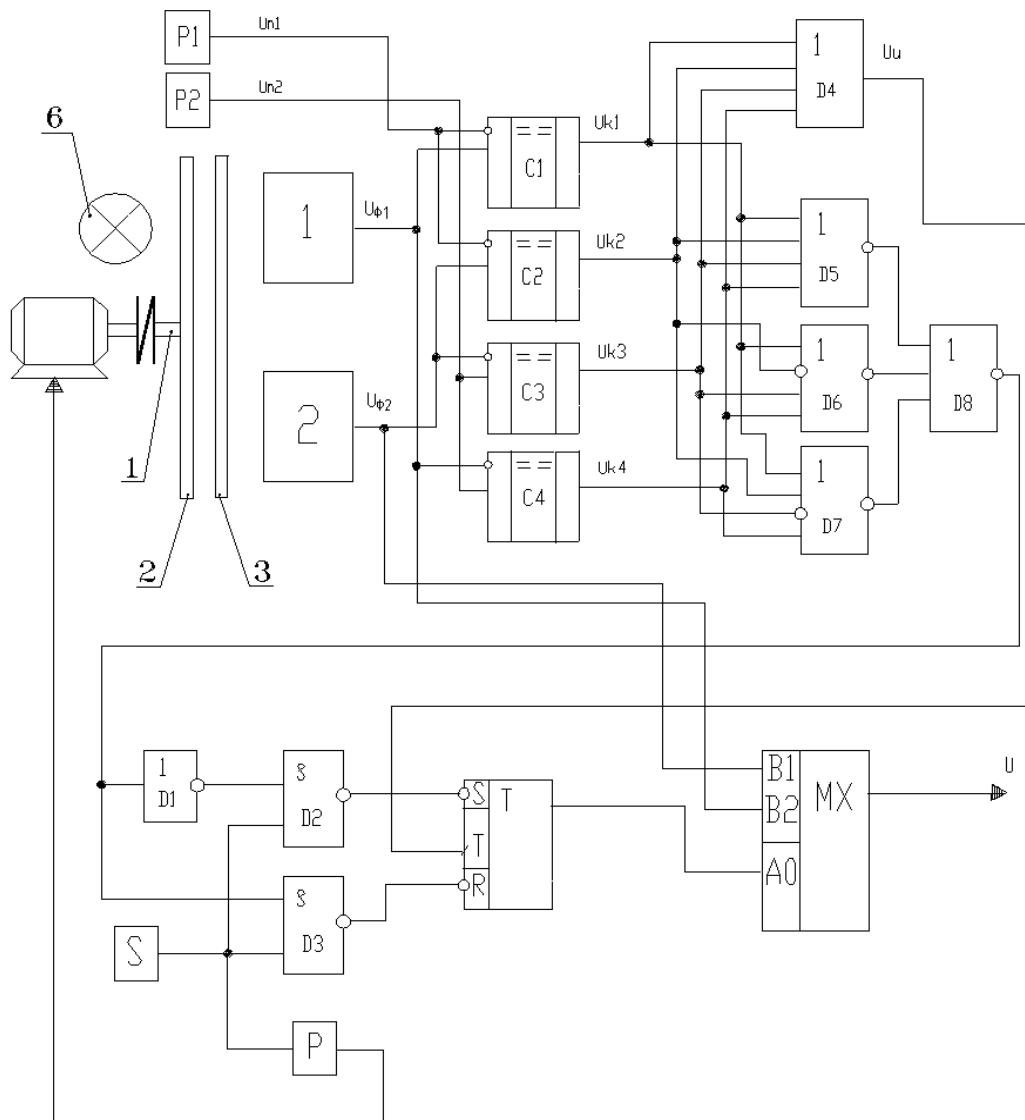


Рис. 2.4. Схема ВК кутової швидкості з ТП із зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

Вихідні імпульси кожного з компараторів подаються на входи елемента D4 АБО, з виходу якого (рис. 2.5ж) вони надходять на тактовий вхід лічильного тригера Т, який змінює свій стан по передньому фронту цих імпульсів, відповідно керуючи аналоговим мультиплексором МХ, підключаючи до виходу датчика вихідний сигнал того фотоприймача, який не знаходиться у своїй коломінімумній чи коломаксимумній області. На виході датчика формується сигнал, який на рис. 2.5и показано жирною лінією.

Знаходимо рівняння перетворення ТП зі зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача. Залежність вихідної напруги першого фотоприймача від кута повороту опису-

ється виразом (2.24). Другий фотоприймач зсунутий відносно першого на кут $1,5\alpha$. Його вихідна напруга

$$U_{\phi_2} = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(\phi + \alpha \left(\frac{1}{2} - n \right) \right) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \phi \in [n\alpha, (n+1)\alpha], n = 0, 2, 4; \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(- \left(\phi + \alpha \left(\frac{1}{2} - n \right) \right) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \phi \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], n = 0, 2, 4. \end{cases} \quad (2.27)$$

Рівняння перетворення, яке зв'язує вихідну та вхідну величини розробленого ТП у статичному режимі (тобто кутова швидкість $\omega = const$, $\phi = \omega t$, де t – поточний час), є періодичною функцією кута повороту та часу, описується виразом

$$U_1(t) = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} (\omega t + \alpha(1/2 - n)) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \omega t \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_n, t_{n+1}]; \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} (\omega t - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}, \omega t \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_{n+1}, t_{n+2}] \quad n = 0, 2, 4, \dots; \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(-(\omega t + \alpha(1/2 - n)) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \omega t \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+2}, t_{n+3}]; \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(-(\omega t - n\alpha) \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} + (R_1^2 - R_2^2)\alpha \right), \omega t \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+3}, t_{n+4}]. \end{cases} \quad (2.28)$$

де t_n – момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює U_{n2} ; t_{n+1} – момент часу, в який напруга другого фотоприймача дорівнює U_{n1} ; t_{n+2} – момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює U_{n1} ; t_{n+3} – момент часу, в який напруга другого фотоприймача дорівнює U_{n2} ; t_{n+4} – момент часу, в який напруга першого фотоприймача дорівнює U_{n2} після t_{n+3} .

Кут повороту в загальному випадку є нелінійною функцією часу. Шляхом диференціювання (2.28), замінивши ωt на ϕ та провівши нескладні перетворення, отримуємо вираз, який зв'язує швидкість обертання та вихідну напругу ТП як в динамічному, так і в статичному режимах

$$\omega(t) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}I(R_1^2 - R_2^2)} \cdot \frac{dU_1(t)}{dt}. \quad (2.29)$$

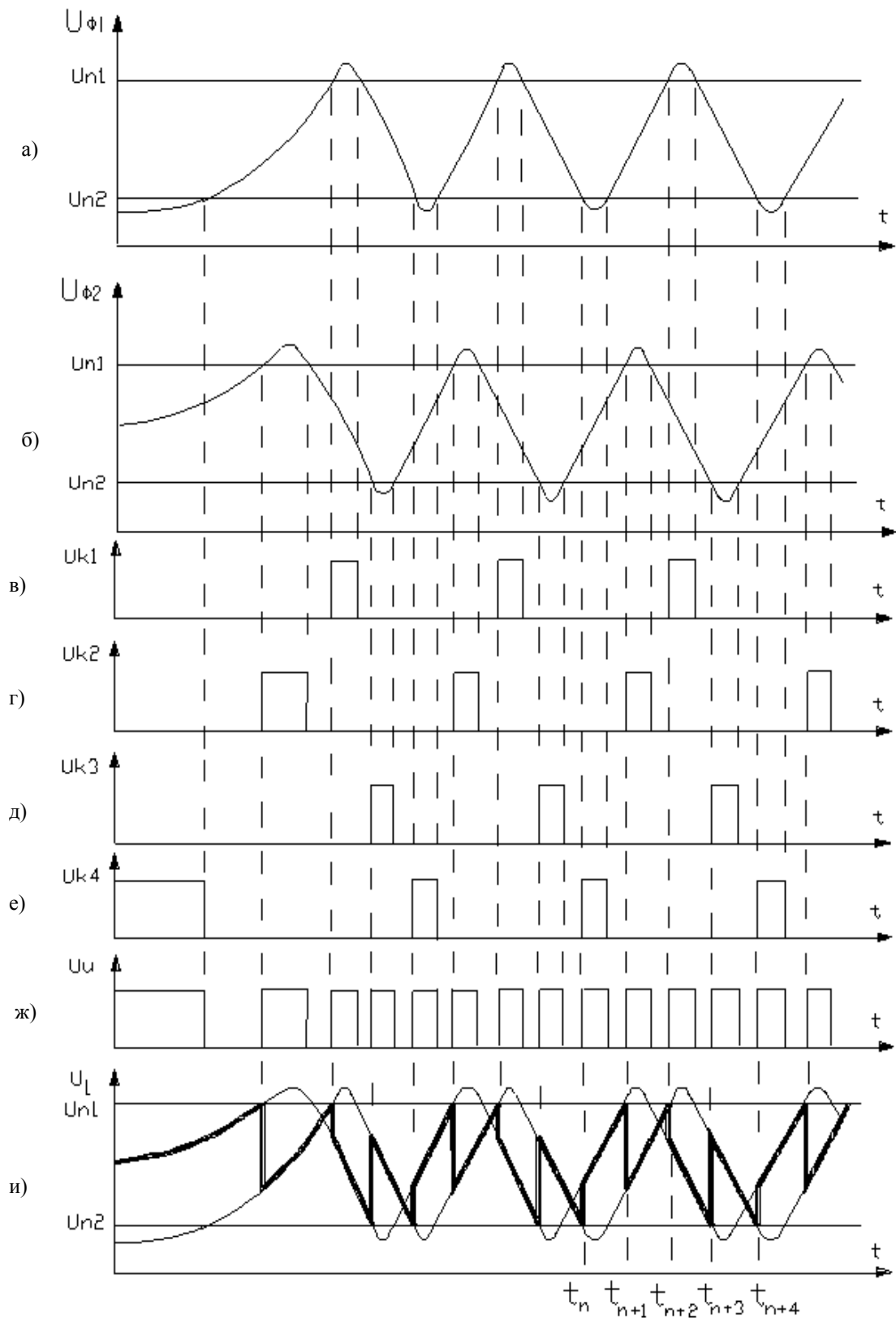


Рис. 2.5. Часові діаграми роботи ВК кутової швидкості з ТП із зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

З виразу (2.29) випливає, що перша похідна вихідної напруги ТП прямо пропорційна кутовій швидкості. Для створення математичної моделі ТП, що дає змогу аналізувати його властивості в динамічних режимах роботи об'єкта контролю з урахуванням паразитних параметрів елементної бази, знайдемо комплексну спектральну щільність освітлюваної площі фоточутливого шару фотоприймачів. Для першого фотоприймача вона визначається виразом [42]

$$\dot{S}_{\Phi_1}(\Omega) = \int_{t_1}^{t_2} S_{\Phi_1}(t) e^{-j\Omega t} dt = \begin{cases} \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} \int_{t_1}^{t_2} (\varphi(t) - n\alpha) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi(t) \in [n\alpha, (n+1)\alpha], n = 0, 2, 4, \dots; \\ \frac{R_1^2 - R_2^2}{2} \int_{t_1}^{t_2} (-\varphi(t) - n\alpha + 2\alpha) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi(t) \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha]. \end{cases} \quad (2.30)$$

де t_1 – час, коли об'єкт контролю починає працювати в динамічному режимі; t_2 – момент часу в який об'єкт контролю закінчує працювати в динамічному режимі.

Аналогічно модель визначається для другого фотоприймача. Вирази для спектральних щільностей вихідних напруг фотоприймачів отримаємо підставивши спектральні щільності освітлюваних площин до (2.19)

$$\dot{U}_{\Phi_1}(\Omega) = \dot{K}_s(\Omega) \dot{S}_{\Phi_1}(\Omega) \left(1 - I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / (kT) - 1) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш}, \quad (2.31)$$

$$\dot{U}_{\Phi_2}(\Omega) = \dot{K}_s(\Omega) \dot{S}_{\Phi_2}(\Omega) \left(1 - I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / (kT) - 1) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш}. \quad (2.32)$$

Комплексна спектральна щільність вихідної напруги ТП визначається як

$$\dot{U}_1(\Omega) = \begin{cases} \dot{U}_{\Phi_1}(\Omega), \varphi(t) \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_{n+1}, t_{n+2}); \\ \dot{U}_{\Phi_1}(\Omega), \varphi(t) \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+3}, t_{n+4}); \\ \dot{U}_{\Phi_2}(\Omega), \varphi(t) \in [(n+1)\alpha, (n+2)\alpha], t \in [t_{n+2}, t_{n+3}); \\ \dot{U}_{\Phi_2}(\Omega), \varphi(t) \in [n\alpha, (n+1)\alpha], t \in [t_n, t_{n+1}). \end{cases} \quad (2.33)$$

Перехід до залежності вихідної напруги ТП від часу здійснюється шляхом зворотного перетворення Фур'є. Вирази (2.24)–(2.33) описують математичну модель розглянутого ТП у динамічному режимі роботи ЕМП. При роботі ЕМП в усталеному режимі вихідний сигнал ТП є періодичним. Для отримання математичної моделі ТП при роботі

ЕМП в усталеному режимі представимо закон зміни освітлюваної площі фоточутливого шару фотодіодів, у вигляді суми гармонічних складових ряду Фур'є [42]:

$$\dot{S}_{\Phi 1}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)); \quad (2.34)$$

$$\dot{S}_{\Phi 2}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t + \alpha/2) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \alpha/2)), \quad (2.35)$$

де $\frac{S_0}{2}$, S_{Am} , S_{Bm} – відповідно постійна складова та коефіцієнти ряду Фур'є.

Позначимо через U_0 залежність вихідної напруги фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач при $S=\text{const}$ без урахування паразитних складових. Підставивши (2.34) та (2.35) у (2.19) отримаємо вирази для вихідних напруг фотоприймачів:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 1}(t) = & U_0 \left(\frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \left(1 - \frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / (kT) - 1)} \right); \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{\Phi 2}(t) = & U_0 \left(\frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \times R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t + \alpha/2) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \alpha/2)) \times \\ & \times \left(1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / (kT) - 1) \right). \end{aligned} \quad (2.37)$$

Вихідна напруга ТП визначається виразом

$$\dot{U}_1(t) = \begin{cases} \dot{U}_{\Phi 1}(t), t \in (t_{n+1}, t_{n+2}], t \in (t_{n+3}, t_{n+4}]; \\ \dot{U}_{\Phi 2}(t), t \in (t_n, t_{n+1}], t \in (t_{n+2}, t_{n+3}]. \end{cases} \quad (2.38)$$

Частота вихідного сигналу кожного з фотоприймачів в усталеному режимі, які входять до складу ТП, дорівнює добутку кількості прорізів модулятора на частоту обертання вала ЕМП, що обумовлює високу частоту вихідного сигналу та обмежує зверху діапазон вимірювання. Коли не потрібна висока точність вимірювання, кутову швидкість в усталеному режимі можливо визначити шляхом вимірювання частоти вихідного сигналу одного з фотоприймачів. Вимірювання кутової швидкості в динамічному режимі здійснюється шляхом диференціювання вихідного сигналу ТП. ТП має високу чутливість за кутом повороту, тому що за час повернення вала досліджуваного приводу на невеликий кут α , вихідна напруга ТП змінюється від мінімального до максимального значення, яке може відповідати динамічному діапазону АЦП, що використовується для цифрового диференціювання.

2.1.3. Синтез форми прорізи модулятора для отримання низькочастотного вихідного сигналу ТП

Вихідний сигнал вище описаного перетворювача є періодичним, його частота дорівнює добутку кількості прорізів модулятора на усталену частоту обертання. Є очевидним, що оскільки смуга пропускання лінійних фотоприймачів обмежена, то при певній частоті обертання похибка первинного перетворення, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів, значно збільшується. Окрім того, визначення поточного кутового положення за допомогою описаного ТП є неможливим. Тому доцільним є знаходження такої форми прорізи модулятора, при якій би забезпечувався максимально низькочастотний вихідний сигнал. Завдання визначення прорізи модулятора полягає у знаходженні такої її форми, щоб площа отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотоприймача, лінійно залежала від кута повороту модулятора в межах його одного оберту [40].

Розглянемо рис. 2.6, на якому наведено креслення модулятора, з виконаною в ньому прорізію. Прорізь модулятора обмежена кривими, рівняння яких у полярних координатах, полюс яких збігається з центром модулятора O , мають вигляд:

$$\rho_1 = R_0, \quad (2.39)$$

$$\rho_2 = R_0 + y(\varphi). \quad (2.40)$$

Рівняння кривої $\rho_1 = R_0$ є рівнянням кола у полярних координатах. Вибір такої кривої обумовлено тим, що її легко виконати. Ви-

ходячи з тих самих умов, конфігурація діафрагми обмежена двома променями, які починаються у полюсі O і утворюють між собою кут β . Розглянемо поточне розташування діафрагми відносно смуги, що обмежена колом $\rho_1 = R_O$ та лінією $\rho_2 = R_O + y(\varphi)$. Коефіцієнт заповнення ξ вікна діафрагми дорівнює відношенню

$$\xi = \frac{S_{ABCD}}{S_{MAX}}, \quad (2.41)$$

де S_{ABCD} , S_{MAX} – площа фігури $ABCD$ відповідно у поточному та кінцевому положенні (у кінцевому положенні промінь OA збігається з полярною віссю ρ).

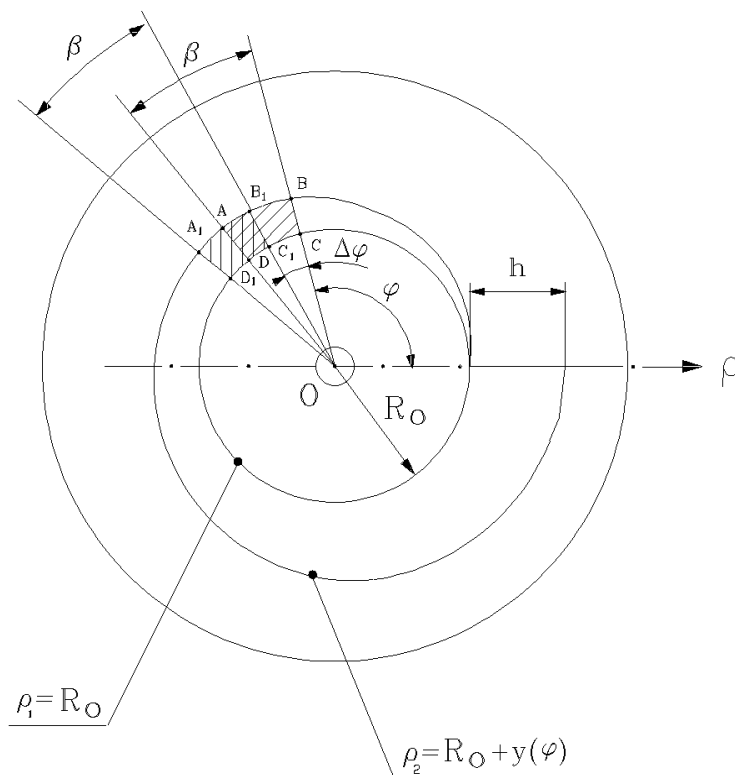


Рис. 2.6. Модулятор первинного тахометричного перетворювача

Завдання полягає у визначенні рівняння кривої $\rho_2 = R_O + y(\varphi)$, яке забезпечує лінійну зміну приросту $\Delta\xi$ коефіцієнта заповнення вікна діафрагми ξ в залежності від кута повороту $\Delta\varphi$

$$\Delta\xi = k_0\Delta\varphi, \quad (2.42)$$

де k_0 – коефіцієнт пропорційності.

Невідома функція $y(\varphi)$ повинна задовольняти граничні умови:

$$y(0) = 0, \quad (2.43)$$

$$y(2\pi) = h \quad (2.44)$$

Площу фігури ABCD знайдемо за допомогою подвійного інтегралу

$$S_{ABCD} = \iint_{ABCD} \rho d\varphi d\rho = \frac{1}{2} \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\beta} (2R_0 y(\varphi) + y^2(\varphi)) d\varphi. \quad (2.45)$$

Аналогічно визначаємо площу фігури $A_1B_1C_1D_1$

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = \frac{1}{2} \int_{\varphi_0+\Delta\varphi}^{\varphi_0+\Delta\varphi+\beta} (2R_0 y(\varphi) + y^2(\varphi)) d\varphi. \quad (2.46)$$

Приріст коефіцієнта заповнення $\Delta\xi$, що відповідає куту $\Delta\varphi$, дорівнює

$$\Delta\xi = \frac{\Delta S}{S_{MAX}} = \frac{S_{A_1B_1C_1D_1} - S_{ABCD}}{S_{MAX}}. \quad (2.47)$$

Звідки, з урахуванням (2.41), (2.45), (2.46) отримаємо

$$\int_{\varphi_0+\Delta\varphi}^{\varphi_0+\Delta\varphi+\beta} (2R_0 y(\varphi) + y^2(\varphi)) d\varphi - \int_{\varphi_0}^{\varphi_0+\beta} (2R_0 y(\varphi) + y^2(\varphi)) d\varphi = k_1 \Delta\varphi, \quad (2.48)$$

де $k_1 = 2k_0 S_{MAX}$.

Продиференціюємо співвідношення (2.48) за $\Delta\varphi$, тоді

$$k_1 = 2R_0 y(\varphi_0 + \Delta\varphi + \beta) + y^2(\varphi_0 + \Delta\varphi + \beta) - 2R_0 y(\varphi_0 + \Delta\varphi) - y^2(\varphi_0 + \Delta\varphi). \quad (2.49)$$

Введемо позначення

$$\varphi_0 + \Delta\varphi = t; \quad z(t) = 2R_0 y(t) + y^2(t). \quad (2.50)$$

При цьому співвідношення (2.49) матиме вигляд

$$z(t + \beta) - z(t) = k_1. \quad (2.51)$$

Нехай $t = 0$, тоді у відповідності з (2.43), (2.50), маємо $z(0) = 0$ та відповідно з (2.51), $z(\beta) = k_1$. При $t = \beta$, відповідно з (2.45), $z(2\beta) = k_1 + z(\beta) = 2k_1$. Аналогічно, прийнявши $t = 2\beta$, отримаємо $z(3\beta) = 3k_1$. Отже, для значень аргументів $\beta, 2\beta, 3\beta$, які є членами арифметичної прогресії, функція $z(t)$ набуває значення $k_1, 2k_1, 3k_1$, які також утворюють арифметичну прогресію. Наведена властивість притаманна тільки лінійній функції $z(t) = at + b$. З урахуванням (2.42) та (2.50), $b = 0$, отже $z(t) = at$, тобто

$$2R_0 y(t) + y^2(t) = at. \quad (2.52)$$

Переписавши останнє співвідношення у вигляді

$$(y(t) + R_0)^2 = R_0^2 + at, \quad (2.53)$$

з урахуванням прийнятих позначень (2.51), дістанемо шукану залежність

$$\rho_2(\varphi) = \sqrt{R_0^2 + a\varphi} \quad (2.54)$$

З (2.50) та (2.52) маємо $z(t) = at$, а з (2.51), з урахуванням $z(t+\beta) = a(t+\beta)$, встановлюємо залежність

$$a\beta = k_1 = 2kS_{\text{MAX}}, \quad (2.55)$$

де

$$S_{\text{MAX}} = \frac{1}{2} \int_{2\pi-\beta}^{2\pi} (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi = a \frac{\beta}{4} (4\pi - \beta). \quad (2.56)$$

Для початкового положення (промінь ОВ збігається з полярною віссю) маємо

$$S_0 = \frac{1}{2} \int_0^\beta (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi = a \frac{\beta^2}{4}, \quad (2.57)$$

звідки знаходимо значення ξ_0

$$\xi_0 = S_0 / S_{\text{MAX}} = \beta / (4\pi - \beta). \quad (2.58)$$

При переході вікна діафрагми з початкового в кінцеве положення коефіцієнт заповнення ξ збільшується від ξ_0 до 1, або, що теж саме, на величину прямо пропорційну куту повороту. Співвідношення (2.54) задовольняє очевидну умову $\rho_2(0) = R_0$, а з умови $\rho_2(2\pi) = R_0 + h$, встановлюється ще одне співвідношення

$$a = h(2R_0 + h)/2\pi, \quad (2.59)$$

яке дозволяє вибрати конкретні числові значення параметрів.

2.1.4. Модель тахометричного перетворювача з низькочастотним вихідним сигналом

Розглянемо [16, 17, 40] рис. 2.7, на якому наведено схематичне креслення ТП з низькочастотним вихідним сигналом. Він має вал 1, на який насаджено модулятор 2, за яким знаходиться діафрагма 3. За діафрагмою знаходяться два фотоприймачі на основі пари фотодіод-операційний підсилювач 4 та 5 (на рис. 2.7а їх позначено штриховою лінією). Діафрагма (на рис. 2.7б її позначено жирною лінією) має прорізи 6 та 7. Їх форма обмежена концентричними колами радіусами R_1 (більший радіус) та R_2 , центр яких збігається з центром модулятора, та променями, які починаються в центрі модулятора, кут між якими дорівнює β . Модулятор має дві прорізи – 8 та 9. Прорізь 8 має таку ж форму і розташована на такій же відстані від центра модулятора, як і прорізь 7 діафрагми. Форма прорізи 9 обмежена кривими $\rho_1(\varphi)$ та $\rho_2(\varphi)$, які описуються рівняннями (2.39) та (2.54). Розглянемо, як залежить площа отвору, який утворюється при обертанні модулятора перекриттям прорізів 6 та 9 діафрагми та модулятора, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіода фотоприймача 5, в залежності від кута повороту φ

$$S_2(\varphi) = \begin{cases} \frac{1}{2} \int_{\varphi}^{\varphi+\beta} (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi, & \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ \frac{1}{2} \int_{\varphi}^{2\pi} (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi + \frac{1}{2} \int_0^{\varphi-(2\pi-\beta)} (\rho_2^2(\varphi) - R_0^2) d\varphi, & \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} = \begin{cases} a \frac{\beta}{2} \varphi + a \frac{\beta^2}{4}, & \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ -\frac{a(2\pi - \beta)}{2} \varphi + \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + a\pi^2, & \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} \quad (2.60)$$

Площа отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіода, є лінійною функцією кута повороту модулятора відносно діафрагми. Підставивши (2.60) у (2.22) отримуємо вираз, який зв'язує вихідну напругу фотоприймача 5 з кутом повороту φ

$$U_2 = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \varphi + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ -S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} \varphi + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} \quad (2.61)$$

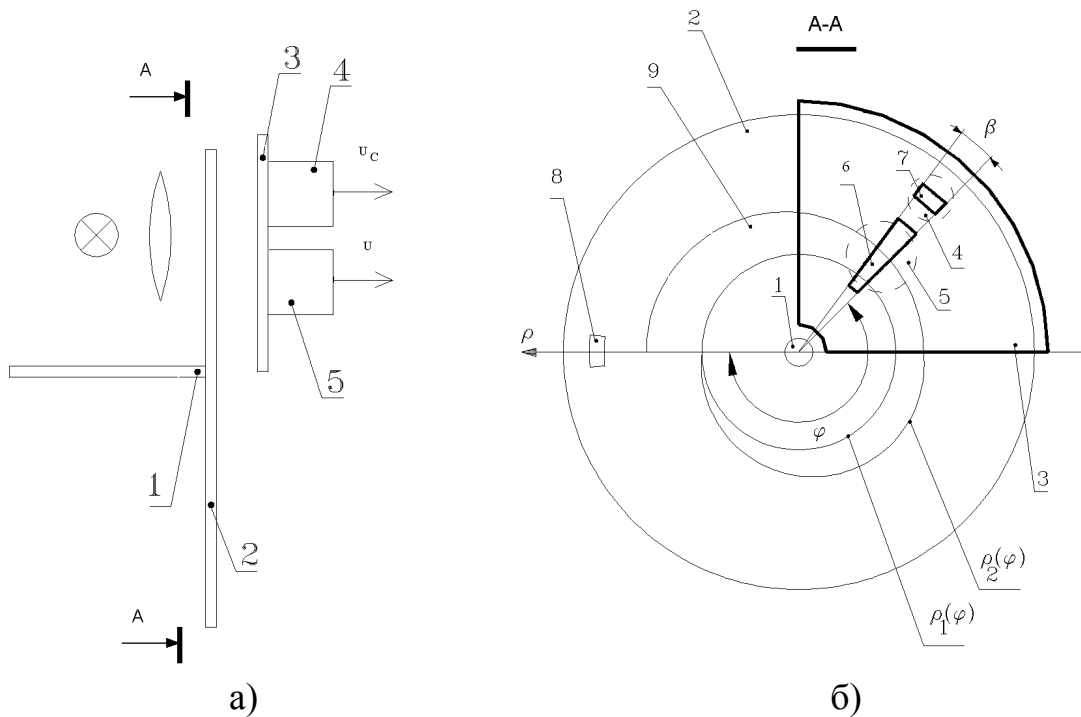


Рис. 2.7. ТП з низькочастотним вихідним сигналом

Шляхом нескладних перетворень отримуємо вираз, який зв'язує напругу U_2 та кут повороту модулятора відносно діафрагми

$$\varphi = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}Ia\beta} U_2 - \frac{\beta}{2}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ \frac{2\pi - \beta}{2} + \frac{2\pi^2}{2\pi - \beta} - \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}Ia(2\pi - \beta)} U_2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} \quad (2.62)$$

Як випливає з виразу (2.62), з вихідної напруги фотоприймача 5 неможна точно визначити кутове положення вала об'єкта досліджень, що є необхідним у багатьох випадках. Тому використовується фотоприймач 4, призначення якого полягає у формуванні сигналу, який приймає значення логічної одиниці при $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$ та логічного ну-

ля в іншому випадку. Його функціональну схему наведено на рис. 2.8, а працює він таким чином.

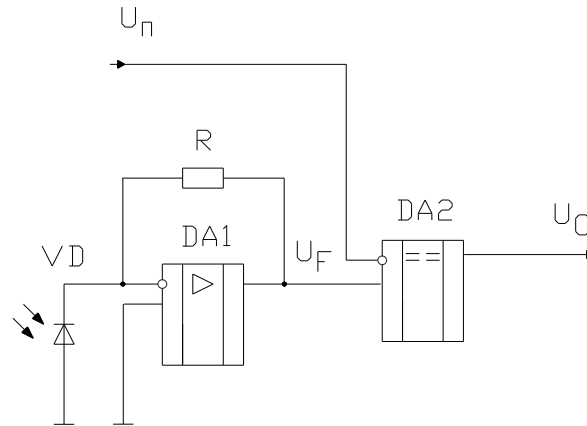


Рис. 2.8. Функціональна схема фотоприймача 4

При обертанні модулятора перекриваються прорізи 7 та 9 модулятора та діафрагми. Площа освітлюваного фоточутливого шару фотодіода фотоприймача 4 при вище описаній формі прорізів модулятора та діафрагми змінюється за трикутним законом. Відповідно за трикутним законом змінюється і вихідна напруга U_F операційного підсилювача DA1 (рис. 2.9), яка описується виразом

$$U_F = \begin{cases} \frac{U_{FMAX}}{\beta} \left(\varphi - 2\pi + \frac{3}{2}\beta \right), & \varphi \in (2\pi - 3\beta/2, 2\pi - \beta/2]; \\ \frac{U_{FMAX}}{\beta} \left(-\varphi + 2\pi + \frac{1}{2}\beta \right), & \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \beta/2], \end{cases} \quad (2.63)$$

де U_{FMAX} – максимальне значення напруги U_F

$$U_{FMAX} = S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{\beta}{2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (2.64)$$

Для формування імпульсу напруги U_C , який свідчить про те, що кут повороту модулятора відносно діафрагми знаходиться в межах $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$, служить компаратор DA2, на неінвертуючий вхід якого подається опорна напруга $U_П$, а на інвертуючий вхід – напруга U_F . При перевищенні напругою U_F рівня напруги $U_П$ формується імпульс, тривалість якого визначається рівнем $U_П$. При вищевказаних параметрах прорізів 7 та 8, значення U_F при $\varphi = 2\pi - \beta$ та $\varphi = 2\pi$ дорівнює $U_{FMAX}/2$. Тобто для того, щоб тривалість імпульсу U_C відповідала часу, у який кут повороту $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$, значення опорної напруги $U_П$

повинно бути $U_{F \text{ MAX}}/2$. Рівняння перетворення ТП, яке зв'язує його вхідну та вихідну величини в статичному режимі

$$U_2 = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \omega t + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, & \text{при } U_C = 0; \\ -S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)}{2} \omega t + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \pi^2, & \text{при } U_C = 1. \end{cases} \quad (2.65)$$

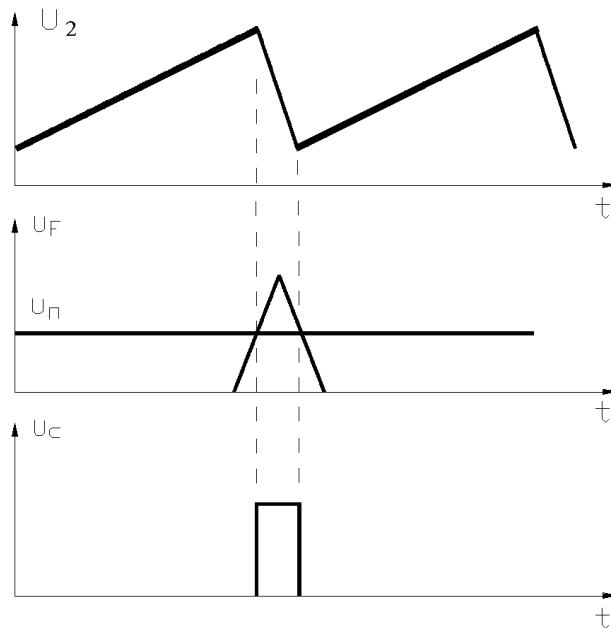


Рис. 2.9. Часові діаграми роботи ТП з низькочастотним вихідним сигналом

Для динамічного режиму цей вираз матиме вигляд

$$U_2 = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \int \omega(t) dt + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, & \text{при } U_C = 0; \\ -S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)}{2} \int \omega(t) dt + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \pi^2, & \text{при } U_C = 1. \end{cases} \quad (2.66)$$

Вираз, що зв'язує кутову швидкість з вихідною напругою ТП отримуємо шляхом нескладних перетворень виразу (2.66)

$$\omega(t) = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}aI\beta} \frac{dU_2(t)}{dt}, & U_C = 0; \\ -\frac{2r^2}{S_{10}R_{33}aI(2\pi - \beta)} \frac{dU_2(t)}{dt}, & U_C = 1. \end{cases} \quad (2.67)$$

Рівняння, що зв'язує кут повороту з вихідною напругою ТП має вигляд

$$\varphi = \begin{cases} \frac{2\gamma^2}{S_{10}R_{33}Ia\beta} U_2 - \frac{\beta}{2}, & U_C = 0; \\ \frac{2\pi - \beta}{2} + \frac{2\pi^2}{2\pi - \beta} - \frac{2\gamma^2}{S_{10}R_{33}Ia(2\pi - \beta)} U_2, & U_C = 1. \end{cases} \quad (2.68)$$

За допомогою описаного ТП можливе визначення напрямку обертання шляхом визначення знаку першої похідної вихідного сигналу. Значення знаків першої похідної при різних напрямках обертання (у відповідності з рис. 2.7б) наведено у таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Знаки похідної сигналу при різних напрямках обертання

Значення U_C	Знак похідної	Напрямок обертання
1	+	проти часової стрілки
0	+	за часовою стрілкою
1	-	за часовою стрілкою
0	-	проти часової стрілки

Для створення математичної моделі ТП, за допомогою якої буде можливо аналізувати його динамічні властивості при роботі об'єкта контролю в динамічному режимі, знайдемо комплексну спектральну щільність закону зміни площі фоточутливого шару фотоприймача 5, що освітлюється

$$\dot{S}_2(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(\varphi(t)) \exp(-j\Omega t) dt. \quad (2.69)$$

Підставивши (2.69) у (2.19) отримуємо вираз, для комплексної спектральної щільності вихідної напруги ТП у динамічному режимі роботи ЕМ

$$\dot{U}_2(\Omega) = \dot{K}_s(\Omega) \dot{S}_2(\Omega) \left(1 - I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_s e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / (kT) - 1) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш}. \quad (2.70)$$

Перехід до часової залежності вихідної напруги ТП здійснюється шляхом зворотного перетворення Фур'є. Вирази (2.60), (2.69), (2.70) описують математичну модель ТП у динамічному режимі роботи ЕМ. Для створення математичної моделі ТП в усталеному режимі роботи

ЕМ розкладемо залежність площі освітлюваного шару фотодіода в комплексний ряд Фур'є

$$\dot{S}_2(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)), \quad (2.71)$$

Підставивши (2.71) у (2.19) отримуємо вираз для комплексної вихідної напруги ТП в усталеному режимі роботи ЕМП

$$\dot{U}_2(t) = U_0 \left(\frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш} + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \times \left(1 - \frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{K_0 R_{BX} R_{33} kT \left[\frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{kT} - 1 \right]} \right). \quad (2.72)$$

Вирази (2.71), (2.72) є математичною моделлю розробленого ТП в усталеному режимі роботи ЕМП, яка враховує частотні та шумові властивості елементної бази, що дає змогу дослідити їх вплив на точність первинного перетворення.

Розроблений тахометричний перетворювач не вільний від похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми, яка особливо проявляється біля максимумів та мінімумів його вихідної напруги.

2.1.5. Моделювання ВК кутової швидкості з ТП із низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача

Розглянутий вище ТП має недоліки: в максимумах та мінімумах вихідних імпульсів виникають їх значні викривлення внаслідок обмеженої смуги пропускання фотоприймачів, що входять до його складу та неточності виготовлення модулятора і діафрагми; коефіцієнти пропорційності між крутизною заднього та переднього фронтів та кутовою швидкістю відрізняються між собою, що ускладнює алгоритм обробки сигналу; зміни знаку першої похідної ускладнює алгоритм визначення напрямку обертання. Пропонується варіант ТП [41], який вільний від вказаних недоліків, креслення якого наведено на рис. 2.10. ТП включає в себе вал 1, який механічно спрягається з модулятором 2, в якому виконано прорізь 3 та прорізь 4. Прорізь 3 обмежена кри-

вими $\rho_1(\varphi)$ та $\rho_2(\varphi)$, які описуються рівняннями (2.39) та (2.54). Форма прорізи 4 обмежена променями, які починаються у центрі модулятора O , кут між якими γ , та дугами концентричних кіл радіусами R_1 (більший радіус) та R_2 , центр яких збігається з центром модулятора. За модулятором знаходиться діафрагма 5 (її виділено жирною лінією), у якій виконано прорізи 6, 7, 8, 9. Форма прорізів 6 та 9 обмежена прямими, що починаються у центрі модулятора O , кут між якими γ , та дугами концентричних кіл радіусами R_1 (більший радіус) та R_2 , центр яких співпадає з центром модулятора. Форма прорізів 7 та 8 обмежена прямими A та B , які схрещуються у центрі модулятора. Кут між ними дорівнює β . Усі прорізи діафрагми співвісні, їх вісь проходить через центр модулятора O . Прорізи 6 та 7 симетричні з прорізами 8 та 9 відносно прямої, що проходить через центр модулятора O та перпендикулярної їй загальній осі. За діафрагмою, навпроти прорізів 6, та 9 знаходяться фотоприймачі 10 та 13, які виконано за схемою на рис. 2.8. Навпроти прорізів 7 та 8 знаходяться фотоприймачі 11 та 12, які виконано за схемою на рис. 2.1. Фотоприймачі та інші електронні компоненти знаходяться на платі 14. Фоточутливий шар фотоприймачів (позначено пунктирною лінією), через перехрестя прорізів модулятора та діафрагми, освітлюється джерелами світла 15, які забезпечують рівномірний світловий потік на усій освітлюваній поверхні.

