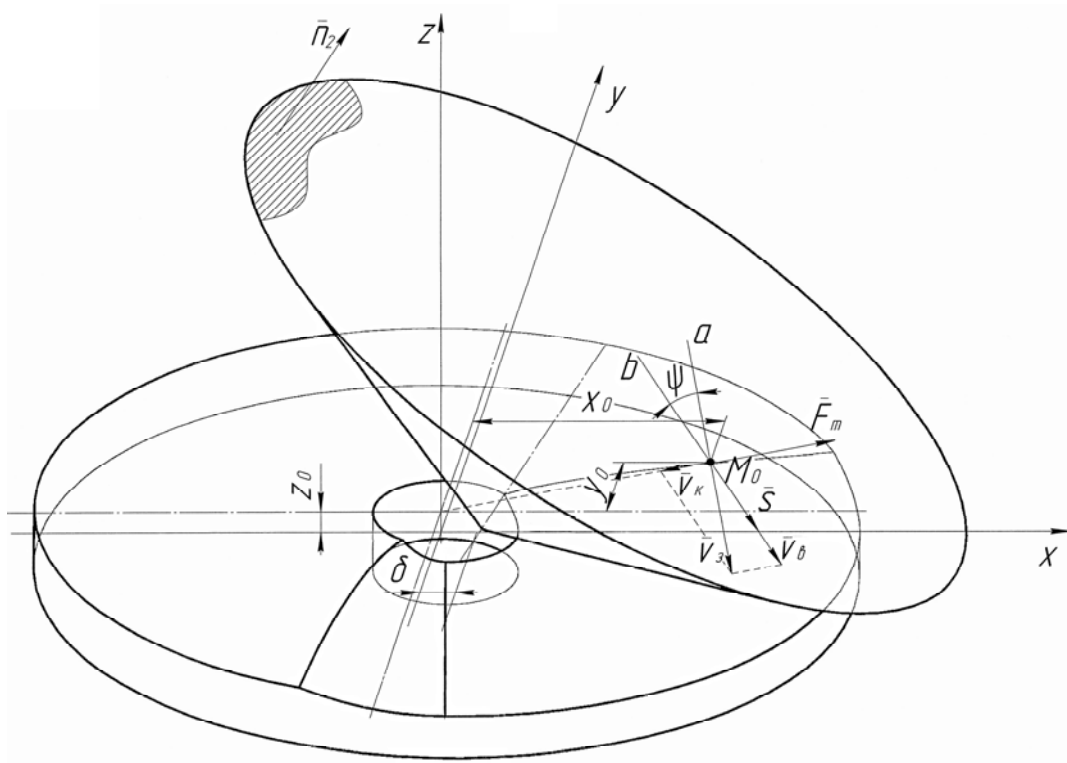


В. М. Михалевич, В. О. Красевський

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІКИ
ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРИ ХОЛОДНОМУ
ТОРЦЕВОМУ РОЗКОЧУВАННІ ТА
РОТАЦІЙНІЙ ВИТЯЖЦІ



Міністерство освіти і науки України
Вінницький національний технічний університет

В. М. Михалевич, В. О. Красівський

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
МЕХАНІКИ ФОРМОУТВОРЕННЯ ПРИ
ХОЛОДНОМУ ТОРЦЕВОМУ РОЗКОЧУВАННІ
ТА РОТАЦІЙНІЙ ВИТЯЖЦІ**

Монографія

УНІВЕРСУМ-Вінниця
2008

УДК 621.77
М 69

Рецензенти:

В. А. Огородніков, доктор технічних наук, професор

О. І. Тришевський, доктор технічних наук, професор

Рекомендовано до друку Вченою радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № 5 від 29.11.2007 р.)

Михалевич В.М., Краєвський В.О.

М 69 Математичне моделювання механіки формоутворення при холодному торцевому розкочуванні та ротаційній витяжці: Монографія. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2008. – 188 с.

ISBN 978-966-641-

В монографії представлені матеріали досліджень та результати практичних розробок з питань розширення технологічних можливостей методів обробки металів тиском із локальним прикладенням деформуючого зусилля, таких як холодне торцеве розкочування та ротаційна витяжка. На основі математичного моделювання запропоновано розрахунковий апарат з визначення механіки формоутворення (кінематики течії металу, накопичення пошкоджень та напружено-деформованого стану заготовок), який дозволить на стадії проектування визначати параметри відповідних технологічних процесів для забезпечення необхідних умов деформування. Запропоновано методики оцінки енергосилових параметрів для проектування обладнання. У роботі отримала подальший розвиток тензорна теорія накопичення пошкоджень.

УДК 621.77

ISBN 978-966-641-

© В. М. Михалевич, В. О. Краєвський, 2008

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. МЕТОДИ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ ІЗ ЛОКАЛЬНИМ ПРИКЛАДЕННЯМ ДЕФОРМУЮЧОГО ЗУСИЛЛЯ	8
1.1. Загальна характеристика методів	8
1.2. Ротаційна витяжка циліндричних та конічних оболонки	10
1.2.1. Визначення енергосилових параметрів обладнання ротаційної витяжки	13
1.3. Холодне торцеве розкочування.....	15
1.3.1. Обладнання для холодного торцевого розкочування ...	18
1.3.2. Залежність інтенсивності і напрямку течії матеріалу заготовки під час формоутворення холодним торцевим розкочуванням від технологічних параметрів процесу	20
РОЗДІЛ 2. ОЦІНКА ПЛАСТИЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ.....	25
2.1. Оцінка пластичності матеріалів під час стаціонарного деформування	25
2.2. Критерії руйнування при складному холодному деформуванні.....	26
2.3. Порівняльний аналіз скалярних та тензорних моделей накопичення пошкоджень на прикладі двохетапного холодного деформування	34
2.4. Розробка тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів”.....	38
2.4.1. Побудова структури вихідних співвідношень стосовно двохетапного деформування	38
2.4.2. Здобуття критеріальних співвідношень, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів” стосовно двохетапного деформування	41

2.4.3. Узагальнення тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” для випадку багатоетапного деформування.....	51
2.4.4. Перевірка адекватності тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним	53
2.5. Метод визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень.....	56
2.5.1. Розробка методу визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень.....	56
2.5.2. Перевірка адекватності запропонованого методу визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень наявним експериментальним даним немонотонного деформування	64
РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ	66
3.1. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком.....	66
3.2. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком	71
3.3. Визначення площі контакту інструменту із заготовкою при холодному торцевому розкочуванні конічним валком із врахуванням утворення пластичної хвилі	80
3.4. Згинання смуги змінного перерізу.....	89
3.4.1. Напружено-деформований стан заготовки під час згинання широкої смуги із врахування зміцнення	89
3.4.2. Згинання смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що сумірні із відстанню між ними.....	98
3.4.3. Визначення вигнутої осі смуги на початку процесу згинання.....	108
3.4.4. Визначення вигнутої осі смуги у кінці процесу згинання.....	110
3.4.5. Врахування товщини заготовки при згинанні смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що сумірні із відстанню між ними	112

3.6.6. Визначення осьового та поперечного зусилля при згинанні смуги	121
--	-----

РОЗДІЛ 4. УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ..... 123

4.1. Розробка та дослідження процесу ротаційної витяжки циліндричних та конусних оболонок 123

4.1.1. Рекомендації щодо вибору схеми та інструменту для ротаційної витяжки	123
---	-----

4.2.2. Визначення енергосилових параметрів обладнання ...	124
---	-----

4.2.3. Розрахунок геометричних параметрів заготовки	129
---	-----

4.2.5. Визначення технологічних можливостей процесу формування зовнішніх буртів	131
---	-----

4.2.6. Розробка спеціалізованої оснастки для ротаційної витяжки та впровадження у виробництво	134
---	-----

4.3. Розробка та дослідження процесу переформування квадратних заготовок у круглі..... 144

4.3.1. Вибір технологічної схеми процесу переформування	144
---	-----

4.3.2. Дослідження напружено-деформованого стану заготовки під час процесу переформування.....	148
--	-----

4.2.3. Оцінка енергосилових параметрів обладнання.	150
---	-----

4.3. Розробка методики визначення граничних розмірів заготовок для комбінованого процесу переформування квадрата у круг із наступним формуванням ротаційною витяжкою 151

ПІСЛЯМОВА.....	154
-----------------------	------------

ЛІТЕРАТУРА.....	155
------------------------	------------

ДОДАТКИ.....	166
---------------------	------------

ВСТУП

Актуальною задачею металообробної промисловості є скорочення відходів та втрат металопродукції за рахунок заміни технологічних процесів, що основані на різанні металів, економічними методами формоутворення деталей. Найбільш ефективно ця задача вирішується шляхом використання процесів холодної пластичної деформації, які дозволяють максимально наблизити форму заготовки до форми готового виробу, а в ряді випадків виключити необхідність подальшої обробки. Використовуючи метод холодного деформування замість обробки різанням, можна в 2...3 рази підвищити коефіцієнт використання металу. При цьому забезпечується висока якість поверхні заготовок, покращуються фізико-механічні характеристики матеріалу, підвищується продуктивність праці та створюються умови для повної автоматизації виробництва.

Основна складність при розробці процесів холодного об'ємного штампування полягає в тому, що в холодному стані метали чинять великий опір деформуванню і в більшості випадків мають недостатньо високу пластичність. Отже, для отримання виробів потрібне обладнання великої потужності. Крім того, через високі контактні напруження не завжди достатньою є стійкість інструмента, обмежуються технологічні можливості отримання складнопрофільних виробів. Через невисоку пластичність матеріалів, що оброблюються, існує велика небезпека їх руйнування у процесі деформування.

Значно розширити можливості холодного деформування, а, отже, збільшити його частку серед процесів обробки металів тиском, можна шляхом розробки і використання процесів деформування із локальним осередком деформування. Локалізація осередку деформації дозволяє на порядок знизити зусилля деформування та потужність обладнання, збільшує стійкість інструмента.

Саме до процесів обробки металів тиском із локальним прикладенням деформуючого зусилля відносяться холодне торцеве розкочування та ротаційна витяжка. До переваг цих процесів слід віднести екологічну чистоту, безшумність, низьку вартість та універсальність обладнання, високу якість готових виробів, можливість отримання деталей, штампування яких звичайними методами ускладнене чи неможливе. Це дозволяє віднести холодне торцеве розкочування та ротаційну витяжку до найперспективніших напрямків в обробці металів тиском.

Використання холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки тим не менше не усуває проблеми руйнування матеріалу, втрати стійкості заготовок. У монографії:

- визначаються технологічні можливості процесів холодного торцевого розкочування і ротаційної витяжки;

- розроблено розрахунковий апарату з визначення механіки формоутворення (кінематики течії металу, накопичення пошкоджень та напружено-деформованого стану заготовок), який дозволить на стадії проектування визначати параметри технологічного процесу для забезпечення необхідних умов деформування;

- містяться розробки високоефективних технологічних процесів отримання конкретних виробів.

РОЗДІЛ 1. МЕТОДИ ОБРОБКИ МЕТАЛІВ ТИСКОМ ІЗ ЛОКАЛЬНИМ ПРИКЛАДЕННЯМ ДЕФОРМУЮЧОГО ЗУСИЛЛЯ

1.1. Загальна характеристика методів

Локальний метод обробки металів тиском – це процес, у якому заготовка, чи її частина, деформується шляхом послідовного переміщення малого осередку деформації вздовж неї. Локалізація може бути виражена ще більше за рахунок нагріву вузького осередку деформації і миттєвого охолодження деформованих ділянок.

Особливості локальних методів:

- наявність позаконтактних зон наближає схему навантаження в локалізованому пластичному осередку до всебічного стиску, що забезпечує стійкість технологічного процесу;
- з тієї ж причини створюються умови для підвищення допустимого ступеня деформації, що сприяє розширенню технологічних можливостей процесу;
- локалізація осередку знижує необхідне осьове зусилля та дозволяє реалізувати процес на менш металомісткому обладнанні;
- тенденція до рівномірного інтегрального розподілення деформації, що сприяє зниженню залишкових напружень чи їх вирівнюванню;
- своєрідна течія металу, що призводить до появи у центральній зоні напружень розтягу;
- зменшення об'єму та висоти гальмуючих зон пластичної течії, і, як наслідок, можливість отримання деталей із тонким полотном;
- суттєва позаконтактна деформація, що призводить до значного зменшення роботи поверхневих сил тертя;
- зниження максимальних контактних напружень у порівнянні із традиційними процесами формоутворення, що є результатом особливих контактних умов.

Ці особливості локальних методів обробки металів тиском відкрили великі технологічні можливості використання їх у машинобудуванні.

Процеси штампування із локальним прикладенням деформуючого зусилля досить різноманітні за технологією, інструментом та обладнанням (рис. 1.1). Їх конкретний вибір залежить від постановки

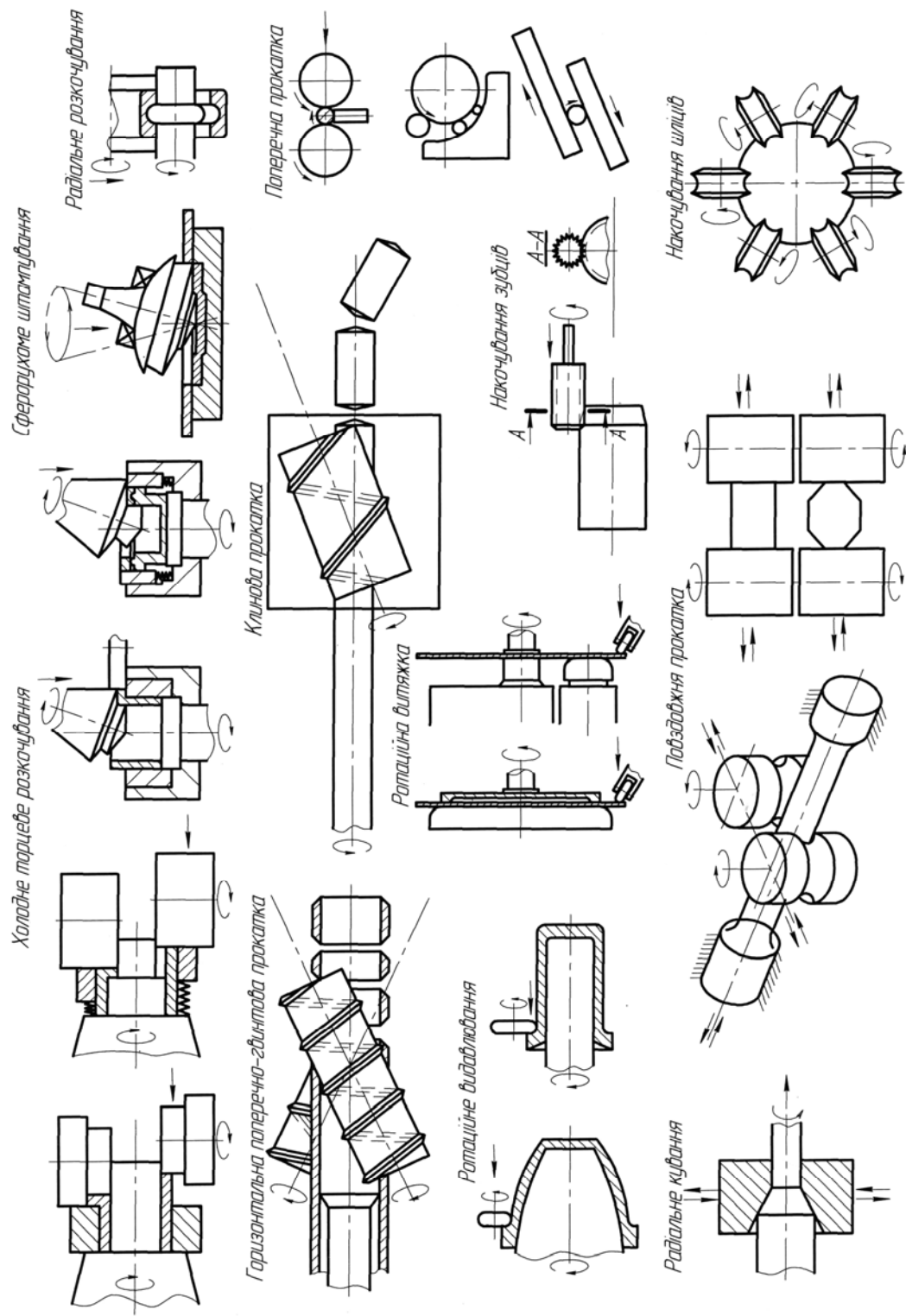


Рис. 1.1. Основні схеми процесів обробки заготовок із локальним осередком деформування

задачі (форма і розміри деталі, матеріал, вимоги до якості, об'єм продукції тощо). До найбільш перспективних процесів холодної деформації із локальним прикладенням деформуючого зусилля відносяться ротаційна витяжка та холодне торцеве розкочування.

1.2. Ротаційна витяжка циліндричних та конічних оболонок

Процес виготовлення виробів на обкочувальних машинах без стоншення стінки називають по-різному. У вітчизняній літературі його називають давильною обробкою [33, 34, 31, 125], обкочуванням [67], давильно-обкочувальним процесом [139], ротаційним видавлюванням, ротаційною витяжкою [103, 104, 105, 106] і т. д. Але ГОСТом від 1973 р. замість термінів «обкочування», «давильна обробка», «давильно-обкочувальний процес», «ротаційна витяжка» введений один термін «ротаційна витяжка», який і зустрічається в літературі, що випускається після 1973 р. У США цей процес називається спінінгуванням, гідроспінінгом, силовим спінінгуванням, силовим формоутворенням роликками, формоутворенням при обертанні, ротаційною роздачею [67]. У ФРН прийнятий термін видавлювання [32]. В монографії надалі буде використовуватись для позначення процесу термін ротаційна витяжка.

Основні переваги ротаційної витяжки у порівнянні із виготовленням аналогічних виробів на пресах:

- значно менша вартість устаткування завдяки меншим масам і розмірам;
- простота і мала металомісткість оснащення, тому що площа робочих поверхонь інструменту значно менша від площі днища; оснащення простіше у виготовленні і може бути використане для одержання виробів різної товщини, різних діаметрів, а також близьких до розмірів нестандартних виробів;
- майже в 5 – 6 разів менша тривалість переналагодження інструменту;
- високі якість і точність одержуваних виробів;
- універсальність обладнання: на тому самому устаткуванні можна виготовляти вироби різних типів при значній зміні їхніх діаметрів і товщин.

Розвитку теорії та технології ротаційної витяжки сприяли праці В. Ф. Баркая, М. А. Гредитора, В. Г. Капоровича, Ю. І. Козлова, В. Г. Кононенка, Н. І. Могильного, Б. В. Розанова, І. П. Ренне, Г. А. Смірнова-Аляєва, А. Г. Трояна, Л. Г. Юдіна, С. П. Яковлева [11, 10, 33, 34, 31, 56, 57, 67, 68, 73, 104, 105, 106, 124, 126, 148, 125, 139]

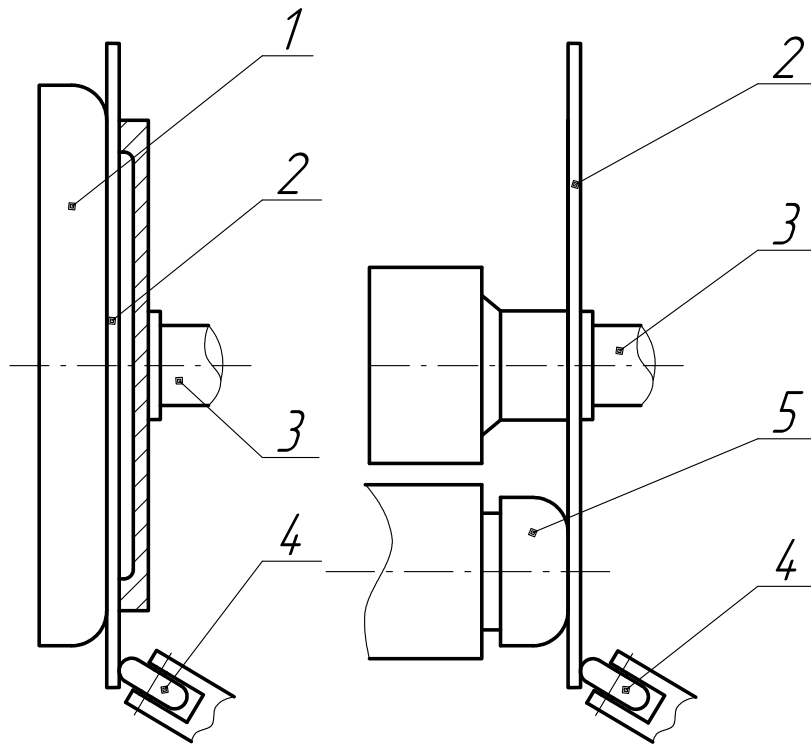


Рис. 1.2. Ротаційна витяжка вісесиметричних деталей
 1 – оправка; 2 – заготовка; 3 – прижим; 4 – розкочувальний ролик;
 5 – підтримуючий ролик

та ін., а також закордонних дослідників С. Кобяшні, С. Колпакчіоглу, Ч. Уїка Е. Томсена, П. Шродера [63, 72, 140] та ін.

Значний вклад в теорію та практику формоутворення оболонкових деталей локальним прикладенням деформуючого зусилля внесли Харківський авіаційний інститут, ВНДІ МетМаш, Краматорський індустріальний інститут, Омський, Тульський та Тбіліський політехнічні інститути, Східноукраїнський державний університет.

Вперше в Україні дослідження можливостей та закономірностей ротаційної витяжки були розпочаті В. Г. Кононенком ще на початку 50-х років [73]. В. Г. Кононенко запропонував гіпотезу механізму деформування заготовки, що обертається, яка є першим наближенням до розгляду зв'язку деформації та напружень. Суть гіпотези полягає в тому, що матеріал під давильником вминається і поводить себе як мембрана, що прогинається під його тиском. Дослідження В. Г. Кононенка показали, що головними факторами, що визначають співвідношення деформацій у лунці є: форма та розмір інструменту, співвідношення радіусів кривизни деталі та інструменту у місці контакту, величина зусилля давильника. Гіпотеза лунок, що сформульована у вигляді відповідних рівнянь, пояснює ряд явищ формоутворення оболонок ротаційною витяжкою.

Дослідження В. Ф. Баркая у Тбіліському політехнічному інституті були направлені на вивчення стійкості фланця заготовки при ротаційній витяжці з допомогою створеного ним терезоподібного пристосування для вимірювання зусилля згинання пластинки в статичному та динамічному станах [11, 10]. У якості критерію оцінки втрати стійкості в статичному стані при обертанні був прийнятий провал пластичності під навантаженням. Значна частина досліджень В. Ф. Баркая стосувалась процесів ротаційної витяжки конічних оболонок проєціюванням, для яких розроблені методики визначення напружено-деформованого стану, енергосилових параметрів обладнання.

Розвитку процесів формоутворення порожнинних деталей прикладенням локального деформуючого навантаження сприяли праці В. Г. Капоровича [56, 57] (Краматорський індустріальний інститут), який досліджував закономірності формоутворення оболонок з трубчатої заготовки, вивчаючи кінематику та динаміку обтиску кінців труб, стійкість заготовки, енергосилові параметри процесу, обладнання та інструменту. Роботи В. Г. Капоровича носять характер комплексних досліджень, направлених на розв'язання проблем теорії, технології, обладнання та оснастки.

У працях М. А. Гредитора, Б. В. Розанова, А. Г. Трояна [33, 34, 31, 125, 139] вироблені певні рекомендації з вибору режимів ротаційної витяжки в залежності від форми деталі, властивостей оброблюваного металу, геометрії інструменту та інших факторів. Ці роботи представляють великий практичний інтерес для узагальнення досвіду та визначення на цій основі шляхів удосконалення процесів ротаційної витяжки.

Н. І. Могильний [104, 105, 106] та його учні в Східноукраїнському державному університеті своїми дослідженнями внесли суттєвий вклад у розробку теорії ротаційної витяжки та методів проектування технології, обладнання, пристосувань та інструменту, а також вивчення кінематики, динаміки та енергосилових параметрів різноманітних схем ротаційної витяжки без примусового стоншення стінок деталей. Співробітниками створеної на базі Східноукраїнського державного університету лабораторії розроблені спеціальні схеми ротаційної витяжки та траєкторії руху давильного інструменту, пристосування для механізації та автоматизації ротаційної витяжки. Розроблені наукові основи проектування технології ротаційної витяжки та засобів для її здійснення, які ґрунтуються на вивченні контактних умов взаємодії давильного ролика із заготовкою в осередку деформації, механіки формоутворення, стійкості заготовки в процесі ротаційної витяжки, властивостей матеріалу, що оброблюється, геометрії інструменту та розмірів осередку деформації.

Теоретичні основи процесу ротаційної витяжки розроблені на базі вивчення типових технологічних відмов: втрати стійкості заготовки при формоутворенні оболонки локальним навантаженням, що рухається за заданою програмою, гофроутворення під дією напружень стиску, надмірні стоншення та розриви заготовок внаслідок великих напружень та недостатньої пластичності матеріалів.

Розв'язано багато задач визначення залежності граничної стійкості заготовки від форми та розмірів осередку деформації, траєкторії руху інструменту, кривизни твірної оболонки, форми та якості заготовки, величини напружень розтягу та стиску.

В області ротаційної витяжки із навмисним стоншенням стінок великий інтерес представляють роботи Л. Г. Юдіна, С. П. Яковлева, І. П. Ренне [148, 124] та інших. Поміж закордонних дослідників слід відмітити роботи С. Кобояши, Ч. Уїка, С. Колпакчіоглу [140, 63, 72], які досліджували закономірності формоутворення конусів із навмисним стоншенням стінки.

В роботах багатьох авторів відзначається недостатнє вивчення можливостей формоутворення оболонкових деталей методами ротаційної витяжки. Проблеми удосконалення процесів ротаційної витяжки та підвищення їх ефективності приваблюють увагу багатьох вчених, інженерів та винахідників, про що свідчить значна кількість патентів та авторських свідоцтв, які отримані за останні роки.

Інформація про ефективність та можливості ротаційної витяжки розсіяна по різних працях, журналах, дисертаціях, спеціальних збірниках та з великими труднощами доходить до тих, хто приймає рішення про використання нових технологій, що також є одним із суттєвих гальм у розвитку та використанні прогресивних технологій.

1.2.1. Визначення енергосилових параметрів обладнання ротаційної витяжки

Визначення зусилля деформування при виготовленні циліндричних та конічних оболонок на давильно-розкочувальних машинах в холодному стані потрібно проводити при розробці технології ротаційної витяжки, при проектуванні нового обладнання та в інших випадках.

Розгляд реальних умов навантаження при ротаційній витяжці приводить до висновку, що напружено-деформований стан заготовки є досить складним. Проведення аналізу із врахуванням усіх діючих у реальному осередку деформації напружень і відповідних їм деформацій викликає великі труднощі і не дає можливості отримати розв'язок у замкненому вигляді [67].

Зусилля, що викликає деформацію та формоутворення заготовки, змінюється за величиною та напрямом із постійною зміною точки прикладання. Гвинтоподібні рухи натискного ролика і прогин заготовки у напрямі руху ролика викликають появу на межі осередку деформації згинальних моментів та перерізувальних сил. Навантаження тут місцеве і несиметричне відносно опори.

У роботі [137] процес ротаційної витяжки представлено як процес поширення місцевого згину заготовки на всю поверхню оболонки, крім центрального круга, що знаходиться під верхнім штампом. Місцевий згин заготовки здійснюється боковим зусиллям, що передається через боковий ролик. Криву контуру ділянки, що деформується, виражено многочленом

$$Y = a + bx + cx^2 + dx^3. \quad (1.1)$$

Крім того, приймається умова симетричності контуру. Згідно з цим припущенням, на основі розв'язку рівнянь рівноваги ділянки, що деформується, сумісно із рівнянням пластичності отримано формулу для обчислення зусилля, що діє на натискний ролик

$$Q = \frac{\sigma_s}{2} \cdot \left(\frac{4\bar{Y}^2 - \bar{X}^2}{\bar{X}\bar{Y}} s^2 - \frac{16s^3\bar{Y}^2 - s\bar{X}^4}{2\bar{X}^2\bar{Y}} \right); \quad (1.2)$$

$$\bar{X} = \frac{2\pi R_a}{3}; \bar{Y} = 2R_a, \quad (1.3)$$

де R_a – радіус бокового ролика; s – товщина заготовки; σ_s – межа текучості.

Експериментально встановлено, що на зусилля видавлювання впливають головним чином механічні властивості матеріалу σ_s , товщина s , ширина фланця B , подача h , радіус ролика R_a [73]. Крім того зусилля залежить від діаметра заготовки D , від радіусів заокруглень оправки та валка. Згідно з формулою (1.2) зусилля деформування залежить лише від механічних властивостей матеріалу, товщини заготовки та радіуса ролика. Тобто вираз (1.2) не враховує значної кількості технологічних параметрів процесу ротаційної витяжки.

Для визначення зусилля при ротаційній витяжці у роботі [68] використано розв'язок невісесиметричної задачі для прогину круглої пластини, що закріплена по внутрішньому контуру. Але, зважаючи на допущення, на базі яких отримано вираз для знаходження зусилля формоутворення при ротаційній витяжці, можна зробити висновок, що

цей вираз придатний для розрахунку зусиль при малих подачах для обмеженого діапазону місць прикладення сили. Фактично зусилля визначається на початку процесу формоутворення і, якщо оправка і валок мають значні радіуси заокруглення, то такий метод дає суттєво занижене значення зусилля [73].

Зважаючи на складність визначення зусилля деформування розрахунковими методами у роботі [105] була зроблена спроба знайти емпіричні залежності для визначення зусилля ротаційної витяжки від технологічних параметрів процесу. Повне зусилля формоутворення розбивали на три взаємно перпендикулярні складові: осьову P_x , нормальну P_y та колову P_z . Складові повного зусилля вимірювали за допомогою розробленого трикомпонентного силовимірювального пристрою. На базі обробки експериментальних досліджень було запропоновано емпіричні формули для інженерного розрахунку максимального зусилля деформування

$$\begin{aligned} P_y &= 0,612\sigma_a s B^{0,75} h^{0,18}, \\ P_x &= 0,495\sigma_a s B^{0,75} h^{0,18}, \\ P_z &= 0,115\sigma_a s B^{0,75} h^{0,18}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Співвідношення (1.4) дають досить значні розбіжності із експериментальними даними, коли оправка і валок мають значні радіуси заокруглення порівняно із товщиною заготовки.

1.3. Холодне торцеве розкочування

Холодне торцеве розкочування відноситься до нових технологічних засобів обробки металів тиском, причому, під засобами маються на увазі як пристрої та машини для здійснення своєї рідної схеми навантаження об'єкта, що оброблюється, так і прийоми, способи дії, які направлені на досягнення тих позитивних ефектів, які забезпечують конкурентноздатність методу по відношенню до традиційних технологічних процесів.

Сучасний стан розвитку холодного торцевого розкочування є результатом вкладу А. П. Агеєва, Р. А. Бабушкіна, К. Н. Богоявленського, Л. В. Виноградова, Н. М. Йолкіна, В. Д. Ковальова, Н. А. Корякіна, Л. Т. Кривди, В. В. Лапіна, В. А. Матвійчука, В. В. Наговіцина, В. А. Огороднікова, А. С. Пшенішнюка, М. Т. Селіна та інших дослідників Санкт-Петербурзької, Іжевської та Київської шкіл [7, 8, 15, 16,

17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 44, 81, 89, 90, 91, 111, 122], З. Марциняка (Польща), P. M. Standring, A. Appleton, R. A. Slater, W. Jonson, J. V. Hawkyard (Англія), K. Kuba, Y. Hirai, M. Kobayashi, T. Nakane (Японія) та ін.

Перша розробка процесу штампування обкочуванням була проведена у 1907 р. Слайком (Slick) в патенті про конструкцію машини для штампування обкочуванням від імені фірми Bethlehem Steel Corporation [1, 5]. У 1928 р. запропонована ідея пресу для торцевого розкочування, а у 1929 р. англієць Massey запатентував розробку пресу для сферорухомого штампування [2]. Вказані патенти не знайшли свого практичного втілення аж до кінця 60-х років, що було пов'язано із рядом проблем, зокрема, із динамічною незрівноваженістю машини. Значний розвиток та промислове освоєння штампування обкочуванням почались лише у кінці 60-х років за рахунок розвитку та покращення конструкції різних типів підшипників [4].

Процес холодного торцевого розкочування дозволяє отримати холодним деформуванням вісесиметричні, суцільні і порожнинні складнопрофільні вироби з тонкостінними елементами значних розмірів. Формозміна заготовок може реалізовуватись за такими схемами: осаджування, висадка зовнішніх і внутрішніх буртів на трубчастих заготовках; пряме і зворотне видавлювання; роздавання, відбуртовка, ротаційна витяжка, чеканка тощо.

При торцевому розкочуванні в якості основного деформуючого інструменту використовують валки циліндричної чи конічної форми. Циліндричний деформуючий валок (рис. 1.3) формує внутрішні та профільні зовнішні бурти за схемою висадки [18]. Діаметр циліндричного валка не залежить від розмірів деталі, а визначається конструктивними особливостями обладнання.

Значно більші технологічні можливості забезпечує деформуючий інструмент у вигляді конічного валка, що розташований під кутом до осі обертання деталі (див. рис. 1.3). Конічний валок дає можливість формування деталі за схемами висадки, прямого та оберненого видавлювання, роздачі, осаджування, карбування [18]. При деформації конічним валком у ряді випадків можна відмовитись від використання оправки, що спрощує конструкцію оснастки. Недоліками конічного інструменту є складність форми валка та залежність розміру інструменту від розміру деталі.

Холодному торцевому розкочуванню властиві всі основні переваги методів локальної обробки металів тиском, що впливають із обмеженості приконттактного шару та впливу зовнішніх зон, пластично недеформованих чи таких, що частково піддаються деформації під ді-

єю матеріалу, що витікає з приконтрної області, чи під дією інших зовнішніх сил.

Із впровадженням розкочування на машинобудівних підприємствах коефіцієнт використання металу збільшується до 0,8; на 30–35% знижується трудомісткість обробки та на 6–12% зменшується потреба у виробничих площах (кожний станок дозволяє вивільнити два-три токарних), що забезпечує досягнення значного економічного ефекту у порівнянні із діючими технологічними процесами [37].

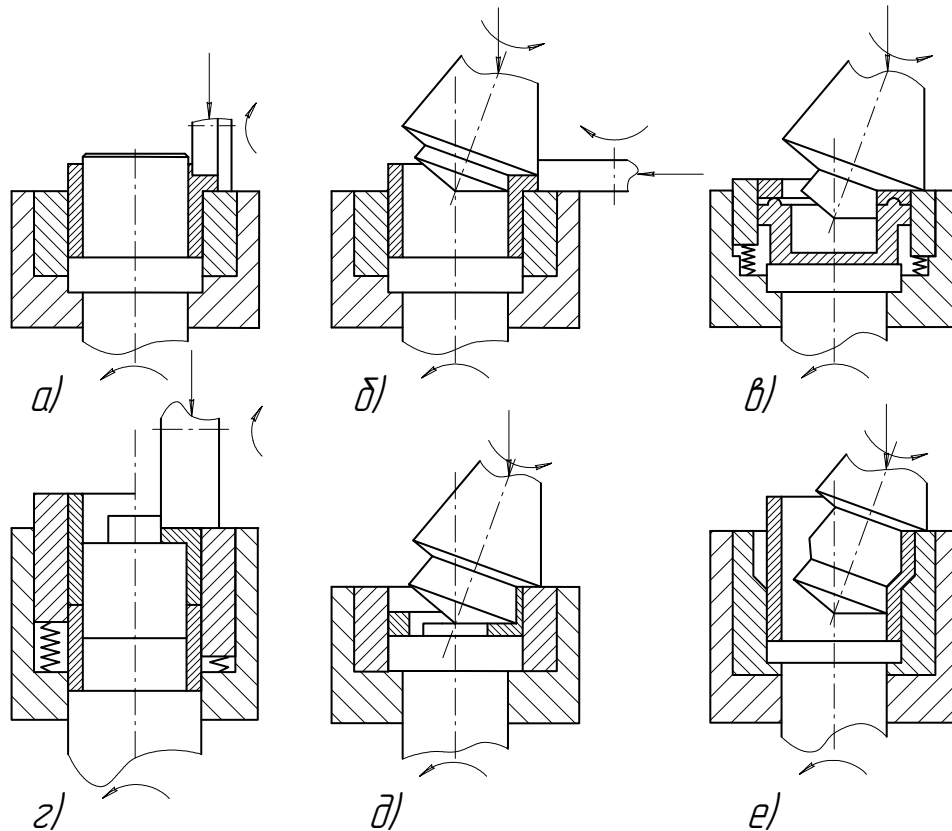


Рис. 1.3. Схеми холодного торцевого розкочування:

а, б – висадка зовнішнього бурта; в – чеканка; г – висадка зовнішнього бурта; д – обернене видавлювання; е – роздача

Можливість використання обладнання відносно невеликої потужності (розрахункове зниження зусилля зменшується у 14,3...21,4 рази у порівнянні із традиційними методами штампування) при виготовленні великогабаритних деталей, а також низька вартість оснащення (металомісткість машин у 10...15 раз нижча) та незначний час підготовки виробництва та переналагодження обладнання дозволяють ефективно використовувати процеси торцевого розкочування у дрібносерійному виробництві. У середньому затрати на розробку та створення преса для штампування обкочуванням складає 25 % від вартості звичайного преса аналогічних технологічних можливостей

[122]. Безшумність процесу сприяє покращенню умов праці та підвищенню культури виробництва.

Використання процесів холодного торцевого розкочування сприяє більш повній автоматизації виробництва, а також супроводжується покращенням фізико-механічних властивостей матеріалу, при цьому забезпечується оптимальне розташування волокон металу, що призводить до підвищення експлуатаційних властивостей готових виробів.

Вказані переваги холодного торцевого розкочування дозволили успішно впровадити цей процес не лише в масове виробництво (підшипникова та автотракторна промисловості) [15, 17, 18, 26, 55], але також і на підприємствах з малосерійним та індивідуальним характером виробництва (електронне приладобудування, хімічне машинобудування та ін.) [34, 89].

1.3.1. Обладнання для холодного торцевого розкочування

Для реалізації холодного торцевого розкочування на практиці застосовуються такі типи обладнання:

- а) модернізовані різьбонакочувальні верстати;
- б) розкочувальні верстати на базі гідравлічних пресів;
- в) спеціалізовані прецизійні напівавтомати.

1.3.1.1. Модернізовані різьбонакочувальні верстати. На базі різьбонакочувальних верстатів ГД-8 і UPW-25x100 створено три типи розкочувальних верстатів: МРБ-35; UPW-25М; МРК-30. Модернізація полягає у заміні нерухомої головки різьбонакочувального верстата на торцеву головку, що містить шпindel, на планшайбі якого встановлюється матричний блок (таблиця 1.1.).

В розкочувальних верстатах МРБ-35 і UPW-25М використовується привід обертання шпінделя рухомої головки. Шпindel торцевої головки обертається за рахунок сил тертя, що виникають на контакті заготовки з валком і матрицею. Розкочувальним інструментом є циліндричний валок, що встановлюється на шпінделі рухомої головки.

Верстат МРК-30 оснащено вузлом з конічним розкочувальним валком. Вузол кріпиться до опорних поверхонь рухомої головки і включає корпус зі шпінделем, що може вільно обертатись і сприймати значне осьове і радіальне навантаження. Кут нахилу осі шпінделя, в якому закріплюється конічний валок, складає 10° .

1.3.1.2. Розкочувальні верстати на базі гідравлічних пресів. В умовах дрібносерійного виробництва розкочувальний верстат можна створити на базі гідравлічного преса, який має достатню для встанов-

Таблиця 1.1

Технічні характеристики розкочувального обладнання
на базі різьбонакочувальних верстатів

Параметри	Розмірність	Модель		
		UPW-25M	МРБ-35	МРК-30
Зусилля розкочування	кН	250	350	350
Швидкість обертання шпинделя	об/хв	50...100	40...90	60
Кут між віссю валка та віссю деталі	град	90	90	10
Продуктивність	шт/г	30...100	30...100	30...100
Габаритні розміри				
довжина	мм	2300	2300	2300
ширина	мм	1240	1360	1300
висота	мм	1240	1400	1400
Маса	кг	3600	4200	4200
Потужність приводу обертання	кВт	5,0	7,5	7,5

лення пристрою робочу зону. Модернізація преса полягає в тому, що до верхньої плити прикріплюють розкочувальну головку з валком. В отворі нижньої плити преса розміщується змонтований в окремому корпусі шпиндель приводу обертання матричного блока. Розкочувальні головки виконують в двох варіантах: з непривідним циліндричним або непривідним конічним валком. Застосування тієї чи іншої головки зумовлено конфігурацією деталі і схемою розкочування. Непривідний розкочувальний валок обертається за рахунок контакту з заготовкою, яка обертається завдяки приводу матричного блока. Кут між віссю шпинделя торцевої головки і віссю розкочувального валка становить: для конічного валка – 10° , для циліндричного валка – 90° .