Вихідна напруга фотоприймачів 11 та 12, які рознесені між собою на 180° , у відповідності з (2.22) прямо пропорційна площині отвору, через який світло попадає на фоточутливий шар фотодіода, та відповідно визначається виразами

$$U_{11} = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} (\varphi + \pi) + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ -S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} (\varphi + \pi) + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} \quad (2.73)$$

$$U_{12} = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta}{2} \varphi + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a \frac{\beta^2}{4}, \varphi \in [0, 2\pi - \beta); \\ -S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)}{2} \varphi + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a(2\pi - \beta)^2}{4} + S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} a\pi^2, \varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi). \end{cases} \quad (2.74)$$

Площа отвору, що утворюється при перекритті прорізів 6 та 9 діафрагми з прорізів 4 модулятора, змінюється за трикутним законом. Відповідно вихідна напруга операційних підсилювачів, що входять до складу фотоприймачів 13 та 10 змінюється за трикутним законом, та описується відповідно виразами:

$$U_{13} = \begin{cases} U_{FM}(\varphi - 2\pi + 3\gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \gamma - \beta/2, 2\pi - \beta/2]; \\ U_{FM}(-\varphi + 2\pi + \gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \gamma - \beta/2], \end{cases} \quad (2.75)$$

$$U_{10} = \begin{cases} U_{FM}(\varphi - \pi + 3\gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \gamma - \beta/2, 2\pi - \beta/2]; \\ U_{FM}(-\varphi + 3\pi + \gamma/2)/\beta, \varphi \in (2\pi - \beta/2, 2\pi + \gamma - \beta/2], \end{cases} \quad (2.76)$$

де U_{FM} – максимальна вихідна напруга операційних підсилювачів, що входять до складу фотоприймачів 10 та 13 визначається як

$$U_{FM} = S_{10} R_{33} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{\gamma}{2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (2.77)$$

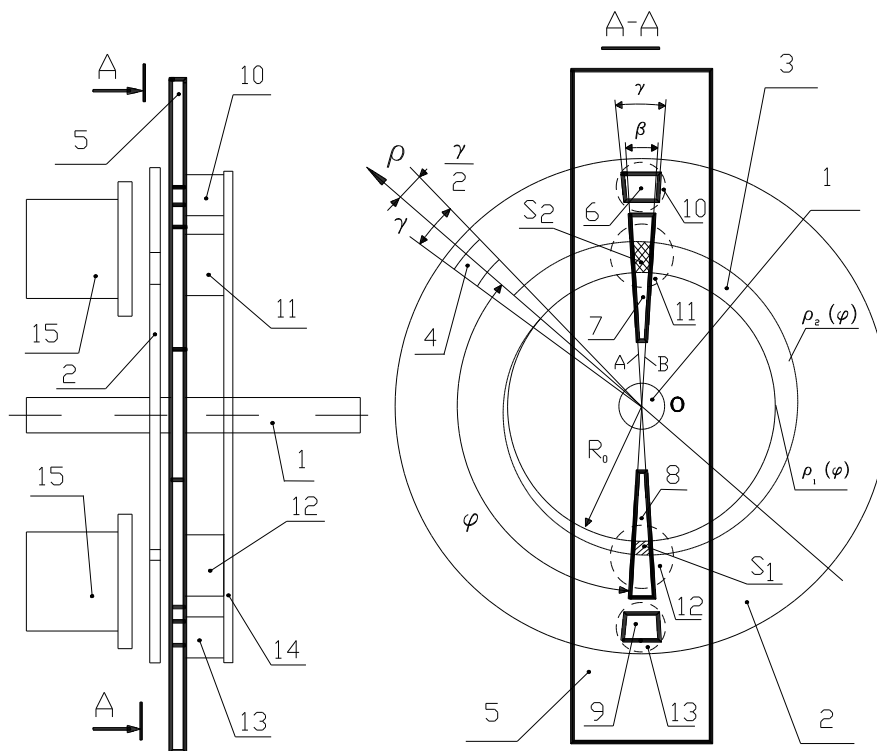


Рис. 2.10. ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

Завдяки геометричному розташуванню прорізів, трикутні імпульси напруги формуються в ті моменти часу, коли вихідна напруга фотоприймачів 11 та 12 знаходиться біля свого мінімуму чи максимуму. Вони порівнюються з напругою $U_{П}$, моменти збігу з якою визначають тривалість вихідних імпульсів фотоприймачів 10 та 13 і відповідно коломінімумну та коломаксимумну області вихідної напруги фотоприймачів 11 та 12. Розробимо функціональну схему ВК кутової

швидкості з розробленим ТП, яку наведено на рис. 2.11, та часові діаграми її роботи, які наведено на рис. 2.12.

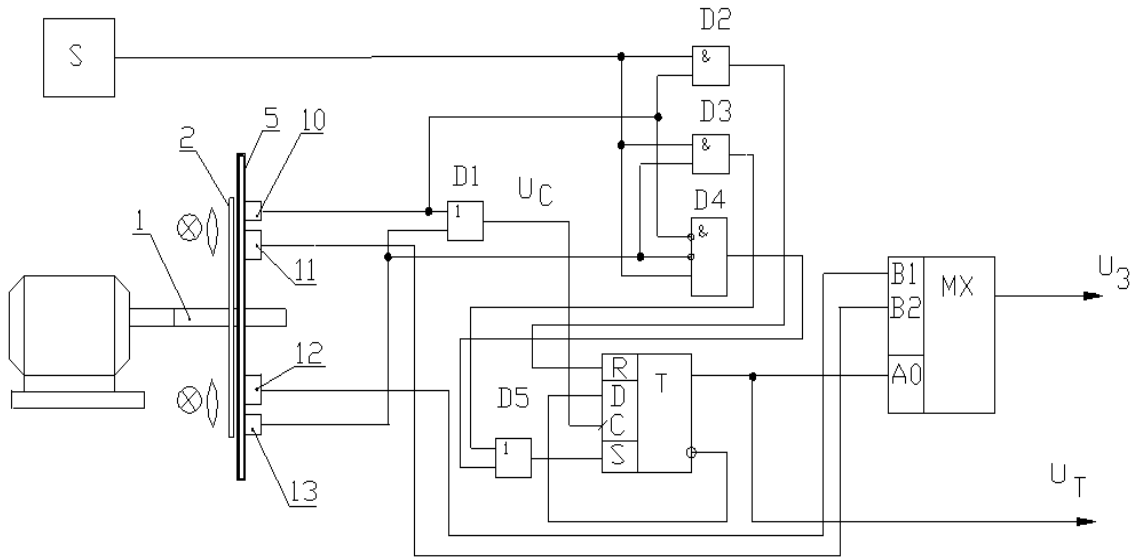


Рис. 2.11. ВК кутової швидкості з ТП із низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

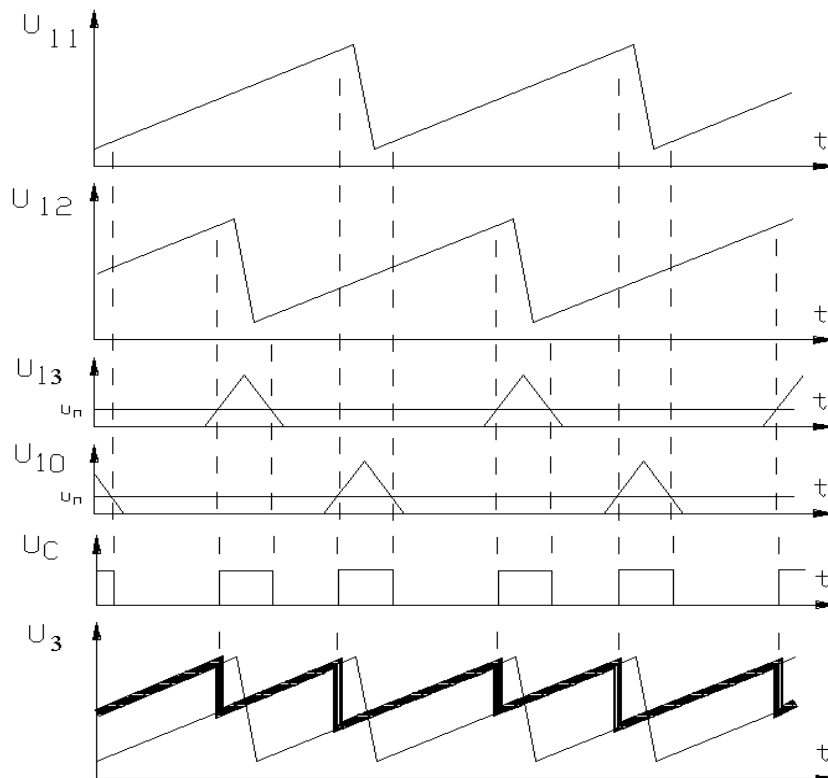


Рис. 2.12. Часові діаграми роботи ВК кутової швидкості з ТП із низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів

Перед початком вимірювань модулятор випадково розташовується відносно діафрагми, тому необхідно підключити до виходу ТП вихідний сигнал того з фотоприймачів, який не знаходиться біля свого мінімуму чи максимуму, чи для якого початковий кут повороту модулятора відносно діафрагми не відповідає задньому фронту вихідної напруги, при обертанні за часовою стрілкою у відповідності з рис. 2.10. Можливі наступні стани вихідної напруги фотоприймачів 10 та 13, які відповідають початковому розташуванню модулятора відносно діафрагми: вихідний сигнал жодного з фотоприймачів 11 чи 12 не знаходиться у своїй коломінімумній чи коломінімумній області та кут повороту не відповідає задньому фронту (вихідні напруги фотоприймачів 10 та 13 низького рівня), або навпаки (вихідна напруга одного з фотоприймачів 10 чи 13 високого рівня); У першому випадку, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12, що забезпечується за допомогою логічного елемента D4 триходового І з двома інверсними входами та елемента АБО D5.

Вихідні напруги фотоприймачів 10 та 13 подаються на інверсні входи елемента D4. Перед початком вимірювання формувач сигналу запуску S формує одиничний імпульс рівня логічної одиниці, який подається на третій неінверсний вхід. Якщо вихідна напруга обох фотоприймачів 10 та 13 низького рівня, під час дії імпульсу запуску на виході елемента D4 з'являється високий рівень напруги, який через логічний елемент АБО D5 скидає тригер Т, який керує мультиплексором МХ. При наявності низького рівня на його вході А0, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12. У другому випадку відбувається аналіз стану вихідних напруг фотоприймачів 10 та 13, і до виходу ТП підключається той фотоприймач, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїй коломінімумній чи коломінімумній області. Здійснюється це за допомогою логічних елементів І D2, D3. Перед початком вимірювання, одиничний імпульс рівня логічної одиниці, що формується формувачем сигналу запуску S, подається на входи логічних елементів І D2, D3, D4, на інші входи яких подається вихідна напруга фотоприймачів 10 (на D2) та 13 (на D1). При наявності високого рівня на виході фотоприймача, на виході відповідного логічного елемента під час дії імпульсу запуску також з'являється високий рівень, який може встановити в одиницю чи скинути тригер Т, який керує мультиплексором МХ. Таким чином, перед початком вимірювання, при наявності напруги високого рівня на виході фотоприймача 13 під час дії сигналу запуску, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 11, у випадку, коли на виході фотоприймача 10 присутній високий рівень напруги, до виходу ТП підключається вихідний сигнал фотоприймача 12. Коли сигнал на виході формувача сиг-

налу запуску S стає низького рівня, низький рівень з'являється на виходах логічних елементів D2, D3, D4, і він ніяк не впливає на стан лічильного тригера Т, який керує аналоговим мультиплексором. При обертанні модулятора на виході фотоприймачів 11 та 12 формуються пилкоподібні імпульси напруги, які зсунуті між собою на 180° . У той проміжок часу, коли вихідна напруга цих фотоприймачів знаходиться у своїй коломасимумній чи коломінімумній області, на виході фотоприймачів 10 чи 13 формуються імпульси, тривалість яких дорівнює часу знаходження вихідної напруги фотоприймачів 11 та 12 у цій області. Через логічний елемент АБО D1 вони надходять на тактовий вхід лічильного тригера Т, який за переднім фронтом кожного імпульсу змінює свій стан на протилежний, і таким чином, керуючи аналоговим мультиплексором, послідовно підключає до виходу ТП вихідний сигнал того фотоприймача 11 чи 12, вихідний сигнал якого не знаходиться у своїх коломасимумній чи коломінімумній області. Переключення вихідних сигналів фотоприймачів відбувається у ті моменти часу коли модулятор повертається відносно діафрагми на кути $\varphi_{П1}$, $\varphi_{П2}$, які визначаються виразами:

$$\varphi_{П1} = U_{П\beta}/U_{FM} + 2\pi - 3\gamma/2, \quad (2.78)$$

$$\varphi_{П2} = U_{П\beta}/U_{FM} + \pi - 3\gamma/2. \quad (2.79)$$

Рівняння перетворення, яке зв'язує вхідну та вихідну величини у статичному режимі, описується виразом

$$U_3(t) = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П1}, \varphi_{П2}); \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(a \frac{\beta}{2} (\omega t + \pi) + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П2}, \varphi_{П1}). \end{cases} \quad (2.80)$$

Для динамічного режиму вираз (2.80) набуває вигляду

$$U_3(t) = \begin{cases} S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(a \frac{\beta}{2} \int \omega(t) dt + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П1}, \varphi_{П2}); \\ S_{10}R_{33} \frac{I}{r^2} \left(a \frac{\beta}{2} (\pi + \int \omega(t) dt) + a \frac{\beta^2}{4} \right), \varphi \in [\varphi_{П2}, \varphi_{П1}). \end{cases} \quad (2.81)$$

Вираз, що зв'язує вихідну напругу ТП та миттєву кутову швидкість, має вигляд

$$\omega(t) = \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}aI\beta} \frac{dU_3(t)}{dt}, \quad (2.82)$$

а рівняння, що зв'язує вихідну напругу ТП з кутом повороту φ записується

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}Ia\beta} U_3(t) - \frac{\beta}{2}, & \text{при } U_T = 0; \\ \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}Ia\beta} U_3(t) - \frac{\beta}{2} - \pi, & \text{при } U_T = 1, \end{cases} \quad (2.83)$$

де U_T – рівень напруги на виході лічильного тригера.

$U_T=0$, коли до виходу ТП підключено вихідний сигнал фотоприймача 12 та $U_T=1$, коли до виходу ТП підключено вихідний сигнал фотоприймача 11. Напрямок обертання визначається шляхом визначення знака першої похідної вихідного сигналу ТП. Коли похідна більша нуля, обертання відбувається за часовою стрілкою (у відповідності з рис. 2.10) та навпаки.

Для створення математичної моделі ТП при роботі ЕМП у динамічному режимі знайдемо спектральні щільності вихідних напруг фотоприймачів 11 та 12. Спектральна щільність залежності від часу площини фоточутливого шару фотоприймача 12 описується виразом

$$\dot{S}_{12}(\Omega) = \begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} (a\beta\varphi(t)/2 + a\beta^2/4) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi \in [n, 2\pi(n+1) - \beta), & n = 0, 1, 2, 3, \dots; \\ \int_{t_1}^{t_2} (-a(2\pi - \beta)\varphi(t)/2 + a(2\pi - \beta)^2/4 + a\pi^2) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi \in [2\pi(n+1) - \beta, 2\pi(n+1)), & \end{cases} \quad (2.84)$$

а фотоприймача 11

$$\dot{S}_{11}(\Omega) = \begin{cases} \int_{t_1}^{t_2} (a\beta(\varphi(t) + \pi)/2 + a\beta^2/4) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi \in [n, 2\pi(n+1) - \beta), & n = 0, 1, 2, 3, \dots; \\ \int_{t_1}^{t_2} (-a(2\pi - \beta)(\varphi(t) + \pi)/2 + a(2\pi - \beta)^2/4 + a\pi^2) \exp(-j\Omega t) dt, \varphi \in [2\pi(n+1) - \beta, 2\pi(n+1)). & \end{cases} \quad (2.85)$$

Спектральні щільності вихідних напруг цих фотоприймачів

$$\dot{U}_{12}(\Omega) = \dot{K}_S(\Omega) \dot{S}_{12}(\Omega) \left(1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / (kT) - 1) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш}. \quad (2.86)$$

$$\dot{U}_{11}(\Omega) = \dot{K}_S(\Omega) \dot{S}_{11}(\Omega) \left(1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT (I_S e_e \dot{Z}_{EH}(\Omega) / (kT) - 1) \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{ш}. \quad (2.87)$$

Спектральна щільність вихідної напруги описується виразом

$$\dot{U}_3(\Omega) = \begin{cases} \dot{U}_{11}(\Omega), \varphi \in [\varphi_{\Pi 1}, \varphi_{\Pi 2}); \\ \dot{U}_{12}(\Omega), \varphi \in [\varphi_{\Pi 2}, \varphi_{\Pi 1}). \end{cases} \quad (2.88)$$

Перехід до залежності вихідної напруги від часу здійснюється шляхом зворотного перетворення Фур'є. Вирази (2.84)–(2.88) описують математичну модель розробленого ТП у динамічному режимі роботи ЕМП. Для створення математичної моделі ТП, для усталеного режиму роботи, розкладемо залежності площі освітлюваного фоточувливого шару фотоприймачів 11 та 12 у ряд Фур'є:

$$\dot{S}_{11}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(n\Omega t) + jS_{Bm} \sin(n\Omega t)); \quad (2.89)$$

$$\dot{S}_{12}(t) = \frac{S_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (S_{Am} \cos(n\Omega t + \pi) + jS_{Bm} \sin(n\Omega t + \pi)). \quad (2.90)$$

Підставивши вирази (2.89) та (2.90) у (2.19) отримуємо вирази для комплексних вихідних напруг фотоприймачів 11 та 12

$$\begin{aligned} \dot{U}_{11}(t) = & U_0 \left(\frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t) + jS_{Bm} \sin(m\Omega t)) \times \\ & \times \left(1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT \left(\frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{kT} - 1 \right) \right). \end{aligned} \quad (2.91)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12}(t) = & U_0 \left(\frac{S_0}{2} \right) + \Delta I \cdot R_{33} + U_{3M} + \dot{U}_{III} + \sum_{m=1}^{\infty} \dot{K}_S(m\Omega) (S_{Am} \cos(m\Omega t + \pi) + \\ & + jS_{Bm} \sin(m\Omega t + \pi)) \left(1 - I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega) / K_0 R_{BX} R_{33} kT \left(\frac{I_S e_e \dot{Z}_{EH}(m\Omega)}{kT} - 1 \right) \right). \end{aligned} \quad (2.92)$$

Вираз для вихідної напруги ТП має вигляд

$$\dot{U}_3(\Omega) = \begin{cases} \dot{U}_{11}(\Omega, t), \varphi \in [\varphi_{\Pi 1}, \varphi_{\Pi 2}); \\ \dot{U}_{12}(\Omega, t), \varphi \in [\varphi_{\Pi 2}, \varphi_{\Pi 1}). \end{cases} \quad (2.93)$$

Вирази (2.89)–(2.93) є математичною моделлю ТП при роботі ЕМП в усталеному режимі. Розроблений ТП з низькочастотним вихі-

дним сигналом та зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми, придатний для високоточного вимірювання кутових швидкостей високооборотних об'єктів.

2.2. Вимірювальне перетворення вихідного сигналу ТП з можливістю зміни роздільної здатності

У випадку вимірювання невисоких кутових швидкостей в установленому режимі роботи ЕМ, більш раціональним є використання цифрових ТП, інформативним параметром яких є частота чи період вихідного сигналу. Це обумовлено високою похибкою дискретного диференціатору при низькій швидкості зміни вхідного сигналу [42]. При безперервному контролі найбільшу точність забезпечує вимірювання періоду інформативного сигналу. У роботі [17] доведено, що для кожного значення кутової швидкості, при вимірюванні періоду інформативного сигналу, є таке число штрихів модулятора цифрового ТП, при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання мінімальна. З вище сказаного випливає, що, змінюючи роздільну здатність ТП по куту повороту у відповідності з вимірюваною кутовою швидкістю, можна мінімізувати похибку вимірювання. ТП, що промислово виготовляються, мають фіксовану кількість штрихів, яку можна змінювати тільки алгоритмічно та сходинково. Нижче пропонується ВК, що дозволяє перетворювати крутизну вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом у частоту проходження імпульсів з можливістю зміни роздільної здатності за кутом повороту у відповідності з вимірюваною кутовою швидкістю [41]. Схема перетворення інформативного параметра вихідного сигналу ТП в частоту показана на рис. 2.13, а на рис. 2.14 наведено часові діаграми її роботи. Принцип дії ВК з частотним перетворенням такий. Вихідна напруга ТП з низькочастотним вихідним сигналом U_2 має пилкоподібний вигляд. Тривалість заднього фронту напруги, який формується при $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$, визначається кутовою шириною прорізи діафрагми β . Величина кута β вибирається, виходячи з умов можливості втрати інформації про кутову швидкість, у проміжок часу, в який формується задній фронт цієї напруги.

Перед початком вимірювання, модулятор випадково розташовується відносно діафрагми, тобто вихідна напруга ТП відрізняється від свого мінімального значення.

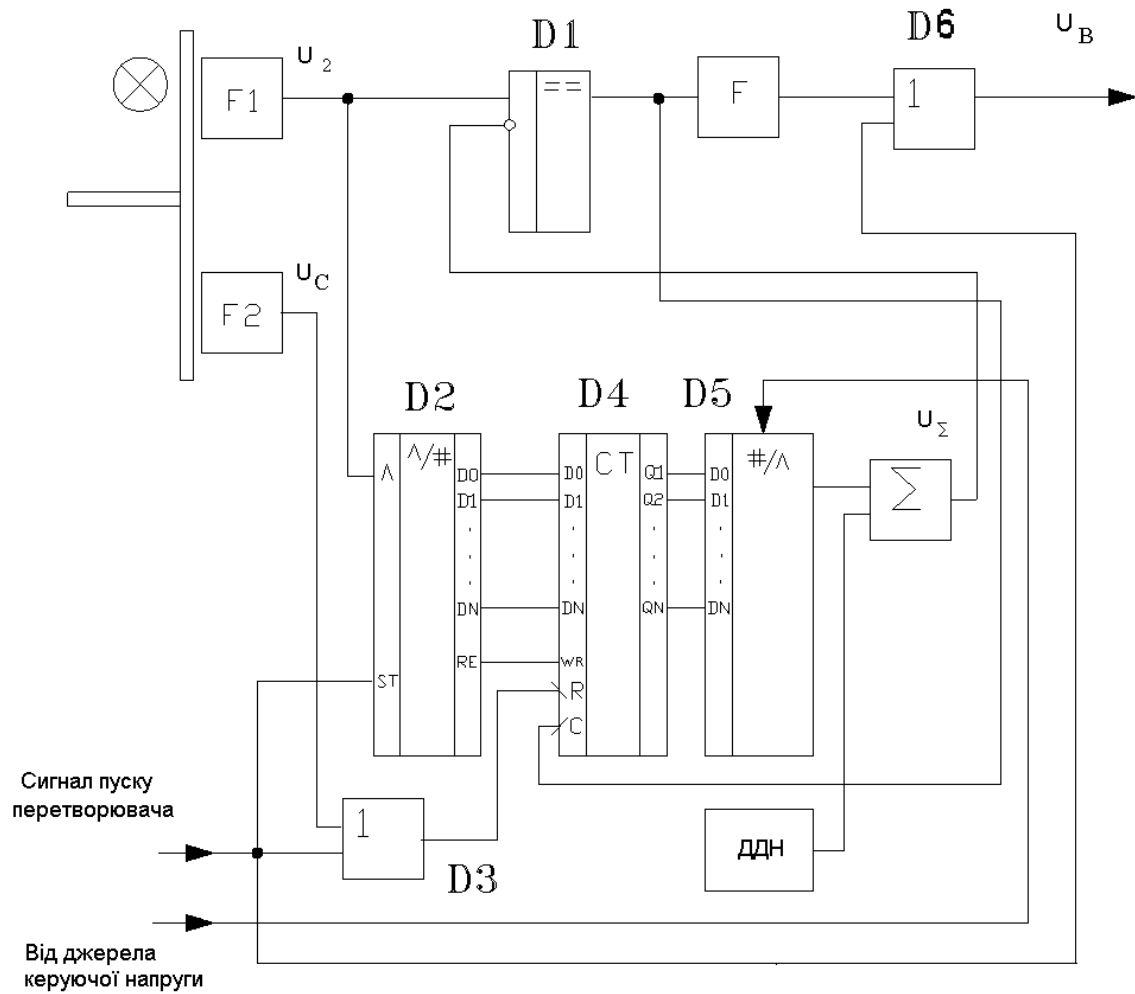


Рис. 2.13. Схема ВК кутової швидкості з ТП із низькочастотним вихідним сигналом та можливістю зміни роздільної здатності

Зовнішній імпульс запуску перетворювача надходить на вхід логічного елемента АБО D3 (рис. 2.13), запускає аналого-цифровий перетворювач (АЦП) D2 та скидає лічильник імпульсів D4. Цей імпульс через елемент АБО D6 надходить на вихід частотного перетворювача і є першим вихідним імпульсом. По закінченню аналого-цифрового перетворення на виході сигналу готовності RE АЦП з'являється імпульс, за переднім фронтом якого цифровий код, відповідний вихідній напрузі ТП, записується у лічильник.

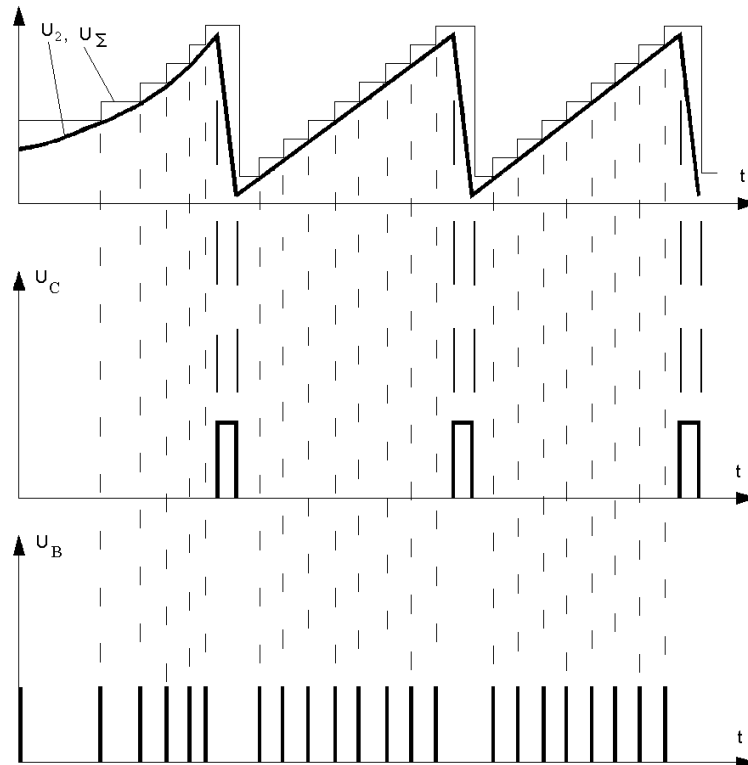


Рис. 2.14. Часові діаграми роботи ВК з ТП із низькочастотним вихідним сигналом з можливістю зміни роздільної здатності

Далі цифровий код подається на вхід цифро-аналогового перетворювача (ЦАП), з виходу якого напруга U_{Σ} надходить на вхід суматора напруг, на другий вхід якого надходить напруга від джерела додаткової напруги (ДДН). Вихідна напруга ДДН перевищує мінімальну вихідну напругу ТП як мінімум на величину одного дискрету вихідної напруги ЦАП. Це необхідно для того, щоб перед початком вимірювання на виході компаратора був рівень логічного нуля. Вихідна напруга ЦАП, яка за допомогою суматора додається до напруги ДДН, подається на інвертуючий вхід компаратора. Ця напруга (рис. 2.14) має пилкоподібний вигляд та квантована за рівнем. При обертанні вала вихідна напруга ТП збільшується прямо пропорційно куту повороту. Коли її рівень перевищує напругу на інвертуючому вході компаратора, на його виході з'являється рівень логічної одиниці і цифровий код лічильника імпульсів збільшується на одиницю. Відповідно збільшується напруга на інвертуючому вході компаратора на величину одного дискрету вихідної напруги ЦАП, а на виході компаратора з'являється напруга рівня логічного нуля. На виході компаратора формується імпульс, тривалість якого

$$t_I = t_{K01} + t_L + t_{ЦАП} + t_{K10}, \quad (2.94)$$

де t_{K01} – час переключення компаратора із стану логічного нуля в стан логічної одиниці; t_L – час спрацьовування лічильника; $t_{ЦАП}$ – час, за який вихідна напруга ЦАП перевищить вихідну напругу фотоприймача на напругу спрацьовування компаратора; t_{K10} – час переключення компаратора із стану логічної одиниці в стан логічного нуля.

Процес продовжується циклічно і на виході компаратора формується послідовність імпульсів, яка надходить на вхід формувача імпульсів F , який формує вихідні імпульси U_B калібровані за амплітудою та тривалістю. Оскільки вихідна напруга фотоприймача прямо пропорційна куту повороту, а вихідні імпульси компаратора формуються в моменти збільшення цієї напруги на постійну величину одного кванта вихідної напруги ЦАП, час між двома сусідніми імпульсами є часом повороту вала об'єкта контролю на фіксований кут. Коли кут повороту вала об'єкта контролю знаходиться в межах $\varphi \in [2\pi - \beta, 2\pi]$, напруга U_C стає рівня логічної одиниці. Тривалість імпульсу U_C дорівнює часу дії заднього фронту напруги U_2 . За заднім фронтом цього імпульсу здійснюється скид лічильника. Таким чином, протягом кожного оберту на виході частотного перетворювача формується послідовність імпульсів, частота яких пропорційна значенню кутової швидкості. Розглянемо процес зміни роздільної здатності частотного перетворювача. Як відомо [40, 43], роздільна здатність найбільш швидкодійних ЦАП з додавання струмів знаходиться з виразу

$$\Delta U_{P.З.} = R_{3.3.ЦАП} U_{OP} / R_C, \quad (2.95)$$

де U_{OP} – опорна напруга ЦАП; $R_{3.3.ЦАП}$ – опір кола зворотного зв'язку операційного підсилювача ЦАП; R_C – струмозадаючий резистор молодшого розряду.

Діапазон зміни вихідної напруги ТП дорівнює різниці між її максимальним та мінімальним значеннями та визначається співвідношенням

$$\Delta U_2 = U_{2MAX} - U_{2MIN} = S_{I0} R_{33} \frac{I}{r^2} \frac{a\beta}{2} (2\pi - \beta). \quad (2.96)$$

Кількість імпульсів k_1 , які формуються за кут повороту $2\pi - \beta$, визначається як відношення діапазону зміни вихідної напруги ТП ΔU_2 до використовуваної роздільної здатності ЦАП $\Delta U_{p.з.}$

$$k_1 = \frac{\Delta U_2}{\Delta U_{p.з.}} = \frac{S_{10} R_{33} R_c I_a \beta (2\pi - \beta)}{2r^2 R_{3.3.ЦАП} U_{оп}}, \quad (2.97)$$

а роздільна здатність

$$\varphi_0 = \frac{2\pi - \beta}{k_1} = \frac{2r^2 R_{3.3.ЦАП}}{S_{10} R_{33} R_c I_a \beta} U_{оп}. \quad (2.98)$$

Із виразу (2.98) випливає, що роздільна здатність частотного перетворювача прямо пропорційна опорній напрузі ЦАП. В якості джерела керуючої напруги можливе використання іншого ЦАП. Тоді роздільною здатністю можна керувати цифровим кодом. Сучасні ЦАП допускають зміну опорної напруги в широкому діапазоні [43], що обумовлює широкий діапазон зміни роздільної здатності.

При використанні ТП з можливістю зміни роздільної здатності та при обертанні ротора з високостабільною кутовою швидкістю, основною складовою загальної похибки визначення кутової швидкості є похибка, що обумовлена відсутністю синхронізації між вихідними імпульсами ТП та імпульсами зразкового генератора. У цьому випадку доцільним є застосування розглянутого у [44–46] оптимального алгоритму мінімізації похибки вимірювання частоти та періоду на основі усереднених вікон Діріхле. Це дає змогу мінімізувати похибку вимірювання кутової швидкості та тим самим підвищити точність вимірювання.

2.3. Способи підвищення точності синхронізації роторів декількох ЕМ з використанням високоточного ТП і моделювання їх роботи

Протягом останніх років в світі спостерігається широке і успішне впровадження частотних регуляторів для вимірювального контролю параметрів силових ЕМ, яке здійснюється зміною частоти напруги живлення, що подається на АД від частотного регулятора. Це пояснюється, в першу чергу, розробкою і створенням частотних перетворювачів на принципово новій елементній базі, головним чином на біполярних транзисторах з ізольованим затвором IGBT. Особливістю такого контролю є фактичне зниження моменту, що розвиває АД при низьких частотах обертання ротора, а також наявність мікропроцесорної системи керування з ПД-регулятором, що дозволяє оптимізувати роботу ЕМ за більш ніж 500 параметрами. Крім того, ЧР дозволяє забезпечувати S-подібну розгінну характеристику – розгін без ривків, що особливо цінно для вимірювального контролю несинхронності обертання силових ЕМ. Плавне керування частотами обертання дозволяє відмовитися від використання редукторів, варіаторів, дроселів та іншої регулюючої апаратури, що значно спрощує систему вимірювального контролю, підвищує її надійність і знижує експлуатаційні витрати. Частотний регулятор забезпечує плавний запуск ЕМ без пускових (підвищених) струмів і механічних ударів, що знижує навантаження на АД і пов'язаний з ним електрошпindel, підвищує термін їх експлуатації [47–52].

Вбудований мікропроцесорний ПД-регулятор дозволяє реалізувати якісну систему вимірювального контролю несинхронності обертання силових ЕМ і пов'язаних з ними технологічних процесів. При дискретному регулюванні кутових швидкостей ЕМ доцільно виходити з неперервної структури ПД-регулятора, що описується рівнянням [52]

$$U(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e dt + T_d \frac{de}{dt} \right), \quad (2.99)$$

де K_p – пропорційний коефіцієнт; T_i – інтегральний коефіцієнт; T_d – диференціальний коефіцієнт; $e = u - u_{зад}$ – похибка регулювання.

Запишемо рівняння (2.99) в скінченних різницях, шляхом заміни $t = k T_k$

$$u(k) = K_p \left[e(k) + \frac{1}{T_i \sum_{i=0}^k e(i) T_k} + T_d \frac{e(k) - e(k-1)}{T_k} \right], \quad (2.100)$$

де $k = 1, 2, 3, \dots$ – номер періоду квантування; T_k – величина періоду квантування.

При достатньо малих періодах квантування ПД закон керування забезпечує практично ту ж якість процесів керування, що й початковий неперервний закон (2.99). На практиці замість обчислення абсолютних значень керуючого сигналу краще обчислювати його приріст $\Delta u(k)$ на кожному такті. В цьому випадку появляється можливість використовувати цей алгоритм для вимірювального контролю несинхронності обертання ЕМП, що оснащені як пропорційними, так і інтегруючими виконавчими механізмами. В результаті отримуємо, так званий, швидкісний алгоритм вимірювального керування, повністю еквівалентний початковому

$$\Delta u(k) = K_p \left[e(k) - e(k-1) + \frac{T_k e(k)}{T_i} + \frac{T_d (e(k) - 2e(k-1) + e(k-2))}{T_k} \right]. \quad (2.101)$$

Або, звівши подібні члени отримуємо таке рівняння:

$$u(k) = u(k-1) + K_p [d_0 e(k) + d_1 e(k-1) + d_2 e(k-2)], \quad (2.102)$$

де $d_0 = 1 + \frac{T_k}{T_i} + \frac{T_d}{T_k}$, $d_1 = -1 - 2\frac{T_d}{T_k}$, $d_2 = \frac{T_d}{T_k}$.

Блок-схема цифрового ПД-регулятора показана на рис. 2.15, на ньому через Z^{-1} позначимо блок затримки сигналу на один період квантування.

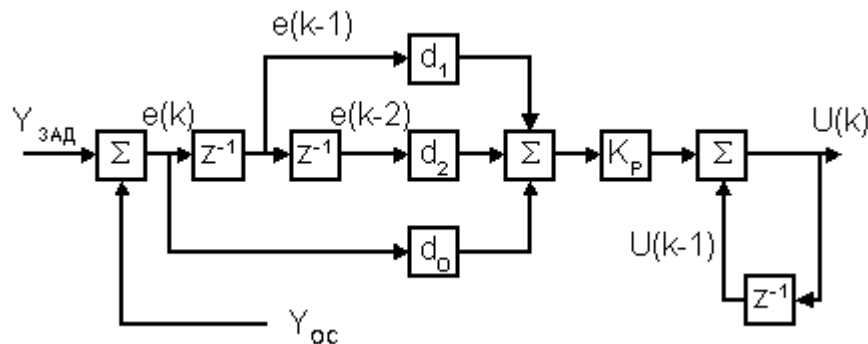


Рис. 2.15. Блок-схема швидкісного ПД-регулятора

При синтезі процесу синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ доцільно розглядати прості та наочні динамічні моделі ЕМ у вигляді передатних функцій або структурних схем.

При дослідженні процесів синхронізації кутових швидкостей роторів асинхронних ЕМ доцільно результуючі вектори представити у вигляді проекцій на комплексній площині і записати їх через дійсні та уявні частини в такому вигляді [53, 54]:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= u_{1\alpha} + ju_{1\beta}; & u'_2 &= u'_{2\alpha} + ju'_{2\beta}; \\ i_1 &= i_{1\alpha} + ji_{1\beta}; & i'_2 &= i'_{2\alpha} + ji'_{2\beta}; \\ \psi_1 &= \psi_{1\alpha} + j\psi_{1\beta}; & \psi_2 &= \psi_{2\alpha} + j\psi_{2\beta}. \end{aligned} \right\}, \quad (2.103)$$

де $u_1, i_1, \psi_1, u'_2, i'_2, \psi_2$ – відповідно вектори напруг, струмів і потокозчеплень статора та ротора; $u_{1\alpha}, u'_{2\alpha}$ – відповідно дійсні частини миттєвого значення напруг статора і ротора; $u_{1\beta}, u'_{2\beta}$ – відповідно уявні частини миттєвого значення напруг статора і ротора; $i_{1\alpha}, i'_{2\alpha}$ – відповідно дійсні частини миттєвого значення струмів статора і ротора; $i_{1\beta}, i'_{2\beta}$ – відповідно уявні частини миттєвого значення струмів статора і ротора; $\psi_{1\alpha}, \psi_{2\alpha}$ – відповідно дійсні частини миттєвого значення потокозчеплень статора і ротора; $\psi_{1\beta}, \psi_{2\beta}$ – відповідно уявні частини миттєвого значення потокозчеплень статора і ротора.

Для дослідження перехідних процесів в асинхронному ЕМ, швидкість обертання якого змінюється частотою і напругою статора, зручно використовувати систему координат, що обертається зі швидкістю ω_k , яка рівна кутовій швидкості магнітного поля ω'_0 , приведеної до числа пар полюсів, рівних одиниці (приведеної до двополюсного електродвигуна). Припускається при цьому справедливе рівняння: $\omega'_0 = \omega_1 = 2\pi f_1$, в якому f_1 – частота напруги статора, а ω_1 – кутова швидкість напруги статора.

Отже, рівняння руху ЕМ для розглянутої координатної системи можна записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= i_1 R_1 + \frac{d\psi_1}{dt} + j\omega_1 \psi_1; \\ u'_2 &= i'_2 R'_2 + \frac{d\psi_2}{dt} + js\omega_1 \psi_2, \end{aligned} \right\} \quad (2.104)$$

де s – ковзання ЕМ

$$s = \frac{\omega_1 - p_n \omega}{\omega_1}, \quad (2.105)$$

де p_n – число пар полюсів.