Матричний блок закріплюється на планшайбі шпинделя торцевої головки. Привід обертання здійснюється від електродвигуна через редуктор. Дані верстати забезпечують великі зусилля розкочування. Зокрема верстат ДБ-2436 зусиллям 800 кН дозволяє розкочувати габаритні деталі діаметром до 250–300 мм.

1.3.1.3. Спеціалізовані прецизійні розкочувальні напівавтомати. Азовським заводом ковальсько-пресових автоматів освоєно випуск напівавтоматів КО9013, СО424, САО428 зусиллям відповідно 125, 250 та 630 кН [15]. Ці верстати включають такі вузли: станина, корпус, редуктор, шпиндель, головка розкочувальна, гідроциліндр, суппорт, виштовхувач, електрообладнання. В якості розкочувального інстру-

мента застосовується конічний валок. Технічні характеристики розкочувальних верстатів представлені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Технологічні характеристики напівавтоматів для холодного торцевого розкочування

Параметри	Розмірність	Модель		
		КО9013	СО424	САО424
Зусилля деформації	кН	125	250	630
Швидкість обертання матриці	об/хв	125	200	200
Потужність приводу обертання	кВт	6	18,5	30
Продуктивність	шт/г	240	150	100
Діаметр вихідної заготовки	мм	60	125	250
Ширина бурта готової деталі	мм	15	25	40
Висота бурта готової деталі	мм	10	15	25
Габаритні розміри верстата				
довжина	мм	2000	3500	4600
ширина	мм	2000	1240	2000
висота	мм	1200	1240	1500
Маса верстата	кг	3000	3600	15000

1.3.2. Залежність інтенсивності і напрямку течії матеріалу заготовки під час формоутворення холодним торцевим розкочуванням від технологічних параметрів процесу

При переформуванні квадратних заготовок у круглі методом штампування обкочуванням при нульовому зміщенні валка було помічено, що в центрі заготовки метал інтенсивно переміщувався на периферію, внаслідок чого відбувалось значне стоншення заготовки в центрі, аж до руйнування і появи отвору [20]. Це обмежувало можливості процесу, оскільки не дозволяло отримати суцільні круглі заготовки необхідної якості.

Аналогічний результат отримано у роботі [149]. Появу стоншення в центрі тонкої заготовки із великим відношенням діаметра до висоти автори роботи пояснювали дією підпираючих напружень. „Осередок деформації розташований поза контактної зони („шарнір пластичності”), а у напрямі по висоті діють напруження стиску, так що там можливе виникнення центрального стоншення, а також руйнування заготовки.”

У роботі [55] автори намагаються пояснити течію матеріалу на периферію під час торцевого холодного розкочування кільцевих заготовок на основі закону найменшого опору. Осередок деформації, що

утворюється при торцевому розкочуванні кільця, умовно розділили на зони переважної течії металу (рис. 1.4). При малих кутах нахилу інструменту утворюється осередок із більшою протяжністю у коловому напрямі, тому в осередку такої форми виникають лінії розділу течії металу у радіальному (всередину та назовні – лінія mn) та у радіально-коловому напрямках. При великих кутах нахилу інструменту утворюється осередок великої протяжності в радіальному напрямі, тому на ньому можливі лінії розділу металу в коловому (лінія kl) та радіально-коловому напрямках. Осередок із рівною протяжністю як у радіальному, так і у коловому напрямках має лінії розділу течії металу в радіально-колових напрямках. Розкочування кільця близьке до повздовжньої прокатки смуги, тому осередок із більшою протяжністю у коловому напрямі можна умовно назвати вузьким осередком із переважанням радіальної деформації, а осередок із більшою протяжністю у радіальному напрямі – широким осередком із переважанням колової деформації. Перехідному осередку відповідає рівний розвиток деформацій.

Умовна границя розділу радіальної течії металу проходить поблизу кола середнього радіуса, а умовна границя розділу колової течії металу – приблизно посеред осередку деформації, зважаючи на відносно невеликі подачі h при торцевому розкочуванні. Умовні границі розділу течії металу у радіально-коловому напрямі визначені по лініях, точки яких приблизно рівновіддалені від лінії зовнішніх контурів осередку деформації. За даними роботи [55], на цих границях контакт-

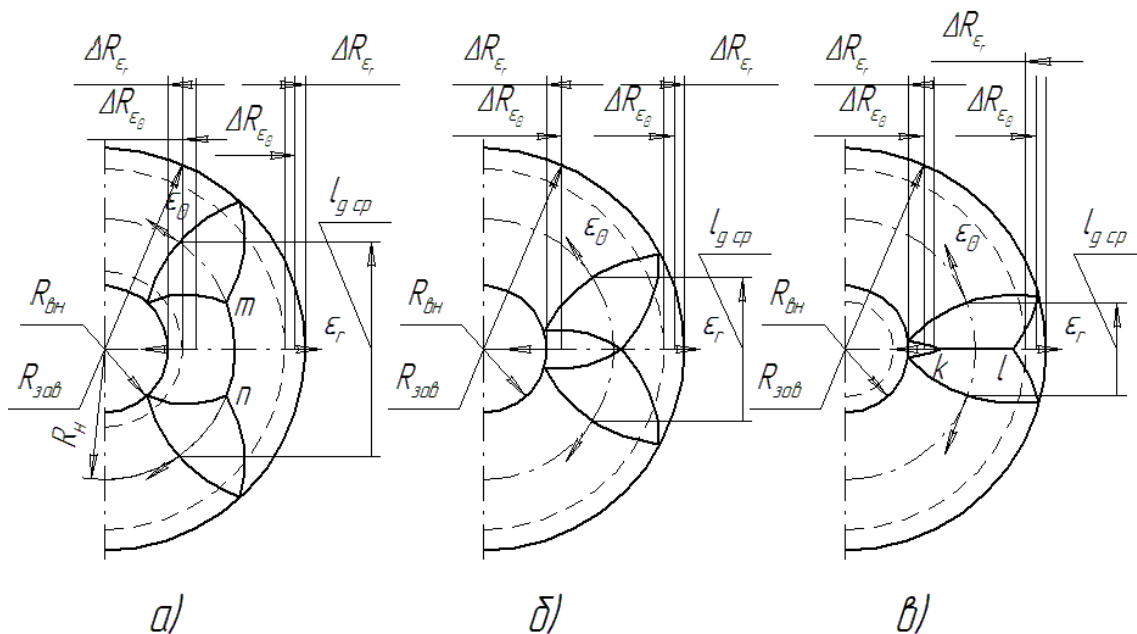


Рис. 1.4. Осередок деформації при торцевому розкочуванні:
а – вузький; б – перехідний; в – широкий

не дотичне напруження повинно бути направлено під кутом 45° до радіального чи колового напрямку. Наявність таких границь при торцевому розкочуванні підтверджується дослідженням контактних напружень, напрямом яких змінюється від 0° до 180° . Криволінійність умовних границь розділу течії металу в радіально-коловому напрямі визначається криволінійністю границь осередку деформації при розкочуванні заготовки конічним інструментом змінного радіуса кривизни, що збільшується до периферії заготовки.

Згідно з роботою [55], форма осередку залежить від кута α нахилу інструменту та подачі на один оберт h . До кінця деформації подача h зменшується, і форма осередку деформації в кінці деформації в основному залежить від α . Перехідному осередку при великих ступенях деформації відповідає розкочування із кутом $\alpha \approx 3^\circ$. на початковій стадії процесу, коли відносна висота заготовки h_0/d_0 та подача h значні, найбільш характерною є вузька форма осередку із переважанням радіальної деформації. Колова деформація ε_θ при торцевому розкочуванні розвивається у замкненому контурі, що викликає приріст радіальних розмірів заготовки $\Delta R_{\varepsilon_\theta}$. На прикладі кільця показано, що приріст радіальних розмірів ΔR_{ε_r} від радіальної деформації на внутрішньому контурі кільця направлений назустріч приросту $\Delta R_{\varepsilon_\theta}$, а на зовнішньому збігається з ним. Це вказує на наявність колової лінії розділу радіальної течії металу. При деформації з вузьким осередком ($\alpha < 3^\circ$), коли переважає радіальна деформація, отвір кільця зменшується, а при деформації з широким осередком $\alpha > 3^\circ$, коли в кінці розкочування переважає колова деформація, отвір кільця збільшується.

Вільний розвиток тієї чи іншої деформації в центрі суцільної заготовки стримується відсутністю отвору, що санкціонує появу значних додаткових напружень першого роду. При деформації з вузьким осередком у центрі діють додаткові напруження стиску, а в кінці деформації із широким осередком – додаткові напруження розтягу, що призводять до руйнування заготовки.

Пояснення таким чином течії металу під час торцевого розкочування кільцевих виробів відповідає дійсності лише, коли вершина конуса валка лежить на осі обертання заготовки. Але існують експериментальні дані [49, 50] розкочування кільцевих виробів, коли без зміни виду осередку деформації (без зміни кута нахилу інструменту α та подачі інструменту h), змінивши лише взаємне положення центра валка та центра заготовки (ексцентриситет встановлення валка δ) можна досягнути зміни течії металу по відношенню до центра заготовки. Тобто, пояснення течії металу через вид осередку деформації (ву-

зький, перехідний, широкий) не описує усі ефекти, які спостерігаються при холодному торцевому розкочуванні.

У роботі [26] відмічено, що при висадці розкочуванням зовнішніх буртів інтенсивність та напрямок течії металу, особливо приконттактних із інструментом шарів, залежить від багатьох параметрів процесу холодного торцевого розкочування: положення вершини валка по відношенню до осі заготовки, тобто ексцентриситету валка δ ; відношення вихідної висоти деформованої частини заготовки до товщини стінки h_0/b_0 ; значення одиничного обтиснення h , тобто обтиснення за один оберт.

По характеру формозміни авторами роботи [50] виділяються такі особливості висадки розкочуванням зовнішніх буртів:

1. Плавне неперервне збільшення кривизни опуклої вільної поверхні бурта протягом усього процесу формозміни (рис. 1.5а).
2. Переважна течія на початковій стадії розкочування шарів матеріалу, що контактують із розкочувальним валком, внаслідок чого у вершини бурта утворюється гостра кромка, а його вільна поверхня стає ввігнутою (рис. 1.5б).
3. Утворення в результаті утяжки похилої кільцевої площадки на периферійній частині торцевої поверхні бурта (рис. 1.5в).

Формозміна за схемою, що показана на рис. 1.5б, є характерною для розкочування суцільних чи з великою товщиною стінки заготовок, при невеликих одиничних обтисненнях. Характер напруженого стану у зоні найбільшого розширення, виходячи із залежності між кривизною вільного контуру та видом напруженого стану, близька до одноосьового розтягу. Наявність напруг розтягу в сукупності із значними локальними деформаціями біля гострої кромки при розкочуванні заготовок із малопластичних матеріалів приводить до зародження тріщин навіть при незначних розмірах бурта. Тому появи гострої кромки в процесі розкочування слід уникати, чого досягнути можна за рахунок збільшення одиничного обтиснення та зміщення валка за вісь заготовки ($\delta < 0$).

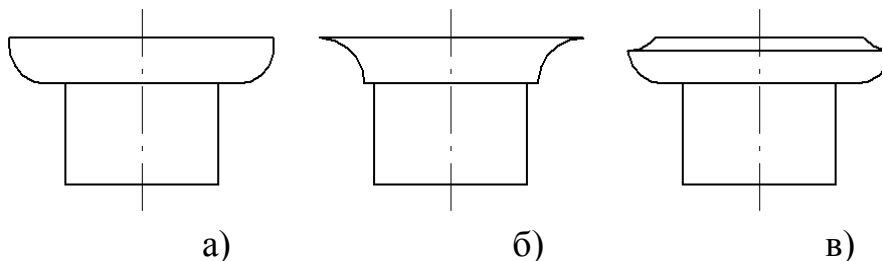


Рис. 1.5. Характер формозміни буртів при висадці розкочуванням

Поява кільцевої похилої площадки (див. рис. 1.5в) спостерігається при збільшенні h_0/b_0 . Формозміна заготовки в цьому випадку проходить за схемою вивороту частини, що деформується. Такий характер формозміни допустимий при розкочуванні пластичних матеріалів та може бути використаний для отримання розвинутих буртів із висотою меншої товщини стінки заготовки.

При розкочуванні із збільшенням одиничного обтиснення зменшується нерівномірність розподілення деформації. При цьому контур бурта наближається до прямокутної форми (див. рис. 1.5а).

Значний вплив на інтенсивність течії при контактних шарів металу коефіцієнта тертя дає змогу авторам роботи [50] зробити припущення щодо визначального впливу на напрям та інтенсивність течії металу неузгодженості на контактній поверхні швидкостей валка та заготовки. Наслідком цього є зміна напрямку вектора ковзання та напрямку течії при контактному шару деформованого матеріалу. Але жодних спроб знайти залежність взаємного розташування векторів швидкості валка та інструменту у плямі контакту, а, отже, напрямку та інтенсивності течії металу від параметрів процесу, в літературі знайдено не було. Через недостатнє вивчення кінематики течії металу не розкриваються всі переваги торцевого розкочування, знижується економічна ефективність використання цієї технології, що є однією із найважливіших причин незадовільного її засвоєння у промисловості.

РОЗДІЛ 2. ОЦІНКА ПЛАСТИЧНОСТІ МАТЕРІАЛІВ

Можливості пластичної формозміни металів обмежені. Іноді необхідні для реалізації технологічного процесу деформації перевищують пластичність матеріалу – ступінь деформації, при якій утворюється тріщина, що виявляється неозброєним оком. Розрахункова оцінка деформівності, тобто здатності заготовки витримувати ту чи іншу технологічну операцію не руйнуючись, на стадії проектування технологічного процесу сприяє його інтенсифікації та значній економії, що пов'язана із зменшенням обсягу експериментальних досліджень.

При оцінці деформівності необхідне визначення деформацій, при яких утворюється магістральна тріщина, в залежності від властивостей матеріалу, напружено-деформованого стану, історії деформування, температурно-швидкісних умов.

2.1. Оцінка пластичності матеріалів під час стаціонарного деформування

Під пластичністю розуміється накопичена до моменту руйнування пластична деформація. Залежність пластичності від виду напруженого стану при фіксованих температурно-швидкісних умовах характеризується діаграмою пластичності, що є механічною характеристикою матеріалу. Діаграму пластичності здебільшого будують у координатах $\eta - \varepsilon_{*c}$, де η – коефіцієнт жорсткості напруженого стану, ε_{*c} – накопичена до руйнування деформація. Вважається, що діаграма пластичності, побудована у вказаних координатах, є єдиною для різних напружених станів.

Отже, деформування проходить без руйнування, якщо накопичена деформація задовольняє нерівність

$$\varepsilon_u < \varepsilon_{*c}(\eta), \quad (2.1)$$

де $\varepsilon_{*c}(\eta)$ – пластичність, що залежить від виду напруженого стану, температури, швидкості деформації.

Здебільшого в сучасній обробці металів тиском використовується вираз коефіцієнта жорсткості напруженого стану, що запропонований В. А. Бабичковим

$$\eta = \frac{3\sigma}{\sigma_u} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_u}, \quad (2.2)$$

де σ – середнє нормальне напруження; σ_u – інтенсивність напружень.

2.2. Критерії руйнування при складному холодному деформуванні

Складним холодним деформуванням згідно з класифікацією, що запропонована в [98], називається деформування, при якому напрямний тензор приростів деформацій $\beta_{ij}(\varepsilon_u) \neq const$, де

$$\beta_{ij} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{\sqrt{d\varepsilon_{ij} \cdot d\varepsilon_{ij}}}, \quad (2.3)$$

де $d\varepsilon_{ij}$ – прирости пластичних деформацій.

Найбільший розвиток та застосування для аналізу руйнування в процесах обробки матеріалів тиском отримала теорія деформівності. Методи оцінки деформівності отримали свій розвиток головним чином у роботах А. О. Богатова, Г. Д. Деля, І. А. Кийко, В. Л. Колмогорова, В. А. Огороднікова, О. І. Мижирицького, В. М. Михалевича, І. О. Сивака, С. В. Смірнова, Г. А. Смірнова-Аляева [14, 39, 40, 41, 58, 71, 98, 101, 109, 111, 112, 117, 129, 130, 131].

Першу модель накопичення пошкоджень у вигляді функціонала запропонував В. Л. Колмогоров [71]

$$\psi = \int_0^t B(\tau) \cdot E(t - \tau) \cdot \frac{Hd\tau}{A_{*c}(\eta(\tau))}, \quad (2.4)$$

де ψ – ступінь використання запасу пластичності, що змінюється від 0 у початковому стані до 1 при вичерпанні ресурсу пластичності; t, τ – час; $E(t - \tau)$ – коефіцієнт, що враховує самозаліковування дефектів при високій температурі; $B(\tau)$ – коефіцієнт, що враховує історію деформування; A – ступінь деформації зсуву.

Враховуючи, що для холодного деформування $E(t - \tau) = 1$, а також те, що величина A відрізняється від накопиченої деформації ε_u на сталий множник

$$A = \sqrt{3}\varepsilon_u \quad (2.5)$$

маємо

$$\psi = \int_0^t B(\tau) \cdot \frac{\dot{\varepsilon}_u(\tau)}{\varepsilon_{*c}(\eta(\tau))} \cdot d\tau. \quad (2.6)$$

Оскільки в літературі відсутні дані про коефіцієнт B , то приймається умова, що $B = 1$ і модель (2.6) матиме такий вигляд

$$\psi = \int_0^t \frac{\dot{\varepsilon}_u(\tau)}{\varepsilon_{*c}(\eta(\tau))} \cdot d\tau. \quad (2.7)$$

Відмітимо аналогію між наведеною умовою деформівності та лінійним законом підсумовування пошкоджень в умовах повзучості та при циклічних навантаженнях.

При $\eta = \text{const}$ умова (2.7) стає еквівалентною (2.1). Експериментальна перевірка умови (2.7) показала, що багато експериментальних даних не вміщувались в рамки лінійного принципу. Це викликало появу нелінійної моделі [40, 109, 111]

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} n \cdot \frac{\varepsilon_u^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n(\eta(\varepsilon_u))} \cdot d\varepsilon_u, \quad (2.8)$$

де n – деяка функція, що залежить від “напряму деформування”. У випадку складного монотонного деформування (деформування при умові, що показник напруженого стану може змінюватись) у роботах В. А. Огороднікова [109] функцію n рекомендується визначати із співвідношення

$$n = 1 + a \cdot \text{arctg} \frac{d\eta}{d\varepsilon_u}. \quad (2.9)$$

На основі результатів експериментів визначено $a = 0,2$ та висувається припущення, що константа a в (2.9) мало залежить від властивостей матеріалу [109].

Співвідношення (2.8) базується на скалярному поданні параметра ψ і в зв'язку з цим при описанні процесів немонотонного складного деформування має ряд недоліків, зумовлених тим, що в ньому не в повній мірі враховується направлений характер виникаючих при пластичній деформації пошкоджень. У протиріччі із цією умовою знаходиться здатність тіл, зруйнованих при одному напруженому стані, витримувати досить великі деформації при іншому напруженому стані.

О. А. Ільюшин [53] уперше висунув гіпотезу, що пошкодження як функціонал тензорів напружень $\sigma_{ij}(\tau)$ може бути лише тримірним тензором або сукупністю тензорів інших порядків.

Найпростіший варіант теорії накопичення пошкоджень макрочастинки будується в припущенні, що тензор пошкоджень є симетричним тензором другого рангу. При цьому не виключається, що пошкодження можуть описуватись і скаляром, який в окремих випадках може бути побудованим на основі тензора пошкоджень.

У роботі [53] пропонується лінійна теорія накопичення пошкоджень, в якій тензор пошкоджень є симетричним тензором другого рангу. Тензор пошкоджень ψ поділяється на девіаторну $\psi_{ij}(t)$ та шарову $\psi(t)$ частини

$$\psi_{ij}(t) = \int_0^t \varphi_1(t-\tau) \cdot S_{ij}(\tau) d\tau; \quad (2.10)$$

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi_2(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau, \quad (2.11)$$

де $\sigma = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}$ – середнє напруження.