Зіставивши вектор напруги статора із дійсною віссю координатної системи, тобто, підставивши $u_{1\beta}=0$, на основі (2.104) отримаємо:

$$u_{1\alpha} = \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} - \omega_1\psi_{1\beta}; \quad (2.106)$$

$$0 = \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} + \omega_1\psi_{1\alpha}; \quad (2.107)$$

$$u'_{2\alpha} = i'_{2\alpha}R'_2 + \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} - s\omega_1\psi_{2\beta}; \quad (2.108)$$

$$u'_{2\beta} = i'_{2\beta}R'_2 + \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} + s\omega_1\psi_{2\alpha}. \quad (2.109)$$

Для визначення електромагнітного моменту (М) ЕМ використаємо векторний добуток ψ_1 та i_1 , тоді

$$M = \frac{3}{2} p_n (\psi_1 \times i_1), \quad (2.110)$$

або векторний добуток ψ_2 та i'_2 , тоді

$$M = -\frac{3}{2} p_n (\psi_2 \times i'_2). \quad (2.111)$$

Виразивши електромагнітний момент за рівнянням (2.110) через складові векторів струму і потокозчеплення, отримаємо

$$M = \frac{3}{2} p_n (\psi_{1\alpha} + j\psi_{1\beta}) \times (i_{1\alpha} + ji_{1\beta}). \quad (2.112)$$

Застосувавши правило векторного добутку векторів, отримаємо абсолютне значення моменту

$$M = \frac{3}{2} p_n (\psi_{1\alpha}i_{1\beta} - \psi_{1\beta}i_{1\alpha}), \quad (2.113)$$

де $\psi_{1\alpha} = i_{1\alpha}L_1 + i'_{2\alpha}L_m$; $\psi_{1\beta} = i_{1\beta}L_1 + i'_{2\beta}L_m$; L_1 – повна еквівалентна індуктивність фаз статора; L_m – індуктивність головного потоку $L_m = \frac{3}{2}L_{12}$; L_{12} – максимальна взаємна індуктивність між статором і ротором.

Скориставшись виразом (2.111), аналогічно отримаємо

$$M = -\frac{3}{2} p_n (\psi_{2\alpha} i'_{2\beta} - \psi_{2\beta} i'_{2\alpha}), \quad (2.114)$$

де $\psi_{2\alpha} = i_{1\alpha} L_m + i'_{2\alpha} L'_2$; $\psi_{2\beta} = i_{1\beta} L_m + i'_{2\beta} L'_2$; L'_2 – повна еквівалентна індуктивність фаз ротора.

Складові струму ротора можуть бути виражені через складові потокозчеплення в такому вигляді [54]:

$$\left. \begin{aligned} i'_{2\alpha} &= \frac{1}{L''_2} (\psi_{2\alpha} - k_1 \psi_{1\alpha}); \\ i'_{2\beta} &= \frac{1}{L''_2} (\psi_{2\beta} - k_1 \psi_{1\beta}), \end{aligned} \right\} \quad (2.115)$$

де k_1 – коефіцієнт електромагнітного зв'язку статора

$$k_1 = \frac{L_m}{L_1}; \quad (2.116)$$

$$L''_2 = L'_2 - \frac{L_m^2}{L_1}. \quad (2.117)$$

У випадку одночасної зміни частоти і напруги статора, при якому потокозчеплення статора залишається постійним, з рівнянь (2.106) і (2.107) одержимо

$$\frac{u_{1\alpha}}{\omega_1} = -\psi_{1\beta} = const, \quad \psi_{1\alpha} = 0. \quad (2.118)$$

Для ЕМ із короткозамкненим ротором у рівняннях (2.107, 2.108) $u'_{2\alpha} = u'_{2\beta} = 0$. Виразивши з рівняння (2.115) $\psi_{2\alpha}$ і $\psi_{2\beta}$ і підставивши їх в рівняння (2.107, 2.108), отримаємо:

$$0 = i'_{2\alpha} R'_2 + L''_2 \frac{di'_{2\alpha}}{dt} - s\omega_1 L''_2 i'_{2\beta} - k_1 s\omega_1 \psi_{1\beta}, \quad (2.119)$$

$$0 = i'_{2\beta} R'_2 + L''_2 \frac{di'_{2\beta}}{dt} + s\omega_1 L''_2 i'_{2\alpha}, \quad (2.120)$$

$$M = \frac{3}{2} p_n k_1 \psi_{1\beta} i'_{2\alpha}. \quad (2.121)$$

Розглядаючи змінні величини у приростах відносно початкових значень $i'_{2\alpha} = I'_{2\alpha} + \Delta i'_{2\alpha}$, $i'_{2\beta} = I'_{2\beta} + \Delta i'_{2\beta}$, $\omega = \Omega + \Delta\omega$, $s = S + \Delta s$,

$M = M_{поч} + \Delta M$, отримаємо з (2.118–2.121) рівняння для статичного режиму, які пов'язують початкові значення координат [54]

$$\frac{U_{1\alpha}}{\Omega_1} = -\psi_{1\beta} = const; \quad (2.122)$$

$$0 = I'_{2\alpha} R'_2 - S \Omega_1 L''_2 I'_{2\beta} - k_1 S \Omega_1 \psi_{1\beta}; \quad (2.123)$$

$$0 = I'_{2\beta} R'_2 + S \Omega_1 L''_2 I'_{2\alpha}; \quad (2.124)$$

$$M_{поч} = \frac{3}{2} p_n k_1 \psi_{1\beta} I'_{2\alpha}, \quad (2.125)$$

і рівняння для динамічного режиму, які пов'язують приріст координат

$$\Delta i'_{2\alpha} (T_{ел} p + 1) = \frac{S}{S_{кр}} \Delta i'_{2\beta} + \left(\frac{I'_{2\beta}}{S_{кр}} + \frac{k_1 \psi_{1\beta} \Omega_1}{R'_2} \right) \Delta s; \quad (2.126)$$

$$\Delta i'_{2\beta} (T_{ел} p + 1) = -\frac{S}{S_{кр}} \Delta i'_{2\alpha} - \frac{I'_{2\alpha}}{S_{кр}} \Delta s; \quad (2.127)$$

$$\Delta M = \frac{3}{2} p_n k_1 \psi_{1\beta} \Delta i'_{2\alpha}, \quad (2.128)$$

де $T_{ел} = L''_2 / R'_2$ – електромагнітна постійна часу ЕМ; $S_{кр} = \frac{R'_2}{L''_2 \Omega_1}$ – критичне ковзання; R'_2 – активний опір обмоток статора.

На основі рівнянь (2.122–2.128) можна записати передатну функцію

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{\frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R'_2} (T_{ел} p + 1) - M_{поч} \frac{S}{S_{кр}^2} (T_{ел} p + 2)}{(T_{ел} p + 1)^2 + \left(\frac{S}{S_{кр}} \right)^2}. \quad (2.129)$$

Вираз $\frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R'_2}$ в першому доданку чисельника (2.129) представляє собою значення фіктивного пускового моменту $M_{п. ф.}$, яке визначається в результаті лінеаризації робочої частини механічної хара-

ктеристики ЕМ для прийнятих значень напруги статора $U_{1\alpha}$ і кутової частоти напруги статора Ω_1

$$M_{n.ф.} = M_{кр} \frac{2S}{S_{кр}} \Big|_{s=1} = \frac{2M_{кр}}{S_{кр}} = \frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2}{\Omega_1 R_2'}, \quad (2.130)$$

де $M_{кр} = \frac{3}{2} p_n k_1^2 \frac{U_{1\alpha}^2 S_{кр}}{\Omega_1 R_2'}$ – критичний момент двигуна.

Момент $M_{поч}$ у другому доданку чисельника (2.129) запишемо з врахуванням прийнятих припущень у вигляді

$$M_{поч} = \frac{2M_{кр}}{S/S_{кр} + S_{кр}/S}. \quad (2.131)$$

З врахуванням (2.130) і (2.131) вираз (2.129) набуде вигляду

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{M_{n.ф.} \left[(T_{ел} p + 1) - \frac{(S/S_{кр})^2}{1 + (S/S_{кр})^2} (T_{ел} p + 2) \right]}{(T_{ел} p + 1)^2 + (S/S_{кр})^2}. \quad (2.132)$$

Для робочої частини механічної характеристики ЕМ приймемо $(S/S_{кр})^2 \ll 1$, і тоді передатну функцію (2.132) запишемо в спрощеному вигляді

$$\frac{\Delta M(p)}{\Delta s(p)} = \frac{M_{n.ф.}}{T_{ел} p + 1}. \quad (2.133)$$

Представивши залежність ковзання ЕМ від кутової частоти напруги статора у приростах і виконавши лінеаризацію при умові, що в робочій області $s \ll 1$, отримаємо

$$\Delta s = \frac{\Delta \omega_1 - p_n \Delta \omega}{\Omega_1}. \quad (2.134)$$

Тоді рівняння рівноваги моментів запишемо з врахуванням приросту у вигляді

$$\Delta M - \Delta M_o = J p \Delta \omega, \quad (2.135)$$

де J – момент інерції ЕМ; ΔM_o – приріст моменту опору.

На основі отриманих виразів може бути складена узагальнена структурна схема системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ разом із виразами, що описують високоточний ТП при керуванні кутовою частотою напруги статора і при умові постійного потокозчеплення статора. Однак це доцільно зробити, якщо представити координати двигуна, прийнявши за базові значення координат їх значення у номінальному режимі: $M_{п. ф. н.}$, $\Omega_{1н}$, $U_{1\alphaн}$, $\Omega_{0н} = \Omega_{1н}/p_{п}$, де $\Omega_{0н}$ – синхронна кутова швидкість АД. Тоді $(\Delta\omega/\Omega_{0н}) = \Delta\bar{\omega}$, $(\Delta\omega_1/\Omega_{1н}) = \Delta\bar{\omega}_1$, $(\Delta M/M_{п.ф.н.}) = \Delta\bar{M}$, $(\Delta M_c/M_{п.ф.н.}) = \Delta\bar{M}_c$, $(\Delta u_{1\alpha}/U_{1\alphaн}) = \Delta\bar{u}_{1\alpha}$. Передатна функція (2.132) з урахуванням (2.134) запишеться у вигляді

$$\frac{\Delta\bar{M}(p)}{\Delta\bar{\omega}_1(p) - \Delta\bar{\omega}(p)} = \left(\frac{\gamma}{\nu}\right)^2 \frac{(T_{ел} p + 1) - \frac{(S/S_{кр})^2}{1 + (S/S_{кр})^2} (T_{ел} p + 2)}{(T_{ел} p + 1)^2 + (S/S_{кр})^2}, \quad (2.136)$$

де $\gamma = U_{1\alpha}/U_{1\alphaн}$ – відносна напруга статора; $\nu = \Omega_1/\Omega_{1н}$ – відносна частота напруги статора.

Відповідно на основі рівнянь (2.135) отримаємо передатну функцію для механічної частини ЕМ

$$\frac{\Delta\bar{\omega}(p)}{\Delta\bar{M}(p) - \Delta\bar{M}_o(p)} = \frac{1}{T_m p}, \quad (2.137)$$

де $T_m = J\Omega_{0н}/M_{п.ф.н.}$ – механічна постійна часу ЕМ.

Модель ЕМ, що складається з АД і електрошпинделя, при керуванні частотою напруги статора, побудована на основі рівнянь (2.136, 2.137), зображена на рис. 2.16.

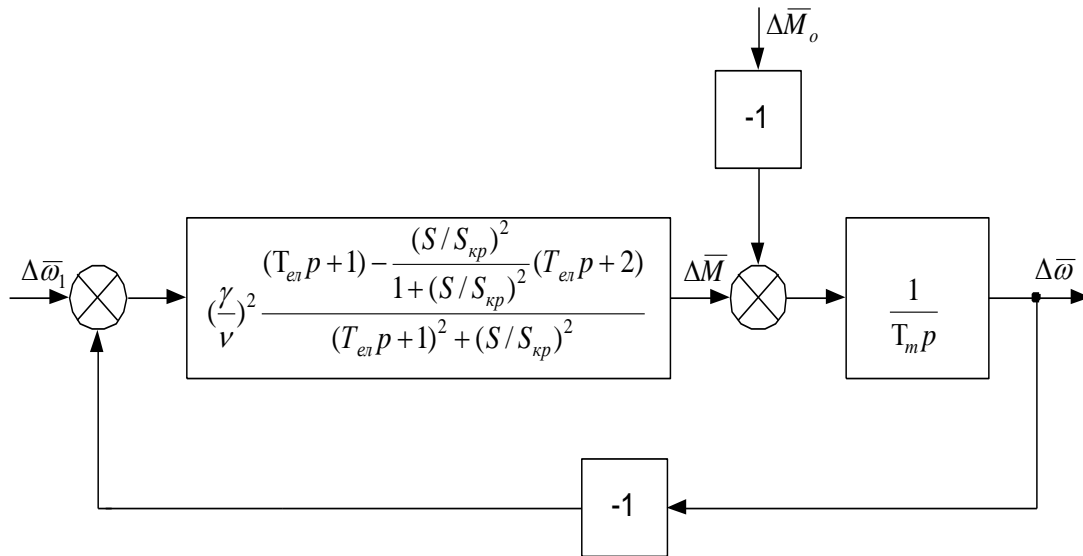


Рис. 2.16. Модель асинхронного ЕМ

Для моделювання системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ було використано АД типу 4А46 з такими параметрами: номінальна напруга $U_n = 220\text{В}$; номінальний струм $I_n = 0,27\text{ А}$; синхронна швидкість обертання $n_0 = 3000\text{ об/хв.}$; кутова частота напруги статора $\omega = 314\text{ рад/с}$; момент інерції $J_1 = 0,0389\text{ кг}\cdot\text{м}^2$ та $J_2 = 0,038\text{ кг}\cdot\text{м}^2$; момент опору $M_{o1} = 15,38\text{ Н}\cdot\text{м}$ та $M_{o2} = 14,39\text{ Н}\cdot\text{м}$; кількість пар полюсів $p = 2$; активний опір статора $R_1 = 152,9\text{ Ом}$; активний опір ротора $R_2 = 192\text{ Ом}$; індуктивність головного потоку $L_m = 2,66\text{ Гн}$; індуктивність статора $L_1 = 3,175\text{ Гн}$.

Після підстановки передатних коефіцієнтів, які були розраховані в [4], та поєднання отриманих моделей, що зображені на рис. 2.15, 2.16 та рівняння перетворення розробленого ТП, отримано модель системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ, що представлена на рис. 2.17.

Моделювання роботи системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ, що автоматично контролює кутові швидкості двох асинхронних ЕМ з різними навантаженнями на їх валах, проводилось в математичному пакеті MATLAB з розширенням SIMULINK.

Результати моделювання розробленої системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ зображені на рис. 2.18, 2.19 і 2.20. Вони свідчать про те, що в цій системі відбувається автоматичний контроль кутових швидкостей роторів двох ЕМ, тобто допоміжний ЕМ₂ підстроюється під головний ЕМ₁ (рис. 2.18). Несинхронність обертання роторів ЕМ, що виникає за рахунок різного навантаження на їх валах з використанням запропонованого високоточного ТП показана на рис. 2.18 [54].

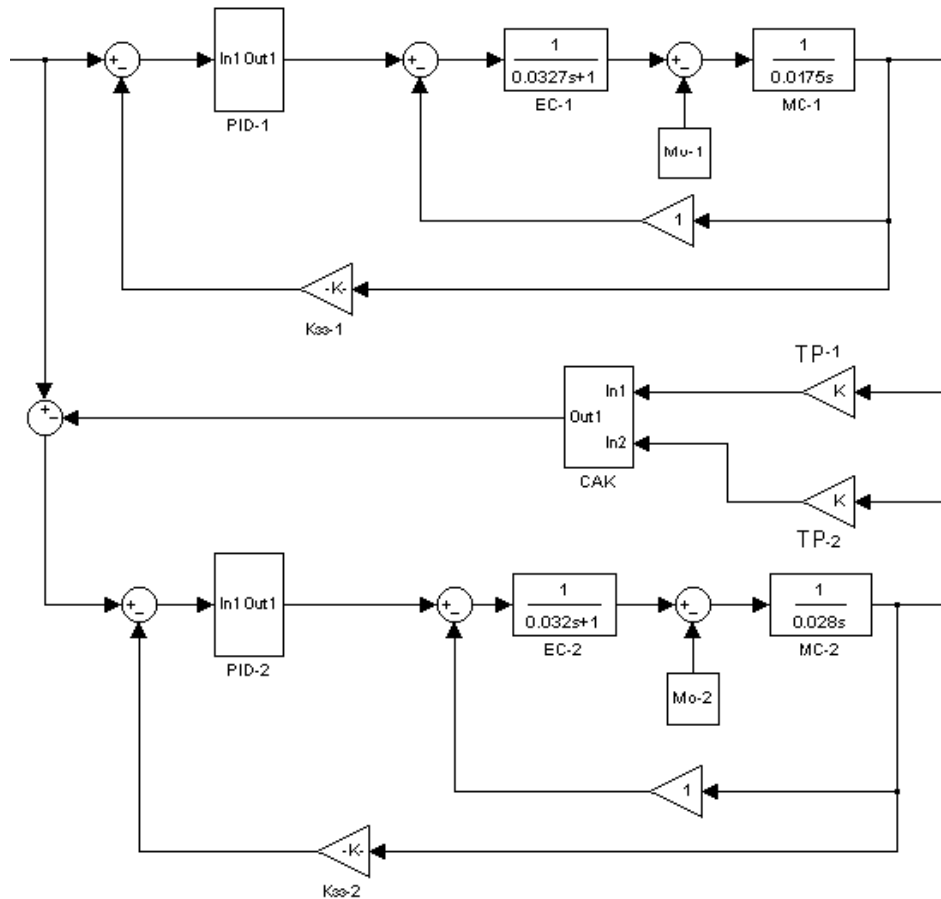


Рис. 2.17. Модель системи синхронізації кутових швидкостей роторів двох ЕМ

Як видно з рис. 2.18, несинхронність обертання ЕМ в динамічному режимі у середньому складає 3 об/хв, а в статичному режимі – приблизно дорівнює 1 об/хв.

При зміні кутової швидкості головного ЕМ (рис. 2.19) ми переконуємося в тому, що система дійсно автоматично синхронізує кутові швидкості роторів ЕМ. Як видно з рис. 2.19, при збільшенні кутової швидкості, в момент часу $t = 1\text{с}$, допоміжний ЕМ₂ також змінює свою кутову швидкість, але несинхронність обертання при цьому збільшується [55].

Відомо, що з часом параметри ЕМ: момент інерції, момент опору, активний опір статора, несуттєво, але змінюються, а зміна цих параметрів веде до зміни електромагнітних (ЕС) та механічних (МС) постійних часу.

Якщо в розробленій моделі (див. рис. 2.17) відхилити ці параметри від номінальних значень, то несинхронність обертання ЕМ збільшиться як в динамічному, так і в статичному режимах роботи (рис. 2.20).

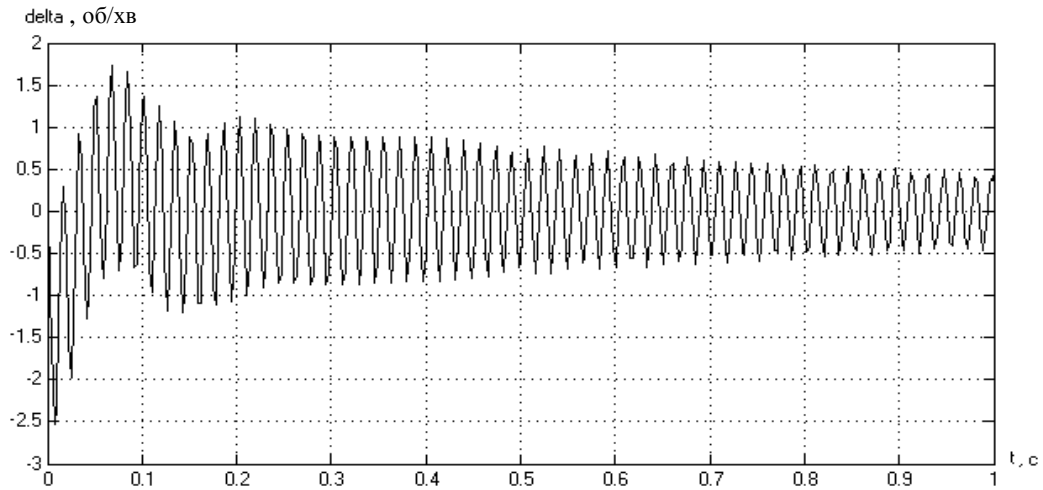


Рис. 2.18. Процес синхронізації кутових швидкостей силових ЕМ

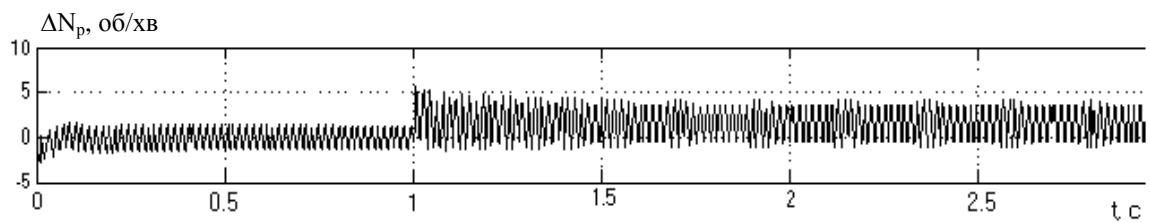


Рис. 2.19. Процес синхронізації кутових швидкостей роторів двох ЕМ при збільшенні частоти обертання головного ЕМ

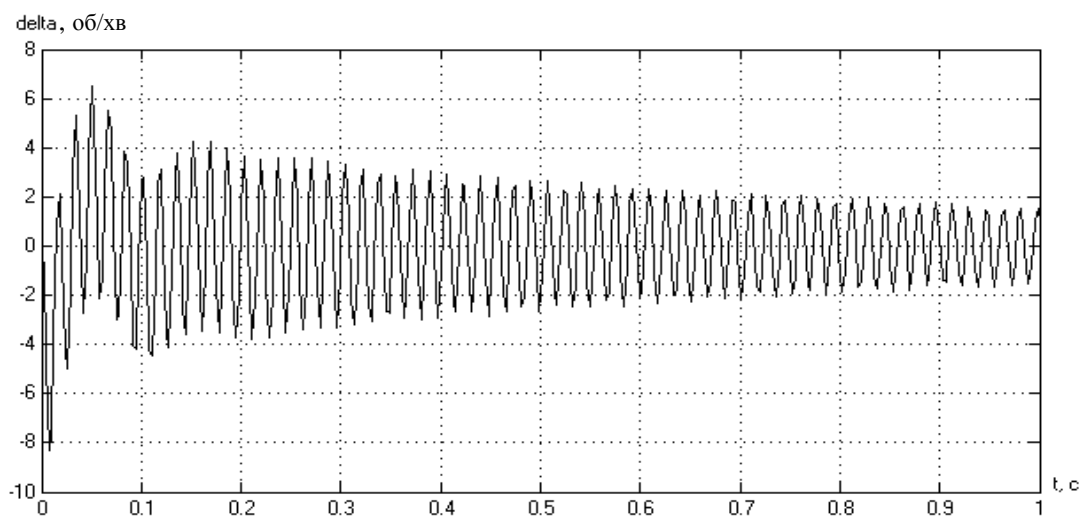


Рис. 2.20. Процес синхронізації кутових швидкостей при відхиленні електромагнітних та механічних параметрів від номінальних значень

Як видно з рис. 2.20, під час перехідного процесу при відхиленні електромеханічних та механічних параметрів від номінальних значень несинхронність обертання ЕМ збільшується приблизно до 12 об/хв., а по його закінченню – до 3–4 об/хв.

Таким чином, на основі розробленої моделі та результатів моделювання системи синхронізації кутових швидкостей роторів двох ЕМ встановлено такі основні особливості:

1. Запропонована модель системи синхронізації дозволяє проводити автоматичний контроль кутових швидкостей роторів декількох ЕМ в широкому діапазоні їх зміни – від 0 до 1000 рад/с, з достатньо високою точністю.

2. Несинхронність обертання роторів силових ЕМ значною мірою залежить від електромагнітних і механічних параметрів ЕМ та від властивостей механізмів в процесі експлуатації. Значний вплив на несинхронність обертання ЕМ складає зміна таких параметрів: моментів інерції механізмів, моментів опору та частот пружних механічних коливань [54].

Крім того, в процесі експлуатації ЕМ можуть спостерігатися значні відхилення електромагнітних та механічних значень від номінальних [61], що приводить до значного збільшення динамічних похибок системи, а це в свою чергу приводить до необхідності переналаштування параметрів регуляторів для мінімізації цих похибок. Мінімізувати ці похибки можна, запропонувавши та дослідивши адаптивний алгоритм синхронізації кутових швидкостей роторів силових ЕМ.

2.4. Адаптивна система синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ із спостережним засобом ідентифікації

Існують різноманітні алгоритми адаптації, які залежать від конкретних вимог, що висуваються до систем синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ і від умов їх функціонування. В силових ЕМ, як правило, відбуваються непередбачувані зміни механічних характеристик – моментів опору, інерції та електромагнітного моменту. Засоби спостереження, що відтворюють змінні стани силових ЕМ, можуть також ідентифікувати непідлягаючі прямому вимірюванню зовнішні дії і невідомі параметри ЕМ. У такому випадку спостережувачі засоби виконуються із самонастроюванням за параметрами, що ідентифікуються за рахунок введення інтеграторів, вхідні сигнали яких являють собою різницю вимірених і оцінених значень змінних складових ЕМ [55]. Такі адаптивні системи синхронізації кутових швидкостей за параметрами ЕМ знаходять місце в тих випадках, коли необхідний параметр нестационарного об'єкта потрібно безперервно підстроювати шляхом зміни передатного коефіцієнта системи [55].

Процедуру ідентифікації невідомих параметрів ЕМ за допомогою адаптивної системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом зручно розглядати на прикладі об'єкта з одним вхідним $u(t)$ і одним вихідним $y(t)$ сигналами. Силовий ЕМ можна охарактеризувати передатною функцією, степінь чисельника якого, по меншій мірі, на одиницю менший степеня знаменника

$$W_{EM}(s) = \frac{y}{u} = \frac{B_0 s^{n-1} + B_1 s^{n-2} + \dots + B_{n-1}}{s^n + A_1 s^{n-1} + \dots + A_n}, \quad (2.138)$$

де A_i та B_i – невідомі коефіцієнти.

Розділивши чисельник і знаменник передатної функції (2.138) на поліном $(n-1)$ -го степеня $(s + \lambda_2)(s + \lambda_3) \dots (s + \lambda_n)$, в якому $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$ – дійсні і від'ємні корені, та розклавши чисельник і знаменник на прості дроби, отримаємо передатну функцію у вигляді

$$\frac{y}{u} = \frac{b_1 + b_2 \frac{1}{s + \lambda_2} + \dots + b_n \frac{1}{s + \lambda_n}}{s - a_1 - a_2 \frac{1}{s + \lambda_2} - \dots - a_n \frac{1}{s + \lambda_2}}, \quad (2.139)$$

де $b_1 = B_0$; $a_1 = (\lambda_2 + \dots + \lambda_n) - A_1$.

Інші коефіцієнти b_i і a_i пов'язані складними поліномами з A_i , B_i та λ_i і в даному випадку немає потреби їх наводити.

В якості контролюючої дії на нестаціонарність роботи системи виберемо струм статора ЕМ, а в якості вихідної величини – кутову швидкість ЕМ. Для спрощення вважатимемо, що у замкнутій слідкуючій системі зворотним зв'язком по ЕРС електромотора можна знехтувати і момент опору залишається постійним. Тоді передатну функцію ЕМ можна записати у вигляді

$$W_{EM}(s) = \frac{y}{u} = \frac{c_d \Phi}{Js} = \frac{b}{s}, \quad (2.140)$$

де $y = \omega$ (ω – кутова швидкість); $u = i_{CT}$ (i_{CT} – струм статора ЕМ); Φ – магнітний потік ЕМ; c_d – конструктивний коефіцієнт ЕМ, який залежить від таких параметрів

$$c_d = \frac{Np_{\Pi}}{2\pi a},$$

де N – кількість стержнів обмотки статора; p_{Π} – кількість пар полюсів; a – кількість пар паралельних витків.

Таким чином, ідентифікації буде підлягати параметр $b = (c_d \Phi)/J$.

Зіставляючи (2.140) із передатною функцією (2.139), і виконуючи відповідні перетворення, які наведено в [58] отримаємо

$$\begin{cases} b_1 = b; \\ a_1 = a_2 = \dots = 0; \\ \bar{a}_1 = a_1 + \lambda_1 = 0 + \lambda_1 = \lambda. \end{cases} \quad (2.141)$$

З урахуванням (2.141) побудуємо структурну схему спостережного засобу, який зображено на рис. 2.21.

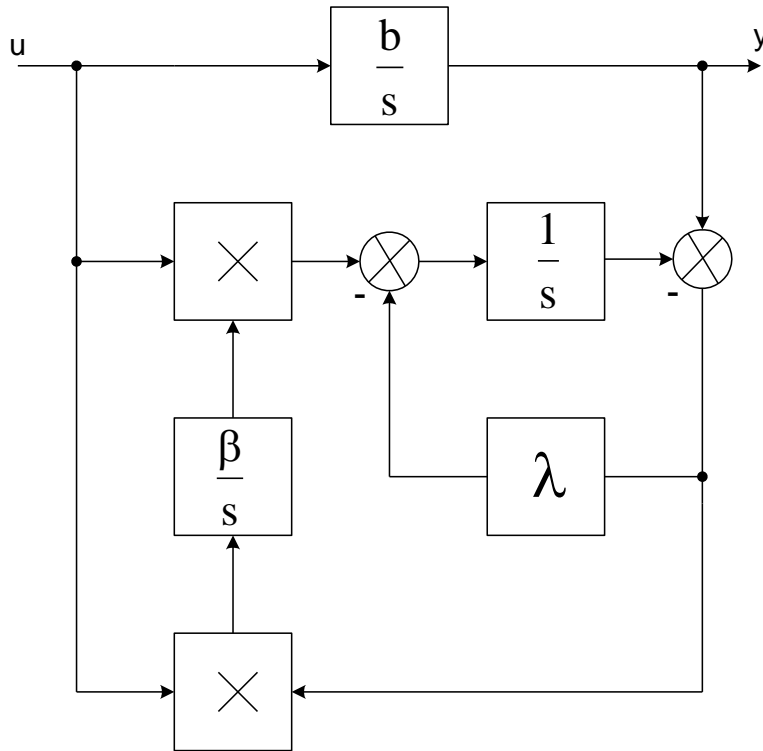


Рис. 2.21. Структурна схема спостережного засобу ідентифікації

Враховуючи запропонований спостережний засіб ідентифікації параметра $b = c_d \Phi / J$, побудуємо структурну схему адаптивної системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ, яка показана на рис. 2.22. Як видно з рис. 2.22 спостережний засіб ідентифікації ввімкнено в ланцюг допоміжного ЕМ, який постійно підстроюється під головний ЕМ. В запропонованому спостережному засобі ідентифікації β – коефіцієнт підсилення ланцюга адаптації, за допомогою якого здійснюється оптимізація процесу ідентифікації параметрів ЕМ.

Алгоритм роботи спостережного засобу ідентифікації описується виразами:

$$\frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{\bar{c}_d \bar{\Phi}}{J} i_{CT} + \lambda k (\omega - \bar{\omega}), \quad (2.142)$$

$$\frac{d(\bar{c}_d \bar{\Phi} / J)}{dt} = \beta \cdot k \cdot i_{CT} (\omega - \bar{\omega}), \quad (2.143)$$

де k – передатний коефіцієнт кутової швидкості ($k = U / \omega$).

Оскільки початковими умовами роботи системи синхронізації кутових швидкостей є $\bar{\omega}(0) = 0$ та $(\bar{c}_d \bar{\Phi} / J)(0) = 0$, і якщо ввести позна-

чення $e = \omega - \bar{\omega}$ та $v = c_d \Phi / J - (\bar{c}_d \bar{\Phi} / J)$, а також взяти до уваги, що: $d\omega/dt = i_{CT} c_d \Phi / J$, то алгоритм роботи спостережного засобу в координатах e і v можна описати рівняннями:

$$\frac{de}{dt} = v i_{CT} - \lambda k e, \quad (2.144)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\beta k i_{CT} e. \quad (2.145)$$

При цьому початкові умови такі: $e(0) = 0$ та $v(0) = c_d \Phi / J - i$ на основі гіпотези квазістаціонарності вважається, що на часовому інтервалі, який відповідає перехідному процесові в спостережному засобі, зміна параметрів $c_d \Phi / J$ відсутня.

Стійкість спостережного засобу при ідентифікації параметрів $\bar{c}_d \bar{\Phi} / J$ може бути встановлена другим методом Ляпунова. Для перевірки умови асимптотичної стійкості спостережного засобу функція Ляпунова розглядається у вигляді позитивно-визначеної квадратичної форми помилки e і параметра v [55, 56]

$$V = \frac{1}{2} e^2 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{\beta k}. \quad (2.146)$$

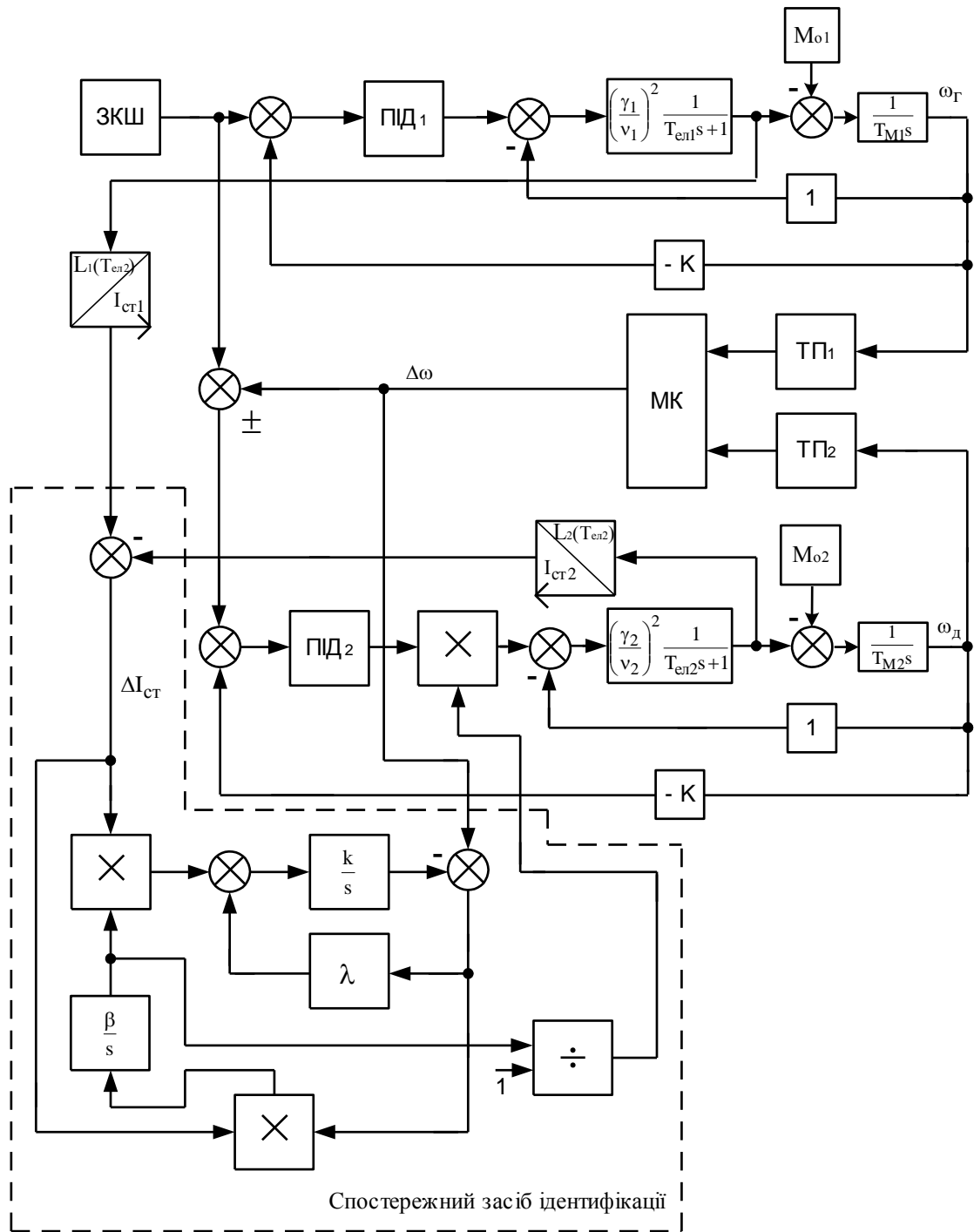


Рис. 2.22. Адаптивна система синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації

Повна похідна функції (2.146) за часом на основі (2.144) та (2.145) буде дорівнювати $dV/dt = -\lambda ke^2$.

Функція dV/dt повинна бути негативно-визначеною в просторі змінних e та v , тобто $\left. \frac{dV}{dt}(e, v) \right|_{e=0} = 0$. Для доказу того, що при $e \equiv 0$ отримаємо $v \equiv 0$, розглянемо систему рівнянь (2.144) і (2.145) при то-

тожній рівності нулю похибки e . Оскільки при цьому похідна похибки за часом дорівнює нулю, то система рівнянь (2.144), (2.145) набуде вигляду

$$0 = v i_{ст}, \quad (2.147)$$

$$\frac{dv}{dt} = 0. \quad (2.148)$$

Оскільки $i_{ст}$ не дорівнює нулю, то з виразів (2.147) та (2.148) очевидна тотожна рівність нулю параметра v . Отже, функція dV/dt є негативно-визначеною і при побудові спостережного засобу відповідно виразам (2.142) і (2.143) величина $(\bar{c}_d \bar{\Phi}/J)(t)$ асимптотично наближається до параметрів $c_d \Phi/J$. Збіжність процесу оцінки залежить від коефіцієнтів λ і β , які практично завжди можуть бути вибраними з умови протікання в системі процесу оцінки швидше головного перешкодного процесу, виходячи з вимог завадостійкості системи.

Оцінювання $(\bar{c}_d \bar{\Phi}/J)$ параметрів $c_d \Phi/J$ використовується для автоматичного настроювання передатного коефіцієнта ПД-регулятора швидкості шляхом домножування його на непередбачувані відхилення моменту інерції, що виникають.

Моделювання роботи адаптивної системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації проведено за допомогою математичного пакету MATLAB в середовищі SIMULINK.

При моделюванні роботи адаптивної системи синхронізації із спостережним засобом ідентифікації отримано характеристики процесів синхронізації, які показані на рис. 2.23 та 2.24 [56].

Як видно з рис. 2.23, несинхронність обертання ЕМ при використанні адаптивної системи синхронізації із спостережним засобом ідентифікації суттєво зменшилась порівняно з несинхронністю, що зображена на рис. 2.18. В усталеному режимі вона практично дорівнює нулю. А при такому ж відхиленні електромагнітних та механічних параметрів від норм, характеристика процесу синхронізації при використанні адаптивної системи із спостережним засобом ідентифікації зображено на рис. 2.24.