Ядра φ_1 і φ_2 можна визначити за результатами дослідів на повзучість при зсуві і при випробуванні на розтяг.

Загальний вигляд критерію руйнування А. А. Ільюшина

$$M_m(\psi, \psi_i, \psi_\Delta) = C_m, \quad (2.12)$$

де $m=1,2,3,\dots$ – номери мір і можливих видів руйнування; C_m – константи матеріалу такі, що коли для будь-якого m виконується умова (2.12), то відбувається руйнування типу m ; ψ_i – другий інваріант девіатора пошкоджень; ψ_Δ – третій інваріант девіатора пошкоджень:

$$\psi_i = \psi_{ij} \psi_{ij}; \quad (2.13)$$

$$\psi_\Delta = \det |\psi_{ij}|. \quad (2.14)$$

І. А. Кийко використовує векторне зображення тензора девіатора другого рангу $P\{P_{ij}\}$ у п'ятивимірному просторі. Вектор

пластичності \vec{P} з координатами P , що побудований лінійним чином на основі вектора швидкості деформацій $\vec{\varepsilon}$ має вигляд

$$P_i(t) = \int_0^t A_{ij} [T(\tau), \eta(\tau), \vec{\varepsilon}(\tau)] \cdot \dot{\varepsilon}_j(\tau) d\tau. \quad (2.15)$$

Симетричні матриці функцій A_{ij} знаходяться з експериментів. Якщо ці функції не залежать від швидкості деформації, то компоненти вектора пластичності можна переписати у вигляді

$$P_i = \int_0^{\varepsilon_{*ci}} \dot{\varepsilon}_i d\tau, \quad (2.16)$$

де $\varepsilon_{*ci}(\eta)$ – діаграма пластичності, для виду навантаження i .

Принципово новий етап в побудові моделей руйнування відкривається із появою робіт Г. Д. Деля [39]. Г. Д. Дель визначив компоненти тензора-девіатора накопичення пошкоджень таким чином

$$\psi_{ij}(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) \cdot \beta_{ij} \cdot d\varepsilon_u. \quad (2.17)$$

де $F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) = \frac{df}{d\varepsilon_u}$ – позитивна функція, яка залежить від характеристик матеріалу.

Функція пошкоженості f вибрана у вигляді степеневі залежності [39]

$$f = (1-a) \cdot \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\eta)} + a \cdot \left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\eta)} \right)^2, \quad (2.18)$$

де a – коефіцієнт, який залежить від властивостей матеріалу.

Перший інваріант девіатора ψ_{ij} дорівнює нулю. Нехтуючи впливом третього інваріанта, умову руйнування Г. Д. Дель записує у вигляді

$$\psi_{ij} \psi_{ij} = 1. \quad (2.19)$$

Модель накопичення пошкоджень (2.17) є тензорно-лінійною (лінійна відносно напрямного тензора β_{ij}). У роботі А. А. Мишуліна та В. М. Михалевича [102] розроблена тензорно-нелінійна модель.

Необхідно викласти основні положення побудови тензорної теорії руйнування, що сформульовані в [53, 98]:

1. В початковому стані компоненти тензорів напружень і деформацій в кожній макрочастинці, а також їх похідні за координатами дорівнюють нулю, тобто початковий стан макрочастинки припускається природним.
2. Стан макрочастинки припускається однорідним у будь-який момент часу $t \in [0, t_*)$.
3. Постулюється існування тензора пошкоджень ψ_{ij} з такими властивостями:

Тензор ψ_{ij} однозначно визначається процесом деформації.

Тензор ψ_{ij} характеризує накопичення пошкоджень в частинці і стан, що безпосередньо передують руйнуванню макрочастинки. Існує деяка невід'ємна міра пошкоджень $M(\psi)$, що є функцією інваріантів тензора пошкоджень, причому

$$M(\psi) < 1 \quad (2.20)$$

для незруйнованого стану і

$$M(\psi) = 1 \quad (2.21)$$

у момент руйнування.

4. Гранична до руйнування деформація матеріалу при стаціонарному деформуванні є відомою функцією, що характеризує властивості матеріалу (діаграма пластичності або поверхня граничних деформацій):

$$\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}(I), \quad (2.22)$$

де I – сукупність безрозмірних інваріантів напружено-деформованого стану.

Згідно з даними положеннями тензорно-нелінійна модель А. А. Мишуліна та В. М. Михалевича [102] для випадку холодного деформування має вигляд

$$\psi_{ij} = \int_0^{\varepsilon_u} F(\varepsilon_u, \eta, \mu_\sigma) \cdot \left\{ a \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) + b \cdot \left[\beta_{ik}(\varepsilon_u) \cdot \beta_{kj}(\varepsilon_u) - \frac{1}{3} \cdot \delta_{ij} \right] \right\} \cdot d\varepsilon_u, \quad (2.23)$$

де $\beta_{ik}\beta_{kj}$ – квадрат тензора β_{ij} ; δ_{ij} – одиничний тензор, $\delta_{ij} = 1$ при $i = j$ і $\delta_{ij} = 0$ при $i \neq j$; $a = a(\eta, D)$, $b = b(\eta, D)$ – параметри моделі, які повинні бути визначені; D – третій інваріант β_{ij} .

В якості міри пошкоджень прийнято другий інваріант дівіатора пошкоджень

$$M(\psi) = \psi_u(\varepsilon_u) = \sqrt{\psi_{ij} \cdot \psi_{ij}}, \quad (2.24)$$

що задовольняє умови згідно з гіпотезою 3.2.

$$\begin{cases} \psi_u(0) = 0; \\ \psi_u(\varepsilon_*) = 1, \end{cases} \quad (2.25)$$

де ε_* – накопичена до руйнування деформація в даному процесі деформування.

У роботі [98] запропонована головна нелінійна модель накопичення пошкоджень

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(Q) = \int_0^Q \{ & A_1 \cdot \delta_{ij} + A_2 \cdot \beta_{ij}(q) + A_3 \cdot \beta_{ik}(q) \beta_{kj}(q) + A_4 \cdot \beta_{ij}(Q) + \\ & + A_5 \cdot \beta_{ik}(Q) \cdot \beta_{kj}(Q) + A_6 \cdot [\beta_{ik}(Q) \cdot \beta_{kj}(q) + \beta_{ik}(q) \cdot \beta_{kj}(Q)] + \\ & + A_7 \cdot [\beta_{ik}(Q) \cdot \beta_{kl}(Q) \cdot \beta_{lj}(q) + \beta_{ik}(q) \cdot \beta_{kl}(Q) \cdot \beta_{lj}(Q)] + \\ & + A_8 \cdot [\beta_{ik}(q) \cdot \beta_{kl}(q) \cdot \beta_{lm}(Q) \beta_{mj}(Q) + \\ & + \beta_{ik}(Q) \cdot \beta_{kl}(Q) \cdot \beta_{lm}(q) \beta_{mj}(q)] \} \cdot dq, \end{aligned} \quad (2.26)$$

де Q, q – параметр, який змінюється монотонно (зазвичай це час t або накопичена деформація ε_u); $A_i(p) (i = \overline{1, 8})$ – функції, які потрібно визначати; p – сукупність аргументів; β_{ij} – напрямний тензор тензора T (як тензор розглядається тензор напружень σ_{ij} , тензор швидкостей деформацій $\dot{\varepsilon}_{ij}$ або тензор приростів деформацій $d\varepsilon_{ij}$).

Якщо у співвідношенні (2.26) виключити члени, що відповідають аргументу Q , то дістанемо тензорно-нелінійну модель

$$\psi_{ij}(Q) = \int_0^Q \{ A_1 \cdot \delta_{ij} + A_2 \cdot \beta_{ij}(q) + A_3 \cdot \beta_{ik}(q) \beta_{kj}(q) \} \cdot dq, \quad (2.27)$$

з якої для випадку холодного деформування легко отримати (2.23).

У роботі [98] також показано, що для врахування третього інваріанта девіатора пошкоджень міра пошкодження має бути подана не у вигляді функції, а у вигляді функціонала. Найпростішим поданням такого роду є вираз

$$M(\psi_{ij}(\varepsilon_u)) = \int_0^{\varepsilon_u} \left\{ C_1 [D(\varepsilon_u^*)] \cdot \frac{d[\psi_u(\varepsilon_u^*)]}{d\varepsilon_u^*} + \right. \\ \left. + C [D(\varepsilon_u^*)] \cdot \frac{d[\psi_\Delta(\varepsilon_u^*)]}{d\varepsilon_u^*} \right\} \cdot d\varepsilon_u^*, \quad (2.28)$$

де $D = |\beta_{ij}|$ – визначник третього порядку; $\psi_u = \psi_{ij} \psi_{ij}$ – другий інваріант девіатора пошкоджень; $\psi_\Delta = \frac{\psi_{ij} \psi_{jk} \psi_{ki}}{3}$ – третій інваріант девіатора пошкоджень; $C_1 = C_1(D)$, $C = C(D)$ – деякі функції D .

Кількісну відповідність розрахункових та експериментальних даних у деяких випадках можна покращити вдалим вибором апроксимації функції пошкоженості f . Очевидно, що функція f повинна задовольняти такі умови

$$f(0, \varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_\sigma^{(0)})) = 0; \\ f(\varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_\sigma^{(0)}), \varepsilon_{*c}(\eta^{(0)}, \mu_\sigma^{(0)})) = 1. \quad (2.29)$$

Одну з таких апроксимацій (квадратичну функцію пошкоженості) запропонував Г. Д. Дель у вигляді (2.18). У роботі В. М. Михалевича [98] наведені інші апроксимації функції пошкоженості. До найпростіших можна віднести степеневу

$$f\left(\psi = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}}\right) = \psi^n, n > 1 \quad (2.30)$$

та експоненціальну

$$f(\psi) = \frac{e^{s\psi} - 1}{e^s - 1}, s > 0. \quad (2.31)$$

В умовах стаціонарного холодного деформування з ростом накопиченої деформації пошкодженість незмінно збільшується, тому функція f повинна бути монотонно зростаючою. Для цього достатньо забезпечити виконання нерівності

$$f'(\psi) > 0. \quad (2.32)$$

Природно уявлення про те, що швидкість накопичення пошкоджень збільшується з наближенням до моменту руйнування. Для виконання цієї умови достатньо поставити вимогу

$$f''(\psi) > 0. \quad (2.33)$$

Для степеневі залежності (2.30) із умови (2.32) впливає нерівність $n > 0$, а із (2.33) – $n > 1$. Для експоненціальної залежності (2.31) умова (2.32) виконується завжди, тобто ця умова не накладає ніяких обмежень на межі зміни s . Нерівність (2.33) виконується лише при $s > 0$.

Апроксимація

$$f(\psi) = \frac{e^{s\psi^n} - 1}{e^s - 1} \quad (2.34)$$

об'єднує властивості апроксимацій (2.30) та (2.31). Функцію f можна зобразити у вигляді суми експонент

$$f(\psi) = \sum_{k=1}^m b_k \cdot \frac{e^{s_k \psi} - 1}{e^{s_k} - 1}, \sum b_k = 1, \quad (2.35)$$

звідки при $m = 2$ дістанемо

$$f(\psi) = b_1 \cdot \frac{e^{s_1\psi} - 1}{e^{s_1} - 1} + (1 - b_1) \cdot \frac{e^{s_2\psi} - 1}{e^{s_2} - 1}. \quad (2.36)$$

Не всі апроксимації функції пошкодженості f можна подати у вигляді функції, що залежить лише від ψ . До таких апроксимацій відноситься експоненціальна функція виду

$$f(\varepsilon_u, \varepsilon_{*c}) = \frac{e^{m\varepsilon_u} - 1}{e^{m\varepsilon_{*c}} - 1}, m > 0. \quad (2.37)$$

Різних апроксимацій функції f – безліч. Необхідне вивчення властивостей моделей, що базуються на різних апроксимаціях функції f .

2.3. Порівняльний аналіз скалярних та тензорних моделей накопичення пошкоджень на прикладі двохетапного холодного деформування

Візьмемо для порівняння скалярну нелінійну модель зі степеневим ядром

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} n \cdot \frac{\varepsilon_u^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n (\eta(\varepsilon_u))} \cdot d\varepsilon_u. \quad (2.38)$$

Визначимо адекватність запропонованих скалярної (2.38) і тензорної (2.23) моделей експериментальним даним двохетапного холодного деформування металів. При такій схемі деформування в межах кожного етапу маємо стаціонарне деформування, причому при $0 \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_u^{(1)}$, справедливо $\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \beta_{ij}^{(1)} = const$, $\eta(\varepsilon_u) = \eta^{(1)}$, $\mu_\sigma(\varepsilon_u) = \mu_\sigma^{(1)}$, а при $\varepsilon_u^{(1)} \leq \varepsilon_u \leq \varepsilon_u^{(2)}$ – $\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \beta_{ij}^{(2)}$, $\eta(\varepsilon_u) = \eta^{(2)}$, $\mu_\sigma(\varepsilon_u) = \mu_\sigma^{(2)}$. У цьому випадку зі скалярної моделі (2.38) одержимо таке критеріальне співвідношення

$$\psi_{*2} = \left[1 - \psi_1^n + (\psi_1 \alpha_{12})^n \right]^{\frac{1}{n}} - \psi_1 \alpha_{12}, \quad (2.39)$$

де ψ_i – використаний ресурс пластичності на i -му етапі ($i = 1, 2$), причому

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \frac{\varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*c}^{(1)}}; \\ \psi_{*2} &= \frac{\varepsilon_u^{(2)} - \varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*c}^{(2)}}; \\ \alpha_{kl} &= \frac{\varepsilon_{*c}^{(k)}}{\varepsilon_{*c}^{(l)}},\end{aligned}$$

де α_{kl} – параметр, що характеризує порядок чергування умов деформації. Якщо більш «жорсткі» умови змінюються на більш «м'які» ($\varepsilon_{*c}^{(1)} < \varepsilon_{*c}^{(2)}$), то $\alpha_{12} < 1$.

Для двохетапного деформування з моделі (2.23) випливає

$$\psi_{*2} = \left[(\psi_1 \cdot \alpha_{12})^{n_2} - \psi_1 \cdot I_{12} + \sqrt{\psi_1^{2n_1} \cdot (I_{12}^2 - 1) + 1} \right]^{\frac{1}{n_2}} - \psi_1 \cdot \alpha_{12}. \quad (2.40)$$

Для тензорно-нелінійної моделі

$$I_{12} = k_{12} \cdot a^{(1)} \cdot a^{(2)} + I_1 \cdot a^{(1)} \cdot b^{(2)} + I_2 \cdot a^{(2)} \cdot b^{(1)} + (I_3 - \frac{1}{3}) \cdot b^{(1)} \cdot b^{(2)}, \quad (2.41)$$

для тензорно-лінійної моделі

$$I_{12} = k_{12}, \quad (2.42)$$

де $k_{12} = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{ij}^{(2)}$ – косинус кута зламу траєкторії деформації; I_1, I_2, I_3 – інваріанти добутку тензорів, причому

$$I_1 = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(2)} \cdot \beta_{ki}^{(2)}, I_{21} = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(1)} \cdot \beta_{ki}^{(2)}, I_3 = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \beta_{jk}^{(1)} \cdot \beta_{kl}^{(2)} \cdot \beta_{li}^{(2)}.$$

Параметри n_1 і n_2 , що входять у критеріальні співвідношення, які впливають зі скалярної і тензорної (лінійної і нелінійної) моделей для випадку немонотонного двохетапного деформування, знаходили методом найменших квадратів. Для цього в математичному додатку MathCad була розроблена програма, що автоматично розраховує параметри моделей при введенні експериментальних даних і будує графіки залежності залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування. Експериментальні дані немоно-

тонного двохетапного деформування брали з літературних джерел [39]. Параметри моделей шукали для двох випадків: $n_1 \neq n_2$ (товста лінія) і $n_1 = n_2$ (тонка лінія). Результати розрахунку показані на рис. 2.1.

У табл. 2.1 наведено значення суми квадратів відхилень $S_{\text{сум}}$ експериментальних даних і результатів розрахунку за скалярною, тензорно-лінійною і тензорно-нелінійною моделями. Згідно з рис. 2.1 та табл. 2.1 тензорно-нелінійна модель при $n_1 \neq n_2$ найбільш точно описує експериментальні дані ($S_{\text{сум}}$ має мінімальне значення). Як показує аналіз даних табл. 2.1, введення в моделі додаткового параметра n_2 приводить до підвищення їхньої точності (зменшення $S_{\text{сум}}$).

При $n_1 = n_2$, $\alpha_{12} = 1$ (рис. 2.1а, в, з, и) співвідношення (2.39), яке впливає зі скалярної моделі, здобуває вид лінійного принципу накопичення пошкоджень. При цьому спостерігається яскраво виражена якісна невідповідність моделі (2.38) експериментальним даним. Не можна не відзначити також одноманітність форми кривих, що обумовлені співвідношенням (2.39) із двома незалежними параметрами ($n_1 \neq n_2$) при описі різних процесів двохетапного деформування того самого матеріалу. Це зайвий раз свідчить про обмеженість можливостей скалярної моделі в плані відображення закономірностей руйнування.

Таблиця 2.1

Порівняння суми квадратів відхилень $S_{\text{сум}}$ експериментальних даних і результатів розрахунку при використанні скалярної (2.38), тензорно-лінійної (2.17) та тензорно-нелінійної (2.23) моделей

Модель	Матеріал			
	9ХС	Р6М5	45	$\Sigma S_{\text{сум}}$
Скалярна модель при $n_1 = n_2$	3,849	3,886	3,45	11,185
Скалярна модель при $n_1 \neq n_2$	1,396	3,508	0,944	5,848
Тензорно-лінійна модель при $n_1 = n_2$	0,751	0,432	0,239	1,422
Тензорно-лінійна модель при $n_1 \neq n_2$	0,701	0,336	0,021	1,058
Тензорно-нелінійна модель при $n_1 = n_2$	0,717	0,379	0,0094	1,1054
Тензорно-нелінійна модель при $n_1 \neq n_2$	0,627	0,329	0,0044	<u>0,9604</u>

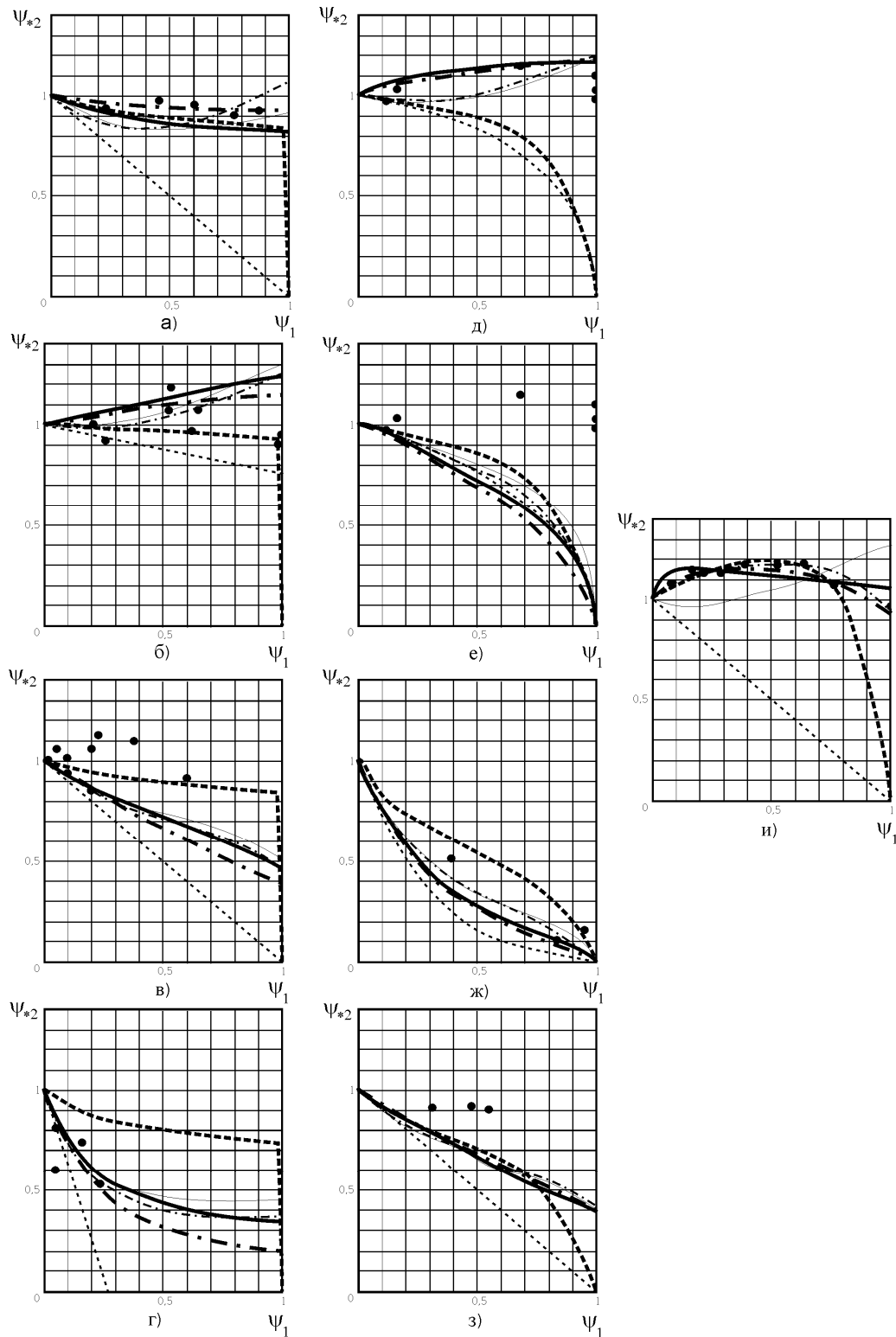


Рис. 2.1. Залежність залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування:

- а) сталь 9ХС, знакозмінне кручення; б) сталь 9ХС, осьові розтяг – стиск; в) сталь 9ХС;
 г) сталь 9ХС, осьові стиск – розтяг; д) сталь Р6М5, осьові розтяг – стиск; е) сталь Р6М5, кручення – розтяг; ж) сталь Р6М5, кручення – розтяг; з) сталь Р6М5, осьовий стиск – ортогональний стиск;
 и) сталь 45, знакозмінне кручення; $n_1 = n_2$ – тонка лінія; $n_1 \neq n_2$ – товста лінія.
 – розрахунок по співвідношенню (2.39); — – розрахунок по співвідношенню (2.40) з врахуванням (2.42);
 - - - - - – розрахунок по співвідношенню (2.40) з врахуванням (2.41); ● – експериментальні дані

2.4. Розробка тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам’яті напрямів”

Незважаючи на те, що подання пошкодження макрочастинки матеріалу у вигляді тензора дозволило описати широкий клас експериментальних даних, що не вміщувався у рамки скалярних моделей, у цілому ряді випадків сучасні моделі руйнування не в повній мірі задовольняють потреби практики. Результати аналізу свідчать, що простим ускладненням функцій, які входять в модель руйнування матеріалів, як правило, неможливо досягти значного покращення адекватності моделі. До того ж ускладнення зазначених функцій приводить до збільшення кількості параметрів моделі, а, отже, і збільшення обсягу експериментальних даних, які необхідні для визначення цих параметрів. З цього випливає, що ускладнення моделі повинно відбуватися шляхом висунення фізично обґрунтованих концепцій і базуватися на врахуванні цих концепцій у самій структурі моделі.

Для побудови тензорної моделі накопичення пошкоджень висувається гіпотеза, яка має “прозоре” фізичне тлумачення. При зміні головних напрямів приростів тензора деформацій, головні напрями тензора накопичення пошкоджень на початку другого етапу деформування збігаються з попередніми напрямими тензора приростів деформацій. І тільки після накопичення певного ступеня пластичної деформації головні напрями тензора накопичення пошкоджень поступово змінюються до нових головних напрямів приростів тензора деформацій. Тобто, зміна головних напрямів тензора приростів деформацій не супроводжується так само раптовою зміною головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, оскільки матеріал “пам’ятає” “уторовані доріжки”, за якими відбувалося накопичення пошкоджень і на створення нових “доріжок” потрібен певний ступінь пластичної деформації.

2.4.1. Побудова структури вихідних співвідношень стосовно двохетапного деформування

За базову візьмемо тензорно-лінійну модель, що запропонована Г. Д. Делем (2.17).

Стосовно до двохетапного деформування, коли на першому етапі при $0 \leq \varepsilon_{\bar{e}} \leq \varepsilon_{\bar{e}}^{(1)}$ справедливо $\beta_{ij}(\varepsilon_{\bar{e}}) = \beta_{ij}^{(1)}$, $\eta(\varepsilon_{\bar{e}}) = \eta^{(1)}$, $\mu_{\sigma}(\varepsilon_{\bar{e}}) = \mu_{\sigma}^{(1)}$, а на другому, при $\varepsilon_{\bar{e}}^{(1)} < \varepsilon_{\bar{e}} < \varepsilon_*$ – $\beta_{ij}(\varepsilon_{\bar{e}}) = \beta_{ij}^{(2)}$, $\eta(\varepsilon_{\bar{e}}) = \eta^{(2)}$, $\mu_{\sigma}(\varepsilon_{\bar{e}}) = \mu_{\sigma}^{(2)}$, модель (2.17) набуває вигляду

$$\psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \beta_{ij}^{(1)} \cdot \int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.43)$$

Один із постулатів, на основі яких побудовано модель (2.17), є співвісність головних напрямів тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій. Якщо відкинути цей постулат і припустити, що головні напрями тензора накопичення пошкоджень поступово повертаються і при досягненні певного ступеня пластичної деформації на другому етапі деформування стають співвісними головним напрямам тензора приростів пластичних деформацій, то стосовно до двохетапного деформування напрямний тензор можна подати у вигляді

$$\beta_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = \begin{cases} \beta_{ij}^{(1)}, 0 \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}; \\ \beta_{ij}^{(12)}, \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}; \\ \beta_{ij}^{(2)}, \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \leq \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^*. \end{cases} \quad (2.44)$$

де $\beta_{ij}^{(12)}$ – проміжне положення напрямного тензора, який визначає поворот головних напрямів тензора накопичення пошкоджень; $\Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}$ – ступінь накопиченої пластичної деформації на другому етапі, по досягненні якого головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій стають співвісними.

Напрямний тензор, що визначає положення головних напрямів тензора накопичення пошкоджень при їх повороті від напрямку, який збігається із головними напрямками тензора приростів деформацій на першому етапі деформування, до напрямку, який збігається із головними напрямками тензора приростів деформації на другому етапі деформування, подамо як лінійну комбінацію напрямних тензорів на першому та другому етапах деформування

$$\beta_{ij}^{(12)} = \frac{(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}}{\sqrt{[(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}] \cdot [(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}]}}. \quad (2.45)$$

Враховуючи те, що $\beta_{ij}^{(1)}$ та $\beta_{ij}^{(2)}$ напрямні тензори, тобто $\beta_{ij}^{(q)} \cdot \beta_{ij}^{(q)} = 1$, $\beta_{ij}^{(q)} \cdot \beta_{ij}^{(r)} = k_{qr}$, матимемо

$$\beta_{ij}^{(12)} = \frac{(1-\delta) \cdot \beta_{ij}^{(1)} + \delta \cdot \beta_{ij}^{(2)}}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}}. \quad (2.46)$$

Параметр δ визначається накопиченою деформацією на другому етапі деформування та критичною деформацією, при якій головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів деформацій стають співвісними. Функція $\delta(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(1)}, \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta})$ повинна бути монотонно зростаючою на проміжку $[\varepsilon_u^{(1)}; \varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}]$ і задовольняти умови

$$\begin{cases} \delta(\varepsilon_u^{(1)}) = 0; \\ \delta(\varepsilon_u^{(1)} - \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}) = 1. \end{cases} \quad (2.47)$$

Очевидно, що вираз (2.44) задовольняє граничну умову: при гіпотетичному розділенні стаціонарного деформування на два етапи, тобто за умови $\beta_{ij}^{(2)} = \beta_{ij}^{(1)}$, матимемо $\beta_{ij}(\varepsilon_{\varepsilon}) = \beta_{ij}^{(1)}$ для будь-якого моменту деформування. Крім того, повинна виконуватися умова

$$\lim_{\varepsilon_{\varepsilon}^{(1)} \rightarrow 0} \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta} = 0. \quad (2.48)$$

Для виконання умови (2.48) оберемо таку апроксимацію ресурсу пластичності $\psi_{\varepsilon\delta}$, при досягненні якого головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів пластичних деформацій стають співвісними,

$$\psi_{\varepsilon\delta} = \frac{a}{e^{\frac{\psi_1^2}{a}}}, \quad (2.49)$$

де ψ_1 – використаний ресурс пластичності на першому етапі деформування; a – параметр моделі;

$$\psi_1 = \frac{\varepsilon_{\varepsilon}^{(1)}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)})}; \quad (2.50)$$

$$\psi_{\varepsilon\delta} = \frac{\Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)})}. \quad (2.51)$$

2.4.2. Здобуття критеріальних співвідношень, що впливають із тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням “пам'яті напрямів” стосовно двохетапного деформування

Стосовно двохетапного деформування тензорно-лінійна модель із врахуванням „пам'яті напрямів” набуде вигляду

$$\begin{aligned}
 \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(1)}; \mu_{\sigma}^{(1)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
 & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right] + \\
 & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \times \right. \\
 & \left. \times F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon^*} F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right].
 \end{aligned} \tag{2.52}$$

Із врахуванням міри (2.24) впливає співвідношення

$$\psi_u(\varepsilon_u) = g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2 + g_2^2, \tag{2.53}$$

де

$$\begin{aligned}
 g_1 = & f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \\
 & + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}};
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
 g_2 = & f(\varepsilon_*, \varepsilon_{*2}) - f(\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}, \varepsilon_{*2}) + \\
 & + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}.
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

Якщо на другому етапі деформування здійснюється до руйнування, то співвідношення (2.53) із врахуванням умови руйнування (2.25) приймає вигляд

$$g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2 + g_2^2 = 1. \quad (2.56)$$

У роботі [98] зроблено аналіз, який дозволяє вибрати корінь рівняння (2.56), що задовольняє фізичний зміст задачі, яка розглядається

$$g_2 = -k_{12} \cdot g_1 + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1}. \quad (2.57)$$

Руйнування може відбутись під час повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень. Тоді g_1 та g_2 визначаються відповідно з формул

$$g_1 = f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_{*1}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}; \quad (2.58)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_{*1}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.59)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності на першому етапі деформування, при якому відбувається руйнування зразка до повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень знайдемо з умови

$$g_1^2 + 2 \cdot k_{12} \cdot g_1 \cdot g_2' + g_2'^2 = 1, \quad (2.60)$$

де g_2' визначається за формулою

$$g_2' = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\delta}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\delta}. \quad (2.61)$$

Для виконання умов (2.47) обираємо функцію

$$\delta = \left(\frac{\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(1)}}{\Delta\varepsilon_{\delta\delta}} \right). \quad (2.62)$$

Розглянемо лінійну апроксимацію функції пошкодженості

$$f(\varepsilon_u, \varepsilon_{*c}) = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}}, \quad (2.63)$$

то у відповідності з (2.52) дістанемо тензорно-лінійну модель із врахуванням неспіввісності головних напрямів тензорів приростів деформацій та накопичення пошкоджень, що ґрунтується на лінійному законі підсумовування пошкоджень

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*1}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon_*} \frac{d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}}{\varepsilon_{*2}} \right]. \end{aligned} \quad (2.64)$$

У цьому випадку, при $\varepsilon_u^{(2)} = \varepsilon_*$ згідно з (2.54) та (2.55), маємо

$$g_1 = \psi_1 + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}, \quad (2.65)$$

$$g_2 = \psi_2 + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}, \quad (2.66)$$

де $\psi_{*2} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}$ – залишковий ресурс пластичності на другому етапі деформування;

$$\psi_{*2} = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)} - \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}{\varepsilon_{*c}(\eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)})}. \quad (2.67)$$

При цьому співвідношення (2.57) приймає вигляд

$$\begin{aligned}
 \psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} &= \\
 &= -\psi_1 \cdot k_{12} - \frac{\psi_{\varepsilon\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \cdot (1+k_{12}) + \\
 &+ \sqrt{\left(\psi_1 + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \right)^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1 +} \\
 &+ \psi_{\varepsilon\delta} \tag{2.68}
 \end{aligned}$$

із якого випливає, що залишковий ресурс пластичності не залежить від черговості прикладення навантаження. Наприклад, двохетапні процеси розтяг–кручення і кручення–розтяг в координатах $\psi_1 - \psi_{*2}$ описуються однією і тією ж самою кривою. Таким чином із принципу лінійного підсумовування випливає закон комутативності деформування.

При гіпотетичному розділенні стаціонарного деформування на два етапи, тобто при $k_{12} = 1$ та $\alpha_{12} = 1$ отримаємо

$$\psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} = 1 - \psi_1, \tag{2.69}$$

що еквівалентно виразу, який отримується із тензорно-лінійної моделі без врахування „пам'яті напрямів”.

При $k_{12} = -1$ (наприклад, осьовий розтяг на першому етапі деформування та осьовий стиск на другому) з виразу (2.68) отримаємо

$$\psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} = 1 + \psi_1 + \psi_{\varepsilon\delta}, \tag{2.70}$$

що відрізняється на $\psi_{\varepsilon\delta}$ від виразу, який отримано з тензорно-лінійної моделі при аналогічній схемі деформування.

Мінімальний використаний ресурс пластичності $\psi_{1\bar{\omega}}$, при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним напрямкам тензора приростів деформацій, знайдемо, розв'язавши рівняння

$$\begin{aligned}
& -\psi_{1\bar{\omega}} \cdot k_{12} - \frac{\psi_{\bar{\omega}\delta}(\psi_{1\bar{\omega}})}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \cdot (1+k_{12}) + \\
& + \sqrt{\left(\psi_{1\bar{\omega}} + \frac{\psi_{\bar{\omega}\delta}(\psi_{1\bar{\omega}})}{2} \cdot \frac{\ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \right)^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} = \\
& = 0. \tag{2.71}
\end{aligned}$$

При $\psi_1 > \psi_{1\bar{\omega}}$ залишковий ресурс пластичності ψ_{*2} знайдемо розв'язавши рівняння (2.57) при

$$\begin{aligned}
g_1 = \psi_1 + & \frac{\sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\bar{\omega}\delta}^2 - \psi_{\bar{\omega}\delta}}}{2 \cdot k_{12} - 2} + \\
& + \frac{\ln \left[\frac{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} \cdot (2 \cdot \psi_{*2} - \psi_{\bar{\omega}\delta}) + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\bar{\omega}\delta}^2}}{(2 - \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}) \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta}} \right]}{2 \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \times \\
& \times \psi_{\bar{\omega}\delta}; \tag{2.72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_2 = & \frac{\sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\bar{\omega}\delta}^2 - \psi_{\bar{\omega}\delta}}}{2 - 2 \cdot k_{12}} + \\
& + \frac{\ln \left[\frac{\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} \cdot (2 \cdot \psi_{*2} - \psi_{\bar{\omega}\delta}) + 2 \cdot \sqrt{2 \cdot (\psi_{*2} \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta} - \psi_{*2}^2) \cdot (k_{12} - 1) + \psi_{\bar{\omega}\delta}^2}}{(2 - \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}) \cdot \psi_{\bar{\omega}\delta}} \right]}{2 \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \times \\
& \times \psi_{\bar{\omega}\delta}. \tag{2.73}
\end{aligned}$$

Використаємо квадратичну апроксимацію

$$f = (1-c) \cdot \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}} + c \cdot \left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}} \right)^2, \tag{2.74}$$

що запропонована у перших публікаціях стосовно тензорних моделей накопичення пошкоджень [39], [102]. Згідно (2.52),(2.54) та (2.55) маємо

$$\begin{aligned}
\psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*1}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \left. + \right. \\
& + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon_{*1}} \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]; \tag{2.75}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_1 = & (1-c) \cdot \psi_1 + c \cdot \psi_1^2 + \\
& + \frac{a \cdot \ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - a \cdot \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) + 2 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}}{(k_{12}-1) \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} \times \\
& \times \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{4}; \tag{2.76}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
g_2 = & c \cdot \psi_2^2 + \psi_2 \cdot (2 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} + 2 \cdot c \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} + 1 - c) + \frac{\psi_{\dot{\varepsilon}\delta}}{4} \times \\
& \times \left[\frac{b \cdot \ln(\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2-2 \cdot k_{12}} + 2)}{(k_{12}-1) \cdot \sqrt{2-2 \cdot k_{12}}} - \right. \\
& \left. - \frac{2 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c}{(k_{12}-1)} \right]; \tag{2.77}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
a = & -4 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - 3 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c + 2 \cdot c + 4 \cdot c \cdot k_{12} \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \\
& - 2 - 2 \cdot c \cdot k_{12} + 2 \cdot k_{12} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot k_{12}; \tag{2.78}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b = & -4 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c + 2 \cdot c + 4 \cdot c \cdot k_{12} \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} - \\
& - 2 - 2 \cdot c \cdot k_{12} + 2 \cdot k_{12} + 3 \cdot \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} \cdot c \cdot k_{12}. \tag{2.79}
\end{aligned}$$

Тоді залишковий ресурс пластичності після першого етапу деформування розраховується таким чином

$$\psi_{*2} + \psi_{\varepsilon\delta} = \frac{-q + \sqrt{q^2 - 4 \cdot c \cdot w}}{2 \cdot c} + \psi_{\varepsilon\delta}, \quad (2.80)$$

де

$$q = 2 \cdot c \cdot \psi_1 \cdot \alpha_{12} + 2 \cdot c \cdot \psi_{\varepsilon\delta} + 1 - c; \quad (2.81)$$

$$w = k_{12} \cdot g_1 - \sqrt{g_1^2 \cdot (k^2 - 1) + 1} + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}}{4} \cdot \left[\frac{b \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2)}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}} - \frac{-2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta} \cdot c}{(k_{12} - 1)} \right] \quad (2.82)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності $\psi_{1\bar{a}\delta}$, при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним напрямом тензора приростів деформацій, знайдемо, розв'язавши рівняння

$$-g_{1\bar{a}\delta} \cdot k_{12} + \sqrt{g_{1\bar{a}\delta}^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} = \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{a}\delta})}{4} \times \left[\frac{b \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - b \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2)}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}} - \frac{2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{a}\delta}) \cdot c}{(k_{12} - 1)} \right] \quad (2.83)$$

де

$$g_{1\bar{a}\delta} = (1 - c) \cdot \psi_{1\bar{a}\delta} + c \cdot \psi_{1\bar{a}\delta}^2 + \frac{\psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{a}\delta})}{4} \times \left[\frac{a \cdot \ln(\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2) - a \cdot \ln(-\sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}} + 2)}{(k_{12} - 1) \cdot \sqrt{2 - 2 \cdot k_{12}}} + \frac{2 \cdot \psi_{\varepsilon\delta}(\psi_{1\bar{a}\delta}) \cdot c}{(k_{12} - 1)} \right].$$

При $\psi_1 > \psi_{1\text{до}}$ залишковий ресурс пластичності ψ_{*2} знайдемо, розв'язавши рівняння (2.57) при

$$g_1 = (1-c) \cdot \psi_1 + c \cdot \psi_1^2 + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \quad (2.84)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \left(\frac{(1-c)}{\varepsilon_{*1}} + \frac{2 \cdot c \cdot \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}^2} \right) \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.85)$$

У роботі [98] відмічено кращу відповідність тензорних моделей накопичення пошкоджень експериментальним даним немонотонного деформування, якщо використовувати степеневу та експоненціальну апроксимації функції пошкоженості f . Використаємо степеневу апроксимацію функції пошкоженості (2.30). Для такої апроксимації підінтегральна функція може бути подана у вигляді

$$F = \frac{df(\psi)}{d\varepsilon_u} = f'(\psi) \cdot \frac{d\psi}{d\varepsilon_u} = \frac{n \cdot \psi^{n-1}}{\varepsilon_{*c}} = \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*c}^n}. \quad (2.86)$$

Отже, матимемо степеневу тензорно-лінійну модель із врахування „пам'яті напрямів”

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*1}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}\delta} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right] + \\ & + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}\delta} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\ & \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}\delta}^{\varepsilon_*} \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]. \end{aligned} \quad (2.87)$$

Зважаючи на складність аналітичних виразів, які отримуються з моделі (2.87) із врахуванням (2.57), на етапі повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень складові скалярної моделі шукаємо як

$$\psi_2 + \psi_{\varepsilon\delta} = \left[-g_1 k_{12} - g_2^* + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} \right]^{\frac{1}{n}} - \psi_1 \alpha_{12}; \quad (2.88)$$