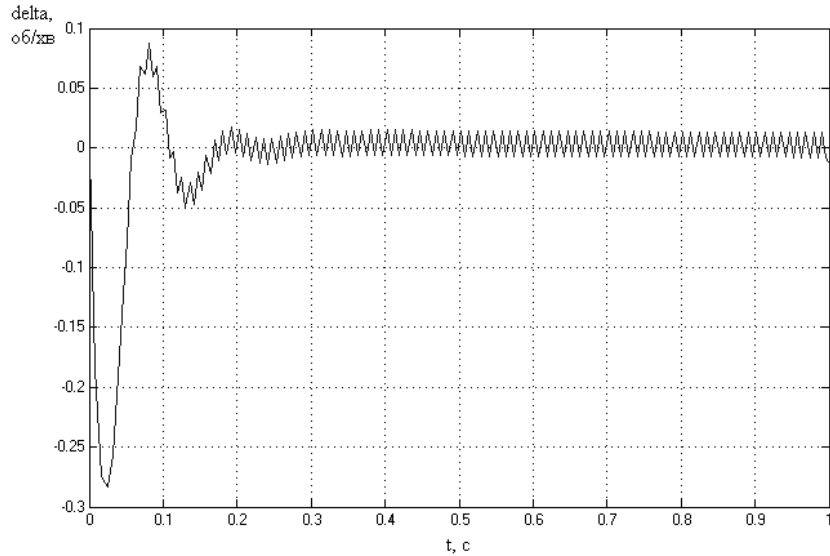


Рис. 2.23. Процес синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ при використанні адаптивної системи із спостережним засобом ідентифікації

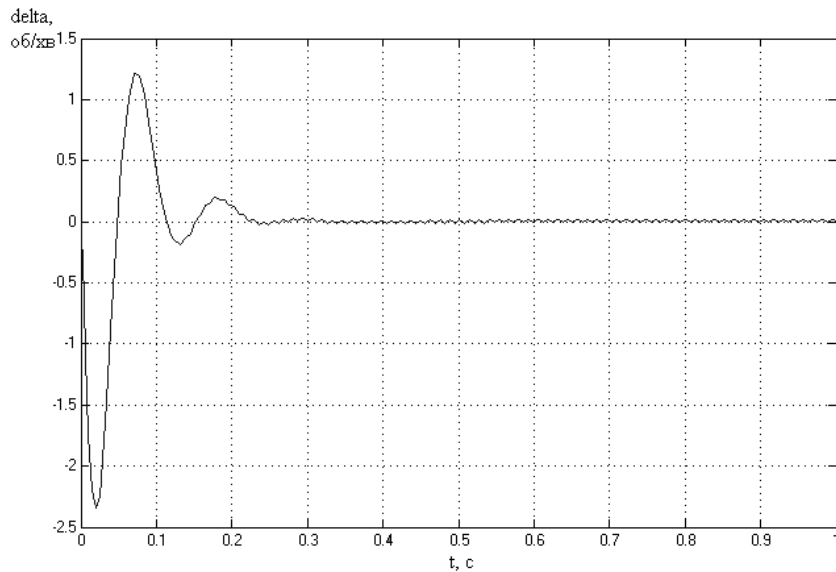


Рис.2.24. Процес адаптивної синхронізації ЕМ при відхиленні від номінальних значень ЕС та МС

Як видно з рис. 2.24, при відхиленні параметрів від номінальних значень, несинхронність обертання ЕМ в статичному режимі практично не змінилася в порівнянні із рис. 2.23, але в порівнянні із характеристиками роботи системи синхронізації без використання адаптивного алгоритму, несинхронність обертання зменшилась. Максимальна зведена похибка несинхронності обертання роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації не перевищує 0,4 %. Проведені дослідження свідчить про те, що розроблений алгоритм адаптивної синх-

ронізації кутових швидкостей ЕМ при відхиленні внутрішніх параметрів від норм автоматично змінює (перенастроює) коефіцієнти ПД-регулятора, тобто адаптується.

Таким чином, використання адаптивної системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації дозволяє зменшити похибку синхронізації кутових швидкостей до мінімуму і, тим самим, підвищити точність вимірювального контролю кутових швидкостей в 3–4 рази як в статичному, так і в динамічному режимах роботи при зміні частот обертання ЕМ від 0 до 6000 об/хв. [57].

2.5. Висновки

На основі аналізу і моделювання системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ разом із високоточним ТП розроблено конструкцію та математичний апарат тахометричного перетворювача з низькочастотним вихідним сигналом із зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймача, а також запропоновано адаптивний алгоритм синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ, що дозволяє разом із розробленим ТП підвищити точність синхронізації в 3–4 рази порівняно з відомими системами синхронізації кутових швидкостей. На основі проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1. Розроблено математичну модель фотоприймача на основі пари фотодіод–операційний підсилювач, з урахуванням паразитних параметрів елементної бази. Доведено, що частотні властивості фотоприймача майже повністю визначаються частотними властивостями фотодіода. При частоті зміни площі освітлюемого фоточутливого шару фотодіода значно меншою за граничну частоту фотодіода, фотоприймач можна вважати лінійним.

2. Промодельовано ТП із зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлено неточністю виконання модулятора та діафрагми. Цей ТП має високу чутливість за кутом повороту вала ЕМ і придатний тільки для первинного перетворення низьких кутових швидкостей, що обумовлено високою частотою його вихідного сигналу. Отримано його рівняння перетворення та математичні моделі для усталеного та перехідного режимів роботи ЕМ.

3. Визначено таку форму прорізи модулятора та діафрагми, що забезпечує максимально низькочастотний вихідний сигнал фотоелек-

тричного ТП, що обумовлює високу верхню межу перетворюваної кутової швидкості.

4. Розроблено ТП з низькочастотним вихідним сигналом, що дозволяє визначити початкове кутове положення вала ЕМ. Отримано його рівняння перетворення та математичні моделі для усталеного та перехідного режимів роботи.

5. Розроблено ВК кутової швидкості з ТП із низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми. Цей ТП також дозволяє визначити початкове кутове положення вала ЕМ. Для нього отримано рівняння перетворення та математичні моделі для усталеного та перехідних режимів роботи. ВК з таким ТП призначено для високоточних динамічних вимірювань.

6. Запропоновано вимірювальний перетворювач із низькочастотним вихідним сигналом з можливістю зміни роздільної здатності за кутом повороту, що дозволяє зменшити похибку вимірювання миттєвої кутової швидкості.

7. Розроблено модель системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із використанням розробленого ТП, що дозволяє синхронізувати кутові швидкості в широкому діапазоні – від 0 до 1000 рад/с з достатньо високою точністю.

8. Розроблено адаптивну систему синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації, що дозволяє підвищити точність синхронізації кутових швидкостей ЕМ в 3–4 рази та вносити корекцію при відхиленні електромагнітних та механічних параметрів ЕМ від їхніх номінальних значень.

3. МЕТРОЛОГІЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ КАНАЛІВ КУТОВОЇ ШВИДКОСТІ

3.1. Структурна схема та рівняння перетворення вимірювальних каналів, призначених для високоточного вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ

З урахуванням запропонованих та промодельованих в попередньому розділі ТП разом з адаптивною системою синхронізації кутових швидкостей розроблено узагальнену структурну схему вимірювальних каналів призначених для високоточного вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ з мікроконтролером [55–58], що здійснює вимірювальний контроль кутової швидкості з подальшою синхронізацією частот обертання головного та допоміжного ЕМ, яка показана на рис. 3.1. Структура вимірювального каналу кутової швидкості складається із ТП, який з'єднаний з валом ЕМ за допомогою муфти спряження, підсилювача напруги, аналого-цифрового перетворювача (АЦП) та мікроконтролера (МК), в якому визначаються числові значення кутових швидкостей, і вимагає подальшого дослідження та аналізу.

Алгоритми визначення та обробки вимірювальної інформації мають загальні обчислювальні процедури, що пов'язані з визначенням похідних миттєвих значень сигналів, які отримуються за допомогою АЦП із наступним їх накопиченням. Тому вирішення таких задач можна здійснювати на одних і тих же технічних засобах із використанням типових програмних модулів.

Розроблена система високоточної синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ запускається за командою задавача кутової швидкості через перетворювач напруги в частоту U/F, МК, ЦАП, підсилювачів та ЧР. Далі, за допомогою ТП, вимірюються кутові швидкості роторів кожного із ЕМ, які потім перетворюються у сигнали напруги, підсилюються та подаються до АЦП, що перетворює інформативний сигнал у цифровий код. Цей код обробляється у МК, який обчислює частоти обертання роторів кожного із ЕМ та порівнює їх між собою. Якщо несинхронність обертання ЕМ перевищує задану межу, то на виході МК формується цифровий код для збільшення (чи зменшення) частоти обертання допоміжного ЕМ₂ на ту величину, на яку він відхиляється від частоти обертання головного ЕМ₁. Сформований бінарний код перетворюється в аналогову величину за допомогою ЦАП, підсилюється і подається на керуючі входи частотного регулятора (ЧР₂). Відразу ж після появи такого сигналу, ЧР₂ автоматично за розробленим адаптивним алгоритмом підстроюється під частоту обертання го-

ловного EM_1 , і таким чином автоматично контролює несинхронність обертання роторів силових ЕМ. Цей цикл повторюється завжди при включеній системі.

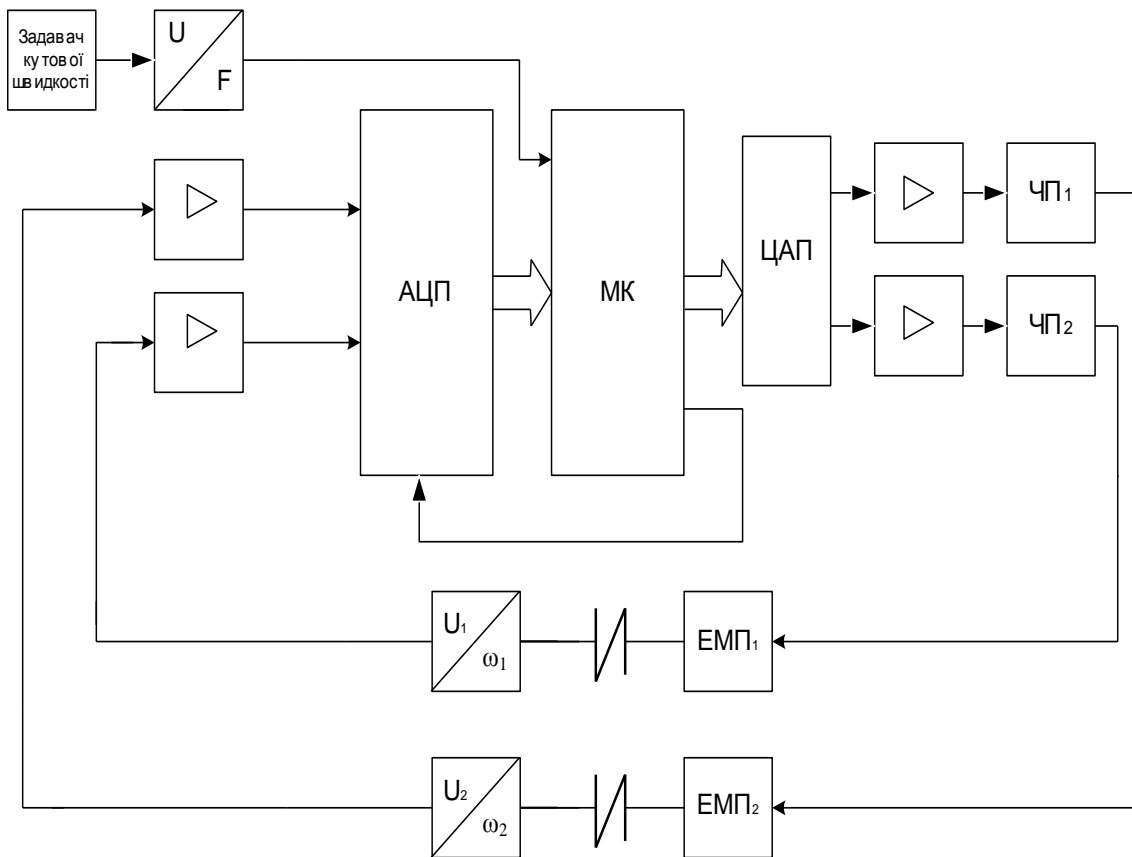


Рис. 3.1. Узагальнена структурна схема вимірювальних каналів, призначених для високоточного вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів силових ЕМ

ТП, що розглянуто у підрозділі 2.1.2, має високу чутливість за кутом повороту, але частотні властивості його погані внаслідок високої частоти вихідного сигналу. Тому для реалізації ВК кутової швидкості використовуємо ТП з низькочастотним вихідним сигналом чи ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшення похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми, які є більш високочастотними. Вал ЕМ за допомогою муфти спряження з'єднується з валом ТП. У відповідності з [17, 58], де проведено аналіз впливу муфт на вихідні характеристики кутової швидкості, це повинна бути муфта типу «сильфон», яка має велику жорсткість до обертового моменту та дозволяє зменшити похибки, зумовлені ексцентриситетом спряжених кінематичних пар. Вихід ТП під'єднаний через підсилювач до входу АЦП, який запускається імпульсами високостабільного генератора, частота якого відома з високою точністю, який

може бути керованим. По закінченню перетворення код, відповідний миттєвому значенню вихідного сигналу ТП, за сигналом готовності АЦП передається до мікроконтролера (МК), де знаходиться до обчислення кутова швидкість та момент інерції.

Роздільна здатність ТП за кутом повороту залежить від кількості розрядів АЦП та при використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом визначається виразом

$$\varphi_0 = \begin{cases} (2\pi - \beta)U_{2\text{MAX}}/2^n (U_{2\text{MAX}} - U_{2\text{MIN}}), & \text{при } U_C = 0; \\ \beta U_{2\text{MAX}}/2^n (U_{2\text{MAX}} - U_{2\text{MIN}}), & \text{при } U_C = 1. \end{cases}, \quad (3.1)$$

де φ_0 – роздільна здатність за кутом повороту; n – кількість двійкових розрядів АЦП; $U_{2\text{MAX}}$, $U_{2\text{MIN}}$ – максимальне та мінімальне значення вихідної напруги ТП:

$$U_{2\text{MAX}} = S_{10}R_{33}I_a(4\pi - \beta)\beta/4r^2, \quad (3.2)$$

$$U_{2\text{MIN}} = S_{10}R_{33}a\beta^2/4r^2. \quad (3.3)$$

Цифровий сигнал U_C передається на шину даних МК. При використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми, роздільна здатність за кутом повороту визначається за формулою

$$\varphi_0 = (2\pi - \beta)U_{3\text{MAX}}/2^n (U_{3\text{MAX}} - U_{3\text{MIN}}). \quad (3.4)$$

де $U_{3\text{MAX}}$, $U_{3\text{MIN}}$ – максимальна та мінімальна вихідна напруги з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми ТП.

Початковий та поточний кут повороту при використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом визначається виразом (2.62). При використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми – виразом (2.83). Як було наведено вище, для усіх ТП, миттєва кутова швидкість прямо пропорційна першій похідній його вихідної напруги, тобто виникає необхідність диференціювання. Відомі три типи дискретних диференціюючих пристроїв [59], АЧХ та ФЧХ, вирази для вихідних сигналів яких наведено у таблиці 3.1. Використання того чи іншого типів диференціаторів обумовлюється вимогами до ро-

здільній здатності, завадостійкості. В подальшому будемо розглядати диференціатор першого типу, який менш завадостійкий у порівнянні з іншими типами, але реагує на менші дискретні значення кута повороту. Для обчислення кутової швидкості, значення вихідного сигналу диференціатора помножується на коефіцієнт $2r^2/S_{10}R_{33}aI\beta$, який розраховується або визначається експериментально під час перевірки.

Амплітуду крутильних коливань ротора можна знайти як шляхом визначення відхилення кута повороту від його лінійної часової залежності шляхом багаторазових вимірювань з наступним усередненням максимальних результатів, так і шляхом знаходження максимумів апроксимуючої функції.

Кутове прискорення, яке для обох розглянутих ТП визначається виразом

$$\varepsilon_K = \frac{d^2\phi(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{2r^2}{S_{10}R_{33}aI\beta} \frac{d^2U_{2,3}(t)}{dt^2}. \quad (3.5)$$

Таблиця 3.1

Рівняння перетворення, АЧХ та ФЧХ дискретних диференціаторів

Тип	Вираз для вихідного сигналу	АЧХ	ФЧХ
1 Простий дискретний диференціатор	$U_{Д1} = \frac{U(t_i) - U(t_i - \Delta t)}{\Delta t}$, де Δt – інтервал дискретності.	$A_1(\Omega_B) = \sin \frac{\Omega_B \Delta t}{2} / \frac{\Delta t}{2}$, Ω_B – циклічна частота вхідного сигналу	$\Phi_1(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \frac{\Omega_B \Delta t}{2}$
2 Дискретний з усередненням	$U_{Д2} = \frac{\int_{t_i-T_i}^{t_i} U(\tau) d\tau - \int_{t_i-2T_i}^{t_i-T_i} U(\tau) d\tau}{T_i^2}$ T_i – інтервал інтегрування.	$A_2(\Omega_B) = \Omega_B \left(\sin \frac{\Omega_B T_i}{2} / \frac{\Omega_B T_i}{2} \right)^2$	$\Phi_2(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \Omega_B T_i$
3 Дискретний з усередненням на частині інтервалу	$U_{Д3} = \frac{\int_{t_i-T_i}^{t_i} U(\tau) d\tau - \int_{t_i-\Delta t-2T_i}^{t_i-\Delta t-T_i} U(\tau) d\tau}{T_i \cdot \Delta t + T_i^2}$	$A_3(\omega) = \left(\sin \frac{\Omega_B T_i}{2} / \frac{T_i}{2} \right) \times \left(\sin \frac{\Omega_B (\Delta t + T_i)}{2} / \frac{\Delta t + T_i}{2} \right)$	$\Phi_3(\Omega_B) = \frac{\pi}{2} - \Omega_B \frac{\Delta t + 2T_i}{2}$

Тобто необхідно знаходити першу та другу похідні вихідної напруги ТП. Повторне диференціювання цифровими диференціаторами 1–3 типів приводить до великої похибки визначення другої похідної. Це обумовлює необхідність використання інших алгоритмів диференціювання. Вихідний сигнал ТП має певні випадкові похибки, які приводять до стрибкоподібних змін першої, а тим більше, другої похідної

вихідного сигналу. Тому необхідно перед першим диференціюванням проводити згладжування отриманих вибірок вихідного сигналу ТП. При цифровій обробці сигналів використовуються різноманітні алгоритми згладжування [60–63]: кусочно-лінійна апроксимація, апроксимація поліномами Ньютона та Лагранжа, апроксимація сплайнами та ін. Ефективними та найбільш простими для реалізації на МК є алгоритми на основі апроксимуючих сплайнів та поліномів [46], дослідження яких при згладжуванні вимірюної за допомогою звичайного частотно-го ТП кутової швидкості проведене у [15, 17, 41]. Оскільки в розглядуваному випадку необхідно знаходити другу похідну відновленого сигналу, використання згладжування поліномом початкового сигналу неможливе, тому що традиційні алгоритми згладжування кубічними поліномами (по п'яти точках та ін.) не забезпечують безперервність другої похідної вихідного сигналу [46], що необхідно у нашому випадку, поліноми більш високих порядків недоцільно використовувати для згладжування, тому що із збільшенням степеня полінома у багатьох випадках виникає їх осциляція. Від цих недоліків вільний алгоритм апроксимації загальними кубічними сплайнами [46]. Апарат сплайнів досить легко реалізується на МК. Найбільш поширені апроксимуючі кубічні сплайни базуються на поліномах третього степеня, що є найпростішою кривою, що має точки перегину. Це забезпечує їх добрі апроксимаційні можливості. Кубічні сплайни мають на всьому відрізку апроксимації безперервні похідні до другого порядку, а невисокий степінь полінома спрощує обчислення та зменшує обчислювальну похибку. Апроксимація кубічними сплайнами полягає у проведенні між розсіяними опорними точками кубічного полінома

$$P_n(x) = a_n + b_n(x - x_n) + c_n(x - x_n)^2 + d_n(x - x_n)^3, \quad (3.6)$$

де x_n – опорні точки; a_n, b_n, c_n, d_n – коефіцієнти поліному.

Кубічний поліном з поки що невідомими значеннями ординат $P_n(x_n) = f_n$ проводиться так через пари значень вимірювань (x_n, y_n) , щоб різниця $y_n - f_n$ була позитивно пропорційна скачкам r_n третьої похідної сплайн-функції у точці x_n . Тобто

$$r_n = w(y_n - f_n), \quad (3.7)$$

де w – коефіцієнти пропорційності.

В загальному випадку коефіцієнти w різні для кожного значення n . Коефіцієнти пропорційності залежать від розсіяння значень та ви-

бираються суб'єктивно. Задається значення початкової та кінцевої кривизни апроксимуючої функції

$$y_1'' = c_1; y_N'' = c_N. \quad (3.8)$$

Інші коефіцієнти c_n , при рівномірній дискретизації та рівних коефіцієнтах пропорційності, знаходяться з системи рівнянь, яка отримується з (3.9) при $n=2, 3, 4, \dots$

$$\frac{6}{wh_s^2} c_{n-2} + \left(h_s - \frac{24}{wh_s^2} \right) c_{n-1} + \left(4h_s + \frac{12}{wh_s^2} + \frac{6}{w} + \frac{1}{h_s^2} \right) c_n + \left(h_s - \frac{12}{wh_s^2} \right) c_{n+1} + \frac{6}{wh_s^2} c_{n+2} = \frac{3}{h_s} (y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}), \quad (3.9)$$

де h_s – крок дискретизації.

При відомих c_n інші коефіцієнти полінома (3.6) розраховуються за виразами

$$a_1 = y_1 + 2(c_1 - c_2)/wh_s, \quad (3.10)$$

$$a_N = y_N + 2(c_{N-1} - c_N)/wh_s, \quad (3.11)$$

$$a_n = y_n - 2(c_{n-1}/h_s - 2/h_s)c_n/w + c_{n+1}/h_s, \quad (3.12)$$

$$b_n = (a_{n+1} - a_n)/h_s - h_s(c_{n+1} + 2c_n)/3, \quad (3.13)$$

$$d_n = (c_{n+1} - c_n)/3h_s. \quad (3.14)$$

ВК кутової швидкості ідентичні між собою, працюють в однакових умовах і тому, із погляду досліджень властивостей каналів, що входять до системи синхронізації кутових швидкостей ЕМ досить одержати характеристики одного з них [64–66].

3.2. Аналіз основних похибок вимірювання кутових швидкостей роторів ЕМ

Для високоточної синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ перш за все необхідно вимірювати кутові швидкості роторів. Тому похибки високоточних систем синхронізації кутових швидкостей в основному складаються з похибок вимірювальних каналів кутових швидкостей в яких виконується ціла низка вимірювальних перетво-

рень. Структуру перетворень вимірювальних каналів наведено на рис. 3.1. Похибки, що виникають у кожному з виділених елементів, а також наявність величин, які мають вплив на систему синхронізації та зумовлюють основну похибку вимірювання кутових швидкостей. Методи розрахунку основної похибки ВК, що мають подібну структуру, значною мірою розроблені в [59, 64].

Взагалі, сумарна похибка ВК кутових швидкостей – це функція багатьох змінних $\delta_{\Sigma} = f(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n)$. Нижче наведено основні (найвпливовіші) складові похибок ВК, що виникають в різних елементах структурної схеми, чи впливають на них із зовні:

- похибка первинного вимірювального перетворювача в якості якого використовується ТП «кут повороту–напруга»;
- похибка підсилювача напруги;
- похибка квантування, яка виникає внаслідок аналого-цифрового перетворення;
- інші похибки різноманітної природи та походження, а також дестабілізуючі фактори навколишнього середовища.

Оскільки ВК кутової швидкості ідентичні між собою і працюють в однакових умовах, то, з погляду досліджень властивостей ВК кутових швидкостей, досить одержати характеристики одного з них.

3.2.1. Аналіз метрологічних характеристик ВК кутової швидкості

Похибка первинного перетворення «кут повороту–напруга» обумовлена частотними властивостями фотоприймача та виникає внаслідок спаду його частотної характеристики в області верхніх частот. Вона залежить від кутової швидкості вала ЕМ.

Моделювання частотних викривлень вихідного сигналу ТП необхідно для оцінки похибки первинного перетворення «кут повороту–напруга» для визначення діапазону зміни контрольованих параметрів, у якому вірогідність контролю суттєво не знижується. Моделювання стосується розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом і кожного фотоприймача ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки первинного перетворення, що обумовлена неточністю виготовлення модулятора та діафрагми. Воно проводилось за таким алгоритмом.

1. Відома пилкоподібна залежність площі освітлюваного фоточутливого шару фотодіода від часу в усталеному режимі роботи ЕМП множиться на коефіцієнт пропорційності між вихідною напругою та

площею $S_{10}R_{33}\frac{I}{r^2}$, в результаті чого отримується вихідна напруги U_I ТП, фотоприймач якого має необмежену смугу пропускання. Залежність освітлюваної площі фоточутливого шару фотодіода, що входить до складу фотоприймача, від часу, розкладається в ряд Фур'є на 1400 складових, множить на коефіцієнт пропорційності між площею та напругою, в результаті чого отримується апроксимуюча функція вихідної напруги ТП U_A . Кількість складових обмежена можливостями математичного пакета програм Maple та EOM. Похибка апроксимації розраховується за виразом

$$\varepsilon_A = \left| \frac{U_A - U_I}{U_I} \right| \cdot 100\% . \quad (3.15)$$

Внаслідок того, що функція зміни площі не є багатотонною, похибка апроксимації біля її максимальних та мінімальних значень значно збільшується. Це обумовлює доцільність визначення похибки апроксимації на окремих інтервалах вихідного сигналу ТП, з метою визначення інтервалу, на якому похибка апроксимації значно менша за похибку, що обумовлена частотними викривленнями. Слід зазначити, що похибка апроксимації не залежить від періоду вихідного сигналу ТП. Це дає змогу у даному випадку розглядати залежність похибки апроксимації від кута повороту а не від часу. Один імпульс пілкоподібної вихідної напруги ТП формується за один оберт та відповідає куту повороту вала об'єкта контролю на 2π , що відповідає періоду T_C . На рис. 3.2 наведено розраховані залежності похибки апроксимації у різних діапазонах зміни кута повороту.

На рис. 3.2а наведено залежність похибки апроксимації в діапазоні зміни кута повороту від 0 до $0,2\pi$, що відповідає ділянці періоду вихідного сигналу $0-0,1T_C$, на рис. 3.2б – від $0,2\pi$ до $1,8\pi$, що відповідає ділянці періоду вихідного сигналу $0,1-0,9T_C$, на рис. 3.2в – від $1,8\pi$ до 2π , що відповідає $0,9-1,0T_C$. З аналізу рис. 3.2 випливає, що похибка апроксимації на часовому інтервалі від $0,1$ до $0,9$ періоду вихідного сигналу, не перевищує $0,008\%$ на границі інтервалу, а на середині інтервалу складає близько $0,004\%$. На інтервалах зміни кута повороту від 0π до $0,2\pi$ та від $1,8\pi$ до 2π похибка апроксимації значно збільшується, що робить недоцільним моделювання частотних викривлень у цих інтервалах.

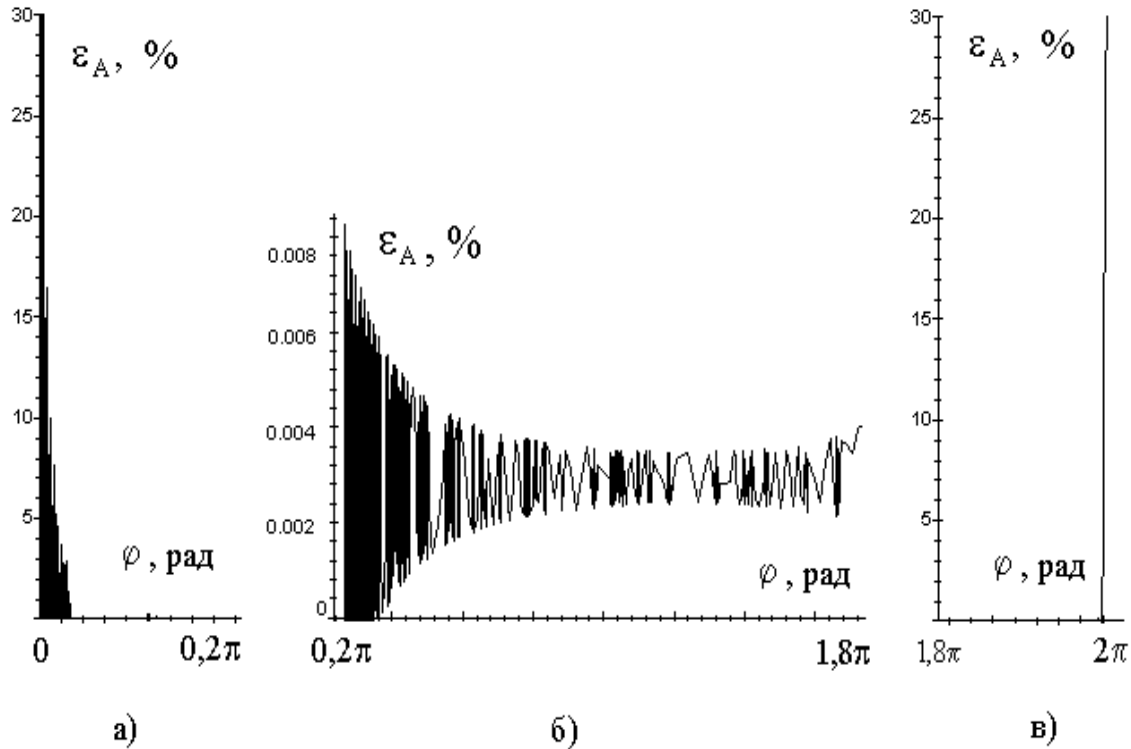


Рис. 3.2. Залежності похибок апроксимації в різних діапазонах зміни кута повороту

2. Гармонічні складові модельованої вихідної напруги ТП U_R з урахуванням частотних властивостей його фотоприймача та без урахування шумової складової, напруги зміщення та різниці вхідних струмів операційного підсилювача, які не залежать від частоти і якими в даному випадку можна знехтувати, знаходяться з виразу (2.19), в який замість площі підставляється сума розрахованих гармонічних складових періодичної залежності площі від часу.

3. Відносне значення зміни вихідної напруги ТП, що обумовлене частотними викривленнями, яке внаслідок пропорційності вихідної напруги кута повороту дорівнює відносній частотній похибці первинного перетворення «кут повороту–напруга», визначається за виразом

$$\varepsilon_{\varphi} = \left| \frac{U_I - U_R}{U_I} \right| \cdot 100\% , \quad (3.16)$$

У табл. 3.2 наведено часові діаграми вихідного сигналу ТП при різних значеннях кутової швидкості з урахуванням частотних викривлень та без їх урахування, графіки обвідної розрахованої відносної похибки перетворення «кут повороту–напруга». Графіки обвідної наве-

дено тому, що розрахована функція дуже «розбавтана» внаслідок великої кількості гармонічних складових.

Моделювання частотної похибки проведене при двох значеннях сталої часу фотодіода $-\tau_{VD}=10^{-4}$ с та $\tau_{VD}=10^{-5}$ с, та для трьох частот обертання: $\omega = 100$ рад/с ≈ 955 об/хв.; $\omega = 250$ рад/с ≈ 2400 об/хв.; $\omega = 1000$ рад/с ≈ 9554 об/хв. З аналізу табл. 3.2 випливає, що в діапазоні зміни кута повороту від $0,2\pi$ до $1,8\pi$, похибка первинного перетворення, що зумовлена частотними властивостями фотоприймача, значно перевищує похибку апроксимації. Це обумовлює достовірність отриманих в результаті моделювання результатів. Слід зазначити, що ефективна ширина спектра вихідного сигналу ТП в усталеному режимі роботи ЕМ буде більшою, ніж в динамічному режимі, тому що в усталеному режимі тривалість вихідних імпульсів буде меншою, а швидкість зміни вихідної напруги більшою, ніж в динамічному. Це свідчить про те, що в динамічному режимі частотна похибка первинного перетворення не буде перебільшувати цю похибку в усталеному режимі.

Для оцінки верхньої межі перетворюваної кутової швидкості необхідно оцінити відносну похибку квантування вихідного сигналу ТП за допомогою АЦП. Похибка обумовлена частотними властивостями не буде впливати на результат перетворення «кут повороту–напруга» тільки якщо вона значно менша похибки квантування. Як відомо з [64], похибка квантування при відсутності випадкових завад розподілена рівномірно, її максимальні значення дорівнюють $\pm q/2$, де q – крок квантування. Є очевидним, що абсолютна похибка визначення кутового положення, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП описується виразом

$$\delta_D = (2\pi - \beta)/2^{n+1}, \quad (3.17)$$

де n – кількість розрядів АЦП.

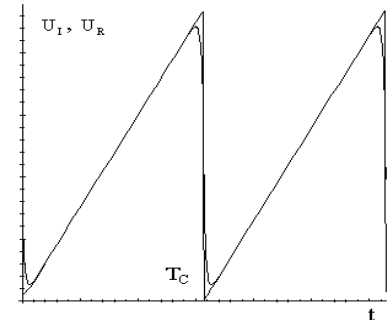
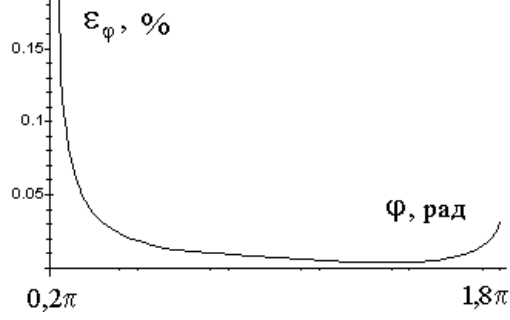
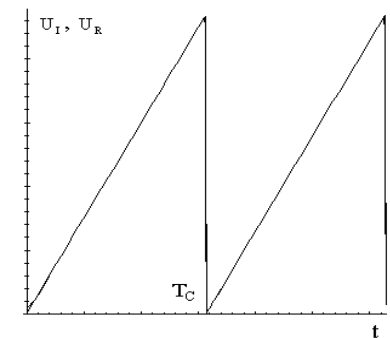
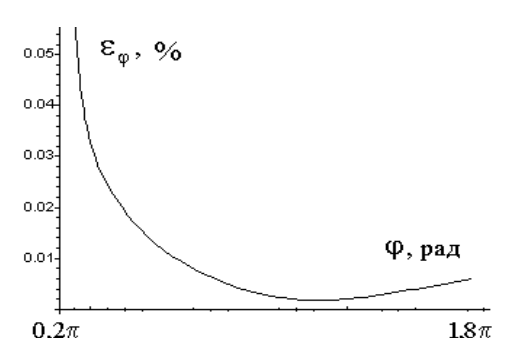
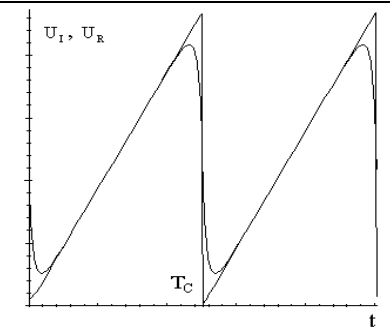
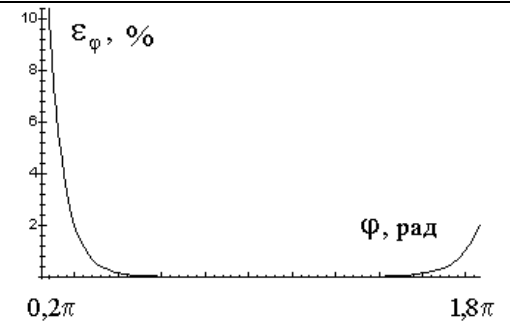
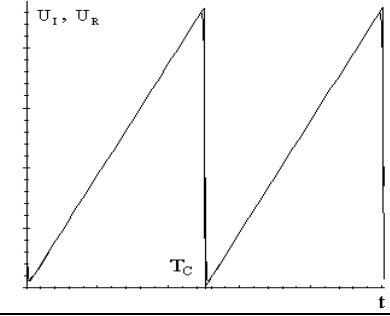
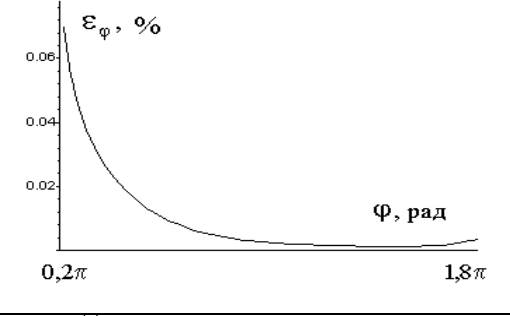
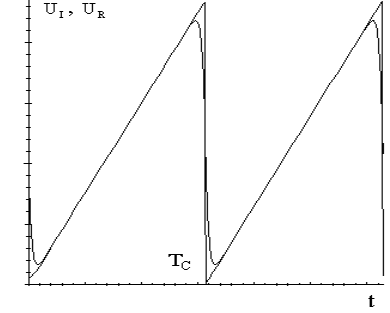
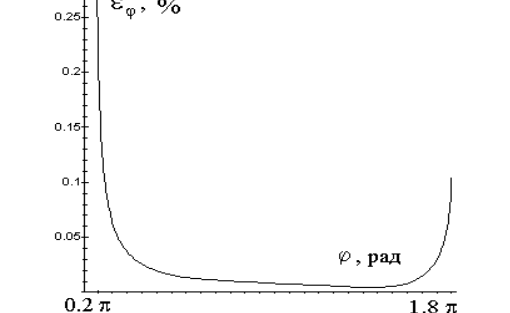
Її відносне середньоквадратичне значення дорівнює [64, 67]

$$\sigma_D = \frac{2\pi - \beta}{2^{n+1} \sqrt{3}\varphi}. \quad (3.18)$$

Результати розрахунку середньоквадратичного значення цієї похибки при різних значеннях кількості розрядів АЦП наведено у табл. 3.3.

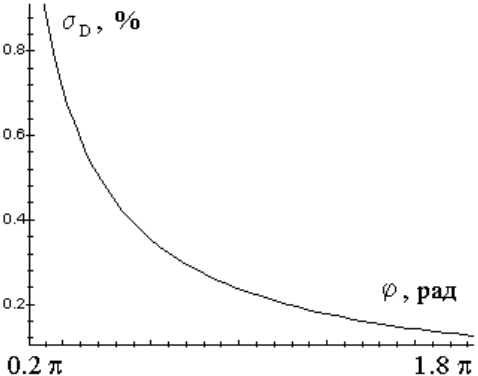
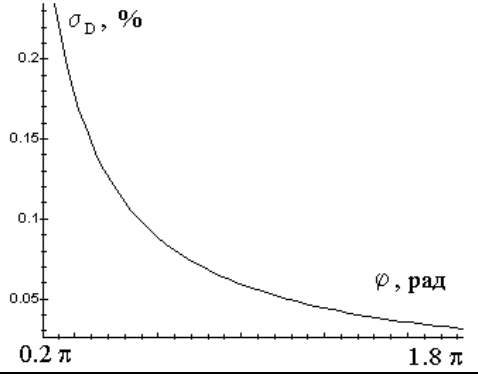
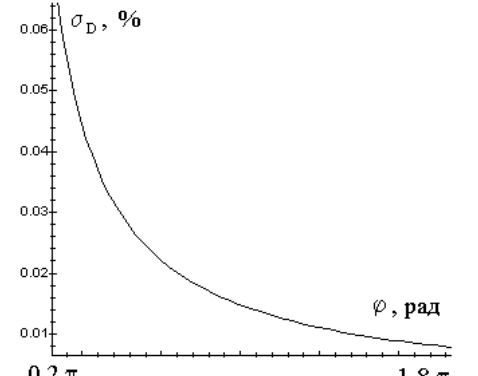
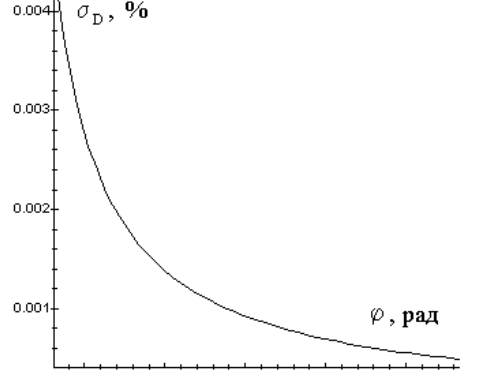
Таблиця 3.2

Відносні частотні похибки перетворення «кут повороту-напруга»

ω , рад/с	τ_{VD} , с	Часові діаграми вихідного сигналу ТП	ε_{φ} , %
1000	10^{-4}		
1000	10^{-5}		
2500	10^{-4}		
2500	10^{-5}		
1000 0	10^{-5}		

Таблиця 3.3

Відносна середньоквадратична похибка перетворення «кут повороту – напруга», що зумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП

Кількість розрядів АЦП	$\sigma_D, \%$
n=8	
n=10	
n=12	
n=16	

З порівняльного аналізу таблиць 3.2 та 3.3 випливає, що при використанні фотодіодів з постійної часу 10^{-4} с, ТП має погані частотні властивості. При кутовій швидкості 250 рад/с відносна частотна похибка первинного перетворення «кут повороту–напруга» досягає 10 %, що обумовлює можливість використання ТП з такими фотодіодами тільки на низьких кутових швидкостях або для визначення кута повороту у статичному режимі. При використанні фотодіодів з постійною часу 10^{-5} с, відносна частотна похибка первинного перетворення не перевищує 0,07 % в діапазоні зміни кута повороту від $0,2\pi$ до $1,8\pi$ при кутовій швидкості 250 рад/с. А при кутовій швидкості 1000 рад/с відносна частотна похибка первинного перетворення не перевищує 0,5 %.