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}} \frac{(1 - \delta)}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \quad (2.89)$$

$$g_2^* = -(\psi_1 \cdot \alpha_{12} + \psi_{\varepsilon\delta})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.90)$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності $\psi_{1\delta\delta}$, при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензорів накопичення пошкоджень та приростів деформацій стануть співвісними, знайдемо, розв'язавши рівняння (2.60) відносно ψ_1 при

$$g_2' = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.91)$$

При $\psi_1 > \psi_{1\delta\delta}$ залишковий ресурс пластичності ψ_{*2} знайдемо, розв'язавши рівняння (2.57) при

$$g_1 = \psi_1^n - (\psi_1 \alpha_{12})^n + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{(1 - \delta)}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \quad (2.92)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1 - \delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1 - \delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{n \cdot \varepsilon^{n-1}}{\varepsilon_{*2}^n} d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.93)$$

При використанні експоненціальної функції (2.31) тензорно-лінійна модель із врахуванням „пам'яті напрямів” набуде вигляду

$$\begin{aligned}
\psi_{ij}(\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}) = & \beta_{ij}^{(1)} \cdot \left[\int_0^{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}} \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*1}}}}{\varepsilon_{*1} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \\
& + \beta_{ij}^{(2)} \cdot \left[\int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} + \right. \\
& \left. + \int_{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}}^{\varepsilon^*} \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}} \right]. \tag{2.94}
\end{aligned}$$

Для випадку двохетапного деформування із моделі (2.94) отримаємо

$$\psi_2 + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta} = \frac{1}{s} \cdot \ln \left[\frac{\left(-g_1 k_{12} - g_2^* + \sqrt{g_1^2 \cdot (k_{12}^2 - 1) + 1} \right) \cdot (e^s - 1)}{e^{s(\psi_1 \cdot \alpha_{12} + \psi_{\dot{\varepsilon}\delta})}} - 1 \right] + \tag{2.95}$$

$+ \psi_{\dot{\varepsilon}\delta}$;

$$g_1 = \frac{e^{s \cdot \psi_1} - 1}{e^s - 1} + \tag{2.96}$$

$$+ \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \tag{2.96}$$

$$g_2^* = \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}\delta}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \tag{2.97}$$

Мінімальний використаний ресурс пластичності $\psi_{1\dot{\varepsilon}\delta}$, при якому руйнування зразка відбувається до моменту, коли головні напрями тензора накопичення пошкоджень стануть співвісними головним на-

прямам тензора приростів деформацій, знайдемо, розв'язавши рівняння (2.60) відносно ψ_1 при

$$g_2' = \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.98)$$

При $\psi_1 > \psi_{1\dot{\alpha}\delta}$ залишковий ресурс пластичності ψ_{*2} знайдемо, розв'язавши рівняння (2.57) при

$$g_1 = \frac{e^{s\psi_1} - 1}{e^s - 1} + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{(1-\delta)}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}; \quad (2.99)$$

$$g_2 = \int_{\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{12} + \delta^2}} \cdot \frac{s \cdot e^{\frac{s\varepsilon}{\varepsilon_{*2}}}}{\varepsilon_{*2} \cdot (e^s - 1)} \cdot d\varepsilon_{\dot{\varepsilon}}. \quad (2.100)$$

Якщо у (2.80) прийняти $c = 0$ або у (2.88) $n = 1$, то дістанемо співвідношення (2.68). Це ж співвідношення випливає із (2.95) при $s \rightarrow 0$. Принциповою відмінною критеріальних співвідношень (2.80), (2.88) та (2.95), здобутих на базі використання нелінійного принципу накопичення пошкоджень, від співвідношення (2.68) полягає в тому, що вказані співвідношення враховують порядок прикладення навантаження. Це відображається наявністю у співвідношеннях (2.80), (2.88) та (2.95) параметра α_{12} .

2.4.3. Узагальнення тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” для випадку багатоетапного деформування

Під багатоетапним деформуванням розуміється процес, який можна розбити на окремі етапи, в межах яких деформування є стаціонарним. У цьому випадку компоненти напрямного тензора змінюються за законом [98]

$$\beta_{ij}(\varepsilon_u) = \sum_{q=1}^m \beta_{ij}^{(r)} \cdot \left[h(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(r-1)}) - h(\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(r)}) \right], \quad (2.101)$$

де $\beta_{ij}^{(r)} = \text{const}$, $r = \overline{1, m}$.

Якщо руйнування досягається на кінець m -го етапу, то на основі моделі (2.44)

$$\sum_{q=1}^m g_q \sum_{r=1}^m g_r k_{qr} = 1. \quad (2.102)$$

де

$$g_1 = f(\varepsilon_u^{(1)}, \varepsilon_{*1}) - f(0, \varepsilon_{*1}) + \int_{\varepsilon_u^{(1)}}^{\varepsilon_u^{(1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}} \frac{(1 - \delta^{(1)})}{\sqrt{(1 - \delta^{(1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(1)} \cdot (1 - \delta^{(1)}) \cdot k_{12} + \delta^{(1)2}}} \cdot F(\varepsilon_{\varepsilon}; \eta^{(2)}; \mu_{\sigma}^{(2)}) \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \quad (2.103)$$

$$g_i = f(\varepsilon_i^{(3)}, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(3)}) - f(\varepsilon_i^{(3-1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(3-1)}, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(3)}) + \int_{\varepsilon_i^{(3-1)}}^{\varepsilon_i^{(3-1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(3-1)}} \frac{\delta^{(i-1)}}{\sqrt{(1 - \delta^{(i-1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(i-1)} \cdot (1 - \delta^{(i-1)}) \cdot k_{(3-1,3)} + \delta^{(i-1)2}}} \times \quad (2.104)$$

$$\times F(\varepsilon_{\varepsilon}; \eta^{(3)}; \mu_{\sigma}^{(3)}) \cdot d\varepsilon_{\varepsilon} + \int_{\varepsilon_i^{(3)}}^{\varepsilon_i^{(3)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(3)}} \frac{\delta^{(i)}}{\sqrt{(1 - \delta^{(i)})^2 + 2 \cdot \delta^{(i)} \cdot (1 - \delta^{(i)}) \cdot k_{(3,3+1)} + \delta^{(i)2}}} \times \\ \times F(\varepsilon_{\varepsilon}; \eta^{(3+1)}; \mu_{\sigma}^{(3+1)}) \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}; \\ g_m = f(\varepsilon_{*}, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(m)}) - f(\varepsilon_i^{(m-1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(m-1)}, \varepsilon_{*\tilde{n}}^{(m)}) + \int_{\varepsilon_i^{(m-1)}}^{\varepsilon_i^{(m-1)} + \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(m-1)}} \frac{\delta^{(m-1)}}{\sqrt{(1 - \delta^{(m-1)})^2 + 2 \cdot \delta^{(m-1)} \cdot (1 - \delta^{(m-1)}) \cdot k_{(m-1,m)} + \delta^{(m-1)2}}} \times \quad (2.105) \\ \times F(\varepsilon_{\varepsilon}; \eta^{(m)}; \mu_{\sigma}^{(m)}) \cdot d\varepsilon_{\varepsilon},$$

де

$$\varepsilon_i^{(3)} = \sum_{j=1}^i \varepsilon_u^{(j)} + \sum_{j=1}^{i-1} \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(j)}; \quad (2.106)$$

$$\psi_{\varepsilon\delta}^{(i)} = \frac{a}{e^{\psi_1^{2a}}} \Rightarrow \Delta\varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i)} = \varepsilon_{*c}^{(i+1)} \cdot \frac{a}{e^{a \cdot \left(\frac{\varepsilon_{*c}^{(i)}}{\varepsilon_u^{(i)}} \right)^{2a}}}; \quad (2.107)$$

$$\delta^{(i)} = \frac{\varepsilon_u - \varepsilon_u^{(i)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i)}}. \quad (2.108)$$

Якщо i -й етап розпочався до завершення повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, тоді косинус зламу траєкторії

$$k_{(i-1,i)} = \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}}\right) \cdot \beta_{ij}^{(i-2)} + \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}} \cdot \beta_{ij}^{(i-1)}}{\sqrt{\left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}}\right)^2 + 2 \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}}\right) \cdot \frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}} \cdot k_{(i-2,i-1)} + \left(\frac{\varepsilon_u^{(i-1)}}{\Delta \varepsilon_{\varepsilon\delta}^{(i-2)}}\right)^2}} \times \beta_{ij}^{(i)}. \quad (2.109)$$

Якщо руйнування на останньому етапі відбувається до повороту головних напрямів тензора накопичення пошкоджень, тоді

$$g_m = \int_{\varepsilon_i^{(m-1)}}^{\varepsilon_*} \frac{\delta}{\sqrt{(1-\delta)^2 + 2 \cdot \delta \cdot (1-\delta) \cdot k_{(m-1,m)} + \delta^2}} \cdot F(\varepsilon_{\varepsilon}; \eta^{(m)}; \mu_{\sigma}^{(m)}) \cdot d\varepsilon_{\varepsilon}. \quad (2.110)$$

2.4.4. Перевірка адекватності тензорної моделі накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” експериментальним даним

Двохетапне деформування є найпростішим видом немонотонного деформування, для якого в літературі накопичилась певна кількість експериментальних даних. Здобуття певних закономірностей у випадку двухетапного деформування дає можливість робити деякі узагальнення щодо більш складних схем деформування. Порівняємо отриману модель накопичення пошкоджень (2.44) із тензорно-лінійною моделлю (2.17). Перевіримо адекватність цих моделей експериментальним даним двухетапного деформування. Для цього використаємо запропоновані в роботі Г. Д. Деля [39] експериментальні дані немонотонного двухетапного деформування зразків із сталей 9ХС, Р6М5 та 45. Параметри n і a , що входять у критеріальні співвідношення, які впливають із моделей (2.17) та (2.44) для випадку немонотонного двухетапного деформування із використанням степеневі функції пошкоженості (2.30), знаходили методом найменших квадратів. Для цього в математичному додатку MathCad була розроблена програма, що автоматично розраховує параметри моделей при введенні експе-

риментальних даних і будує графіки залежності залишкового ресурсу пластичності від використаного на першому етапі деформування (додаток А). Результати розрахунку показані на рис. 2.2–2.5.

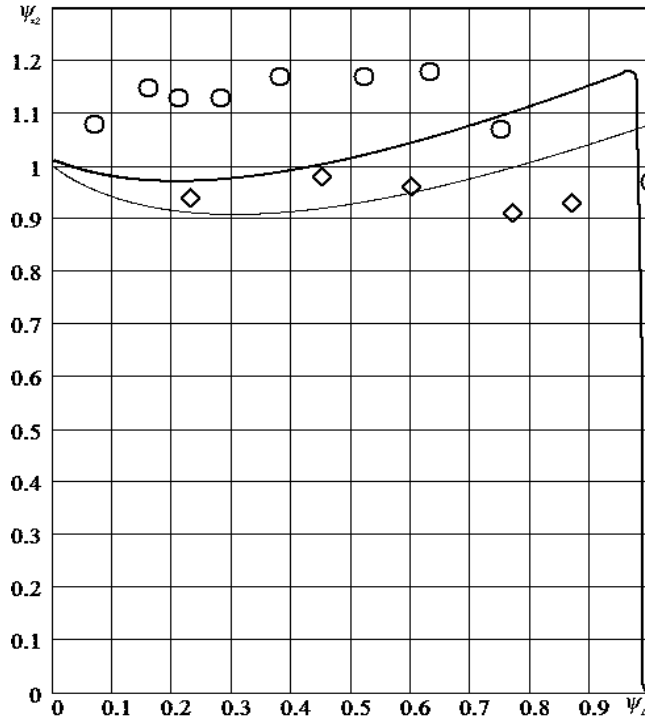


Рис. 2.2. Двохетапне деформування за схемою “знакозмінне кручення”: — розрахунок за співвідношенням (2.88); - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування “пам’яті напрямів”; ○ – експеримент ст. 45, ◇ – експеримент 9ХС

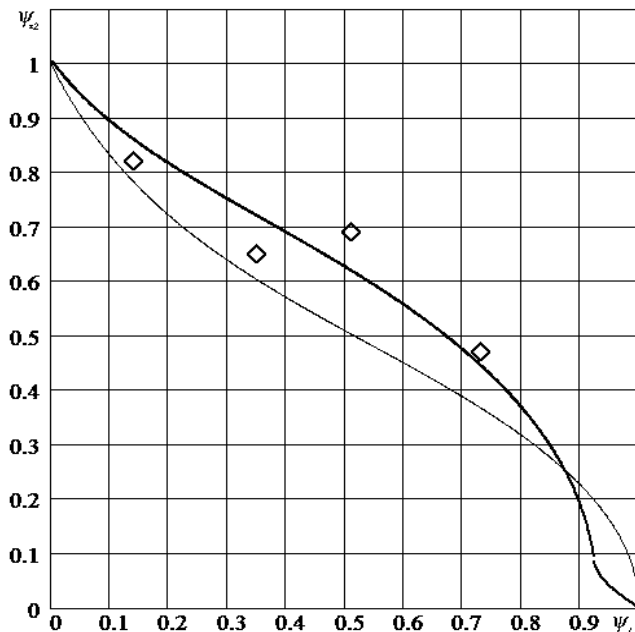


Рис. 2.3. Двохетапне деформування за схемою “кручення–розтяг”: — розрахунок за співвідношенням (2.88); - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування “пам’яті напрямів”; ◇ – експеримент Р6М5

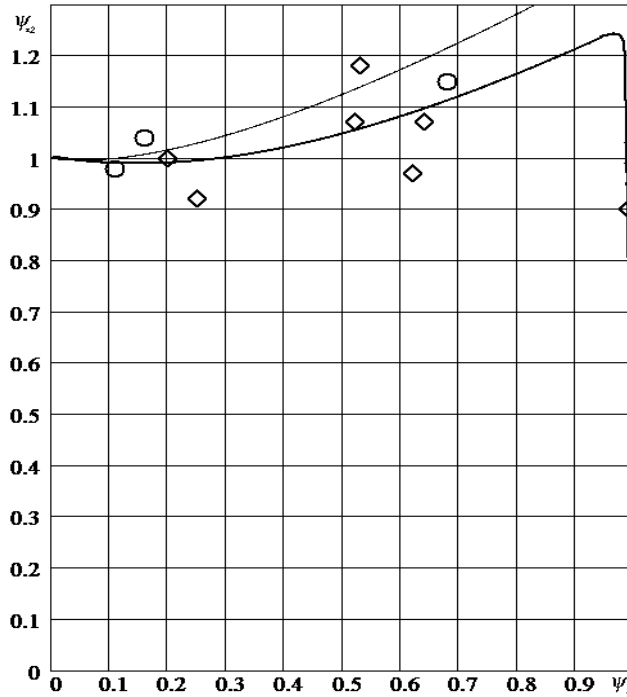


Рис. 2.4. Двохетапне деформування за схемою “розтяг–стиск”:
 — розрахунок за співвідношенням (2.88);
 - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування
 “пам’яті напрямів”; ○ – експеримент Р6М5, ◇ – експеримент 9ХС

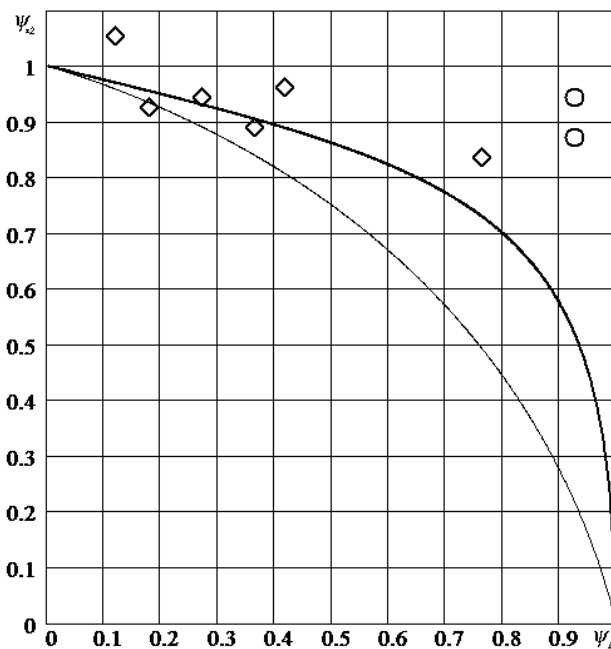


Рис. 2.5. Двохетапне деформування за схемою “розтяг осьовий – стиск ортогональний”:
 — розрахунок за співвідношенням (2.88);
 - - - - - розрахунок за тензорно-лінійною моделлю без врахування
 “пам’яті напрямів”; ○ – експеримент Р6М5, ◇ – експеримент 9ХС

Як видно з рисунків, врахування „пам'яті напрямів” сприяє кращій кількісній відповідності тензорної моделі експериментальним даним. Крім того, у випадку, коли косинус зламу траєкторії деформування менший за нуль, отримано певну якісну відмінність розробленої моделі на ділянці, коли матеріал майже вичерпав ресурс пластичності, тобто при $\psi_1 \approx 1$. Тоді спостерігається різке зменшення залишкового ресурсу пластичності і набагато краща якісна та кількісна відповідність експериментальним даним.

2.5. Метод визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень

2.5.1. Розробка методу визначення параметрів тензорних моделей накопичення пошкоджень

Для врахування існування необоротних пошкоджень при гарячому деформуванні в роботі [98] тензор пошкоджень ψ_{ij} подано у вигляді

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(t) = & \int_0^t [1 - \rho(I(\tau))] \cdot \varphi_1(t - \tau; \eta(\tau), D(\tau)) \cdot \beta_{ij}(\tau) \cdot f[I(\tau)] \cdot d\tau + \\ & + \int_0^{\varepsilon_u} \rho(I(\tau)) \cdot \varphi_2\left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)}\right) \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) \cdot d\varepsilon_u, \end{aligned} \quad (2.111)$$

де через I позначено сукупність інваріантів $\dot{\varepsilon}_u, \eta, D$; $\rho, \varphi_1, \varphi_2, f$ – функції, які потрібно визначати ($0 \leq \rho \leq 1$).

Далі будемо вважати $\rho = \text{const}$. Використовуючи степеневі подання функцій φ_1 та φ_2 , дістанемо ($0 < n \leq 1, p \geq 1$)

$$\begin{aligned} \psi_{ij}(t) = & (1 - \rho) \cdot \int_0^t n \cdot \frac{(t - \tau)^{n-1}}{t_{*c}^n(\tau)} \cdot \beta_{ij}(\tau) \cdot d\tau + \\ & + \rho \cdot \int_0^{\varepsilon_u} p \cdot \left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)}\right)^{p-1} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot \beta_{ij}(\varepsilon_u) \cdot d\varepsilon_u. \end{aligned} \quad (2.112)$$

Стосовно до квазіпростого гарячого деформування ($\beta_{ij} = \text{const}$) на основі моделі (2.112), з використанням міри пошкоджень (2.24), дістанемо

$$\psi_u(t) = [1 - \rho] \cdot \int_0^t n \cdot \frac{(t - \tau)^{n-1}}{t_{*c}^n(\tau)} \cdot d\tau + \rho \cdot \int_0^{\varepsilon_u} p \cdot \left(\frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}(\varepsilon_u)} \right)^{p-1} \cdot \frac{1}{\varepsilon_{*c}} \cdot d\varepsilon_u. \quad (2.113)$$

При $\rho=0$ моделі (2.111)–(2.113) стають тотожними моделям накопичення пошкоджень при гарячій деформації, а при $\rho=1$ – моделям, що описують холодну деформацію. При $n=p=1$ – моделі В. Л. Колмогорова (2.4).

Стосовно до двоступеневого квазіпростого гарячого деформування із проміжною паузою із моделі (2.113) впливає критеріальне співвідношення

$$(1 - \rho) \cdot [(\psi + \Delta_i + \psi \cdot \alpha_{21})^n - (\Delta_i + \psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n + \psi_{*2}^n] + \rho \cdot \left[\psi_1^p + \left(\frac{\psi_1}{\alpha_{21}} + \psi_{*2} \right)^p - \left(\frac{\psi_1}{\alpha_{21}} \right)^p \right] = 1, \quad (2.114)$$

де

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{t_1}{t_{*1}} = \frac{\varepsilon_u^{(1)}}{\varepsilon_{*1}}; & \psi_{*2} &= \frac{t_* - t_i}{t_{*2}} = \frac{\varepsilon_* - \varepsilon_u}{\varepsilon_{*2}}; \\ \alpha_{21} &= \frac{t_{*2}}{t_{*1}} = \frac{\varepsilon_{*2}}{\varepsilon_{*1}}; & \Delta_i &= \frac{t_i}{t_{*1}}; \\ t_{*i} &= t_{*i}(\varepsilon_u^{(i)}, \eta^{(i)}), \quad i=1,2, \end{aligned} \quad (2.115)$$

де t_1, t_n – тривалість першої ступені і паузи відповідно.

Якщо швидкість деформації і показник η в процесі деформування незмінні, то $\alpha_{21}=1$ і співвідношення (2.114) набуває вигляду

$$(1 - \rho) \cdot [(\psi_1 + \Delta_i + \psi_{*2})^n - (\Delta_i + \psi_{*2})^n + \psi_{*2}^n] + \rho \cdot (\psi_1 + \psi_{*2})^p = 1. \quad (2.116)$$

При необмеженому збільшенні тривалості паузи $\Delta_i \rightarrow \infty$, із (2.116) випливає

$$(1 - \rho) \cdot [1 - \psi_1 + \Delta \psi_i]^n + \rho \cdot [1 + \Delta \psi_i]^p = 1, \quad (2.117)$$

де $\Delta \psi_i$ – відновлений під час паузи ресурс пластичності

$$\Delta\psi_i = \psi_1 + \psi_{*2} - 1. \quad (2.118)$$

Вираз (2.117) являє собою неявну залежність $\Delta\psi_i = \Delta\psi_i(\psi_1, \rho, n, p)$. Очевидно, $\Delta\psi_i(0, \rho, n, p) = \Delta\psi_i(\psi_1, 1, n, p) = 0$, $\Delta\psi_i(\psi_1, 0, n, p) = \psi_1$. Якщо $\psi_1, \rho, n, 1/p \in (0, 1)$, то, згідно (2.117), $\Delta\psi_i < \psi_1$, тобто вказана модель відображує неповне відновлення пластичності в нескінченній паузі.

Співвідношення (2.117) може бути розв'язане відносно будь-якого з аргументів, зокрема можна записати

$$\psi_1 = 1 + \Delta\psi_i - \left(\frac{1 - \rho \cdot (1 + \Delta\psi_i)^p}{1 - \rho} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (2.119)$$

або

$$\rho = \frac{1 - (1 + \Delta\psi_i - \psi_1)^n}{(1 + \Delta\psi_i)^p - (1 + \Delta\psi_i - \psi_1)^n}. \quad (2.120)$$

Результати аналізу залежності (2.114) свідчать про гнучкість, універсальність і відносну простоту цих співвідношень при описі широкого спектра властивостей пластичності матеріалів, що деформуються в будь-якому температурному діапазоні: від холодної до гарячої деформації.

За аналогією з моделлю (2.111) можна записати і модель накопичення пошкоджень для опису процесів тривалої міцності.

Стосовно до двоступеневого квазіпростого гарячого деформування із моделі (2.112) впливає критеріальне співвідношення

$$\begin{aligned} & (1 - \rho) \cdot \left[(\psi_1 + \psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n - (\psi_{*2} \cdot \alpha_{21})^n + \psi_{*2}^n \right] + \\ & + \rho \cdot \left[\psi_1^p + \left(\frac{\psi_1}{\alpha_{21}} + \psi_{*2} \right)^p - \left(\frac{\psi_1}{\alpha_{21}} \right)^p \right] = 1. \end{aligned} \quad (2.121)$$

У роботі [144] подані результати експерименту, в якому сплав ЕИ437Б у стані поставки випробовували на тривалу міцність при температурі 750°C за умови двоступеневого навантаження. Результати експерименту та їх апроксимація за допомогою співвідношення (2.121) показані на рис. 2.6. Як видно з рисунку, це співвідношення доволі точно описує експериментальні дані. Лише одна з шести точок не ле-

жить на кривих, що можна пояснити специфікою такого виду експериментів, адже розкид даних при випробовуванні на тривалу міцність значний. Але, незважаючи на задовільну адекватність моделі (2.112) експериментальним даним, її застосування носить обмежений характер через те, що для визначення параметрів p , n , ρ потрібна значна кількість випробовувань при тому режимі навантаження, для якого визначаються параметри.

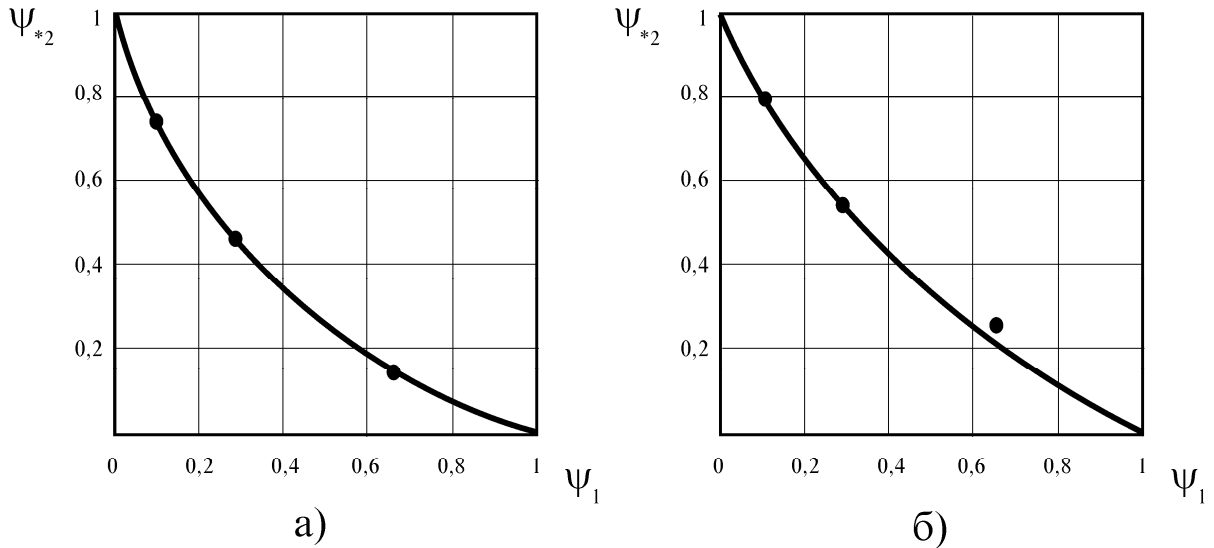


Рис. 2.6. Залежність між залишковим та використаним ресурсами тривалої міцності при двоступеневому навантаженні сплаву ЭИ437Б при 700°C : а) $\sigma_1=200$ МПа, $\sigma_2=520$ МПа; б) $\sigma_1=200$ МПа, $\sigma_2=570$ МПа; (• – експеримент; — – розрахунок за (2.121)).

У роботі [59] на основі концепції про єдність процесів деформування та руйнування (накопичення пошкоджень) отримано рівняння для деформації повзучості

$$\varepsilon = \left\{ \frac{A \cdot (\alpha + 1)}{B \cdot (s + 1 - n)} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{t_*} \right)^{1 - \frac{n}{s+1}} \right] \right\}^{\frac{1}{\alpha+1}}, \quad (2.122)$$

де t_* – час до руйнування, який пов'язаний із напруженням σ залежністю

$$t_* = \frac{1}{B \cdot (s + 1)} \cdot \sigma^{-n}. \quad (2.123)$$

Якщо рівняння (2.122) записати у вигляді залежності $\psi_u = \psi_u(\psi)$, де $\psi_u = \varepsilon_u / \varepsilon_{*c}^{(0)}$, $\psi = t / t_{*c}^{(0)}$, то після деяких алгебраїчних перетворень воно набуде вигляду

$$\psi_u = \left[1 - (1 - \psi)^{1 - \frac{n}{s+1}} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}}. \quad (2.124)$$

Отриманий результат проілюстровано на рис. 2.7, 2.8.

У роботі Г. Ф. Лепіна [85] рівняння повзучості приймає вигляд

$$t = \frac{\tilde{A}(n; \alpha k \sigma \varepsilon)}{m e^{\alpha \sigma_0} (\alpha k \sigma_0)^n}. \quad (2.125)$$

де $\tilde{A}(n, x) = \int_0^x x^{n-1} e^{-x} dx$ – неповна Γ -функція; α – характеристика флуктуаційної чутливості матеріалу; n – коефіцієнт зміцнення матеріалу; m – коефіцієнт пропорційності диференціального рівняння пластичної деформації; k – фактор пошкодженості матеріалу.

Так у явному вигляді залежність $\psi_u = \psi_u(\psi)$ отримати неможливо, тому, врахувавши рівняння тривалої міцності [85]

$$t = \frac{\tilde{A}(n; \alpha \sigma_0)}{m (\alpha k)^n} \sigma_0^{-n} \varepsilon^{-\alpha \sigma_0}, \quad (2.126)$$

аналіз співвідношення (2.125) проводили за допомогою обчислювальної техніки із використанням математичного додатку MathCad. Результати аналізу показані на рис. 2.9, 2.10.

Ми отримали дуже важливий результат: виявляється, що залежність $\psi_u = \psi_u(\psi)$ інваріантна до навантаження, при якому відбувається випробовування. Аналогічний результат отриманий при обробці апроксимацій кривих повзучості поданих у роботах [60, 61, 62, 64], а також при обробці експериментальних даних [47, 66]. Вигляд кривих повзучості для різних матеріалів та температур побудованих у абсолютних та відносних величинах показаний на рис. 2.7 – 2.11.

Стосовно до стаціонарного деформування із моделі (2.112), впливає співвідношення

$$\psi_u(t) = (1 - \rho) \cdot \psi^n + \rho \cdot \psi^p. \quad (2.127)$$

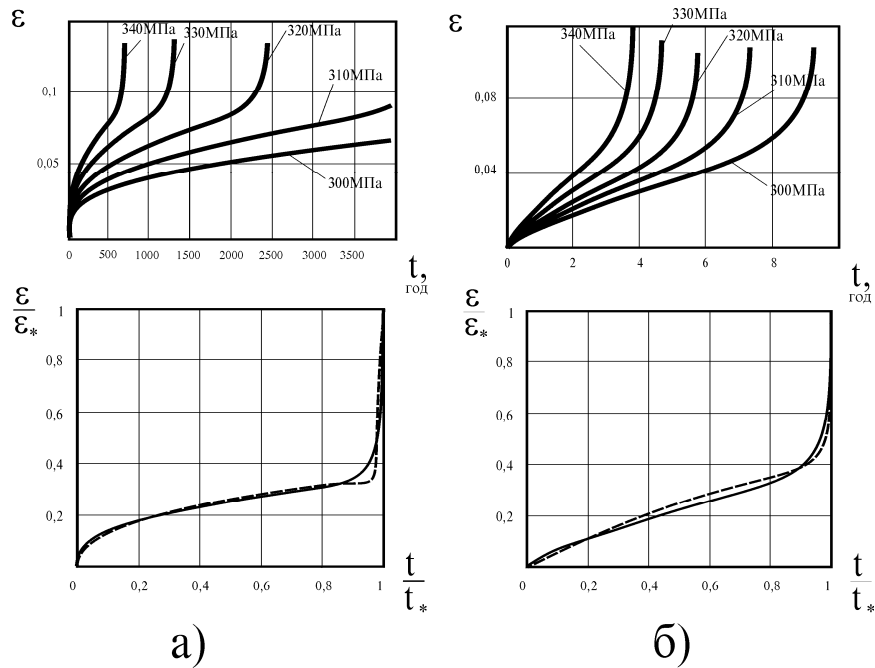


Рис. 2.7. Криві повзучості сплаву 03X20H45M4БРЦ в абсолютних та відносних координатах: а) $T = 550^\circ\text{C}$; б) $T = 700^\circ\text{C}$

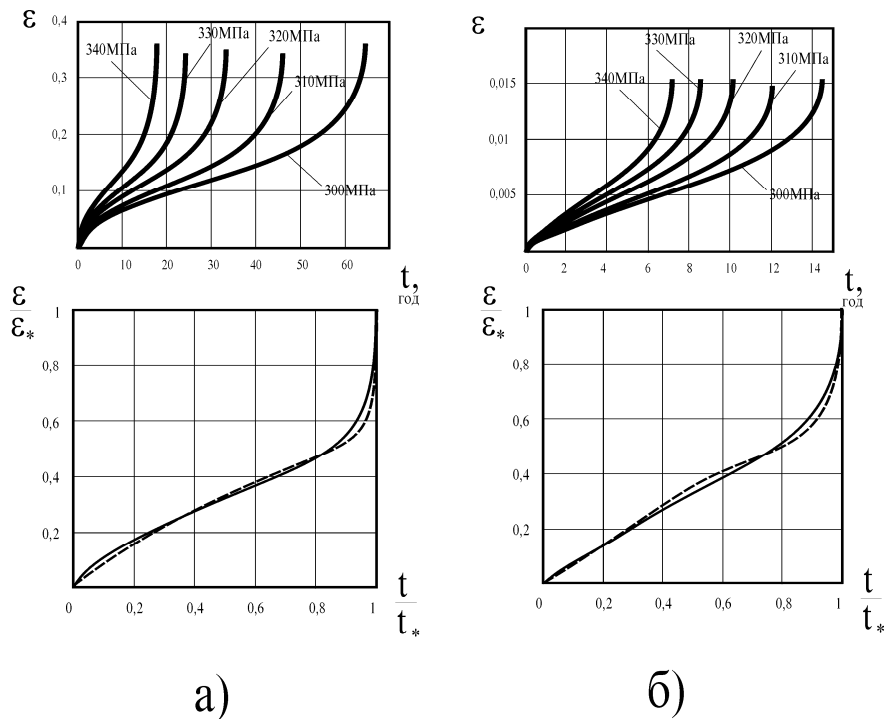
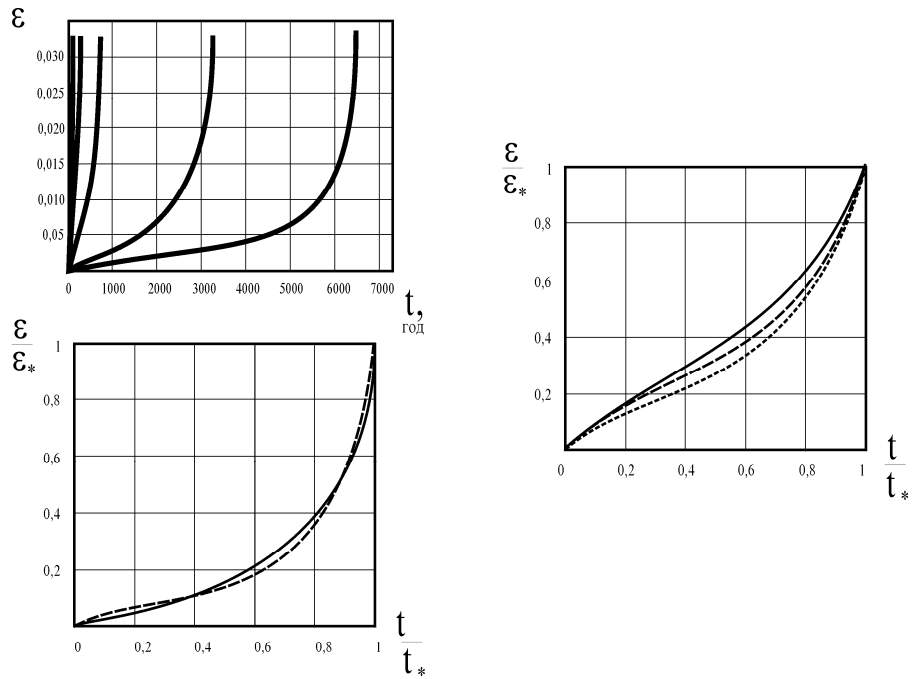
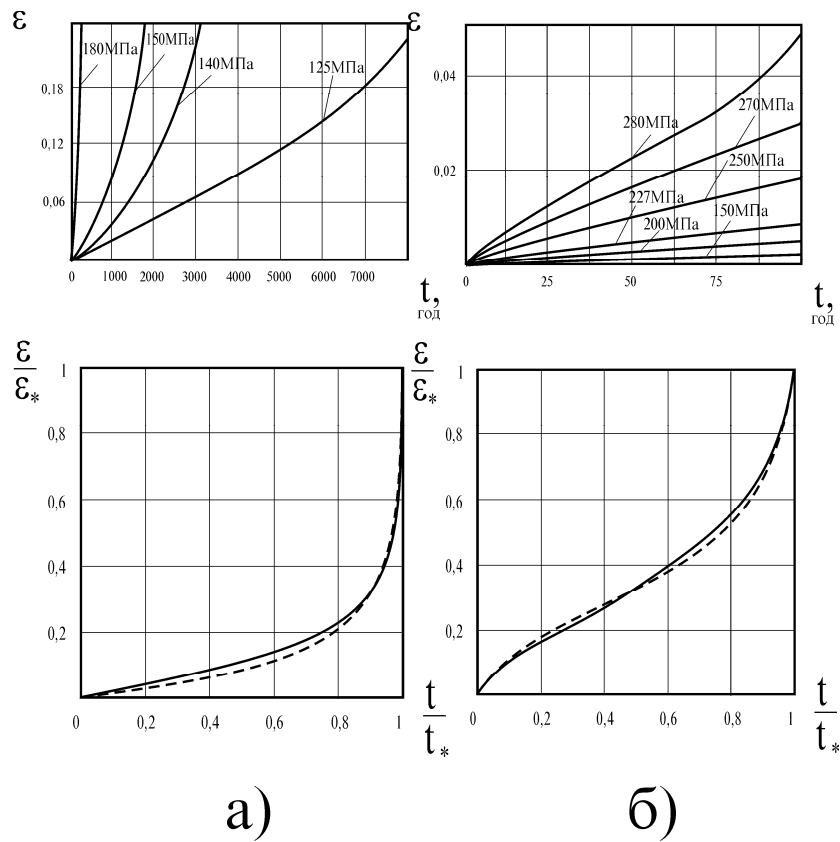


Рис. 2.8. Криві повзучості сплаву 03X20H45M4БЧ в абсолютних та відносних координатах: а) $T = 650^\circ\text{C}$; б) $T = 700^\circ\text{C}$



а) б)
 Рис. 2.9. Криві повзучості в абсолютних та відносних координатах: а) сплав ЭИ826 при 800° С; б) молибден при 1000° С



а) б)
 Рис. 2.10. Криві повзучості в абсолютних та відносних координатах: а) сплав 12Х1М1Ф при 540° С; б) 30ХМА при 500° С

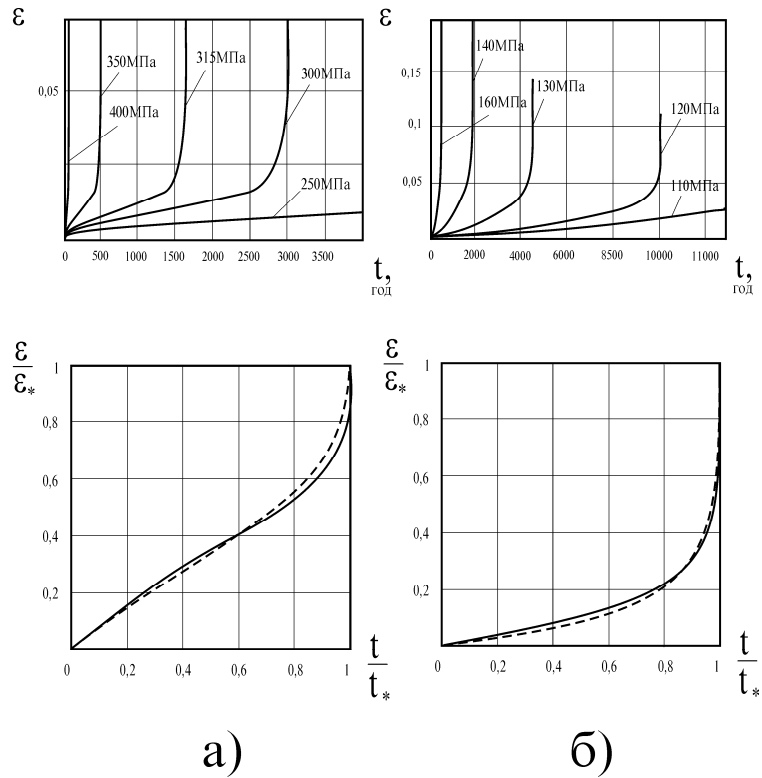


Рис. 2.11. Криві повзучості в абсолютних та відносних координатах: а) сплав ЭП44 при 565° С; б) ЭП44 при 595° С

Диференціюючи рівняння (2.127), дістанемо

$$\frac{d\psi_u}{d\psi} = (1 - \rho) \cdot n \cdot \psi^{n-1} + \rho \cdot p \cdot \psi^{p-1}; \quad (2.128)$$

$$\frac{d^2\psi_u}{d\psi^2} = (1 - \rho) \cdot n \cdot (n - 1) \cdot \psi^{n-2} + \rho \cdot p \cdot (p - 1) \cdot \psi^{p-2}. \quad (2.129)$$

Із аналізу двох останніх співвідношень видно, що $\frac{d\psi_u}{d\psi} \geq 0$, а похідна другого порядку може приймати як додатні так і від'ємні значення. Звідки випливає, що напрям опуклості кривої накопичення пошкоджень в координатах ψ - ψ_u може змінюватись. Так, наприклад, для значень $\rho=0,7$, $n=0,1$, $p=1/n=10$ крива накопичення пошкоджень має три характерних ділянки, що подібні до кривої повзучості.