Використання 16-ти розрядного АЦП є недоцільним на високих кутових швидкостях, тому як похибка квантування на порядок менша за частотну похибку. Застосування таких АЦП можливе при визначенні малої кутової швидкості. При використанні 12-ти розрядного АЦП похибка квантування значно перевищує частотну похибку майже на всьому діапазоні зміни кута повороту від $0,2\pi$ до $1,8\pi$ при кутовій швидкості 250 рад/с. Уникнути прояву частотної похибки при малих значеннях кута повороту, де відносна похибка квантування та відносна частотна похибка близькі між собою, можливо шляхом використання ТП, що розглянуто у 2.1.5. При використанні 8-ми та 10-ти розрядних АЦП похибка квантування значно більша за частотну похибку, але вони не забезпечують високу роздільну здатність за кутом повороту, і малу похибку квантування, що приводить до високої похибки визначення кутової швидкості. У подальшому будемо вважати, що ЕМП працює з такою кутовою швидкістю, що частотна похибка мала настільки, що нею можна знехтувати.

3.2.2. Похибка вимірювання кутового положення вала ЕМ

Визначимо похибку вимірювання кутового положення вала ЕМ. Визначення кута повороту необхідно для подальшого визначення амплітуди крутильних коливань, яку необхідно знати для визначення моменту інерції ротора, кутової швидкості як в динамічному, так і статичному режимах роботи. Для спрощення розглянемо похибку вимірювання кута повороту за допомогою розробленого первинного перетворювача з низькочастотним вихідним сигналом, у якого вихідна напруга прямо пропорційна куту повороту. Для усіх розроблених ТП вона однакова, різниця є тільки у виразах, за якими обчислюється кут повороту. При використанні запропонованого ВК похибка вимірю-

вання кута повороту складається з похибки аналого-цифрового перетворення, похибки, що обумовлена неточністю виконання прорізів модулятора і діафрагми та обумовленої випадковими завадами. Оскільки серед незалежних випадкових факторів, що разом впливають на результат вимірювання кутової швидкості, не можна виділити домінуючого, то згідно з центральною граничною теоремою [59, 64, 67], коли кількість незалежних випадкових завад велика, то закон розподілу загальної похибки вимірювання приймається за нормальний із нульовим математичним очікуванням (всі фактори рівномірні і неможливо виявити домінуючого), який описується виразом

$$p(\delta_U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_U} \exp\left(-\frac{\delta_U^2}{2\sigma_U^2}\right), \quad (3.19)$$

де δ_U – похибка перетворення кута повороту в напругу, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми і випадковими завадами; σ_U – середнє квадратичне значення цієї похибки.

Похибка аналого-цифрового перетворення має у відповідності з [59, 60, 68–71] дві складові. Перша складова – це динамічна похибка, що обумовлена квантуванням вхідної величини АЦП за часом. В результаті зміни вхідного сигналу результат перетворення буде невизначений на інтервалі перетворення. При використанні пристрою вибірки зберігання (ПВЗ), динамічну складову можна значно зменшити. Для цього випадку, частота вихідного сигналу ТП не перевищує 1 кГц. Сучасні АЦП, з виконаними в одному з ними корпусі ПВЗ дозволяють при кількості двійкових розрядів до 16 досягти часу перетворення 2 мкс. Це дозволяє при використанні таких АЦП знехтувати динамічною похибкою при подальших розрахунках. Друга складова – це похибка одного відліку або похибка квантування. Вона складається з похибки цифрового представлення, що обумовлена наявністю квантування за рівнем та зв'язаного з цим кінцевої кількості дозволених рівнів, та інструментальної похибки АЦП. Інструментальна похибка обумовлена наявністю шумів та випадкових завад як у вхідному сигналі, так і в вузлах АЦП, що виникають при його виготовленні та експлуатації. Виникнення цієї похибки обумовлено багатьма факторами, а її закон розподілу наближується до нормального. В подальшому, для спрощення розрахунків, будемо вважати, що інструментальна похибка настільки мала, що нею можна знехтувати. Похибка квантування, при великій кількості розрядів вихідного коду, може бути описана прямокутним законом розподілу, що відповідає рівній щільності ймовірності похибки квантування в межах $\pm q/2$. Величина кванта жорстко

зв'язана з максимальним значенням вихідної напруги та кількістю двійкових розрядів АЦП

$$q = U_{2\text{MAX}}/2^n. \quad (3.20)$$

Закон розподілу цієї похибки описується виразом

$$p(\delta_D) = \frac{1}{q} = \frac{2^n}{2\pi - \beta}, \quad \delta_D \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}}, \frac{2\pi - \beta}{2^{n+1}} \right]. \quad (3.21)$$

Графіки залежності відносного середньоквадратичного значення похибки визначення кута повороту, що обумовлена похибкою квантування АЦП, від поточного кута повороту, при різній кількості двійкових розрядів АЦП наведено у табл. 3.3.

Середньоквадратичне значення загальної похибки вимірювання кута повороту визначається виразом [64]

$$\sigma_\varphi = \sqrt{\sigma_D^2 + \sigma_U^2}. \quad (3.22)$$

Закон розподілу похибки вимірювання кута повороту є композицією законів розподілу похибки квантування та похибки, що обумовлена неточністю виконання елементів модулятора та діафрагми та випадковими завадами. Він визначається як звернення законів розподілу складових загальної похибки [59, 64]

$$p(\delta_\varphi) = p(\delta_D) * p(\delta_U) = \frac{2^n}{(2\pi - \beta)\sqrt{2\pi}\sigma_U} \int_{-\frac{2\pi - \beta}{2^{n+2}}}^{\frac{2\pi - \beta}{2^{n+2}}} \exp\left(-\frac{(\delta_\varphi - z)^2}{2\sigma_U^2}\right) dz, \quad (3.23)$$

а його графіки при різних значеннях розрядності АЦП показані на рис. 3.3.

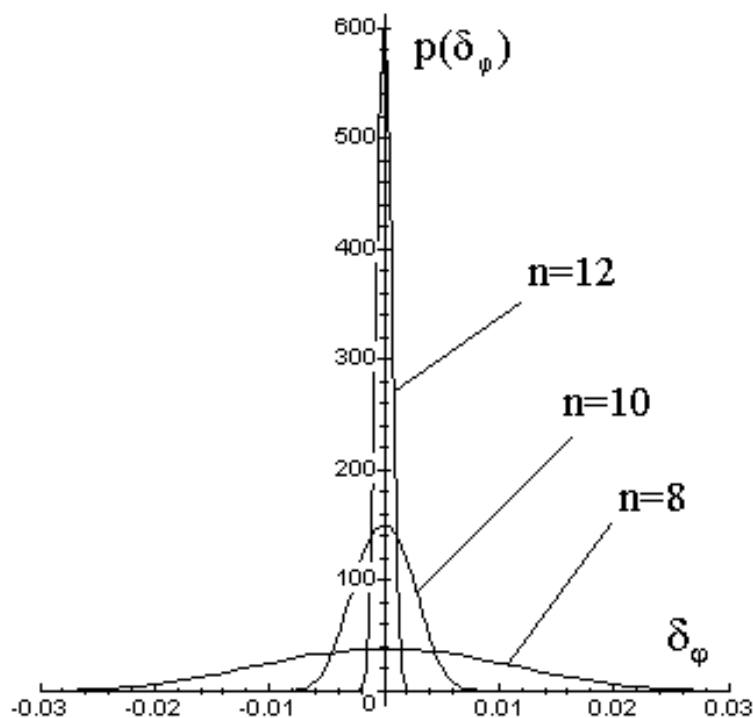


Рис. 3.3. Закони розподілу загальної похибки вимірювання кута повороту

У виразі (3.23) інтеграл не береться і може бути знайдений тільки чисельними методами. Для побудови графіків законів розподілу використовувався пакет програм Maple, було припущено, що середньоквадратичне значення похибки, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання прорізів модулятора і діафрагми дорівнює середньоквадратичному значенню похибки квантування.

3.2.3. Аналіз похибок вимірювання кутових швидкостей шляхом диференціювання вихідного сигналу ТП та їх мінімізація

Для визначення кутової швидкості необхідно диференціювати вихідний сигнал ТП. В загальному випадку результуюча похибка дискретного вимірювання кутової швидкості має такі складові [67]: методична похибка; похибка інтерполяції; похибка, що обумовлена похибкою одного відліку АЦП; похибка, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора і діафрагми.

Методична похибка дискретного вимірювання кутової швидкості в момент t_i визначається виразом

$$\delta_{\text{ом}}(t_i) = \frac{\varphi(t_i) - \varphi(t_i - T_B)}{T_B} - \varphi'(t_i) = \frac{\Delta\varphi(t_i)}{T_B} - \varphi'(t_i), \quad (3.24)$$

де T_B – час між відліками вихідного сигналу ТП; $\varphi(t_i), \varphi(t_i - T_B)$ – значення кута повороту в моменти часу t_i та $t_i - T_B$.

У випадку, коли кутове прискорення дорівнює нулю (кутова швидкість постійна), методична похибка відсутня. Для оцінки методичної похибки використаємо методику, що застосована в [72]. Припустимо, що усі інші похибки, окрім методичної, відсутні. Вважаємо вихідний сигнал ТП гладкою функцією часу, яка у будь-якій точці розкладається у ряд Тейлора. Якщо розкласти $\varphi(t_i - T_B)$ біля точки t_i в ряд Тейлора, обмежившись трьома членами ряду, отримуємо

$$\varphi(t_i - T_B) = \varphi(t_i) - \frac{T_B}{1!} \varphi'(t_i) + \frac{T_B^2}{2!} \varphi''(v), \quad (3.25)$$

де v – точка між $t_i - T_B$ та t_i .

Після нескладних перетворень (3.25) отримаємо

$$\frac{\Delta\varphi(t_i)}{T_B} - \varphi'(t_i) = -\frac{T_B}{2} \varphi''(v). \quad (3.26)$$

Максимальна оцінка методичної похибки вимірювання кутової швидкості складає

$$|\delta_{\omega M}(t_i)| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi''(t)| \frac{T_B}{2} = |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B}{2}, \quad (3.27)$$

де ε_{MAX} – максимальне значення другої похідної вихідного сигналу ТП на інтервалі диференціювання, виражене у одиницях кутового прискорення.

Значення ε_{MAX} обумовлене не тільки режимом роботи ЕМ, а й імпульсними завадами у вихідному сигналі ТП

$$\varepsilon_{MAX} = K_\varphi \max_{[t_{i-1}, t_i]} |U''(t)|, \quad (3.28)$$

де K_φ – коефіцієнт, який зворотно пропорційний крутизні залежності вихідної напруги ТП від кута повороту.

Як впливає з (2.65) цей коефіцієнт дорівнює

$$K_\varphi = 2r^2 / S_{10} IR_{33} \beta a. \quad (3.29)$$

Провівши аналогічні перетворення, можна довести, що методична похибка на початку інтервалу диференціювання дорівнює методичній похибці на кінці інтервалу. Якщо виникає необхідність подальшої обробки даних, тобто запізнення вимірювальної інформації не важливе, можна визначити методичну похибку із запізненням на $T_B/2$. У цьому випадку, у відповідності з [67]

$$\left| \delta_{\omega M} \left(t_i - \frac{T_B}{2} \right) \right| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi'''(t)| \frac{T_B^2}{24} = |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B^2}{24}. \quad (3.30)$$

Цю оцінку можна використовувати при обробці даних вимірювання з використанням інтерполяції. Вище наведені розрахунки справедливі тільки для диференціаторів першого типу. Для диференціаторів другого типу, у відповідності з [67], оцінка максимальної методичної похибки має вигляд

$$|\delta_{\omega M}(t_i - T_B)| \leq |\varepsilon_{MAX}| \frac{T_B^2}{12}, \quad (3.31)$$

а для диференціатору третього типу

$$\left| \delta_{\omega M} \left(t_i - \frac{\Delta t}{2} - T_i \right) \right| \leq K_{\varphi} \frac{|\varepsilon_{MAX}|}{12T_i(\Delta t + T_i)} \left[\left(\frac{\Delta t}{2} + T_i \right)^4 + \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^4 \right]. \quad (3.32)$$

Диференціатори другого та третього типу мають більш високу завадостійкість, ніж диференціатор першого типу. Але вони мають більший інтервал диференціювання. Максимальна оцінка методичної похибки диференціатора першого типу прямо пропорційна максимальному значенню другої похідної вихідної напруги ТП та часу T_B . Значення другої похідної вихідної напруги в загальному випадку є випадковою величиною, яка залежить від багатьох факторів. На неї впливають кутове прискорення, випадкові завади, резонансні явища, що обумовлені муфтою спряження, співвідношення моментів на вала, прецесія та нутація ротора, неточність виконання прорізів модулятора та діафрагми та ін. У роботах [73, 74] доведено, що якщо виходити з режиму роботи ЕМ з максимальними динамічними моментами (максимальне навантаження, максимальна швидкодія), закон розподілу максимального кутового прискорення буде наближатись до дискретного двомодального. У цьому випадку, закон розподілу методичної похибки диференціатора першого типу, має також дискретний двомодальний закон розподілу

$$p(\delta_{\omega M}) = \frac{1}{2} \delta \left(\delta_{\omega M} - \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}| \right) + \frac{1}{2} \delta \left(\delta_{\omega M} + \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}| \right). \quad (3.33)$$

Середньоквадратичне відхилення методичної похибки

$$\sigma_{\omega M} = \frac{T_B}{2} |\varepsilon_{MAX}|. \quad (3.34)$$

Для вимірювання швидкісних діаграм та проведення динамічних вимірювань кутової швидкості необхідно знаходити виміряні значення між точками опитування. Для цього використовують інтерполяцію. При цьому виникає похибка інтерполяції. Оцінки інтерполяції розглянуто у [46, 75]. Так стосовно диференціатора першого типу похибка сходиноквої інтерполяції оцінюється виразом

$$|\delta_{\omega I}(t)| \leq \max_{[t_{i-1}, t_i]} |\varphi''(t)| T_B. \quad (3.35)$$

При використанні лінійної інтерполяції оцінка похибки має вигляд

$$|\delta_{\omega I}(t)| \leq \max_{[t_i - \frac{T_B}{2}, t_i + \frac{T_B}{2}]} |\varphi'''(t)| \frac{T_B^2}{8}. \quad (3.36)$$

При використанні інтерполяції кубічними сплайнами, можна використовувати точні або асимптотично точні оцінки похибок сплайн-інтерполяції на класах функцій [76]. Всі вони достатньо складні для використання, тому в цьому випадку доречно обмежитись тільки порядковими оцінками похибок. Якщо функція $\varphi(t)$ належить класу $C^k[a; b]$ функцій, неперервних на $[a; b]$ і таких, що мають непервні похідні до k -го порядку ($k = 0, 1, 2, 3, 4$), то для похибки інтерполяції кубічним сплайном $s(t)$ функції та її похідних дійсні оцінки

$$\max_{a < t < b} |\varphi^{(p)}(t) - s^{(p)}(t)| \leq c \cdot h^{k-p}, k \geq p, \quad (3.37)$$

де c – невід’ємна константа;

$$h = \max_{0 < i < N_s - 1} |x_{i+1} - x_i|, \quad (3.38)$$

N_s – число відліків.

Для функції $\omega(t) \in C^4[a; b]$ порядок наближення $\omega(t)$ сплайном $s(t)$ дорівнює $c(h^4)$, порядок наближення похідної $\omega'(t) = \varepsilon(t)$, дорівнює $c(h^3)$ та буде складати малу величину у порівнянні з іншими похибками.

Розглянемо похибку визначення кутової швидкості, що обумовлена похибкою квантування вихідного сигналу ТП. Припустимо, що методична похибка визначення кутової швидкості та похибка визначення кута повороту, що обумовлена неточністю виконання модулятора та діафрагми, відсутні. Тоді результат вимірювання можна записати у вигляді

$$\omega_B(t_i) = \frac{\varphi(t_i) \pm \delta_D(t_i) - \varphi(t_i - T_B) \pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B} = \omega + \frac{\pm \delta_D(t_i) \pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B}, \quad (3.39)$$

де $\omega_B(t_i)$ – виміряне значення кутової швидкості у момент часу t_i ; $\varphi(t_i)$, $\varphi(t_i - T_B)$ – значення кута повороту у моменти часу t_i та $t_i - T_B$; $\delta_D(t_i)$, $\delta_D(t_i - T_B)$ – похибка вимірювання кута повороту, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП, у моменти часу t_i та $t_i - T_B$.

Друга частина виразу (3.39) є похибкою вимірювання кутової швидкості, що виникає внаслідок наявності похибки квантування вихідного сигналу ТП

$$\delta_{\omega D} = \frac{\pm \delta_D(t_i)}{T_B} + \frac{\pm \delta_D(t_i - T_B)}{T_B}. \quad (3.40)$$

Є очевидним, що закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена похибкою квантування можна визначити як композицію законів розподілу величин $\delta_D(t_i)/T_B$ та $\delta_D(t_i - T_B)/T_B$, які як і похибка квантування мають рівномірний закон розподілу. При умові стаціонарності випадкових процесів, що обумовлюють виникнення цих похибок, їх закони розподілу можна вважати однаковими

$$p\left(\frac{\delta_D(t_i)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_D(t_i - T_B)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_D}{T_B}\right) = \frac{T_B 2^n}{2\pi - \beta}; \quad \frac{\delta_D}{T_B} \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{T_B 2^{n+1}}, \frac{2\pi - \beta}{T_B 2^{n+1}}\right]. \quad (3.41)$$

У відповідності до [77–80] композиція двох однакових прямокутних законів є трикутний закон (розподіл Сімпсона). Закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП має вигляд

$$p(\delta_{\omega D}) = \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} \left(1 - \frac{2^n T_B}{2\pi - \beta} |\delta_{\omega D}| \right), \quad \delta_{\omega D} \in \left[-\frac{2\pi - \beta}{2^n T_B}; \frac{2\pi - \beta}{2^n T_B} \right]. \quad (3.42)$$

Середньоквадратичне значення цієї похибки

$$\sigma_{\omega D} = \frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6} 2^n T_B}. \quad (3.43)$$

Випадкова похибка вимірювання кутової швидкості виникає під впливом випадкових завад та неточності виконання прорізей модулятора та діафрагми. Будемо вважати заваду на вході диференціатора першого типу стаціонарною випадковою функцією. Припустимо, що методична похибка визначення кутової швидкості та похибка квантування відсутні. Тоді результат вимірювання кутової швидкості можливо записати у вигляді

$$\begin{aligned} \omega_B(t_i) &= \frac{\phi(t_i) \pm \delta_U(t_i) - \phi(t_i - T_B) \pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B} = \\ &= \omega + \frac{\pm \delta_U(t_i) \pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Друга частина виразу (3.44) є похибкою вимірювання кутової швидкості, що виникає внаслідок наявності похибки квантування вихідного сигналу ТП

$$\delta_{\omega U} = \frac{\pm \delta_U(t_i)}{T_B} + \frac{\pm \delta_U(t_i - T_B)}{T_B}. \quad (3.45)$$

Визначимо закон розподілу похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена неточністю виконання модулятора та випадковими завадами. Цей закон можна визначити як композицію законів розподілу випадкових величин $\delta_U(t_i)/T_B$ та $\delta_U(t_i - T_B)/T_B$, які мають нормальний закон розподілу. При умові стаціонарності випадкових процесів, що обумовлюють виникнення цих похибок, їх закони розподілу можна вважати однаковими

$$p\left(\frac{\delta_U(t_i)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_U(t_i - T_B)}{T_B}\right) = p\left(\frac{\delta_U}{T_B}\right). \quad (3.46)$$

У відповідності до [80] композиція двох однакових нормальних законів є також нормальним законом, який визначається виразом

$$p(\delta_{\omega U}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\omega U}} \exp\left(-\frac{\delta_{\omega U}^2}{2\sigma_{\omega U}^2}\right). \quad (3.47)$$

В силу властивостей стаціонарності [79], середньоквадратичне значення похибки вимірювання кутової швидкості, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора і діафрагми

$$\sigma_{\omega U} = \sqrt{2}\sigma_U/T_B. \quad (3.48)$$

Середньоквадратичне відхилення загальної похибки вимірювання кутової швидкості знаходиться з виразу

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\sigma_{\omega M}^2 + \sigma_{\omega D}^2 + \sigma_{\omega U}^2} = \sqrt{\left(\frac{T_B}{2}|\varepsilon_{\text{MAX}}|\right)^2 + \left(\frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6}2^n T_B}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_U}{T_B}\right)^2}. \quad (3.49)$$

Графік відносного середньоквадратичного значення похибки вимірювання кутової швидкості $\varepsilon_{\omega} = \sigma_{\omega}/\omega$ при різних значеннях T_B , без урахування складової, що обумовлена неточністю виконання прорізей модулятора та діафрагми, при $\varepsilon_{\text{MAX}} = 1000$ рад/с², $n=12$ показані на рис. 3.4.

Функція (3.49) має мінімум за аргументом T_B , при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості мінімальна

$$T_{B \text{ OPT}} = \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{2\pi - \beta}{2^n}\right)^2}}{\sqrt{|\varepsilon_{\text{MAX}}|}}. \quad (3.50)$$

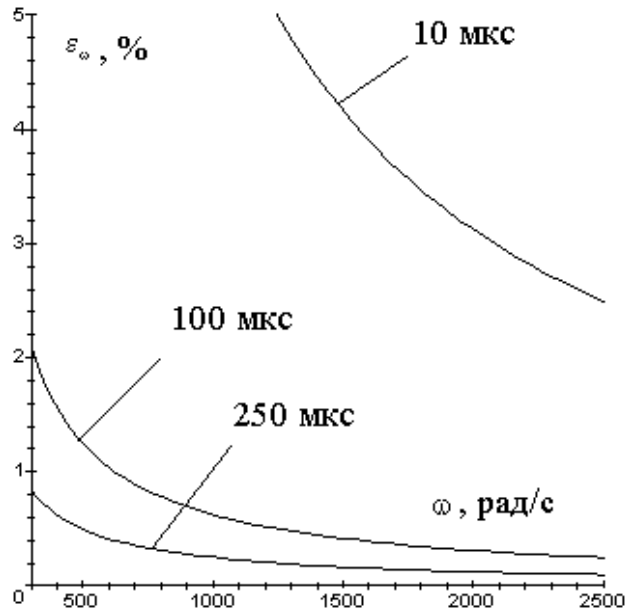


Рис. 3.4. Відносна середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості

Враховуючи, що $\beta \ll 2\pi$, вираз (3.50) можна записати як

$$T_{B \text{ ОПТ}} \approx \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{\pi^2}{2^{2n-3}}}}{\sqrt{|\varepsilon_{\text{MAX}}|}}. \quad (3.51)$$

У випадку, коли похибкою, що обумовлена завадами та неточністю виконання модулятора і діафрагми можна знехтувати, вираз (3.51) матиме вигляд

$$T_{B \text{ ОПТ}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3 \cdot 2^{2n-3}}} \sqrt{\frac{\pi}{|\varepsilon_{\text{MAX}}|}}. \quad (3.52)$$

Залежності $T_{B \text{ ОПТ}}$ від значення максимального кутового прискорення ЕМ при різній розрядності АЦП показані на рис. 3.5. Мінімальна відносна середньоквадратична похибка вимірювання кутової швидкості при відсутності випадкових завад визначається виразом

$$\varepsilon_{\omega \text{ MIN}} = \frac{\sigma_\omega(T_{B \text{ ОПТ}})}{\omega} = \frac{1}{\omega^{\frac{4}{\sqrt{6}}}} \sqrt{\frac{\pi |\varepsilon_{\text{MAX}}|}{2^{n-1}}}. \quad (3.53)$$

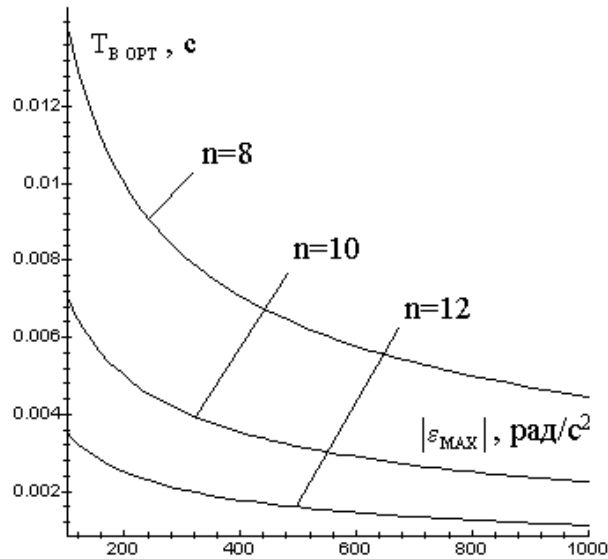


Рис. 3.5. Оптимальний час диференціювання при різній розрядності АЦП

Графіки залежності цієї похибки від кутової швидкості при різній розрядності АЦП при $|\varepsilon_{\text{MAX}}|=1000\text{ рад/с}^2$ показані на рис. 3.6. Їх наведено в діапазоні кутових швидкостей, у якому період дискретизації як мінімум у два рази менший від періоду вихідного сигналу ТП.

З аналізу рис. 3.6. випливає, що в області низьких кутових швидкостей відносна середньоквадратична похибка вимірювання значно збільшується, що в першу чергу обумовлено похибкою квантування вихідного сигналу ТП.

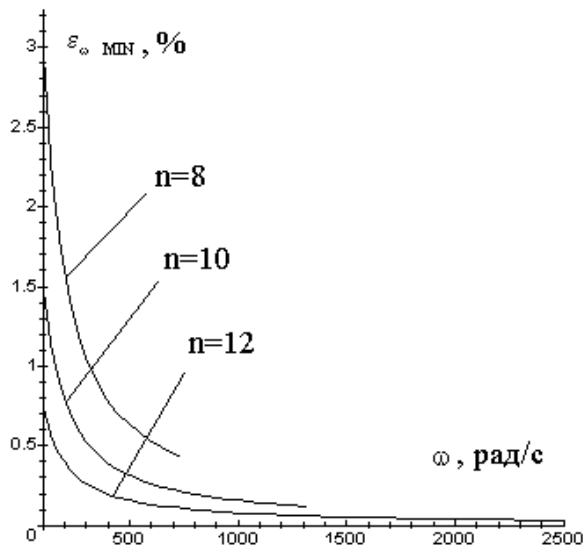


Рис. 3.6. Мінімальна відносна похибка вимірювання кутової швидкості при різній розрядності АЦП

Закон розподілу загальної похибки вимірювання кутової швидкості знаходиться як композиція законів розподілу усіх складових

$$p(\delta_{\omega}) = p(\delta_{\omega M})p(\delta_{\omega D})p(\delta_{\omega U}). \quad (3.54)$$

Композицію дискретного двомодального, нормального та трикутного законів розподілу неможливо записати аналітичним виразом. Її можна знайти тільки чисельними методами.

Графіки закону розподілу загальної похибки вимірювання кутової швидкості при оптимальному часі диференціювання та використанні 12-розрядного АЦП та при різних значеннях середньоквадратичного відхилення похибки, що обумовлена випадковими завадами та неточністю виконання модулятора і діафрагми, які отримано за допомогою пакета програм Maple, показані на рис. 3.7.

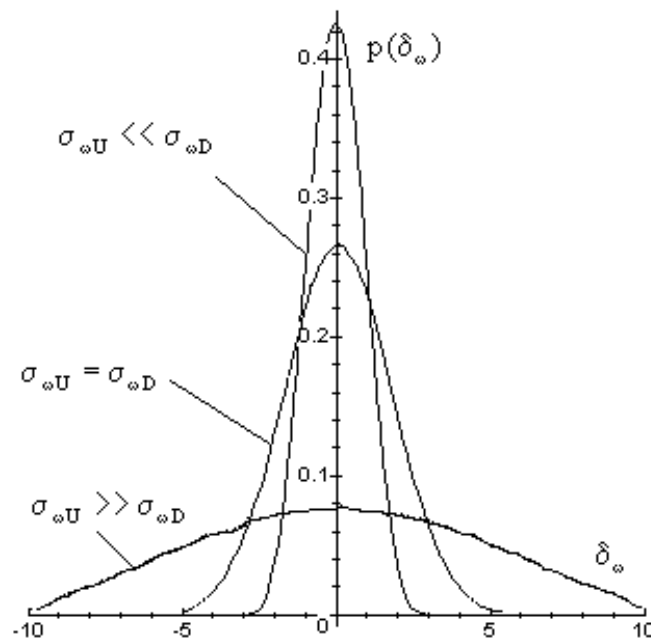


Рис. 3.7. Закони розподілу абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості роторів ЕМ

3.2.4. Аналіз складових похибки вимірювання кутової швидкості з розробленим ТП та їх мінімізація

Як випливає з попереднього підрозділу, використання цифрового диференціювання вихідного сигналу ТП для вимірювання кутової швидкості недоцільне внаслідок швидкого зростання відносної похибки вимірювання при низьких кутових швидкостях. У цьому випадку

використовують тахометри з частотними ТП. При роботі цифрових тахометрів визначається відношення [81–83]

$$\omega_C = \alpha_0 / t_B, \quad (3.55)$$

де α_0, t_B – відповідно кут та час повороту ТП; ω_C – середнє за час t_B значення кутової швидкості.

В залежності від того, який з вище вказаних параметрів вимірюється, можливі два алгоритми роботи тахометра: визначення кута повороту за фіксований інтервал часу; визначення часу повороту на фіксований кут. Тахометри з цифровими фотоелектричними ТП, що працюють за першим алгоритмом, призначені для статичних вимірювань. В другому випадку здійснюється вимірювання часу повороту на фіксований кут, тобто вимірюється період сигналу шляхом заповнення його імпульсами зразкового генератора. Середня за час між двома вихідними імпульсами ТП кутова швидкість визначається як [82]

$$\omega_C = \omega(t) + \varepsilon(t) \frac{t_B}{2} = \frac{2\pi f_0}{z_M N}, \quad (3.56)$$

де $\omega(t), \varepsilon(t)$ – відповідно кутова швидкість та прискорення в час t ; f_0 – частота опорного генератора; N – число імпульсів зразкового генератора, підраховане лічильником.

У роботі [83] доведено, що для кожного значення вимірюваної кутової швидкості, при роботі тахометра в режимі вимірювання періоду є таке число штрихів модулятора, при якому результуюча середньоквадратична похибка вимірювання мінімальна. З вище сказаного випливає, що, змінюючи роздільну здатність по куту повороту, можна мінімізувати похибку вимірювання для кожного значення кутової швидкості. Розглянутий у підрозділі 2.2 частотний перетворювач вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом дозволяє змінювати її у широкому діапазоні. Проведемо аналіз та мінімізацію похибки вимірювання кутової швидкості при використанні цього перетворювача за методикою [83]. Основними складовими похибки цифрового тахометра є:

– дискретна похибка лічильника імпульсів. При відсутності синхронізації між імпульсами зразкового генератора та імпульсами вихідного сигналу частотного перетворювача, ця похибка, у відповідності з [81], має трикутний закон розподілу. Середньоквадратична оцінка цієї похибки описується виразом

$$\delta_N = \frac{1}{\sqrt{6N}} = \frac{k_I \omega_C^2}{2\sqrt{6}\pi f_0}, \quad (3.57)$$

де k_I – кількість імпульсів, які формуються за час повороту вала на кут $2\pi - \beta$.

Ця похибка залежить від кутового прискорення та суттєво впливає на загальну тільки в динамічному режимі роботи ЕМ. Якщо виходити з того, що ЕМ працює з максимальними навантаженнями та моментами, закон розподілу цієї похибки буде близький до дискретного двомодального, а середньоквадратична оцінка абсолютного значення цієї похибки визначається співвідношенням

$$\delta_D = \frac{\pi |\varepsilon_{\text{MAX}}|}{\omega_C k_I}, \quad (3.58)$$

де ε_{MAX} – похибка формування вихідних імпульсів частотного перетворювача.

Ця похибка визначається параметрами використовуваної елементної бази, кутовою швидкістю та кутовим прискоренням вала ЕМ, крутильними коливаннями ротора, муфтою спряження, технологічною неточністю виконання прорізів модулятора та діафрагми і багатьма іншими параметрами. Внаслідок великої кількості факторів, що впливають на неї, можна вважати, що вона має нормальний закон розподілу. Припустимо, що результуюча середньоквадратична похибка формування вихідних імпульсів дорівнює $\Delta\varphi_0$, а її відносне значення

$$\delta_I = \frac{\Delta\varphi_0 k_I}{2\pi}. \quad (3.59)$$

Результуюча абсолютна середньоквадратична похибка цифрового тахометра, що працює в режимі вимірювання періоду, з урахуванням незалежності складових, визначається виразом

$$\delta_{\omega F} = \sqrt{\delta_N^2 + \delta_D^2 + \delta_I^2} = \frac{\sqrt{\omega_C^6 k_I^4 + 6f_0^2 \Delta\varphi_0^2 \omega_C^4 k_I^4 + 24\pi^4 \varepsilon_{\text{MAX}}^2 f_0^2}}{2\sqrt{6}\pi f_0 \omega_C k_I}. \quad (3.60)$$

Функція (3.60) має мінімум по аргументу k_I , який визначає оптимальну кількість імпульсів на оберт, при якій результуюча абсолютна середньоквадратична похибка мінімальна

$$k_{I \text{ opt}} = \frac{\pi^4 \sqrt{6} \sqrt{2\varepsilon_{\text{MAX}} f_0}}{\omega_c \sqrt[4]{\omega_c^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}. \quad (3.61)$$

Відповідна роздільна здатність частотного перетворювача дорівнює

$$\varphi_{0 \text{ opt}} = \frac{2\pi - \beta}{k_{I \text{ opt}}} = \frac{(2\pi - \beta)\omega_c \sqrt[4]{\omega_c^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\pi^4 \sqrt{6} \sqrt{2\varepsilon_{\text{MAX}} f_0}}. \quad (3.62)$$

Залежність значень $k_{I \text{ opt}}$ та $\varphi_{0 \text{ opt}}$ від кутової швидкості показана на рис. 3.8.

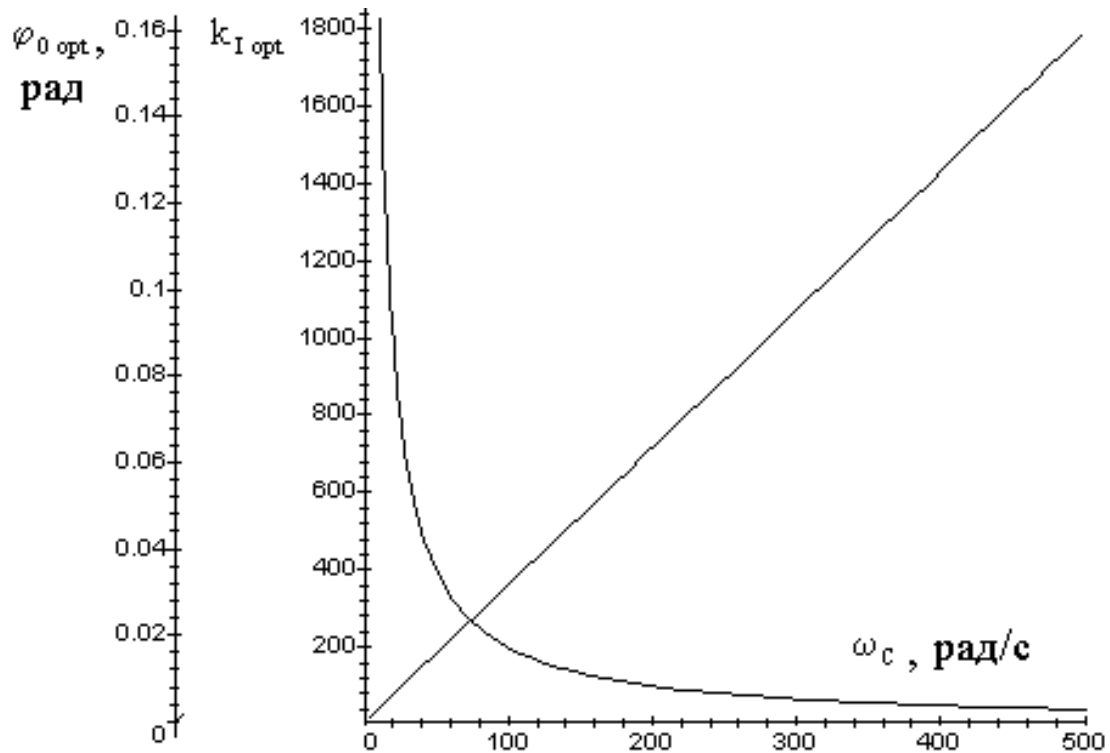


Рис. 3.8. Залежність $k_{I \text{ opt}}$ та $\varphi_{0 \text{ opt}}$ від кутової швидкості

Підставивши (3.61) в (3.60) отримаємо вираз для мінімальної відносної похибки вимірювання в залежності від кутової швидкості

$$\delta_{\omega F \text{ MIN}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{MAX}}} \sqrt[4]{\omega_c^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{4\sqrt{6}\sqrt{f_0}}. \quad (3.63)$$

Оптимальна відносна похибка вимірювання кутової швидкості при $k_{I \text{ опт}}$

$$\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_{\text{MAX}}} \sqrt[4]{\omega_C^2 + 6\Delta\varphi_0^2 f_0^2}}{\omega_C \sqrt[4]{6} \sqrt{f_0}} = \frac{\delta_{\omega F \text{ MIN}}}{\omega_C}. \quad (3.64)$$

Відносна похибка при використанні цифрового фотоелектричного ТП з постійним значенням штрихів модулятора z має вигляд

$$\varepsilon_{\omega F} = \frac{\sqrt{\omega_C^6 z_M^4 + 6f_0^2 \Delta\varphi_0^2 \omega_C^4 z_M^4 + 24\pi^4 \varepsilon_{\text{MAX}}^2 f_0^2}}{2\sqrt{6}\pi f_0 \omega_C^2 z_M} = \frac{\delta_{\omega F}}{\omega_C}. \quad (3.65)$$

Графіки залежностей похибки $\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}}$ при оптимальній роздільній здатності та $\varepsilon_{\omega F}$ при фіксованому значенні $z_M=1024$ цифрового фотоелектричного ТП наведено на рис. 3.9. Залежності розраховувались при $f_0=20$ МГц, $\Delta\varphi_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ рад для частотного перетворювача вихідного сигналу розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом та $\Delta\varphi_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ для цифрового фотоелектричного ТП, $\varepsilon_{\text{MAX}}=1000$ рад/с². Графік відношення цих похибок показаний на рис. 3.10.

Як впливає з аналізу залежностей на рис. 3.9 та рис. 3.10, відносна похибка вимірювання кутової швидкості при фіксованій роздільній здатності значно перевищує похибку при оптимальній роздільній здатності майже на всьому діапазоні досліджуваних кутових швидкостей. Наявність ділянки, на якій $\varepsilon_{\omega F \text{ MIN}} < \varepsilon_{\omega F}$ обумовлена тим, що при $z_M = 1024$ похибка вимірювання кутової швидкості у цьому діапазоні наближається до оптимальної, а параметр $\Delta\varphi_0$ для цифрового фотоелектричного ТП менший, ніж для частотного перетворювача. Слід зазначити, що при збільшенні $\varphi_{0 \text{ опт}}$ збільшується часовий проміжок між двома сусідніми імпульсами, тобто збільшується інтервал усереднення, а роздільна здатність за кутом повороту зменшується. Для зменшення похибки вимірювання необхідно змінювати роздільну здатність частотного перетворювача у відповідності з вимірюваною кутовою швидкістю.

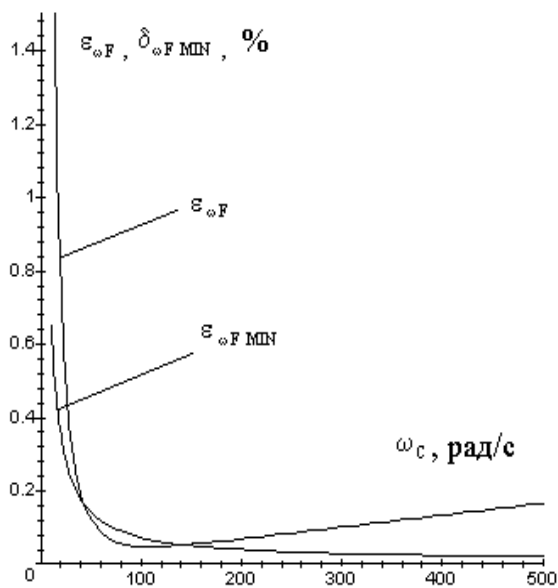


Рис. 3.9. Залежності відносних похибок вимірювання кутової швидкості при $k_{I \text{ opt}}$ та при $z_M=1024$

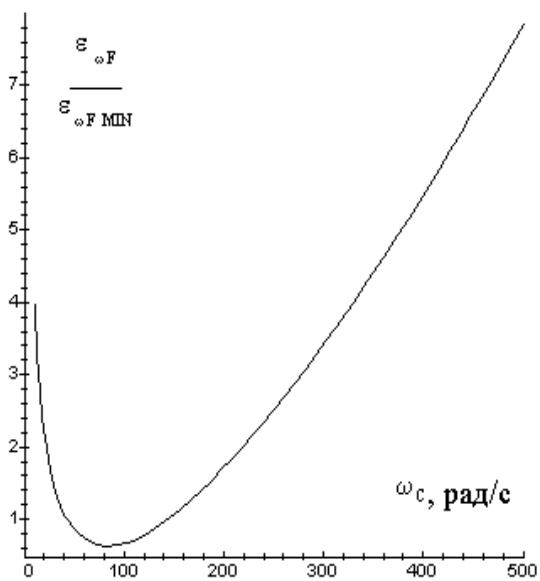


Рис. 3.10. Графік відношення похибок вимірювання кутової швидкості при $k_{I \text{ opt}}$ та при $z_M=1024$

3.3. Методика перевірки вимірювальних каналів кутової швидкості

Надійність вимірювальних каналів (ВК) визначається їх здатністю витримувати метрологічні параметри в регламентованих межах. Вихід за ці межі класифікується як метрологічна відмова. Відповідність метрологічних характеристик їх нормованим значенням встановлюють у процесі перевірки. Всі засоби вимірювання, що виготовляються або підлягають ремонту, ввозяться із-за кордону, знаходяться в експлуатації та на зберіганні, підлягають метрологічній перевірці.

Розроблена в система синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ складається як мінімум з двох ВК кутової швидкості, які мають обов'язково повертатися через певний проміжок часу для встановлення відповідності метрологічних характеристик встановленим нормам. Оскільки розроблена система контролю є нестандартизованою, то для перевірки її метрологічних характеристик потрібно розв'язати наукову задачу, яка полягає у розробці спеціальної схеми перевірки, методики оцінювання результатів перевірки, методики визначення міжповірочного інтервалу та встановленні вимог до метрологічних характеристик зразкового ВК.

З огляду на вище сказане, метою даної методики є побудова системи перевірки ВК кутової швидкості, визначення необхідних і достат-

ніх вимог до зразкових ВК, встановлення послідовності операцій які б дозволили перевірити стан метрологічних характеристик ВК кутової швидкості та розробка методики встановлення необхідного міжповірочного інтервалу.

Найважливішим завданням при організації повірки засобів вимірювань є вибір зразкового засобу вимірювання. Вимоги до зразкового ВК формують індивідуально для кожного конкретного типу перевірюваних ВК залежно від специфіки, обсягу і змісту повірки. Однак є деякі спільні, характерні для всіх засобів вимірювань, вимоги до зразкових ВК. Зокрема, це такі [84]:

- зразковий ВК повинен бути інваріантним до умов вимірювань і властивостей досліджуваних об'єктів, тобто ні умови вимірювань, ні властивості об'єктів не повинні впливати на його метрологічні характеристики;

- зразковий ВК повинен бути призначений для вимірювань тих же фізичних величин чи параметрів вимірювальних сигналів, що й перевірюваний ВК;

- діапазон вимірювань зразкового ВК (діапазон зміни значень зразкової міри) повинен перекривати діапазон вимірювань перевірюваного ВК;

- похибка $\delta_{N\omega}$ вимірювання зразковим ВК не повинна перевищувати $1/\alpha$ від значення похибки $\delta_{X\omega}$ перевірюваного ВК при вимірюванні ними одного і того ж значення вимірюваної величини, тобто

$$\delta_{N\omega} \leq \frac{1}{\alpha} \delta_{X\omega}, \quad (3.66)$$

де $\frac{1}{\alpha} = \frac{\delta_{N\omega}}{\delta_{X\omega}}$ – співвідношення між похибками зразкового ВК та ВК, що повіряється; $\delta_{N\omega}$ – відносна похибка зразкового ВК; $\delta_{X\omega}$ – відносна похибка ВК, що повіряється.

Параметр α показує співвідношення між відносними похибками зразкового ВК та ВК, що повіряється, яке може набувати таких значень: 1:3; 1:4; 1:5; та 1:10 [85].

Загалом співвідношення між відносними похибками зразкового ВК і ВК, що повіряється вибирають із таких міркувань. Співвідношення 1:3 є достатнім для того, щоб похибка зразкового ВК істотно не впливала на результат повірки. Це співвідношення впливає із критерію незначної похибки [59].

За допомогою співвідношення (3.66) можна визначити необхідний клас точності зразкового ВК. Наприклад, якщо для повірки ВК

кутової швидкості використовується клас точності, який визначено у вигляді основної допустимої зведеної похибки $\gamma_{X\omega}$, то клас точності зразкового ВК $\gamma_{N\omega}$ має задовольняти нерівність

$$\gamma_{N\omega} \leq \alpha \cdot \gamma_{X\omega} \frac{\omega_{\text{ВИМ}_{\text{max}}}}{\omega_{\text{Д}_{\text{max}}}}, \quad (3.67)$$

де α – значення співвідношення між похибками зразкового ВК та ВК, що повіряється ($\alpha = 1/3, 1/4$ або $1/5$);

$\omega_{\text{Д}_{\text{max}}}$, $\omega_{\text{ВИМ}_{\text{max}}}$ – нормовані значення кутової швидкості зразкового ВК та ВК, що повіряється.

Якщо максимальний діапазон вимірювань ВК, що повіряється складає 550 рад/с, то діапазон зміни кутової швидкості зразкового ВК має бути не меншим за 550 рад/с. Оскільки розробляється узагальнена система для перевірки ВК кутової швидкості, то зразковий ВК має забезпечувати максимально можливий діапазон зміни кутової швидкості. Цей діапазон залежить від технічних характеристик частотного регулятора та електродвигуна, що використовуються для встановлення та регулювання кутових швидкостей, і складає 1000 рад/с. Абсолютна похибка ВК, що повіряється не повинна перевищувати $\Delta_3 = 2$ рад/с. Це значення встановлюється вимогами технологічного процесу в якому використовується система синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ [10]. Знаючи такі вихідні данні, зведена похибка ВК, що повіряється не повинна перевищувати $\gamma_{X\omega} = 0,36\%$, оскільки з [80] відомо, що

$$\gamma_{X\omega} = \frac{\Delta_3}{\omega_{\text{ВИМ}_{\text{max}}}} \cdot 100\% = \frac{2}{550} \cdot 100\% \approx 0,36\%. \quad (3.68)$$

Прийнявши значення α рівним $1/3$, вимоги до точності кутової швидкості зразкового ВК, з врахуванням нерівності (3.67) та максимальної кутової швидкості 1000 рад/с, будуть такими:

$$\gamma_{N\omega} \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{550}{1000} \cdot 0,36 \approx 0,066\% .$$

Отже, співвідношення між класами точності зразкового ВК $\gamma_{N\omega}$ та ВК, що повіряється $\gamma_{X\omega}$ залежить не тільки від необхідного співвідношення α між похибками вимірювань $\delta_{N\omega}$, і $\delta_{X\omega}$, але й від співвідношення між їх границями вимірювань $\omega_{\text{Д}_{\text{max}}}$ і $\omega_{\text{ВИМ}_{\text{max}}}$. Границі вимірювань зра-

зкового ВК та ВК, що повіряється бажано мати однаковими або, принаймні, границя вимірювання $\omega_{д\max}$ зразкового ВК може бути дещо більшою від границі вимірювання $\omega_{вим\max}$ ВК, що повіряється, а не навпаки.

Для повірки вимірювальних каналів кутової швидкості призначених для синхронізації частот обертання роторів використано метод зразкових сигналів та розроблено структурну схему повірки, що зображена на рис. 3.11.

Як видно з рис. 3.11, до складу системи повірки входять: засіб встановлення зразкової кутової швидкості; масштабний перетворювач (МП1) для співставлення рівня сигналу напруги засобу встановлення з рівнем напруги мікроконтролера (МК); цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП) для передачі сигналу зразкового значення кутової швидкості від МК до частотного регулятора (ЧР), який розганяє ротор асинхронного електродвигуна (АД) до заданої кутової швидкості; другий масштабний перетворювач (МП2) для спряження сигналу ЦАП з рівнем напруги ЧР; сенсори Холла, що використовуються як зразкові та розміщені один навпроти одного під кутом 180° всередині електродвигуна для визначення дійсних значень кутових швидкостей; мікросхема MAX9921, що забезпечує підключення двох сенсорів Холла до мікроконтролера через мультиплексор (МХ) та живлення сенсорів; сенсор «ЛІР», що використовується у вимірювальних каналах кутової швидкості, що повіряються (ПВК). Також в схемі системи повірки ВК кутової швидкості передбачено можливість спряження її з персональним комп'ютером (ПК) через послідовний інтерфейс RS232.

Методика повірки ВК кутової швидкості полягає в порівнянні дійсного значення кутової швидкості $\omega_{д}$, виміряного зразковим ВК за допомогою двох сенсорів Холла сигнали кутових швидкостей $\omega_{д1}$ і $\omega_{д2}$ від яких усереднюються для точнішого визначення дійсного значення кутової швидкості та виміряного значення кутової швидкості $\omega_{вим}$ за допомогою ВК, що повіряється

$$\Delta = \omega_{вим} - \omega_{д} = \omega_{вим} - f(\omega_{д1}, \omega_{д2}) = \omega_{вим} - \frac{\omega_{д1} + \omega_{д2}}{2}. \quad (3.69)$$

Відносна похибка ВК, що повіряється δ_{ω} розраховується за формулою

$$\delta_{\omega} = \frac{\Delta}{\omega_{д}} 100\%. \quad (3.70)$$

Порівняння результатів зразкової та вимірної кутових швидкостей виконується на початку діапазону вимірювань, посередині діапазону вимірювань та на верхній межі вимірювання ВК, що повіряється. З отриманих значень похибок вибирається максимальна похибка, яка порівнюється із значенням, що записане в нормативному документі на ВК, що повіряється. Отримані результати перевірки будуть достовірними тільки при дотриманні умов (3.66) або (3.67).

На основі результатів перевірки потрібно визначити проміжок часу через який необхідно перевіряти стан метрологічних характеристик ВК. Для цього необхідно розробити методику встановлення міжповірочного інтервалу нестандартизованих засобів вимірювань. Для встановлення міжповірочного інтервалу необхідно вибрати показники метрологічної надійності або стабільності метрологічних характеристик.

На підставі матеріалів, представлених на випробування, встановлюють середньоквадратичне відхилення (СКВ) S_0 розподілу похибки ВК при першому випуску з виробництва, межу Δ_H допустимої похибки ВК, що пронормована в технічних умовах (ТУ), межу Δ допустимої похибки ВК, що отримана на основі результатів перевірки (3.69).

В припущенні про симетричність закону розподілу похибок, оцінити міжповірочний інтервал T_1 можна за формулою [86]

$$T_1 = t \frac{\ln\left(\frac{\Delta}{\lambda_p S_0}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta_H}{\lambda_p S_0}\right)}, \quad (3.71)$$

де t – календарна протяжність безвідмовної експлуатації ВК; λ_p – коефіцієнт нормального розподілу, що відповідає імовірності P (довідникові данні). Для імовірності $P = 0,95$ квантиль нормального розподілу $\lambda_{0,95} = 2$.

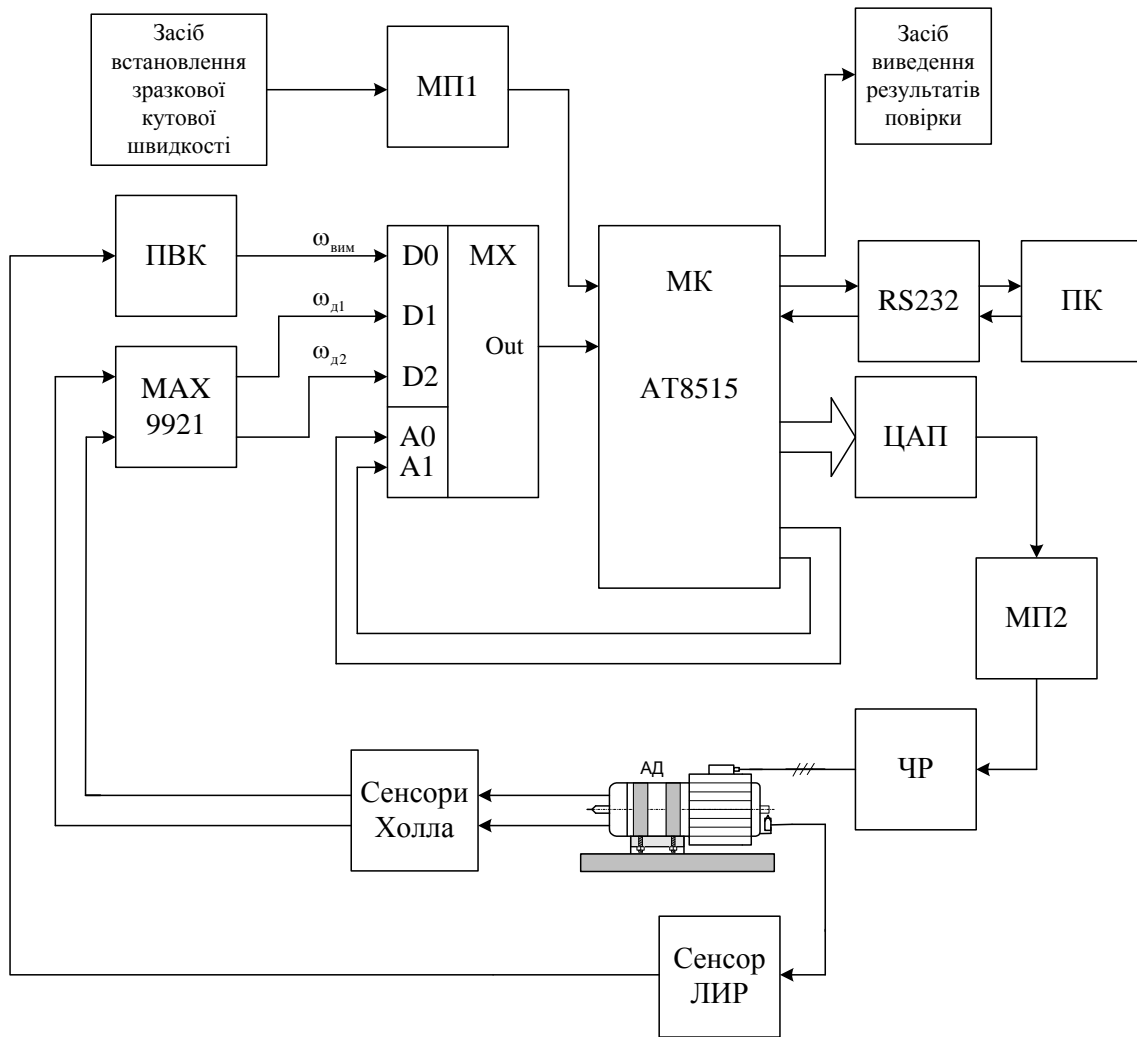


Рис. 3.11. Структурна схема системи повірки ВК кутової швидкості

Прийнявши припущення про те, що випадковий процес зміни в часі похибки ВК полягає в лінійній зміні середнього значення похибки (за сукупністю ВК цього типу) при незмінному СКВ розподілу похибки S_0 оцінку другого міжповірочного інтервалу T_2 можна розрахувати за формулою [86]

$$T_2 = t \frac{\Delta - \lambda_p S_0}{\Delta_H - \lambda_p S_0} \quad (3.72)$$

За знайденими міжповірочними інтервалами T_1 і T_2 встановлюють кінцевий міжповірочний інтервал ВК, що приймається рівним

$$T = \min [T_1, T_2]. \quad (3.73)$$

Якщо календарна протяжність безвідмовної роботи склала 1 рік, максимальна абсолютна похибка в результаті повірки ВК кутової швидкості склала 2,3 рад/с і СКВ S_0 розподілу похибки ВК при першому випуску з виробництва складало 1,8 рад/с, то міжповірочний інтервал розрахований за формулою (3.71) складає 0,76 року, а міжповірочний інтервал розрахований за формулою (3.72) складає 0,81 року. Враховуючи вираз (3.73) кінцевий міжповірочний інтервал ВК, що повіряється приймаємо рівним 0,76 року, що відповідає 9-ти місяцям.

Отже, на основі проведених досліджень встановлено вимоги до зразкового ВК кутової швидкості, його зведена похибка має бути не більшою за 0,066 % при умові, що зведена похибка ВК кутової швидкості, що повіряється не перевищує 0,36 %, тобто забезпечуються вимоги технологічного процесу в якому використовується система синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ ($\Delta_3 = 2$ рад/с).

Враховуючи вимоги до зразкового ВК кутової швидкості розроблено структурну схему системи повірки ВК кутової швидкості призначених для високоточної синхронізації в діапазоні від 0 до 1000 рад/с.

Використовуючи результати повірки нестандартизованого ВК кутової швидкості запропоновано методику встановлення міжповірочного інтервалу на основі пронормованого в технічних умовах значення абсолютної похибки та СКВ попередньої повірки і визначеного найбільшого значення абсолютної похибки в діапазоні зміни кутових швидкостей.

3.4. Методика оцінювання характеристики якості вимірювань на основі концепції невизначеності

3.4.1. Основні тенденції в оцінюванні невизначеності результатів вимірювань

При складанні звіту щодо результату вимірювання фізичної величини необхідно подати кількісне зазначення якості результату так, щоб можна було правильно оцінити його надійність. Без такого зазначення результату вимірювань не можна порівняти ні між собою, ні з довідковими величинами, поданими у специфікації чи стандарті. Тому необхідно, щоб була легковиконувана, зрозуміла і загальноприйнята методика опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності.

Поняття невизначеності як кількісної характеристики є порівняно новим у вимірюваннях, хоча похибка і аналіз похибки давно використовуються в метрології. У цей час загально визнано, що, коли вже оцінені всі відомі і допустимі компоненти похибки і внесені відповідні поправки, все ще залишається невизначеність відносно істинності встановленого результату, тобто сумніви у тому, наскільки добре результат вимірювання відображає значення вимірюваної величини.

Так само як практично універсальне використання Міжнародної системи одиниць (SI) внесло узгодженість у всі наукові і технологічні вимірювання, так і всесвітня узгодженість в оцінці і вираженні невизначеності вимірювання повинна забезпечити належне розуміння і правильне використання широкого спектра результатів вимірювань в науці, техніці, торгівлі, промисловості. В еру світового ринку визначальним є те, щоб метод оцінювання і вираження невизначеності був однаковим у цілому світі, в результаті чого вимірювання, проведені в різних країнах, можна було легко порівняти.

Ідеальний метод оцінювання і вираження невизначеності результату вимірювання повинен бути універсальним: метод повинен бути придатним для всіх видів вимірювань і для всіх типів вхідних даних, що використовуються у вимірюваннях.

Величина, яка безпосередньо використовується для вираження невизначеності, повинна бути внутрішньо узгодженою: вона повинна бути безпосередньо виведена з компонентів, які її утворюють, а також не повинна залежати від згрупування цих компонентів і від їх розкладання на субкомпоненти; повинна бути можливість прямого використання невизначеності одного результату як компонента оцінки невизначеності іншого, в якому використовується перший результат.

Далі, у багатьох галузях промисловості і торгівлі, а також у сферах здоров'я і безпеки, часто необхідно подавати результат вимірювання з інтервалом, у якому, можливо, знаходиться більша частина розподілу значень, які обґрунтовано можуть характеризувати кількісно вимірювану величину. Таким чином, ідеальний метод оцінювання і вираження невизначеності повинен забезпечувати такий інтервал, зокрема, інтервал з ймовірністю охоплення або рівнем довіри, які реально відповідають йому.

Основні етапи оцінювання невизначеності у вимірюваннях відповідають загальному алгоритму, який показано на рис. 3.12.

Опишемо детально роботу алгоритму [87].

1. Складання математичної залежності (рівняння вимірювань) між вихідною Y і вхідними X_i (X_1, \dots, X_N) величинами, від яких вона залежить: $Y = f(X_1, \dots, X_N)$. Функція f повинна містити кожну величину, включаючи всі поправки та поправочні множники на відомі

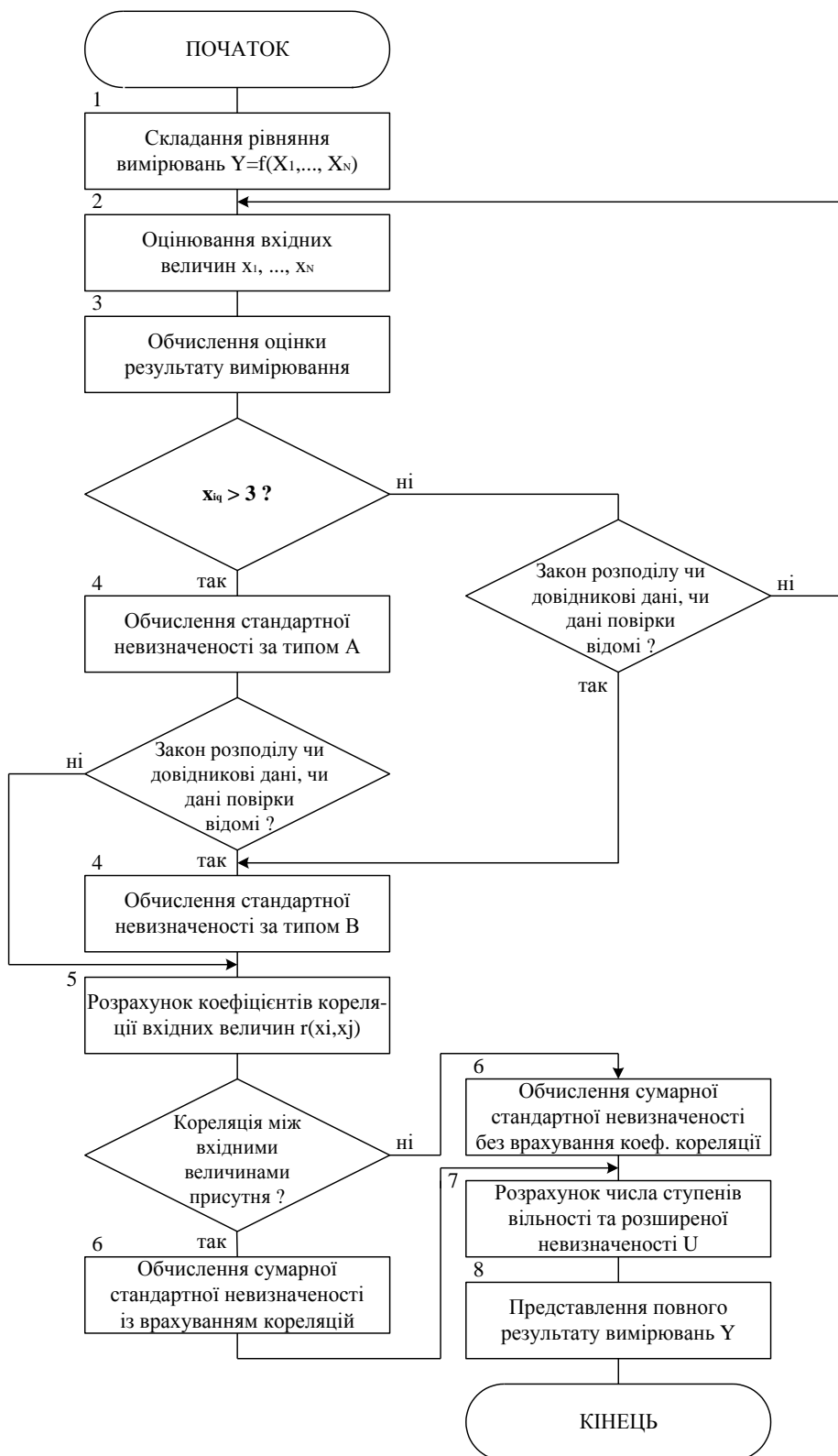


Рис. 3.12. Алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при виконанні метрологічних робіт

систематичні ефекти, яка може внести значну складову в невизначеність результату вимірювання, основні та додаткові абсолютні похибки засобів вимірювальної техніки, що використовуються при вимірюваннях. Під час складання математичної залежності необхідно дотримуватися рекомендацій, які приведені в МІ 13.002-2003 [88].

2. Визначити x_i – оцінене значення вхідної величини X_i або на основі статистичного аналізу серії спостережень, або іншим способом (оцінювання із зовнішніх джерел, таких як величини, пов'язані з атестованими еталонами, стандартними зразками речовин і матеріалів чи стандартними довідниковими даними).

При проведенні багатократних вимірювань за значення i -ї вхідної величини x_i приймають середнє арифметичне n_i результатів низки окремих спостережень x_{iq}

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{q=1}^{n_i} x_{iq} . \quad (3.74)$$

В отримані значення x_1, \dots, x_N вносяться поправки на відомі систематичні ефекти.

3. Обчислення оцінки результату вимірювання вихідної величини y отримують при підстановці в рівняння вимірювань оцінок вхідних величин $y=f(x_1, \dots, x_N)$. В деяких випадках для зменшення впливу нелінійності рівняння вимірювання і врахування кореляції між вхідними величинами, вихідну величину оцінюють за формулою

$$y = \frac{1}{n} \sum_{q=1}^n f(x_{1q}, \dots, x_{Nq}) . \quad (3.75)$$

4. Якщо кількість спостережень i -ї вхідної величини більша трьох і невідомо ні закону розподілу ймовірності, ні довідникових даних, ні даних повірки чи калібрування, то стандартна невизначеність $u(x_i)$ розраховується тільки за типом А, що описується формулою

$$u_A(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n_i(n_i - 1)} \sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2} . \quad (3.76)$$

Якщо ж відомі і результати багатократних спостережень вхідної величини і дані зовнішніх джерел (отримані іншими способами),

що перераховані в пункті 2, то крім розрахунку стандартної невизначеності типу А, необхідно проводити обчислення стандартних невизначеностей типу В.

Стандартні невизначеності типу В, можна обчислювати через верхні і нижні границі $[a_-; a_+]$ припустимого закону розподілу, чи проміжок U_p , що має заданий рівень довіри p .

Для заданих границь закону розподілу стандартна невизначеність типу В обчислюється таким чином:

а) для рівномірного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{12}}; \quad (3.77)$$

б) для трикутного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{24}}; \quad (3.78)$$

в) для трапецеїдального закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{(a_+ - a_-)}{\sqrt{24}} \sqrt{1 + \beta^2}, \quad (3.79)$$

при зміні β від 0 до 1 трапецеїдальний закон розподілу змінюється від трикутного до рівномірного;

г) для експоненціального (асиметричного) закону розподілу

$$u_B(X_i) = \sqrt{\frac{(a_+ - x)(x - a_-) - (a_+ - 2x + a_-)}{\lambda}}, \quad (3.80)$$

де x – очікуване значення; λ – параметр розподілу;

д) для арксинусного закону розподілу

$$u_B(X_i) = \frac{a_+ - a_-}{\sqrt{8}}. \quad (3.81)$$

Для заданих проміжків U_p з відомим рівнем довіри p , при припущенні нормального закону розподілу, невизначеність типу В визначається як

$$u_B(X_i) = \frac{U_p}{k_p}, \quad (3.82)$$

де k_p – коефіцієнт охоплення, який для нормального закону розподілу, відповідно дорівнює 1,64; 1,96 і 2,58 для рівнів довіри 0,9; 0,95 і 0,99.

При відсутності багаторазових спостережень та наявності інших даних (нестатистичних), розраховується тільки стандартна невизначеність типу В у відповідності з формулами (3.77) – (3.82).

5. Якщо значення яких-небудь вхідних величин (x_i, x_j) пов'язані між собою (попарно корельовані), то необхідно розрахувати коефіцієнт кореляції за формулою

$$r(x_i, x_j) = \frac{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j)}{\sqrt{\sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{il} - \bar{x}_i)^2 \sum_{l=1}^{n_{ij}} (x_{jl} - \bar{x}_j)^2}}, \quad (3.83)$$

де $l = 1, \dots, n_{ij}$; n_{ij} – кількість пов'язаних пар результатів вимірювань.

6. Обчислення сумарної стандартної невизначеності $u_c(y)$ результату вимірювання y із врахуванням стандартних невизначеностей типу А і В (А або В) та коефіцієнтів кореляцій.

При відсутності кореляції між вхідними величинами сумарну стандартну невизначеність визначають за формулою

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i), \quad (3.84)$$

де $c_i = \partial f / \partial x_i$ – коефіцієнти чутливості, що показують, як оцінка вихідної величини змінюється зі зміною значень вхідних оцінок x_1, \dots, x_N .

Сумарна (комбінована) стандартна невизначеність $u_c(y)$ є оціненим стандартним відхиленням і характеризує розкид значень, які можуть бути з достатньою підставою приписані вимірюваній величині Y .

Рівняння (3.84) отримується внаслідок апроксимації рівняння вимірювання (3.75) рядом Тейлора першого порядку і є законом розподілення невизначеності.

При значній нелінійності f у вираз (3.84) для $u_c^2(y)$ повинні бути включені члени вищого порядку розкладання в ряд Тейлора. Якщо щільність розподілу кожного X_i симетрична щодо його середнього

значення, то до членів рівняння (3.84) досить додати члени другого порядку [87]

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial^3 f}{\partial x_i \partial x_j^2} \right] u^2(x_i) u^2(x_j). \quad (3.85)$$

Наведена формула (3.85) дозволяє оцінити сумарну стандартну невизначеність тільки при відсутності кореляції між аргументами.

Середнє значення \bar{Y} в цьому випадку визначається формулою [89]

$$\bar{Y} \approx f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_N) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i < j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} u(x_i) u(x_j). \quad (3.86)$$

При опосередкованих вимірюваннях, коли випадкові аргументи незалежні, то комбінована стандартна невизначеність визначається за формулою

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right)^2 [\mu_4(x_i) - u^4(x_i)] + \sum_{i < j} \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} u^2(x_i) u^2(x_j) + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \right) \mu_3(x_i), \quad (3.87)$$

де $\mu_3(x_i)$ і $\mu_4(x_i)$ – третій і четвертий центральні моменти розподілу аргументів відповідно.

З (3.87) видно, що при розрахунку комбінованої стандартної невизначеності в умовах значної нелінійності рівняння вимірювання, потрібно враховувати форму і асиметрію розподілів аргументів. Для нормального закону розподілу результати розрахунків за формулами (3.85) і (3.87) збігаються. Але необхідно відмітити, що формула (3.85) розрахована тільки на нормальний розподіл аргументів рівняння вимірювання Y .

При наявності кореляцій між вхідними величинами сумарну стандартну невизначеність обчислюють за формулою

$$u_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} r(x_i, x_j) u(x_i) u(x_j), \quad (3.88)$$

де $u(x_i)$ – стандартна невизначеність i -тої вхідної величини, яка розрахована за типом А або за типом В.

Якщо вклади в $u_c^2(y)$ стандартних невизначеностей оцінювалися окремо за типом А і за типом В, то позначивши їх як $u_{cA}^2(y)$ і $u_{cB}^2(y)$ та розраховавши окремо згідно з рівняннями (3.84), (3.87) або (3.88), отримаємо загальну сумарну стандартну невизначеність, яка пов'язана із сумарними невизначеностями типу А і В співвідношенням

$$u_c^2(y) = u_{cA}^2(y) + u_{cB}^2(y). \quad (3.89)$$

7. Для розрахунку розширеної невизначеності U потрібно отримати значення коефіцієнта охоплення k , що створює проміжок, який відповідає заданому рівню довіри p . В загальному випадку коефіцієнт охоплення вибирають у відповідності до формули

$$k = t_p(v_{\text{eff}}), \quad (3.90)$$

де $t_p(v_{\text{eff}})$ – квантиль розподілу Стюдента з ефективним числом ступенів вільності v_{eff} і довірчою ймовірністю p .

Значення коефіцієнта $t_p(v_{\text{eff}})$, як правило вибирається з довідникової таблиці за значенням ефективного числа ступенів вільності, що розраховується за формулою

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4(y)}{\sum_{i=1}^N \frac{u^4(x_i)}{v_i} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^4}, \quad (3.91)$$

де v_i – число ступенів вільності під час визначення оцінки i -ї вхідної величини.

При підсумовуванні невизначеностей середніх значень вхідних величин, що визначалися за типом А, число ступенів вільності визначається з виразу: $v_i = n_i - 1$, а при додаванні невизначеностей отриманих за типом В число ступенів вільності приймається рівним нескінченності ($v_i = \infty$) [87].

Розраховавши ефективне число ступенів вільності v_{eff} та вибравши коефіцієнт охоплення k , отримаємо розширену невизначеність, яка обчислюється за формулою

$$U = k u_c(y). \quad (3.92)$$

8. Представлення повного результату вимірювання включає в себе оцінку вихідної величини і приписане їй значення розширеної невизначеності із зазначенням рівня довіри

$$Y = y \pm U, p = 0,95. \quad (3.93)$$

Значення розширеної невизначеності вказується з кількістю значущих цифр, не більшою двох. Результат вимірювання, як і значення вхідних величин, заокруглюють так, щоб вони відповідали своїм невизначеностям.

При виконанні метрологічних робіт та представленні результатів вимірювань рекомендується наводити достатню кількість інформації для того, щоб можна було проаналізувати чи повторити весь процес отримання результату вимірювання і обчислення невизначеностей вимірювань, а саме:

- алгоритм отримання результату вимірювань;
- алгоритм розрахунку всіх поправок та їх невизначеності;
- невизначеності всіх використовуваних даних та способи їх отримання;
- алгоритми обчислення сумарної і розширеної невизначеності [87, 90].

Таким чином, на основі міжнародних стандартів і керівництва по вираженню невизначеності вимірювань запропоновано узагальнений підхід до оцінки і вираження невизначеності вимірювань та розроблено алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при проведенні метрологічних робіт, який представлено на рис. 3.12. Такий алгоритм оцінювання невизначеності вимірювань дозволяє враховувати наявність кореляції при розрахунках сумарних стандартних невизначеностей і ефективного числа ступенів вільності та автоматизувати процедуру оцінювання невизначеності.

3.4.2. Порівняльний аналіз двох підходів щодо вираження характеристик точності вимірювань

Метою вимірювань є отримання оцінки істинного значення вимірюваної величини. Поняття похибки вимірювання як різниці між результатом вимірювань і істинним (дійсним) значенням вимірюваної величини використовується для опису точності вимірювань в нормативних документах з метрології в області забезпечення єдності вимірювань. Говорячи про оцінювання похибки, в метрологічній практиці мають на увазі оцінювання її характеристик (рис. 3.13).

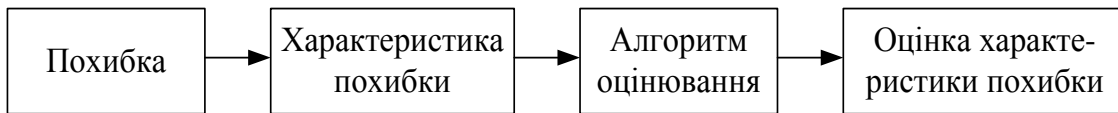


Рис. 3.13. Підхід, що використовується при оцінюванні характеристик похибок вимірювань

В Керівництві для вираження точності вимірювань вводиться поняття невизначеності вимірювань. Невизначеність вимірювань розуміють як неповне знання значення вимірюваної величини і для кількісного вираження цієї неповноти вводять розподіл ймовірностей можливих (обґрунтовано приписаних) значень вимірюваної величини. Таким чином, параметр цього розподілу (невизначеність) кількісно характеризує точність результату вимірювань.

Однаковими для обох підходів є такі послідовності операцій при оцінюванні характеристик похибки і невизначеності вимірювань:

- аналіз рівняння вимірювання;
- виявлення всіх джерел похибки (невизначеностей) вимірювань і їх кількісне оцінювання;
- введення поправок на систематичні похибки (ефекти), які можна виключити.

Методи обчислення невизначеності, також як і методи оцінювання характеристик похибки, запозичені з математичної статистики, але при цьому використовуються різні інтерпретації закону розподілу ймовірностей випадкових величин. Окрім викладених в Керівництві з вираження невизначеності вимірювань і в діючих нормативних документах з метрології методів розрахунку невизначеності і оцінювання характеристик похибки на практиці широко використовуються й інші методи.

Розбіжності двох підходів проявляються в тлумаченні невизначеності і характеристик похибки, що засноване на різних інтерпретаціях ймовірності: частотної та суб'єктивної. Наприклад, довірчі межі похибки ($y - \Delta_p$; $y + \Delta_p$) (відкладені від результату вимірювання) покривають істинне значення вимірюваної величини із заданою довірчою ймовірністю (частотна інтерпретація ймовірності). В той же час аналогічний інтервал ($y - U_p$; $y + U_p$) тлумачиться в Керівництві з вираження невизначеності вимірювань як інтервал, який вміщує задану частку розподілу значень, які б могли бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині (суб'єктивна інтерпретація ймовірності) [87].

В загальному випадку не існує однозначної відповідності між випадковими похибками і невизначеностями, обчисленими за типом А, а також невиключеними систематичними похибками і невизначеностями, обчисленими за типом В. Поділ на систематичні і випадкові похибки обумовлений природою їх виникнення і прояву в ході вимірювального експерименту, а поділ на невизначеності, що розраховуються за типом А і за типом В, – методами їх розрахунку.

Процедура оцінювання характеристик похибки результату вимірювань наведена в таблиці 3.4.

Якщо відсутня інформація для розрахунку невизначеності, то її оцінка \hat{u} може бути отримана на основі оцінок характеристик похибки за наведеними нижче схемами (рис. 3.14 і рис. 3.15).

Процедура оцінювання невизначеності вимірювань наведена в таблиці 3.5.

Схеми, що представлені на рисунках 3.14 та 3.15 відповідають двом різним способам представлення результатів вимірювань, прийнятих в нормативних документах з метрології. Необхідно відмітити те, що оцінки невизначеностей, що отримуються за наведеними вище двома схемами, в низці випадків не збігаються із значеннями невизначеностей, що розраховуються за наведеними в попередньому підрозділі способами оцінювання.

При зіставленні оцінок характеристик похибки і невизначеностей результатів вимірювань рекомендується така схема відповідності:

СКВ, що характеризує випадкову похибку	\longleftrightarrow	Стандартна невизначеність типу А
СКВ, що характеризує невиключену систематичну похибку	\longleftrightarrow	Стандартна невизначеність типу В
СКВ, що характеризує сумарну похибку	\longleftrightarrow	Сумарна стандартна невизначеність
Довірчі межі похибки невизначеність	\longleftrightarrow	Розширена невизначеність

Таблиця 3.4

Процедура оцінювання характеристик похибки

Похибка	$\Delta y = y_v - y_i \Leftrightarrow y_v = y_i + \Delta y$		
Модель похибки	Δy – випадкова величина із щільністю розподілу ймовірності $p(x, M, \sigma^2)$, де M – математичне очікування; σ^2 – дисперсія		
Характеристики похибки	S – середньоквадратичне відхилення	Θ – межі невиключеної систематичної похибки	Δ_p – довірчі межі
Початкові дані для оцінювання характеристик похибки	<ol style="list-style-type: none"> 1. Модель об'єкта дослідження 2. Експериментальні дані x_{iq}, де $q = 1, \dots, n$; $i = 1, \dots, m$ 3. Інформація про закони розподілу 4. Відомості про джерела похибок, їх природу і характеристики складових ($S(x_i), \Theta_i$) 5. Стандартні довідникові дані та інші довідникові матеріали 		
Методи оцінювання характеристик:			
а) випадкових похибок	$S(x_{iq}) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}};$ $S(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{(n_i - 1)n_i}};$ $S_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 s^2(\bar{x}_i)}$		
б) невиключених систематичних похибок	$\Theta(p) = k \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Theta_i^2},$ <p>де $k = 1,1$ при $p = 0,95$; $k = 1,4$ при $p = 0,99$ і $m > 4$</p>		

<p>в) сумарної похибки</p>	$\Delta_p = \frac{t_p(f_{\text{eff}})S_\Sigma + \Theta(p)}{S_\Sigma + \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\Theta_i^2}{3}}} \sqrt{S_\Sigma^2 + \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 \frac{\Theta_i^2}{3}},$ <p>при виконанні нерівності $0,8 \leq \frac{\Theta(p)}{S_\Sigma} \leq 8,0$;</p> <p>$\Delta_p = t_p(f_{\text{eff}})S_\Sigma$, при $\frac{\Theta(p)}{S_\Sigma} < 0,8$, тобто нехтують систематичною складовою похибки;</p> <p>$\Delta_p = \Theta(p)$, при $\frac{\Theta(p)}{S_\Sigma} > 8,0$, тобто нехтують випадковою складовою похибки;</p> $f_{\text{eff}} = \frac{\left(\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 S^2(\bar{x}_i)\right)^2 - \frac{2\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}{m+1}}{\frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^4 S^4(\bar{x}_i)}{m+1}}.$
<p>Форма представлення характеристик похибки</p>	<p>$\Theta(p), S_\Sigma, n, f_{\text{eff}}, \Delta_p.$</p>
<p>Інтерпретація отриманих результатів</p>	<p>Інтервал $(-\Delta_p; +\Delta_p)$ з ймовірністю p має похибку вимірювання, що рівносильно тому, що інтервал $(y-\Delta_p; y+\Delta_p)$ з ймовірністю p має істинне значення вимірюваної величини</p>

Таблиця 3.5

Процедура оцінювання невизначеності вимірювань

Модель невизначеності (представлення знань про значення вимірюваної величини)	ε – випадкова величина із щільністю розподілу ймовірності $p(x, y, u^2)$, де y – математичне очікування; u^2 – дисперсія.		
Невизначеність (кількісна міра)	Стандартна u	Сумарна $u_s = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2}$	Розширена $U_p = k u_s$
Початкові дані для оцінювання невизначеності	<ol style="list-style-type: none"> 1. Модель об'єкта дослідження. 2. Експериментальні дані x_{iq}, де $q = 1, \dots, n$; $i = 1, \dots, m$. 3. Інформація про закони розподілу. 4. Відомості про джерела невизначеностей та інформація про значення невизначеностей. 5. Стандартні довідникові дані та інші довідникові матеріали. 		
Методи оцінювання невизначеності:			
а) за типом А	$u_{A, i} = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{n_i - 1}}; \quad u_A(\bar{x}_i) = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^{n_i} (x_{iq} - \bar{x}_i)^2}{(n_i - 1)n_i}}$		
б) за типом В	$u_B(x_i) = \frac{\alpha_+ - \alpha_-}{\sqrt{12}}$		
в) розширеної невизначеності	$U_p = t_p(v_{\text{eff}}) \sqrt{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)},$ <p>де $v_{\text{eff}} = \frac{u_s^4}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^4 \frac{u^4(x_i)}{v_i}}$</p> <p>причому $v_i = n_i - 1$ – для невизначеностей, що розраховані за типом А; $v_i = \infty$ – для невизначеностей, що розраховані за типом В.</p>		

Продовження таблиці 3.5

	Для більшості практичних випадків можна прийняти: $U_{0,95} = 2u_s$, $U_{0,99} = 3u_s$ – для нормального закону; $U_{0,95} = 1,65u_s$, $U_{0,99} = 1,71u_s$ – для рівномірного закону.
Форма представлення невизначеності	u_s , U_p , k , u_i , v_i .
Інтерпретація отриманих результатів	Інтервал $(y - U_p; y + U_p)$ містить велику частку (p) розподілу значень, які можуть бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині.

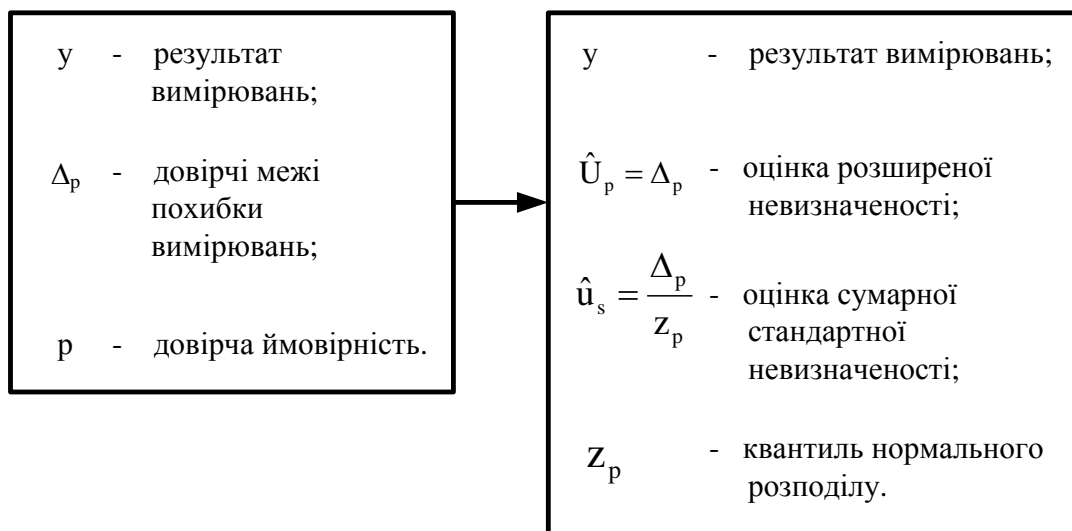


Рис. 3.14. Схема оцінки невизначеності через довірчі межі похибки вимірювання

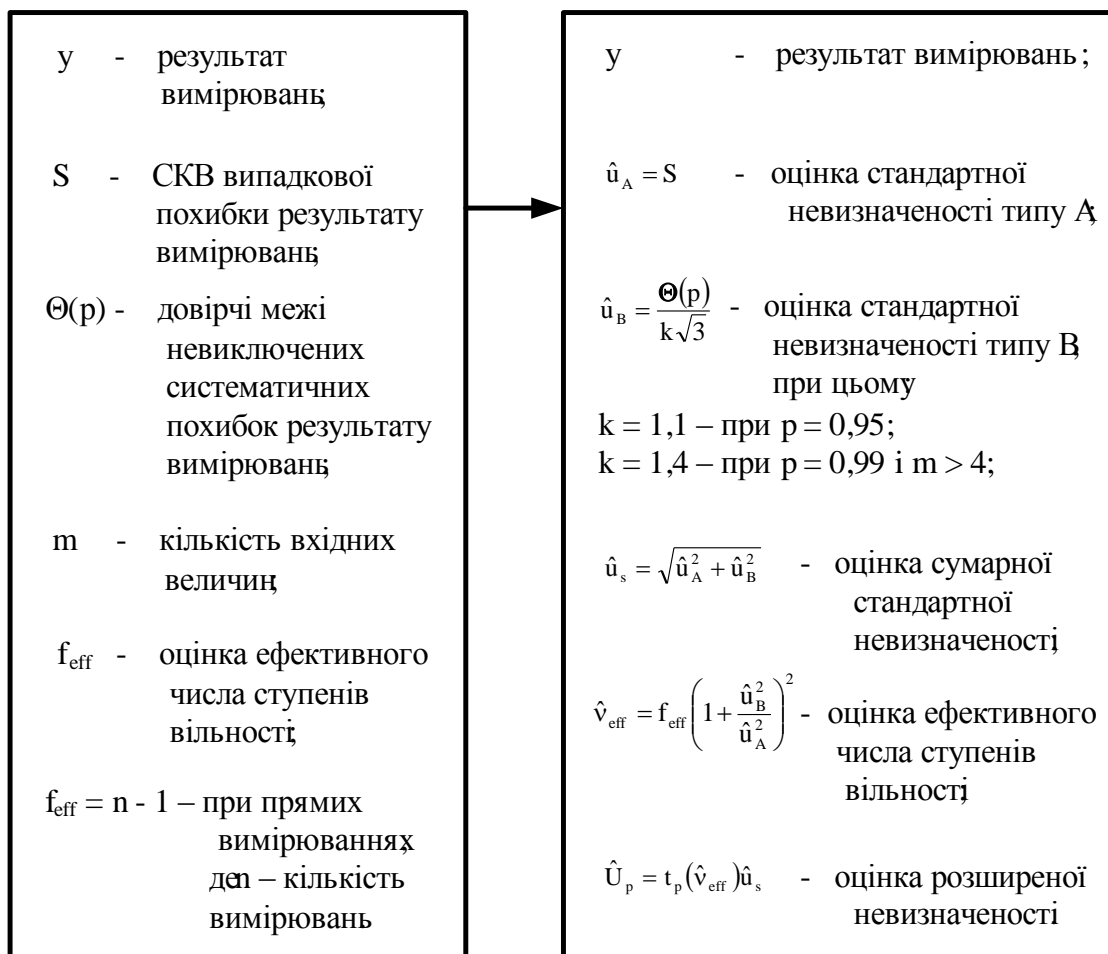


Рис. 3.15. Схема оцінки невизначеності через СКВ випадкової похибки результату вимірювання і довірчі межі невиключених систематичних похибок

Оцінити невизначеність типу А і типу В окремо, знаючи тільки Δ_p неможливо.

3.4.3. Методика перерахунку характеристик похибок в характеристики невизначеності вимірювань

При зіставленні результатів вимірювань і оцінок їх достовірностей, які здійснювались різними способами, виникає задача перерахунку характеристик похибок в характеристики невизначеності та навпаки. Тому, розглянемо методику перерахунку і мінімальний набір параметрів, що необхідні для здійснення такого перерахунку.

Спосіб перерахунку, що наведений на рис. 3.15 дозволяє розрахувати розширену невизначеність, використовуючи відомі характери-

стики випадкової та систематичної похибки для рівних рівнів довіри і довірчої ймовірності. Але довірчі межі похибок первинних та вторинних еталонів необхідно оцінювати для довірчої ймовірності 0,99. Саме у таких випадках краще скористатися формулами для взаємного перерахунку довірчої похибки і розширеної невизначеності.

Вихідними даними для перерахунку характеристик похибки в характеристики невизначеності є: довірчі межі загальної похибки вимірювання Δ_p ; довірча ймовірність P ; відношення $\gamma = \Theta(p)/S_\Sigma$ довірчих меж невиключеної систематичної похибки $\Theta(p)$ до середньоквадратичної випадкової похибки S_Σ ; кількість вимірювань n , що повторювались; кількість невиключених систематичних похибок m , що підсумовувались.

Для перерахунку довірчих меж похибки прямих одноразових вимірювань відомих із ймовірністю 0,95 або 0,99 у розширену невизначеність з рівнем довіри 0,95 необхідно скористатися такими виразами [86]:

- для похибки із ймовірністю $P=0,95$:

$$U_{0,95} = \begin{cases} \Delta_{0,95} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3,63}}, & \text{при } \gamma < 0,8 \\ \frac{2\Delta_{0,95}}{K[\gamma + 2]} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3,63}}, & \text{при } 0,8 \leq \gamma \leq 8; \\ 2\Delta_{0,95} \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3,63}}, & \text{при } \gamma > 8 \end{cases} \quad (3.94)$$

- для похибки із ймовірністю $P = 0,99$:

$$U_{0,95} = \begin{cases} \frac{\Delta_{0,99}}{1,3} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3d^2}}, & \text{при } \gamma < 0,8 \\ \frac{2\Delta_{0,99}}{K[\gamma + 2,6]} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3d^2}}, & \text{при } 0,8 \leq \gamma \leq 8, \\ \frac{2\Delta_{0,99}}{d} \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3d^2}}, & \text{при } \gamma > 8 \end{cases} \quad (3.95)$$

де d – корегуючий коефіцієнт, який для $P=0,99$ дорівнює 1,2 при $m=2$; 1,3 при $m=3$; 1,4 при $m=4$; 1,45 при $m>4$; K – коефіцієнт, значення якого в залежності від P і γ наведено в табл. 3.6.

Таблиця 3.6

Значення коефіцієнта К для різних Р і γ

γ	0,8	1	2	3	4	5	6	7	8
$K_{0,95}$	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,79	0,80	0,81
$K_{0,99}$	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

При перерахунку довірчих меж похибки прямих багаторазових вимірювань відомих з вірогідністю 0,95 або 0,99 у розширену невизначеність з рівнем довіри 0,95, необхідно використати такі формули:

- для похибки із ймовірністю $P = 0,95$

$$U_{0,95} = \begin{cases} \frac{\Delta_{0,95} t_{0,95}(v_{\text{eff}})}{t_{0,95}(n-1)} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3,63}}, & \text{при } \gamma < 0,8 \\ \frac{\Delta_{0,95} t_{0,95}(v_{\text{eff}})}{K[\gamma + t_{0,95}(n-1)]} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{3,63}}, & \text{при } 0,8 \leq \gamma \leq 8; \\ \Delta_{0,95} t_{0,95}(v_{\text{eff}}) \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{3,63}}, & \text{при } \gamma > 8 \end{cases} \quad (3.96)$$

- для похибки із ймовірністю $P = 0,99$:

$$U_{0,95} = \begin{cases} \frac{\Delta_{0,99} t_{0,95}(v_{\text{eff}})}{t_{0,99}(n-1)} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{5,88}}, & \text{при } \gamma < 0,8 \\ \frac{\Delta_{0,99} t_{0,95}(v_{\text{eff}})}{K[\gamma + t_{0,99}(n-1)]} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{5,88}}, & \text{при } 0,8 \leq \gamma \leq 8, \\ \Delta_{0,99} t_{0,95}(v_{\text{eff}}) \sqrt{\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{5,88}}, & \text{при } \gamma > 8 \end{cases} \quad (3.97)$$

де $t_{0,95}(v_{\text{eff}})$, $t_p(n-1)$ – коефіцієнти Стюдента, відповідно для ймовірності p , кількості ступенів вільності $(n-1)$ і ефективної кількості ступенів вільності v_{eff} , яка визначається за формулою [86]

$$v_{\text{eff}} = (n-1) \left[1 + \frac{\gamma^2}{3d^2} \right]^2. \quad (3.98)$$

Відповідно до міжнародних нормативних документів при представленні результату вимірювання в якості міри невизначеності може бути вказана розширена або сумарна стандартна невизначеності.

При представленні результату вимірювання розширеною невизначеністю перераховуються такі характеристики:

- результат вимірювання y ;
- розширена невизначеність U_P ;
- коефіцієнт охоплення k ;
- рівень довіри p ;
- кількість стандартних невизначеностей типу B (для $p = 0,99$).

В такому випадку оцінки довірчих меж похибок прямих одноразових вимірювань можна отримати з формул (3.95) та (3.97).

Додатково до перерахованих характеристик для розрахунку похибок багаторазових вимірювань потрібно знати:

- кількість спостережень n ;
- ефективну кількість ступенів вільності ν_{eff} .

При цьому можна отримати:

– оцінку середньоквадратичного відхилення, що характеризує сумарну похибку

$$S_{\Sigma} = \frac{U_P}{k} = u_s; \quad (3.99)$$

– оцінку середньоквадратичного відхилення (СКВ) випадкової похибки

$$\hat{S} = u_A = S_{\Sigma} \sqrt{\frac{n-1}{\nu_{\text{eff}}}}; \quad (3.100)$$

– оцінку СКВ, що характеризує невиключену систематичну похибку

$$S_{\Theta} = u_B = \sqrt{S_{\Sigma}^2 - \hat{S}^2}; \quad (3.101)$$

– оцінку довірчих меж невиключеної систематичної похибки

-

$$\hat{\Theta}(P) = dS_{\Theta} \sqrt{3}; \quad (3.102)$$

– оцінку довірчих меж похибки

$$\Delta_P = \frac{t_P(n-1)\hat{S} + \hat{\Theta}(P)}{\hat{S} + S_{\Theta}} S_{\Sigma}. \quad (3.103)$$

При відсутності ефективної кількості ступенів вільності її можна отримати через значення коефіцієнта охоплення k з таблиці розподілу Стюдента.

3.4.4. Методика перерахунку характеристик невизначеності в характеристики похибки

В міжнародних нормативних документах при представленні результату вимірювання в якості міри невизначеності може бути вказана розширена чи сумарна стандартна невизначеність.

При зазначенні *розширеної невизначеності* перераховуються такі характеристики:

- результат вимірювання y ;
- розширена невизначеність U_p ;
- коефіцієнт охоплення k ;
- довірчий рівень p .

Використовуючи зазначені характеристики, можна розрахувати такі характеристики похибок, що використовуються у нормативних документах з метрології щодо забезпечення єдності вимірювань [91]:

- результат вимірювання y ;
- оцінка довірчих меж похибки вимірювань $\hat{\Delta}_p = U_p$;
- оцінка СКВ, що характеризує сумарну похибку $\hat{S}_\Sigma = U_p / k$;
- довірна ймовірність p .

При зазначенні *сумарної стандартної невизначеності* перераховуються такі характеристики:

- результат вимірювання y ;
- сумарна стандартна невизначеність $u_s(y)$.

Допускається поряд з перерахованими характеристиками зазначати додатково:

- оцінене ефективне число ступенів вільності ν_{eff} ;
- сумарні стандартні невизначеності типу А і В $u_{sA}(y), u_{sB}(y)$ і їх оцінені ефективні числа ступенів вільності ν_{effA} і ν_{effB} .

Використовуючи перераховані характеристики, можна розрахувати такі характеристики похибок вимірювань:

- результат вимірювання y ;
- оцінка СКВ, що характеризує сумарну похибку $\hat{S}_\Sigma = u_s(y)$;
- оцінка довірчих меж похибки вимірювань $\hat{\Delta}_p = U_p = t_p(\nu_{\text{eff}})u_s$,

де $t_p(\hat{v}_{\text{eff}})$ – коефіцієнт охоплення, який дорівнює коефіцієнту Стюдента для рівня довіри p і ефективного числа ступенів вільності \hat{v}_{eff} ;
 - оцінка СКВ випадкової похибки результату вимірювань $\hat{S} = u_{\text{сА}}(y)$;
 - оцінка довірчих меж невиключеної систематичної похибки результату вимірювань $\hat{\theta}(p) = u_{\text{сВ}}(y) \cdot k\sqrt{3}$, де $k = 1,1$ при $p = 0,95$; $k = 1,4$ при $p = 0,99$ і $m > 4$.

3.4.5. Оцінка результатів вимірювань кутової швидкості роторів ЕМ при їх синхронізації

Рівняння вимірювання частот обертання із подальшим обчисленням несинхронності обертання між двома кутовими швидкостями роторів декількох ЕМ на заданих частотах має вигляд [92]

$$\Delta N_o = f(A_1, A_2, f_{\text{оп}}, z_m) = N_{o1} - N_{o2} = \frac{60f_{\text{оп}}}{A_1 z_m} - \frac{60f_{\text{оп}}}{A_2 z_m}, \quad (3.104)$$

де ΔN_o – несинхронність обертання роторів ЕМ; N_{o1} – частота обертання ротора головного ЕМ; N_{o2} – частота обертання ротора допоміжного ЕМ; $f_{\text{оп}}$ – опорне значення частоти квантування (16 МГц); A_1, A_2 – кількість імпульсів, що відповідає частотам обертання головного і допоміжного ЕМ.

Під час вимірювання кількості імпульсів у відповідності з рівнянням (3.104) отримано три групи спостережень частот обертання в об/хв, по 16 значень в кожній групі, які наведено в табл. 3.7.

Вимірювання здійснювались в лабораторних умовах при температурі навколишнього повітря $+23^\circ\text{C}$. Експлуатаційні умови використання частотоміра від -30 до $+50^\circ\text{C}$. Відносна похибка квантування δN_o при вимірюванні частот обертання розраховується за формулою

$$\delta N_o = \frac{N_o z_m}{60f_{\text{оп}}}. \quad (3.105)$$

Відносна похибка опорної частоти внутрішнього генератора дорівнює $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$. Температурний коефіцієнт частоти опорного генератора не більший $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ на 1°C .

Проведемо оцінювання складових сумарної стандартної невизначеності за типом В невиключених залишків систематичної похибки результатів вимірювань.

Оскільки межі відносної похибки опорної частоти δ_{on} не перевищують $\pm 2,5 \cdot 10^{-7}$, то межі абсолютної похибки вимірювання частот обертання будуть дорівнювати

$$\Delta_{on} = \overline{N_o} \delta_{on} = \pm 2,5 \cdot 10^{-7} \cdot 3022,53 = \pm 7,56 \cdot 10^{-3} \text{ об/хв}, \quad (3.106)$$

$$\text{де } \overline{N_o} = \frac{1}{6} \sum_{k=1}^6 \overline{N_{o,jk}} = 3052,53 \text{ об/хв}.$$

Стандартну невизначеність опорної частоти u_1 , при нормальному законі розподілу похибки всередині меж визначимо за формулою

$$u_1 = \frac{|\Delta_{on}|}{k_p} = 3,86 \times 10^{-3} \text{ об/хв}, \quad (3.107)$$

де k_p – коефіцієнт охоплення при нормальному законі розподілу, який дорівнює 1,96 для довірчого рівня $p=0,95$.

Відносну стандартну невизначеність опорної частоти розрахуємо за формулою

$$\tilde{u}_1 = \frac{u_1}{|\overline{N_o}|} \cdot 100\% = 1,28 \cdot 10^{-4}\%. \quad (3.108)$$

Невизначеність квантування u_2 визначимо з меж відносної похибки квантування (3.101) за формулою

$$u_2 = \frac{z_M (\overline{N_o})^2}{60 f_{on} k_p} = 0,29 \text{ об/хв}. \quad (3.109)$$

Відносна невизначеність квантування у відповідності з (3.108) буде дорівнювати $\tilde{u}_2 = 9,64 \cdot 10^{-3}\%$.

Таблиця 3.7

Результати вимірювання частот обертання головного
та допоміжного ЕМ

№ п.п.	Перша група спостережень частот обертання головного і допоміжного ЕМ		Друга група спостережень частот обертання головного і допоміжного ЕМ		Третя група спостережень частот обертання головного і допоміжного ЕМ	
	N_{o11}	N_{o21}	N_{o12}	N_{o22}	N_{o13}	N_{o23}
1	1195	1183	3005	2993	4889	4866
2	1201	1190	3011	3000	4883	4891
3	1199	1179	3008	2992	4888	4875
4	1188	1207	2999	2971	4869	4883
5	1192	1209	2987	2997	4867	4892
6	1197	1186	2995	3008	4877	4899
7	1199	1178	2998	3010	4850	4871
8	1178	1205	3006	2999	4862	4887
9	1186	1197	2993	2974	4873	4899
10	1194	1171	2996	2988	4859	4878
11	1193	1210	2989	2962	4884	4896
12	1204	1182	3000	2981	4876	4893
13	1200	1189	3012	2999	4855	4882
14	1203	1191	3005	2995	4859	4883
15	1205	1197	3007	3017	4861	4879
16	1198	1196	2994	2973	4877	4894

Невизначеність u_3 , що обумовлена зміною опорної частоти при зміні температури навколишнього середовища від $+20^{\circ}\text{C}$ (температура калібрування частотоміра t_k) до $+23^{\circ}\text{C}$ (температура навколишнього середовища в момент вимірювань $t_{\text{вим}}$), обчислимо через температурний коефіцієнт частоти $k_t = \pm 1 \cdot 10^{-9}$ при нормальному законі розподілу за формулою

$$u_3 = \frac{|t_{\text{вим}} - t_k| \cdot k_t}{k_p} \overline{N_o} = 4,63 \cdot 10^{-5} \text{ об/хв}, \quad (3.110)$$

а відносна невизначеність обумовлена зміною температури навколишнього середовища буде дорівнювати $\tilde{u}_3 = 1,53 \cdot 10^{-6}\%$.

Сумарну стандартну невизначеність типу В синхронізації кутових швидкостей головного та допоміжного ЕМ, обумовлену джерелами невизначеностей, що мають випадковий характер при опосередкованих вимірюваннях частот обертання з врахуванням кореляційного зв'язку, розрахуємо за формулою

$$u_4^2 = c_1^2 u^2(\overline{N1_o}) + c_2^2 u^2(\overline{N2_o}) + 2c_1 c_2 u(\overline{N1_o}) u(\overline{N2_o}) r(\overline{N1_o}, \overline{N2_o}). \quad (3.111)$$

Коефіцієнти чутливості (c_1 та c_2) з урахуванням рівняння (3.104) обчислимо за формулами

$$c_1 = \frac{\partial \Delta N_o}{\partial A_1} = -\frac{60f_{on}}{A_1^2 z_M} = -\frac{\overline{N1_o}^2 z_M}{60f_{on}}, \quad c_2 = \frac{\partial \Delta N_o}{\partial A_2} = \frac{60f_{on}}{A_2^2 z_M} = \frac{\overline{N2_o}^2 z_M}{60f_{on}}. \quad (3.112)$$

Стандартні невизначеності [$u(\overline{N1_o})$, $u(\overline{N2_o})$] при вимірюванні частот обертання відповідно дорівнюють

$$u(\overline{N1_o}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N_{o1j}} - \overline{N1_o})^2}{J(J-1)}}, \quad u(\overline{N2_o}) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N_{o2j}} - \overline{N2_o})^2}{J(J-1)}}. \quad (3.113)$$

Значення коефіцієнта кореляційного зв'язку між частотами обертання головного і допоміжного ЕМ розрахуємо за формулою

$$r(\overline{N1_o}, \overline{N2_o}) = \frac{u(\overline{N1_o}, \overline{N2_o})}{u(\overline{N1_o}) u(\overline{N2_o})}, \quad (3.114)$$

де $u(\overline{N1_o}, \overline{N2_o})$ – кореляційний момент, який обчислюється за формулою

$$u(\overline{N1_o}, \overline{N2_o}) = \frac{\sum_{j=1}^J (\overline{N_{o1j}} - \overline{N1_o})(\overline{N_{o2j}} - \overline{N2_o})}{J(J-1)}. \quad (3.115)$$

Для отримання числових значень кореляційного моменту та коефіцієнта кореляційного зв'язку розрахуємо середні значення частот обертання головного $\overline{N1_o}$ і допоміжного $\overline{N2_o}$ ЕД в діапазоні частот від 20 до 80 Гц за формулами

$$\overline{N1_o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N_{o1j}} = 3022,21 \text{ об/хв.}, \quad \overline{N2_o} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \overline{N_{o2j}} = 3022,85 \text{ об/хв.}$$

Підставивши середні арифметичні значення частот $\overline{N1_o}$ і $\overline{N2_o}$ у формулу (3.108) отримаємо такі числові значення коефіцієнтів чутли-

вості: $c_1 = -0,5709$ об/хв., а $c_2 = 0,5711$ об/хв. Стандартна невизначеність вимірювання частот обертання головного ЕМ, з врахуванням (3.109) буде дорівнювати $u(\overline{N1_o}) = 1060,88$ об/хв., а для допоміжного ЕМ – $u(\overline{N2_o}) = 1066,88$ об/хв. Значення кореляційного моменту у відповідності з (3.115) складає $u(\overline{N1_o}, \overline{N2_o}) = 1131288,29$ об/хв. Підставивши значення кореляційного моменту і стандартних невизначеностей у формулу (3.114) отримаємо коефіцієнт кореляційного зв'язку, який дорівнює $r(\overline{N1_o}, \overline{N2_o}) = 0,999989$.

Таким чином, підставивши отримані числові значення коефіцієнтів у рівняння (3.111), отримаємо сумарну стандартну невизначеність типу В синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ, що складає $u_4 = 4,37$ об/хв. Відносна сумарна невизначеність типу В дорівнює $\tilde{u}_4 = 0,145\%$.

Сумарну стандартну невизначеність синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ виражену в об/хв. розрахуємо за формулою

$$u_c = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2} = 4,38 \text{ об/хв.}, \quad (3.116)$$

а відносна сумарна невизначеність дорівнює $\tilde{u}_c = 0,145\%$.

З врахуванням того, що закон розподілу результатів вимірювань є нормальним і довірчий рівень складає $p=0,95$, знайдемо розширену невизначеність результатів синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ за формулою

$$U_{0,95} = t_{0,95}(v_{\text{eff}})u_c. \quad (3.117)$$

Ефективне число ступенів вільності v_{eff} визначимо із співвідношення

$$v_{\text{eff}} = \frac{u_c^4}{\frac{u_1^4 + u_2^4 + u_3^4 + u_4^4}{J-1} + \frac{u_c^4}{\infty}} = 104072, \quad (3.118)$$

і тоді коефіцієнт охоплення буде складати

$$t_{0,95}(v_{\text{eff}}) = t_{0,95}(\infty) = 1,96.$$

Підставивши значення коефіцієнта охоплення та сумарну стандартну невизначеність (3.116) в рівняння (3.117), отримаємо розшире-

ну невизначеність синхронізації кутових швидкостей роторів головного і допоміжного ЕМ, яка дорівнює $U_{0,95} = 1,96 \times 4,38 = \pm 8,58$ об/хв., а відносна розширена невизначеність складає $\tilde{U}_{0,95} = 0,28\%$.

Таким чином, результат синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ запишемо у вигляді

$$0,73 \leq \Delta N_0 \leq 17,89 \text{ об/хв. , при } p = 0,95$$

або

$$\Delta N_0 = \overline{\Delta N_0} \pm U_{0,95} = 9,31 \pm 8,58 \text{ об/хв. , при } p = 0,95.$$

Отже, відповідно до міжнародних та державних стандартів (вимог) [93–96] розроблено методику оцінювання невизначеності результатів вимірювань кутових швидкостей роторів ЕМ під час їх синхронізації, що дозволяє порівнювати результати вимірювань та синхронізації кутових швидкостей в різних країнах світу.

Розрахована розширена невизначеність результатів вимірювань кутових швидкостей в діапазоні їх зміни від 0 до 5000 об/хв. не перевищує 9 об/хв., а відносна розширена невизначеність не перевищує 0,28 %.

3.5. Висновки

У цьому розділі отримано такі результати:

1. Розроблено структурну схему вимірювальних каналів призначених для вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ з використанням розробленого в другому розділі високоточного ТП та отримано їх рівняння перетворення, що є необхідними для аналізу та оцінки похибок і невизначеностей вимірювань.

2. Проведено аналіз похибок ВК кутової швидкості з використанням у них розробленого ТП «кут повороту–напруга», яка обумовлена частотними властивостями фотоприймачів на основі пари фотодіод–операційний підсилювач, що входять до складу ТП з низькочастотним вихідним сигналом. В результаті встановлено, що ця похибка значно менша за похибку, що обумовлена квантуванням вихідного сигналу ТП у робочому діапазоні кутових швидкостей, що дає змогу знехтувати частотною похибкою.

3. Для уникнення впливу частотної похибки на більш високих кутових швидкостях доцільне використання розробленого ТП з низькочастотним вихідним сигналом та виконання запропонованих шляхів мінімізації похибок вимірювань.

4. Проаналізовано та отримано закони розподілу похибки вимірювання кута повороту та кутової швидкості при використанні розроблених ВК кутової швидкості разом із ТП.

5. Отримано аналітичні вирази для оптимального часу цифрового диференціювання та для оптимальної роздільної здатності частотного перетворювача вихідного сигналу ТП з низькочастотним вихідним сигналом, що дає змогу значно зменшити похибку вимірювання кутових швидкостей.

6. Розроблено методику та схему повірки нестандартизованих ВК кутової швидкості, в якій встановлено вимоги до зразкових та повіряємих ВК кутової швидкості та вперше запропоновано способи розрахунку міжповірочних інтервалів для розроблених нестандартизованих ВК.

7. Відповідно до міжнародних стандартів щодо оцінювання характеристики якості вимірювань розроблено методику оцінювання невизначеності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ, що дозволяє порівнювати проведені результати вимірювань та синхронізації кутових швидкостей в різних країнах світу. В результаті оцінки невизначеності за розробленою методикою оцінювання, встановлено, що відносна розширена невизначеність вимірювання та синхронізації кутових швидкостей декількох ЕМ не перевищує 0,28 % в діапазоні зміни від 0 до 5000 об/хв.

8. Представлено методики перерахунку характеристик похибок вимірювань в характеристики невизначеностей вимірювань і навпаки, що дозволяють порівнювати оцінки похибок і невизначеностей результатів вимірювань за рекомендованими схемою відповідності та рівняннями взаємоперерахунку.

4. ТЕХНІЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

4.1. Рекомендації щодо інженерного проектування та апаратно-програмна реалізація

4.1.1. Рекомендації з інженерного проектування схеми електричної принципової

На основі проведених досліджень запропоновано три різновиди використання ТП «кут повороту–напруга», інформативним параметром яких є вихідна напруга (при вимірюванні кута повороту) та її перша і друга похідна (при вимірюванні кутової швидкості та кутового прискорення). Використання того чи іншого різновиду ТП у ВК залежить від вимог до чутливості, роздільної здатності та діапазону зміни кутових швидкостей, дотримання яких дозволяє підвищити точність вимірювання і синхронізації кутових швидкостей роторів силових ЕМ.

При вимірюванні кута повороту, при необхідності високої чутливості, доцільне використання у ВК ТП з зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів, який розглянуто у 2.1.2. Його чутливість за кутом повороту визначається виразом

$$\frac{\partial U_1}{\partial \varphi} = S_{10} R_{зз} \frac{I}{r^2} \cdot \frac{R_1^2 - R_2^2}{2}. \quad (4.1)$$

Роздільна здатність за кутом повороту залежить від кількості двійкових розрядів використовуваного АЦП

$$\varphi_{01} = \frac{\alpha}{2^n}. \quad (4.2)$$

Внаслідок високої частоти вихідного сигналу ВК з використанням такого ТП має погані частотні властивості. Верхня межа кутової швидкості визначається за результатами математичного моделювання виразами (2.36)–(2.38).

Для використання у ВК ТП з низькочастотним вихідним сигналом і ТП з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів, які розглянуто відповідно у підрозділі 2.1.4. та 2.1.5, чутливість ВК за кутом повороту визначається виразом

$$\frac{\partial U_2}{\partial \phi} = S_{IO} R_{33} \frac{I}{r^2} \cdot a \frac{\beta}{2} \cdot \frac{2^n}{U_{оп}}. \quad (4.3)$$

Роздільна здатність за кутом повороту для такого варіанта використання ТП однакова та визначається із співвідношення

$$\phi_{0(2,3)} = \frac{2\pi - \beta}{2^n}. \quad (4.4)$$

Верхня межа кутової швидкості ВК при використанні ТП з низькочастотним вихідним сигналом визначається за результатами математичного моделювання за виразами (2.71), (2.72), а з низькочастотним вихідним сигналом та зменшенням похибки, що обумовлена частотними властивостями фотоприймачів – (2.91)–(2.93).

Інтенсивність джерела світла, що входить до складу ТП, підбирається експериментально під час повірки ВК. Джерело світла повинне забезпечувати максимальний рівень вихідної напруги ТП таким, щоб він відповідав діапазону напруги АЦП, що використовується.

Величина кута β повинна бути як можна меншою і обирається виходячи з геометричних розмірів використовуваних фотоприймачів. Теж саме стосується параметра a , який залежить від висоти прорізи модулятора та розраховується за виразом (2.59).

При проектуванні ВК кутової швидкості розробник повинен виходити з вимог мінімізації похибки вимірювання і відповідно програмним шляхом у залежності від рівня кутових швидкостей ЕМ змінювати роздільну здатність ТП, тобто використовувати один із трьох варіантів використання ТП. Рівняння, яке визначає оптимальний крок дискретизації, при якому абсолютна похибка вимірювання кутової швидкості мінімальна має вигляд

$$T_{В\text{ ОПТ}} = \frac{\sqrt[4]{8\sigma_U^2 + \frac{2}{3} \left(\frac{2\pi - \beta}{2^n} \right)^2}}{\sqrt{|\epsilon_{\text{МАХ}}|}}. \quad (4.5)$$

Середньоквадратичне відхилення похибки, що обумовлена випадковими завадами, визначається з емпіричного виразу

$$\sigma_U = k_{\sigma U} \frac{2\pi - \beta}{\sqrt{12} \cdot 2^n}, \quad (4.6)$$

де $k_{\sigma_U} = 0.5$ – коефіцієнт, який визначає співвідношення між похибкою квантування та похибкою, що обумовлена випадковими завадами.

Відповідне середньоквадратичне значення абсолютної похибки вимірювання кутової швидкості знаходиться з виразу

$$\sigma_{\omega} = \sqrt{\left(\frac{T_{B \text{ OPT}}}{2} |\varepsilon_{\text{MAX}}|\right)^2 + \left(\frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6} \cdot 2^n T_{B \text{ OPT}}}\right)^2 + 2\left(\frac{\sigma_U}{T_{B \text{ OPT}}}\right)^2}. \quad (4.7)$$

Застосування цього виразу можливе при апріорно відомій оцінці значення $|\varepsilon_{\text{MAX}}|$. У випадку, коли значення $|\varepsilon_{\text{MAX}}|$ мале настільки, що ним можна знехтувати, вираз (4.7) не має мінімуму і крок дискретизації вибирається мінімальним, при якому забезпечуються вимоги до похибки вимірювання, тобто

$$T_B = \frac{1}{\sigma_{\omega}} \sqrt{\left(\frac{2\pi - \beta}{\sqrt{6} \cdot 2^n}\right)^2 + 2\sigma_U^2}. \quad (4.8)$$

Фотоприймачі, що використовуються в ТП з зменшенням частотної похибки реалізовано на основі фотодіода ФДК-142, який має постійну часу $8 \cdot 10^{-8}$ [97]. У фотоприймачах ТП з низькочастотним вихідним сигналом із зменшенням частотної похибки використовуються фотодіоди ФД-24К, які мають постійну часу 10^{-5} с, інтегральну струмову чутливість 0.47 мкА/лк та діаметр фоточутливого шару 10 мм [98].

Збірне креслення та схема електрична принципова розробленого ТП наведено у додатках: у додатку А – збірне креслення розробленого ТП, а у додатку Б – схема електрична принципова ВК кутової швидкості.

Архітектура будови апаратної частини системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ складатися з аналогової та цифрової частин. До основних елементів аналогової частини відносяться: ТП, підсилювачі типу LM358, компаратори типу LM393N та частотні перетворювачі типу ATV-11, за допомогою яких здійснюється керування ЕМ у разі виникнення несинхронності обертання. Цифрова частина системи вимірювального контролю складається із восьми каналного 12-ти розрядного АЦП, мікроконтролера фірми Atmel типу AT90S8515, в який вбудовано АЦП, ЦАП типу AD7394, та інтерфейсу передачі команд до частотних регуляторів типу ADM232LAN, за допомогою яких здійснюється синхронізація кутових швидкостей роторів ЕМ (додаток В).

4.1.2. Алгоритмічна реалізація процедури вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ

Ядром програмного забезпечення є основна програма, що написана для мікроконтролера AT90S8515 на мові програмування С, та процедури апроксимації сплайнами, процедура диференціювання апроксимуючої функції, програмна підтримки процесів накопичення і представлення результатів вимірювання та контролю. В залежності від кутових швидкостей ЕМ програма дозволяє автоматично підібрати один з трьох режимів роботи ТП – це режим вимірювання швидкісних діаграм та режим вимірювання та контролю середніх і низьких значень кутової швидкості. Кожному з цих режимів відповідає своя підпрограма.

Необхідними умовами функціонування розробленого програмного забезпечення є наявність апаратних засобів ВК, які об'єднуються з процесором мікроконтролера. Побудова і функції програмного забезпечення процедури вимірювання та синхронізації кутових швидкостей визначаються високим рівнем проблемної орієнтації, яка характерна для ВК з мікропроцесорним управлінням.

Алгоритм роботи програмного забезпечення представлено на рис. 4.1. Відповідно до цього алгоритму МК повинен організовувати свою роботу так:

- одразу після ввімкнення системи ініціалізуються вбудовані універсальний асинхронний приймач-передавач, таймер та АЦП (тобто дозволяється їх робота та задається частота роботи пристроїв);

- після ініціалізації МК здійснюється вимірювання кутових швидкостей за одним із режимів роботи ТП, в залежності від значень (низьких, середніх чи високих) частот обертання вала ЕМ, а потім за визначеними частотами, при появі відхилення кутової швидкості допоміжного ЕМ від головного ЕМ відбувається їх автоматична синхронізація відповідно до розробленого в другому розділі адаптивного алгоритму синхронізації кутових швидкостей із спостережним засобом ідентифікації;

- МК постійно порівнює кутові швидкості ЕМ, і якщо їх несинхронність обертання перевищує задану (10–15 об/хв.), то відразу ж формується сигнал для допоміжного ЧР про зменшення чи збільшення його кутової швидкості;



Рис. 4.1. Алгоритм роботи процесу вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ

- робочий цикл не закінчується до тих пір, поки не надійде сигнал зупинки.

Для одержання інформації про несинхронність обертання силових ЕМ в розробленій системі передбачено як світлодіодні, так і рідкокристалічний індикатори, які відображають поточний стан кутових швидкостей. Якщо ЕМ обертаються несинхронно протягом 2–3 с, то загоряється світлодіод, який сповіщає оператора про появу несинхронності обертання, що перевищує задану, а числові значення частот обертання головного та допоміжного ЕМ і їх різниця відображаються на рідкокристалічній LCD індикації.

4.2. Експериментальні дослідження несинхронності обертання ЕМ

На основі розробленої схеми електричної принципової, яка наведена в додатку В, розробленого алгоритмічного та програмного забезпечення для МК, було проведено експериментальні дослідження несинхронності обертання роторів силових ЕМ, які дозволяють підтвердити справедливості розроблених теоретичних і практичних засад, а також працездатність побудованої системи синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ.

Експериментальні дослідження кутових швидкостей головного та допоміжного ЕМ виміряних з використанням ТП з можливістю зміни режимів роботи в залежності від значень частот обертання (низьких, середніх, високих), а також їх несинхронності обертання при роботі на різних кутових швидкостях виражених в об/хв. наведено в табл. 4.1.

Графічні представлення трьох незалежних експериментальних досліджень зміни несинхронності обертання роторів ЕМ в залежності від заданих частот обертання наведено на рис. 4.2.

Проведені експериментальні дослідження несинхронності обертання ЕМ, які наведено в табл. 4.1 та зображено на рис. 4.2 свідчать про те, що несинхронність обертання роторів ЕМ у діапазоні зміни частот обертання від 0 до 6000 об/хв. (ці значення при перерахунку в частоту електричної мережі відповідають діапазону 0–110 Гц (див. рис. 4.2)) змінюється хаотично (випадковим чином), причому, на нижніх частотах вона має менше значення, а на максимальних частотах – з'являється тенденція до її збільшення. Загалом можна вважати, що несинхронність обертання роторів ЕМ змінюється несуттєво, тобто адаптивний алгоритм синхронізації кутових швидкостей достатньо швидко справляється з несинхронністю, що виникає, за рахунок використання розробленого високоточного ТП, який дозволяє змінювати

режими роботи в залежності від діапазону зміни кутових швидкостей та розробленої системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації

Таблиця 4.1

Експериментальні дослідження несинхронності обертання роторів ЕМ

Задана частота, Гц	Частота обертання ЕМ, об/хв.		Несинхронність обертання ЕМ, об/хв.
	головного	допоміжного	
5	210	211	-1
10	520	522	-2
15	689	688	-4
20	1100	1105	-5
25	1410	1405	+5
30	1695	1705	+10
35	2000	2007	+7
40	2400	2410	-10
45	2510	2516	-6
50	2800	2793	+7
55	3200	3211	-11
60	3455	3447	+8
65	3720	3708	+12
70	4040	4055	-15
75	4210	4196	+14
80	4450	4434	+16
85	4780	4795	-15
90	4925	4943	-18
95	5265	5245	+20
100	5520	5542	-22
105	5676	5650	+26
110	5993	5968	+25

Проведені експериментальні дослідження несинхронності обертання ЕМ, які наведено в табл. 4.1 та зображено на рис. 4.2 свідчать про те, що несинхронність обертання роторів ЕМ у діапазоні зміни частот обертання від 0 до 6000 об/хв. (ці значення при перерахунку в частоту електричної мережі відповідають діапазону 0–110 Гц (див. рис. 4.2)) змінюється хаотично (випадковим чином), причому, на нижніх частотах вона має менше значення, а на максимальних частотах – з’являється тенденція до її збільшення. Загалом можна вважати, що несинхронність обертання роторів ЕМ змінюється несуттєво, тобто

адаптивний алгоритм синхронізації кутових швидкостей достатньо швидко справляється з несинхронністю, що виникає, за рахунок використання розробленого високоточного ТП, який дозволяє змінювати режими роботи в залежності від діапазону зміни кутових швидкостей та розробленої системи синхронізації кутових швидкостей роторів ЕМ із спостережним засобом ідентифікації.

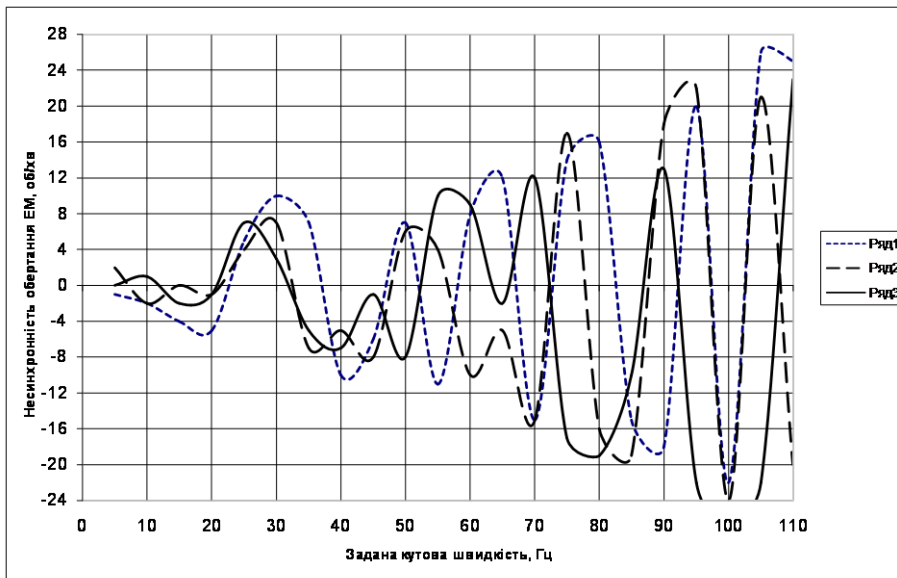


Рис. 4.2. Експериментальні дослідження зміни несинхронності обертання роторів ЕМ при роботі на різних частотах обертання

Максимальний діапазон зміни частот обертання ЕМ не може перевищувати 6000 об/хв. (тому що далі іде провал моментної характеристики, а також різкий знос підшипникових вузлів), а проведені багаторазові вимірювання (1000 вимірів) несинхронності обертання ЕМ, на максимальній кутовій швидкості (6000 об/хв.), показали, що максимальна абсолютна несинхронність не перевищує 25 об/хв. Тому, можна вважати, що експериментальна зведена похибка несинхронності обертання роторів силових ЕМ в діапазоні роботи від 0 до 6000 об/хв. не перевищує

$$\gamma_{зв} = (|\Delta_{\max}|/N_{\max}) \cdot 100\% = (25/6000) \cdot 100\% = 0,4\%. \quad (4.9)$$

Проаналізувавши отримані експериментальні дані несинхронності обертання роторів ЕМ можна зробити висновки про те, що неси-

нхронність обертання роторів силових ЕМ є періодично-нестационарною, тобто їх статичні характеристики змінюються в діапазоні зміни кутових швидкостей, що характеризується інерційними процесами у ЕМ. Також можна сказати, що експериментальні дослідження непогано збігаються із теоретично отриманими характеристиками (див. розділ 2), а гранично допустима зведена похибка ВК кутових швидкостей відповідно до експериментальних даних не перевищує 0,4 %, що при зміні частот обертання від 0 до 6000 об/хв. в 3–4 рази точніше у порівнянні з відомими системами синхронізації кутових швидкостей роторів декількох ЕМ.

4.3. Експериментальні дослідження похибок вимірювання кутової швидкості

Експериментальні дослідження похибок вимірювання кутових швидкостей проводилися на частотах обертання 1000, 3000, 6000 об/хв., які задавалися за допомогою частотних регуляторів. Під час експериментальних досліджень похибки вимірювання кутової швидкості в якості зразкового засобу вимірювання першого розряду було використано електронний тахометр 7ЕЗ. Основні характеристики ЧР такі: діапазон відтворення частоти обертання – 0...500 Гц, відносна похибка відтворення частоти обертання не перевищує 0.02 %.

Експеримент проводився за такими умовами: відтворювана кутова швидкість є високостабільною, тому $|\varepsilon_{\text{MAX}}| \approx 0$; зміна кроку квантування відбувалася програмно шляхом пропуску отриманих значень вихідного коду АЦП; АЦП запускається МК з частотою кварцового резонатора 8000 кГц; закони розподілу отримано на основі серії з 1000 вимірювань.

Експериментально отримані закони розподілу при зміні вимірюваної кутової швидкості не різняться між собою, їх графіки при різних значеннях кроку квантування наведено на рис. 4.3. Експериментальні значення середньоквадратичних відхилень похибки вимірювання кутової швидкості наведено у табл. 4.2. Загальна ймовірність помилки контролю кутової швидкості складає $Q = 0,002$, а вірогідність контролю відповідно складає $P = 1 - Q = 1 - 0,002 = 0,998$.

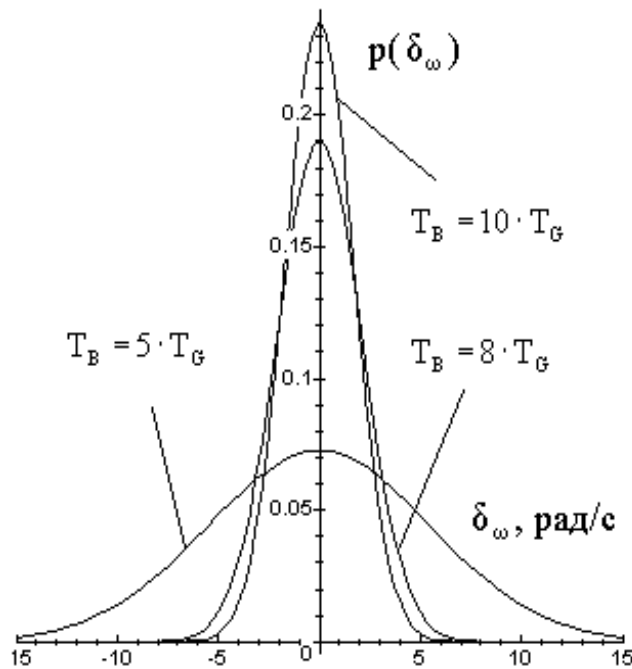


Рис. 4.3. Експериментальні закони розподілу похибки вимірювання кутових швидкостей при різних значеннях кроку дискретизації

Таблиця 4.2

СКВ похибки вимірювання кутової швидкості

Період дискретизації	Середньоквадратичне відхилення
$5 \cdot T_G$	5,5246 рад/с
$8 \cdot T_G$	2,1113 рад/с
$10 \cdot T_G$	1,7234 рад/с

Оскільки похибка квантування АЦП порівняно з похибкою ТП настільки мала, що нею можна знехтувати, то точність ВК кутової швидкості в першу чергу буде виражатися точністю первинного вимірювального перетворювача [99]. Тому, аналізуючи експериментально отримані закони розподілу, які зображено на рис. 4.3 можна зробити висновки про те, що із збільшенням часу вимірювання на одній і тій самій частоті, зменшується ймовірність появи великих похибок, тобто зменшується СКВ.

4.4. Висновки

В цьому розділі отримано такі результати:

1. Розроблено на сучасній елементній базі схему електричну принципову та конструктивне креслення ТП з можливістю зміни роз-

дільної здатності. Показано, що проектування містить два етапи: розробка апаратних засобів та програмного забезпечення, робота якого проілюстрована при експериментальних дослідженнях.

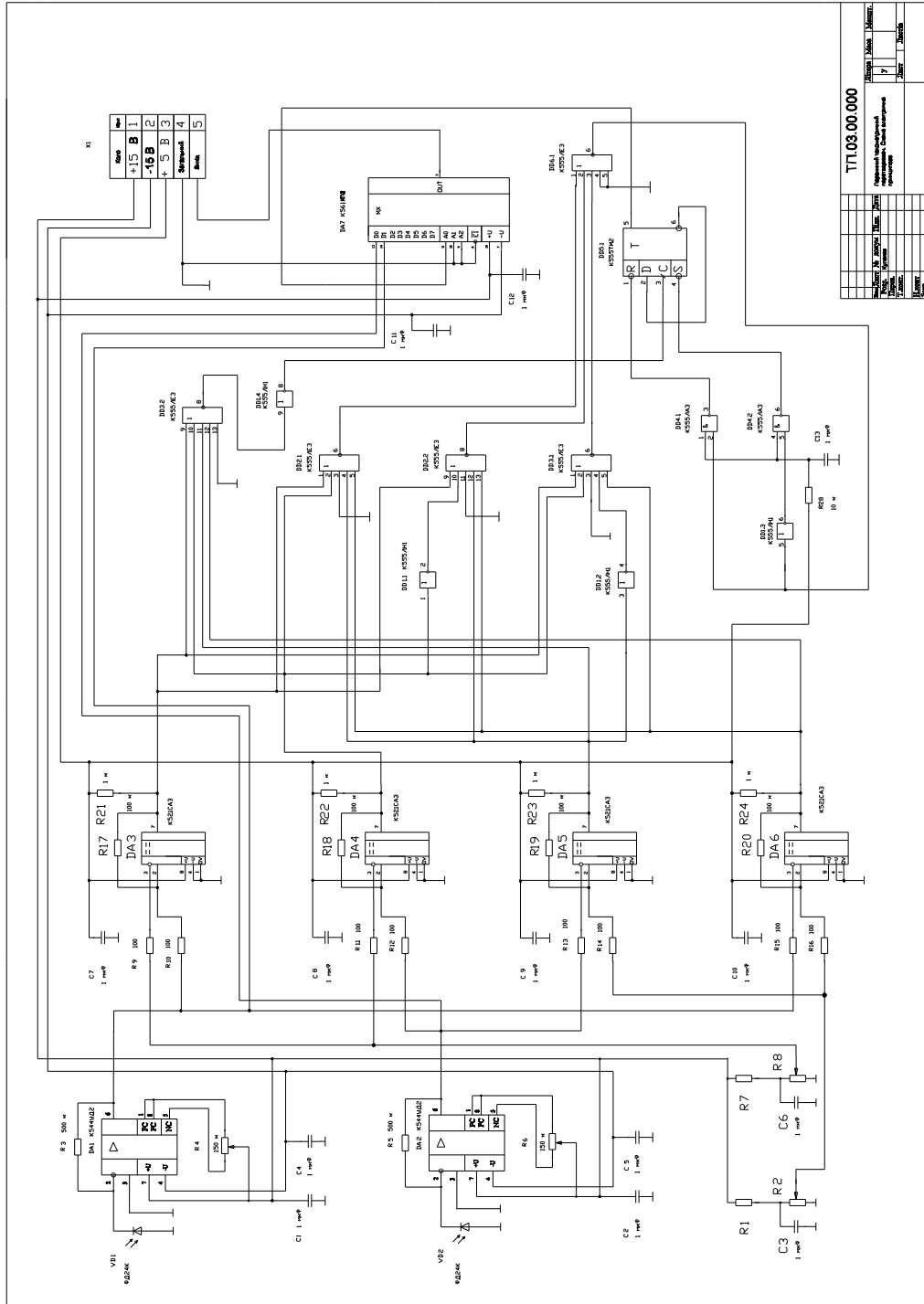
2. Розроблено програмне забезпечення для МК AT90S8515, яке дозволяє вимірювати кутові швидкості ЕМ та синхронізувати їх при відхиленні частоти обертання допоміжного ЕМ від головного з достатньо високою швидкістю.

3. Проведені експериментальні дослідження несинхронності обертання роторів ЕМ показали, що несинхронності обертання роторів при вимірюванні на одних і тих же частотах, в різні моменти часу змінюються випадковим чином, але максимальна зведена похибка синхронізації кутових швидкостей не перевищує 0,4 % в діапазоні роботи від 0 до 6000 об/хв.

4. На основі проведених багаторазових вимірювань кутових швидкостей побудовано закони розподілу похибок вимірювання на основі яких встановлено, що із збільшенням часу вимірювання на одній і тій самій частоті, зменшується ймовірність появи великих похибок, тобто зменшується СКВ.

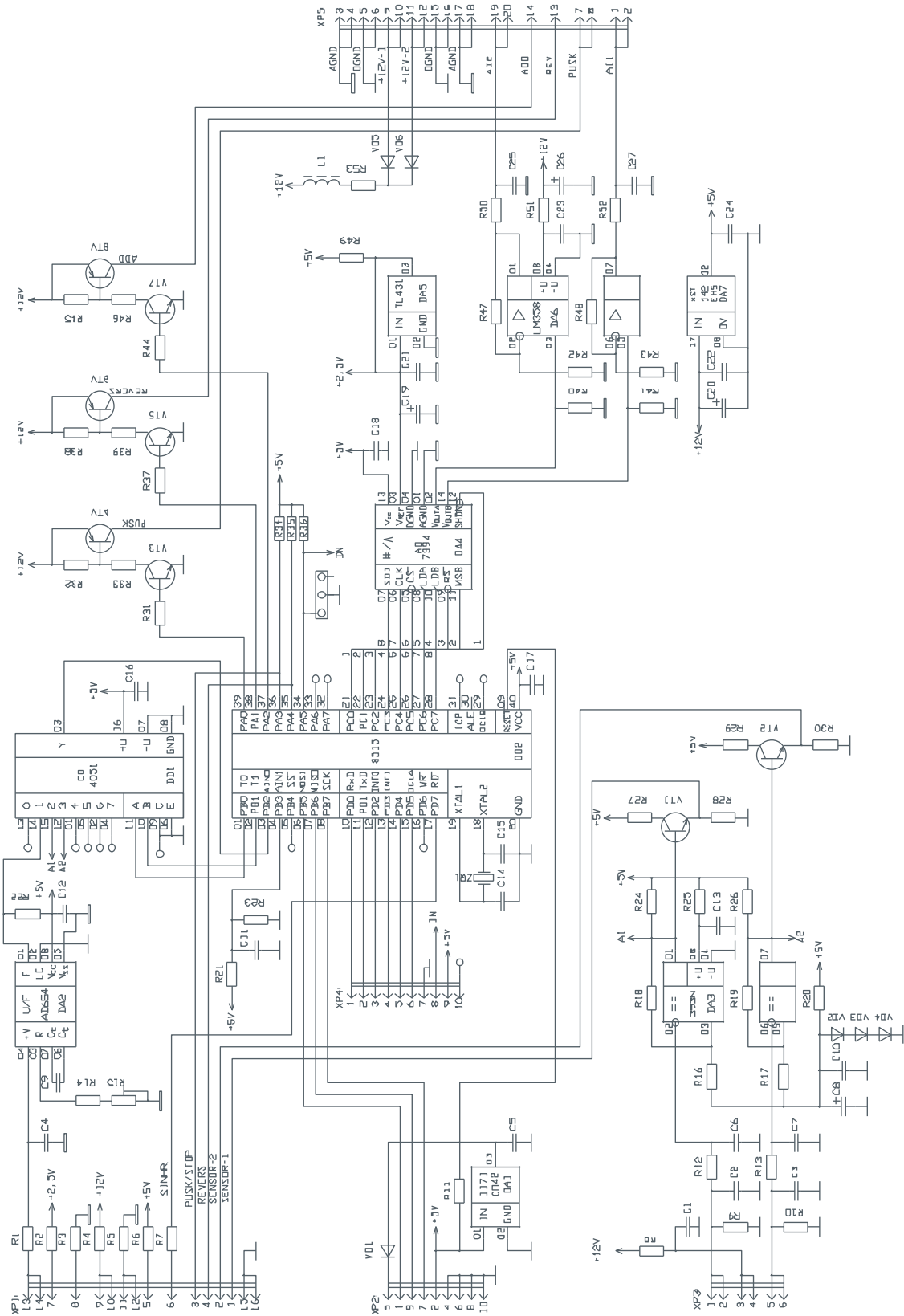
Додаток Б

Схема електрична принципова ВК кутової швидкості



Додаток В

Схема електрична принципова системи синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних електромоторів



Література

1. Башарин А. В. Управление электроприводами / А. В. Башарин, В. А. Новиков, Г. Г. Соколовский. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 392 с.
2. Ахметжанов А. А. Следящие системы и регуляторы / А. А. Ахметжанов, А. В. Кочемасов. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 288 с.
3. Батоврин А. А. Цифровые системы управления электроприводами / А. А. Батоврин. – Л. : Энергия, 1987. – 256 с.
4. Поджаренко В. О. Математичне моделювання системи керування асинхронними електродвигунами / В. О. Поджаренко, В. Ю. Кучерук, О. М. Васілевський // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія : Обчислювальна техніка та автоматизація. – Донецьк : Видавництво ДонНТУ, 2003. – № 64. – С. 71 – 77.
5. Кузнецов Б. І. Оптимальні системи керування електроприводами / Б. І. Кузнецов, І. М. Богаєнко, М. О. Рюмшин. – К. : Вища школа, 1995. – 210 с.
6. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М. : Высш. шк., 1987. – 254 с.
7. Потапов Л. А. Испытание микроэлектродвигателей в переходных режимах / Л. А. Потапов, В. Ф. Зотин. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 243 с.
8. Гернет М. М. Определение моментов инерции / М. М. Гернет, В. Ф. Ратобыльский. – М. : Машиностроение, 1969. – 248 с.
9. Гольдберг О. Д. Испытания электрических машин : учеб. для вузов / О. Д. Гольдберг. – М. : Высш. шк., 1990. – 225 с.
10. Васілевський О. М. Система контролю несинхронності обертання електромеханічних перетворювачів / О. М. Васілевський, Ю. А. Чабанюк // Оптико-електронні інформаційно-енергетичні технології. – 2006. – № 1 (11). – С. 220 – 226.
11. Сивокобыленко В. Ф. Определение параметров и характеристик машин переменного тока из опытов пуска и выбега / В. Ф. Сивокобыленко, В. И. Костенко // Известия вузов. Энергетика. – 1978. – № 5. – С. 44.
12. Сивокобыленко В. Ф. Определение параметров асинхронных машин из динамических режимов / В. Ф. Сивокобыленко, В. Б. Совпель // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. – 1977. – № 3. – С. 163.
13. Васілевський О. М. Інформаційно-вимірювальна система для синхронізації частот обертання та діагностування роторних машин / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко // Матеріали Второго Между-

народного радиоелектронного Форуму «Прикладная радиоелектроника. Состояние и перспективы развития» (МРФ-2005). – Харьков : ХНУРЕ. – 2005. – С. 48-52.

14. Поджаренко В. О. Математичне моделювання системи адаптивного керування з синхронізацією частот обертання асинхронних двигунів / В. О. Поджаренко, В. Ю. Кучерук, О. М. Васілевський, В. Ю. Марущак // Вісник Державного університету «Львівська політехніка». Серія: Автоматика, вимірювання та керування. – Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2003. – № 475. – С. 77 – 82.

15. Кулаков П. І. Датчик углової швидкості та углового прискорення / П. І. Кулаков, В. А. Поджаренко // Proceeding of the second international scientific and technical conference «Unconventional electromechanical and electrotechnical systems». – Schecin (Poland). – 1996. – P. 489-494.

16. Патент 17753 Україна, МПК G01P3/44. Датчик кутової швидкості / П. І. Кулаков, В. О. Поджаренко. – Опубл. 31.10.97, Бюл. № 5.

17. Поджаренко В. О. До питання вибору форми модулятора тахометричного перетворювача / В. О. Поджаренко, В. М. Михалевич, П. І. Кулаков // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1988. – № 1. – С. 12–18.

18. Чабан В. И. Единая математическая модель синхронной и асинхронной машин как элементов системы / В. И. Чабан, Л. А. Белый // Известия вузов. Электромеханика. – 1984. – № 3. – С. 24–28.

19. Копылов И. П. Электромеханические преобразователи энергии / И. П. Копылов. – М. : Энергия, 1973. – 166 с.

20. Чучман Ю. И. Многоцелевая математическая модель электрической машины / Ю. И. Чучман // Электротехника. – 1990. – № 9. – С. 26–29.

21. Поджаренко В. А. Системное проектирование тахометров / В. А. Поджаренко // Избыточные системы счисления, моделирование, обработка данных и системное проектирование в технике преобразования информации. – К. : Вища школа. – 1990. – С. 5–61.

22. Goss W. C. Fiber optic Rotation sensors / W. C. Goss // Society of photo – Optical Instrumentation Engineers Proceed – 1980. – V. 224. – P. 38–45.

23. Marks J. D. Wiegand effect transmission mounted speed sender / J. D. Marks // SAE technical paper series. – 1981. – № 10431. – P. 47–49.

24. Дудикевич В. Б. Нелінійні наближення з інтерполюванням для число-імпульсних вимірювальних перетворювачів / В. Б. Дудикевич // Міжнародний НТ збірник «Вимірювальна техніка та метрологія». – 1995. – Вип. 51. – С. 8–10.

25. Кирианаки Н. В. Цифровые измерения частотно-временных параметров сигналов / Н. В. Кирианаки, Р. М. Гайдучок. – К. : Вища школа, 1978. – 168 с.
26. Циделко В. Д. Проектирование микропроцессорных измерительных приборов и систем / В. Д. Циделко. – К. : Техніка, 1984. – 244 с.
27. Арменский Е. В. Электрические микромашины : учеб. пособие для студ. электротехн. спец. вузов / Е. В. Арменский, Г. Б. Фалк. – 3-е изд. – М. : Высш. шк., 1985. – 231 с.
28. Sunderland L. D. Solid State Angular Rate Sensor (VYRO) / L. D. Sunderland, E. F. Arthur // AIAA Guidance and Control Conference. – Danvers : Mass, Collection technical papers. – 1980. – P. 183–187.
29. А. с. 669291 СССР, МКИ G 01 P 3/46. Устройство для измерения угловой скорости / В. А. Поджаренко, Ю. П. Харитоненко, В. Н. Лысогор, А. С. Гоменюк (СССР). – Заявлено 18.11.77 ; Опубл. 25.06.79, Бюл. № 23. – 4 с.
30. Shintani H. Analog signal processing for tachometer, accelerometer and torque-speed curve plotting of motors by use of silicon solar cells / H. Shintani // IEEE Trans. Ind. Electron and Contr. Instrum. – 1980. – № 3. – P. 213–218.
31. Левидов В. А. Измерение скоростей (Измерительное дифференцирование) / В. А. Левидов, О. Н. Тихонов, Г. П. Цивирко. – М. : Изд-во стандартов, 1972. – 258 с.
32. Каверкин И. Я. Анализ и синтез измерительных систем / И. Я. Каверкин, Э. И. Цветков. – М. : Энергия, 1974. – 216 с.
33. Кузьмин И. В. Оценка эффективности и оптимизации автоматических систем контроля и управления / И. В. Кузьмин. – М. : Советское радио, 1971. – 214 с.
34. Аксененко М. Д. Микроэлектронные фотоприемные устройства / М. Д. Аксененко, М. Л. Бараночников, О. В. Смолин. – М. : Энергоатомиздат, 1984. – 208 с.
35. Кузьмичев В. Е. Законы и формулы физики / В. Е. Кузьмичев. – К. : Наук. думка, 1989. – 864 с.
36. Источники и приемники излучения : учебное пособие для студентов оптических специальностей вузов / [Г. Г. Ишанин, Э. Д. Панков, А. Л. Андреев, Г. В. Польщиков.] – СПб. : Политехника, 1991. – 240 с.
37. Калниболотский Ю. М. Проектирование электронных схем / Ю. М. Калниболотский, В. С. Рысин. – К. : Техніка, 1976. – 144 с.
38. Росин М. Ф. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления / М. Ф. Росин, В. С. Булыгин. – М. : Машиностроение, 1981. – 287 с.

39. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. для вузов по спец. «Радиотехника» / С. И. Баскаков. – 2-е изд. – М. : Высш. шк., 1988. – 448 с.
40. Поджаренко В. О. Сучасний стан та перспективи розвитку цифрових тахометрів / В. О. Поджаренко, П. І. Кулаков // Контроль і управління в технічних системах. – Вінниця. – 1997. – С. 49–55.
41. Підвищення точності вимірювання кутової швидкості силових електромеханічних перетворювачів під час їх синхронізації / [П. М. Сопрунюк, Ю. А. Чабанюк, О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук] // Відбір і обробка інформації. – Львів. – 2006. – № 25 (101). – С. 72–78.
42. Зубчук В. И. Справочник по цифровой схемотехнике / В. И. Зубчук, В. П. Сигорский, А. Н. Шкуро. – К. : Техніка, 1990. – 448 с.
43. Федорков Б. Г. Микросхемы ЦАП и АЦП: функционирование, параметры, применение / Б. Г. Федорков, В. А. Телец. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 320 с.
44. Патюков В. Г. Оптимальный алгоритм измерения частоты / В. Г. Патюков, М. К. Чмых // Изв. высш. учеб. заведений. Приборостроение. – 1976. – № 3. – С. 21–24.
45. Чмых М. К. Весовой метод повышения точности и помехоустойчивости цифровых измерителей частоты / М. К. Чмых // Автометрия. – 1979. – № 4. – С. 135–137.
46. Шрюфер Е. Обробка сигналів: цифрова обробка дискретизованих сигналів / За ред В. П. Бабака. – К. : Либідь, 1992. – 296 с.
47. Пар И. Т. Энергосберегающие микропроцессорные регуляторы напряжения для асинхронного привода / И. Т. Пар, З. А. Захарова // Электротехн. пром-ть. Сер. 08. Электропривод: Обзорн. информ., 1990. – Вып. 28. – С. 1–44.
48. Шёнфельд Р. Автоматизированные электроприводы / Р. Шёнфельд, Э. Хабигер. – Л. : Энергоиздат, 1985. – 464 с.
49. Веников В. А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах / В. А. Веников. – М. : Высш. шк., 1985. – 536 с.
50. Захарова З. А. Исследование совместного влияния показателей качества электроэнергии на технические характеристики асинхронного двигателя / З. А. Захарова // Электротехника. – 1990. – № 8. – С. 16–19.
51. Beaty H. W. Motors require voltage limits / H. W. Beaty // Electrical world. – 1988. – Vol. 189, № 5. – P. 52–53.
52. Кузовков Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н. Т. Кузовков. – М. : Машиностроение, 1986. – 184 с.

53. Мысливец Н. Л. Самонастраивающийся электропривод промышленного робота, построенный на базе системы подчиненного регулирования / Н. Л. Мысливец, Ю. А. Сабинин // Электропривод. – 1987. – Вып. 8 (61). – С. 23–25.

54. Васілевський О. М. Система вимірювального контролю параметрів взаємозв'язаних роторних машин : монографія / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця : УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2007. – 156 с.

55. Чабанюк Ю. А. Адаптивна система автоматичного контролю кутових швидкостей електромеханічних перетворювачів із спостережним засобом ідентифікації / Ю. А. Чабанюк, П. М. Сопрунюк, О. М. Васілевський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2006. – № 6. – С. 67–71.

56. Васілевський О. М. Інформаційно-вимірювальна система для управління технологічним процесом обдирки алмазів / О. М. Васілевський, О. А. Войтов, О. Г. Ігнатенко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Обчислювальна техніка та автоматизація». – Донецьк. – 2008. – № 14(129). – С. 165–170.

57. Патент 31827 UA, МПК (2006) G01P 3/00, Адаптивний пристрій для вимірювального контролю несинхронності обертання роторів силових електричних машин / О. М. Васілевський, О. М. Кравець. – № u200713464 ; заявл. 03.12.2007 ; опубл. 25.04.2008. бюл. № 8.

58. Васілевський О. М. Методика підвищення інструментальної складової вірогідності контролю несинхронності обертання силових електромеханічних перетворювачів / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко, О. М. Наталич // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія: «Обчислювальна техніка та автоматизація». – Донецьк : ДонНТУ. – 2009. – № 16 (147). – С. 216–222.

59. Орнатский П. П. Теоретические основы информационно-измерительной техники / П. П. Орнатский. – К. : Вища школа, 1976. – 432 с.

60. Горлач А. А. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике / А. А. Горлач, М. Я. Минц, В. Н. Чинков. – К. : Техніка, 1985. – 151 с.

61. Гутников В. С. Фильтрация измерительных сигналов / В. С. Гутников. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 192 с.

62. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов: О редукации к идеальному прибору в физике и технике / Г. И. Василенко. – М. : Сов. радио, 1979. – 272 с.

63. Демидович Б. П. Численные методы анализа / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. – М. : Энергоиздат, 1990. – 368 с.

64. Новицкий П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л. : Энергоатомиздат, 1985. – 248 с.
65. Давенпорт В. Б. Введение в теорию случайных сигналов и шумов / В. Б. Давенпорт, В. Л. Рут. – М. : ИЛ, 1970. – 498 с.
66. Тихонов В. И. Статический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем : учебное пособие для вузов / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов. – М. : Радио и связь, 1991. – 608 с.
67. Поджаренко В. О. Пристрій для вимірювання і контролю кутової швидкості та кута повороту / В. О. Поджаренко, П. І. Кулаков // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 1998. – № 2. – С. 45–50.
68. Гитис Э. И. Аналого-цифровые преобразователи : учеб. пособие для вузов / Э. И. Гитис, Е. А. Пискулов. – М. : Энергоиздат, 1981. – 360 с.
69. Андрощук В. В. Анализ погрешностей цифровых тахометров / В. В. Андрощук // Измерительная техника. – 1979. – № 7. – С. 32–34.
70. Моисеев В. С. Системное проектирование преобразователей информации / В. С. Моисеев. – Л. : Машиностроение, 1982. – 255 с.
71. Высокопроизводительные преобразователи формы информации / [А. И. Кондалев, В. А. Багацкий, В. А. Романов, В. А. Фабричев.] – К.: Наук. думка, 1987. – 280 с.
72. Дунаев Б. Б. Точность измерений при контроле качества / Б. Б. Дунаев. – К. : Техніка, 1981. – 152 с.
73. Сокол В. М. Динамическая модель высокоскоростного ротора с учетом его неуравновешенности / В. М. Сокол // Автоматизация и механизация производства. – 1996. – № 6. – С. 23–26.
74. Шнайдер А. Г. Демпфирование колебаний ротора мотор-подшипников / А. Г. Шнайдер, В. М. Сокол // Вестник машиностроения. – 1991. – № 10. – С. 28–31.
75. Березин И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – М. : Физматгиз, 1959. – 260 с.
76. Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко. – М. : Наука, 1980. – 352 с.
77. Румшинский Л. З. Элементы теории вероятностей / Л. З. Румшинский. – М. : Физматгиз, 1960. – 155 с.
78. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М.: Наука, 1964. – 654 с.
79. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные применения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – М. : Наука, 1988. – 480 с.
80. Володарський Є. Т. Метрологічне забезпечення вимірювань та контролю : навчальний посібник / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк. – Вінниця : ВДГУ, 2001. – 219 с. –

81. Богорад Г. З. Цифровые регуляторы и измерители скорости / Г. З. Богорад. – М. : Энергия, 1966. – 257 с.
82. Лассан В. Л. Измерение угловых скоростей / В. Л. Лассан. – М. : Машиностроение, 1969. – 28 с.
83. Кнорринг В. Г. Цифровые средства измерений с пространственными инкрементными шкалами / В. Г. Кнорринг. – Л. : ЛПИ, 1977. – 136 с.
84. Васілевський О. М. Методика перевірки вимірювальних каналів кутової швидкості / О. М. Васілевський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – № 3 (16). – 2009. – С. 126–129.
85. Васілевський О. М. Актуальні проблеми метрологічного забезпечення : навчальний посібник / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця: ВНТУ, 2010. – 214 с.
86. Васілевський О. М. Практикум з метрологічного нагляду за засобами вимірювання : практикум. / О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 87 с.
87. Поджаренко В. О. Опрацювання результатів вимірювань на основі концепції невизначеності : навч. посібник / В. О. Поджаренко, О. М. Васілевський, В. Ю. Кучерук. – Вінниця : ВНТУ, 2008. – 128 с.
88. МІ 13.002-2003. Методика обґрунтування рівнянь вимірювань та оцінки методичної складової похибки (невизначеності) результатів вимірювань. – Харків : ХДНДІМ. – 2003. – 11 с.
89. Яремчук Н. А. Анализ методов оценивания неопределенности косвенного измерения при нелинейности модельного уравнения / Н. А. Яремчук, М. В. Галевская // Системи обробки інформації. – 2009. – № 5 (79). – С. 54–57.
90. Васілевський О. М. Алгоритм оцінювання невизначеності у вимірюваннях при виконанні метрологічних робіт / О. М. Васілевський // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2006. – № 3 (7). – С. 147–151.
91. Захаров И. П. Теория неопределенности в измерениях : учеб. пособие для студ. высш. учеб. зав. / И. П. Захаров, В. Д. Кукуш. – Харьков : Консум, 2002. – 256 с.
92. Сопрунюк П. М. Неопределенность результатов измерений при контроле асинхронности вращения электромеханических преобразователей / П. М. Сопрунюк, А. Н. Василевский, Ю. А. Чабанюк // Системи обробки інформації. – 2006. – Вип. 7 (56). – С. 72–75.
93. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement. – Geneva : ISO, 1993. – 101 p.
94. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений» : МИ 2552-99. – Офиц. изд. – Санкт-Петербург : ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1999. – 27 с.

95. Методика обґрунтування рівнянь вимірювань та оцінки методичної складової похибки (невизначеності) результатів вимірювань : МІ 13.002-2003. – Офіц. вид. – Харків : ХДНДІМ, 2003. – 11 с.
96. Загальні вимоги до компетентності випробувальних та калібрувальних лабораторій : ДСТУ ISO/IEC 17025-2001. – [Чинний від 2001 – 01 – 01]. – К. : Держстандарт України, 2001. – 31 с. – (Національний стандарт України).
97. Аксененко М. Д. Приемники оптического излучения : справочник / М. Д. Аксененко, М. Л. Бараночников. – М. : Радио и связь, 1987. – 296 с.
98. Справочник по приемникам оптического излучения / В. А. Волков, В. К. Вялов, Л. Г. Гассанов. – К. : Техніка, 1985. – 216 с.
99. Поджаренко В. О. Вимірювання і комп'ютерно-вимірювальна техніка / В. О. Поджаренко, В. В. Кухарчук. – К. : УМКВО, 1991. – 240 с.
100. Васілевський О. М. Оцінка невизначеності вихідних сигналів засобів вимірювальної техніки в динамічних режимах роботи / О. М. Васілевський // Системи обробки інформації. – Харків. – 2010. – № 4 (85). – С. 81–84.
101. Васілевський О. М. Вібродіагностична система для оцінювання стану механічних параметрів взаємозв'язаних електромоторів / О. М. Васілевський, П. І. Кулаков, О. Г. Ігнатенко // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 4. – С. 5–9.

Наукове видання

**Васілевський Олександр Миколайович
Кулаков Павло Ігорович**

**ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИ-
МІРЮВАННЯ ТА СИНХРОНІЗАЦІЇ КУТОВИХ ШВИД-
КОСТЕЙ РОТОРІВ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНИХ ЕЛЕКТРО-
МОТОРІВ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено авторами

Підписано до друку
Формат 29,7x42¼. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman.
Друк різнографічний. Ум. друк. арк. .
Наклад прим. Зам. № .

Вінницький національний технічний університет,
науково-методичний відділ ВНТУ.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,
ВНТУ, ГНК, к. 114.
Тел. (0432) 59-85-32.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.