Цілком природно припустити, що процес накопичення пошкоджень відображає закономірності деформації повзучості. Враховуючи також те, що характер кривих повзучості та накопичення пошкоджень схожий (спостерігаються характерні три ділянки як на кривих тривалості міцності, так і на кривих повзучості), ми пропонуємо знаходити

параметри моделі (2.112) з кривих повзучості, які побудовані у відносних координатах. Шуканими будуть параметри апроксимації p , n , ρ виразом (2.127) кривих повзучості побудованих у відносних координатах. На рис. 2.7 – 2.11 розрахунок за співвідношенням (2.127) показаний пунктиром.

Числові значення параметрів p , n , ρ співвідношення (2.127) визначали підбором із умови наближеного мінімуму суми квадратів відхилень розрахункових та експериментальних значень ψ_u . Для вирішення цієї задачі у випадку, коли є рівняння кривої повзучості, використовували розроблену у математичному додатку MathCad програму, яка автоматично будує криві повзучості у відносних координатах та підбирає параметри апроксимації.

У випадку аналізу експериментальних даних, коли ми отримували залежність $\psi_u = \psi_u(\psi)$ у вигляді таблиці, стала у нагоді надбудова офісного додатку Excel «Поиск Решения». Використання Excel зумовлено тим, що при обробці табличних даних він найбільш зручний. Подальше виведення результатів та обробка різних апроксимацій кривих повзучості здійснювались також за допомогою додатку MathCad.

2.5.2. Перевірка адекватності запропонованого методу визначення параметрів моделей накопичення пошкоджень наявним експериментальним даним немонотонного деформування

Для перевірки запропонованого підходу визначення параметрів p , n , ρ моделі (2.112) були використані експериментальні дані двоступеневого навантаження сталі ЭИ826 при температурі 800⁰С, які наведені в роботі [113]. На першому етапі всі зразки витримували під напруженням 200 МПа протягом 2800 год. На другому етапі напруження варіювали від 350 до 180 МПа для різних зразків. В результаті апроксимації кривих повзучості сталі ЭИ826 отримано такі значення параметрів: $n = 1$, $p = 20,94278$, $\rho = 0,613368$. Результати експерименту та розрахунок за співвідношенням (2.121) показані на рис. 2.12.

Як видно з рис. 2.12б при значній різниці між t_{*1} та t_{*2} отримано великі відхилення експериментальних та розрахункових даних. Це змушує нас у подальшій роботі сконцентрувати увагу на визначенні меж застосування гіпотези. Для цього слід провести додаткове порівняння експериментальних та розрахункових даних для значної кількості матеріалів та режимів навантаження для того, щоб визначити умови, при яких запропонована гіпотеза працює, а при яких – ні.

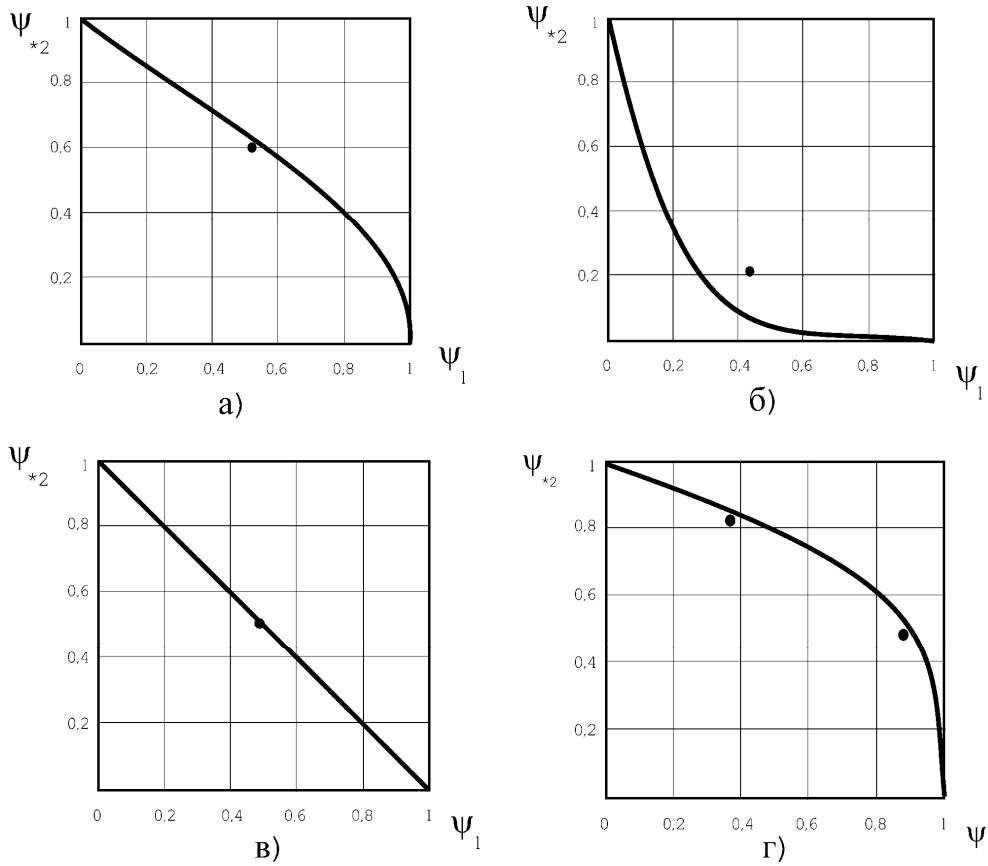


Рис. 2.12. Залежність між залишковим та використаним ресурсами тривалої міцності при двоступеневому навантаженні:
 а) – сплав ЭИ826 при 800° С ($\alpha_{21} = 1,3$); б) сплав ЭИ826 при 800° С ($\alpha_{21} = 0,3$);
 в) сплав ЭИ826 при 800° С ($\alpha_{21} = 1$); г) сплав 03Х20Н45М4 при 700° С ($\alpha_{21} = 2,6$);
 (• – експеримент; — – розрахунок зі співвідношення (2.121))

РОЗДІЛ 3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ

3.1. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком

Як відзначалось у п.1.3.2, широке застосування холодного торцевого розкочування стримується недостатнім вивченням впливу технологічних параметрів на протікання процесу обкочування. Зокрема напрям течії металу під час холодного торцевого розкочування визначали здебільшого експериментальним шляхом для кожного розроблюваного процесу. При цьому управління напрямом течії здійснювалось лише в одиничних випадках [23, 26]. Розкочування заготовок циліндричним валком має менші технологічні можливості, ніж конічним. Проте такі процеси значно легше здійснити на існуючих установках для радіального розкочування, накочування різьби тощо. Крім того вони виявляють кращу стабільність при формуванні деталей певної форми [91]. Математично опишемо процес формоутворення під час холодного торцевого розкочування циліндричним валком, що дозволить цілеспрямовано змінювати параметри процесу, а, отже, розширить межі його застосування.

Як відзначалось у роботі [50], напрям течії приконттактних шарів металу визначається силою тертя ковзання, що виникає у плямі контакту інструменту та заготовки. Радіальна складова сили тертя ковзання в свою чергу викликана різною направленістю векторів швидкості заготовки та інструменту. Отже, задача визначення напрямку і інтенсивності течії металу зводиться до пошуку кута ψ між векторами швидкості заготовки та інструменту в плямі контакту. Для встановлення залежності кута ψ від зміщення інструменту по відношенню до осей заготовки δ (рис. 3.1), подачі h та радіуса валка інструменту R_a скористаємось апаратом аналітичної геометрії.

Приймемо декартову систему координат, площина xOy якої збігається із площиною zdeформованої заготовки (рис. 3.2), а початок координат лежить на осі обертання заготовки. У прийнятій системі координат поверхня інструменту (циліндричного валка) при нехтуванні пружними деформаціями запишеться у вигляді

$$F(x, y, z) = (y - \delta)^2 + (z - R_a)^2 - R_a^2 = 0. \quad (3.1)$$

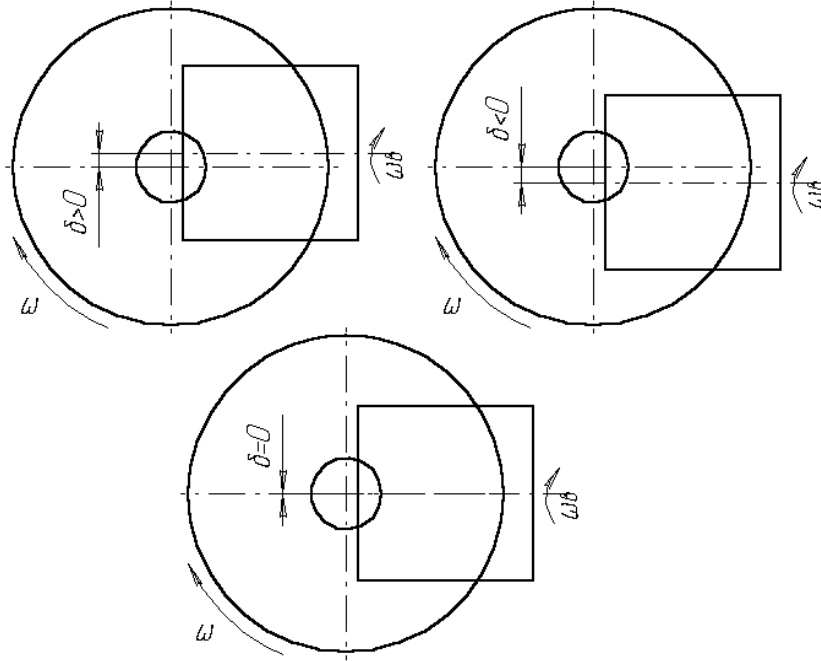


Рис. 3.1. Визначення зміщення δ валка по відношенню до осей заготовки

Якщо знехтувати пружними деформаціями валка, то пляма контакту заготовки із валком повністю визначається геометрією валка. Тоді координати точки контакту $M_0(x_0, y_0, z_0)$, що лежить на відстані R від осі обертання заготовки та на відстані h від поверхні здеформованої заготовки подамо у вигляді

$$\begin{aligned} x_0 &= R; \\ y_0 &= \sqrt{R_a^2 - (h - R_a)^2} + \delta; \\ z_0 &= h. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Визначимо взаємне розташування векторів швидкостей заготовки та інструменту т. $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

Будь-яка точка заготовки здійснює обертальний рух навколо осі Oz . Вектор швидкості при цьому лежить на прямій a , що перпендикулярна до радіуса обертання. Якщо розглянути т. M_0 заготовки, то її вектор швидкості перпендикулярний до прямої $O'M_0$. Тоді рівняння прямої a у площині $z = z_0$ матиме вигляд

$$y = -\frac{x_0}{y_0} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.3)$$

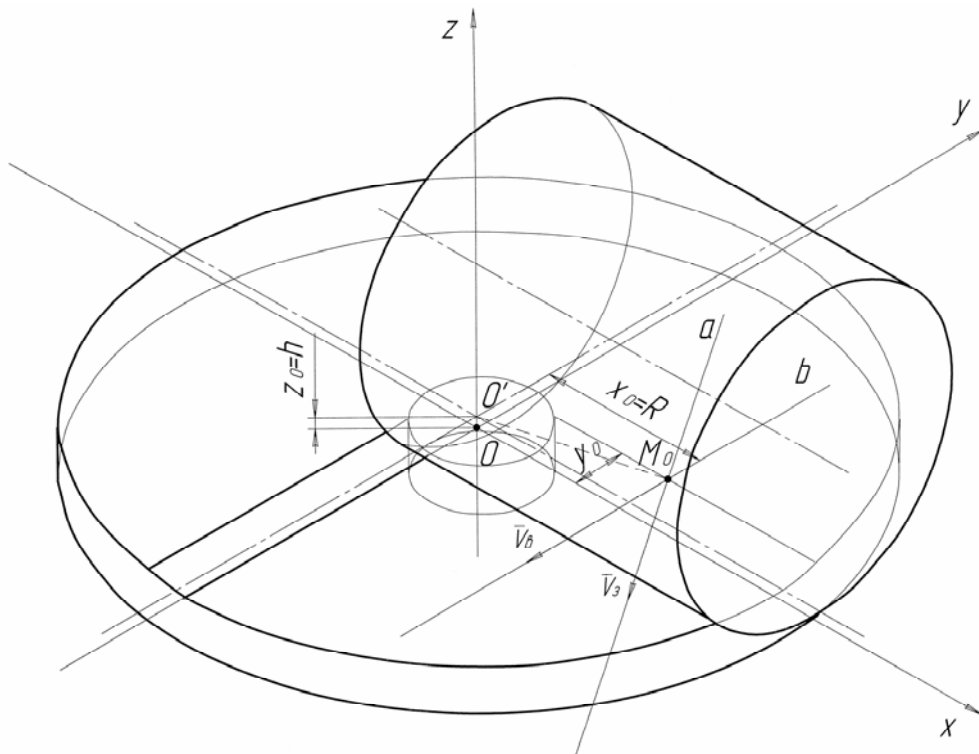


Рис. 3.2. Розрахункова схема

Інструмент здійснює обертальний рух навколо своєї осі. Пряма b , на якій лежить вектор швидкості т. M_0 інструменту, є перетином площини, що дотична до поверхні інструменту у т. M_0 , із площиною, що перпендикулярна до осі обертання і проходить через т. M_0 . Знайдемо рівняння цих площин.

Нормальний вектор площини, що дотична до поверхні циліндра у т. $M_0(x_0, y_0, z_0)$

$$\vec{n}_1 \left(\frac{\partial F}{\partial x}; \frac{\partial F}{\partial y}; \frac{\partial F}{\partial z} \right), \quad (3.4)$$

де $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$ – частинні похідні від (3.1) по x, y, z відповідно.

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= 0; \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= 2 \cdot (y - \delta); \\ \frac{\partial F}{\partial z} &= 2 \cdot (z - R_d). \end{aligned}$$

Нормальний вектор площини, в якій лежить переріз, що перпендикулярний до осі обертання циліндра, має координати

$$\vec{n}_2(1;0;0). \quad (3.5)$$

Враховуючи, що пряма b утворюється перетином площин (3.4) та (3.5), тоді напрямний вектор прямої

$$\vec{s}(l;m;n) = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2;$$

$$\vec{s} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 0 & 0 \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 1 & 0 \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ 1 & 0 \end{vmatrix};$$

$$\begin{cases} l = 0; \\ m = \frac{\partial F}{\partial z}; \\ n = -\frac{\partial F}{\partial y}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Знайдемо проекцію прямої b на площину $z = z_0$. Проекцією прямої b на площину $z = z_0$ є перетин площини Ω , яка перпендикулярна до площини $z = z_0$ і містить пряму b , із площиною $z = z_0$.

Нормальний вектор площини $z = z_0$ $\vec{n}_3(0;0;1)$ лежить у площині Ω . Направний вектор прямої b $\vec{s}(l;m;n)$ також лежить у площині Ω . Площина Ω проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$. Оскільки вектори $\vec{n}_3, \vec{s}, \vec{M_0M}$ компланарні, тоді рівняння площини Ω запишемо

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ l & m & n \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \end{vmatrix} = 0; \quad (3.7)$$

$$l \cdot (y - y_0) - m \cdot (x - x_0) = 0. \quad (3.8)$$

Отже, проекція вектора швидкості точки циліндра на площину $z = z_0$ визначається з формули

$$y = \frac{m}{l} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.9)$$

Кут між векторами швидкості інструменту та заготовки в плямі контакту

$$\psi = \arctg \left(\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right), \quad (3.10)$$

де $k_1 = -\frac{x_0}{y_0}$, $k_2 = \frac{m}{l}$ – кутові коефіцієнти проекцій прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площини $z = z_0$. Оскільки $k_2 \rightarrow \infty$ (тобто проекція прямої, на якій лежить вектор швидкості точки M_0 інструменту, на площину $z = z_0$ паралельна осі Oy прийнятої системи координат) маємо

$$\begin{aligned} \psi &= \lim_{k_2 \rightarrow \infty} \arctg \left(\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right) = \arctg \left(\frac{1}{k_1} \right); \\ \psi &= \arctg \left(-\frac{\sqrt{R_a^2 - (h - R_a)^2} + \delta}{R} \right). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Результати розрахунків за формулами (3.2), (3.3) та (3.9) показано на рис. 3.3.

Залежність кута ψ між проекціями на площину $z = z_0$ прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, від параметрів процесу розкочування, що розраховується за формулою (3.11), показана на рис. 3.4.

Аналіз отриманої залежності вказує, що напрямок течії металу однозначно визначається зміщенням валка по відношенню до осей заготовки δ : при додатному зміщенні валка матеріал тече до центру заготовки, а при від'ємному – від центру (рис. 3.4а,б,в,г). Це підтверджується існуючими експериментальними даними. Зміни інтенсивності течії металу під час торцевого розкочування циліндричним валком можна досягти варіюванням величин подачі та радіуса валка.

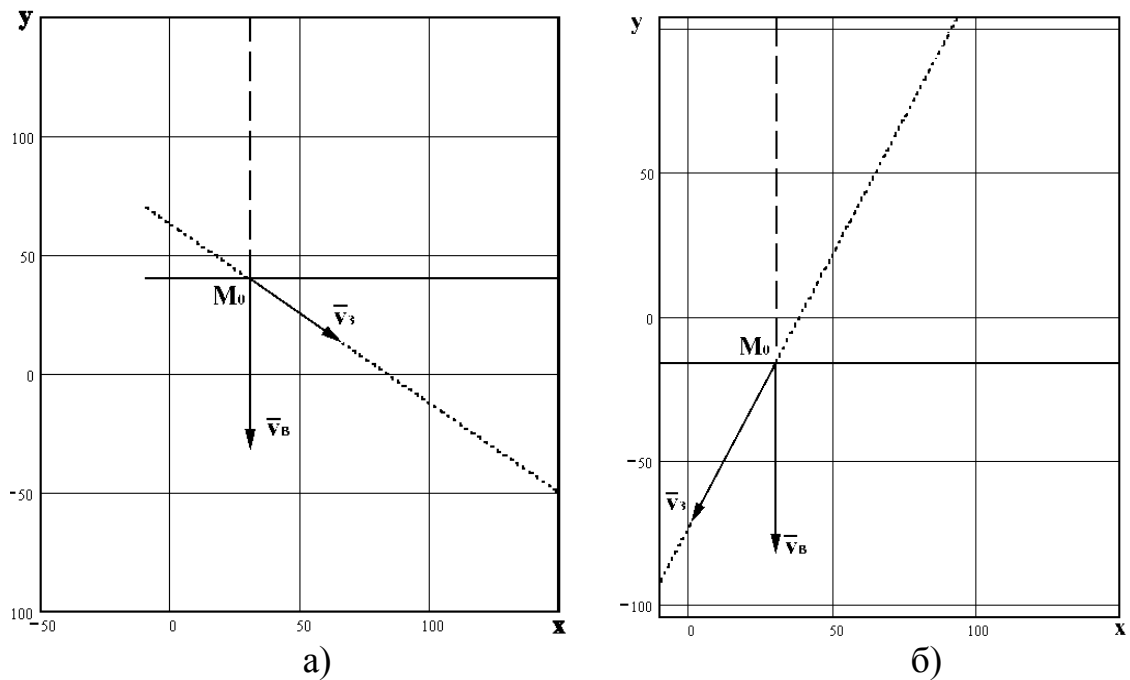


Рис. 3.3. Проекції прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту (штрихова лінія) та заготовки (пунктирна лінія), на площину $z = z_0$ при додатному (а) та від'ємному (б) зміщенні δ (суцільна лінія – передній фронт контакту)

Залежність (3.11) дозволяє цілеспрямовано управляти напрямом течії металу. Зокрема на рис. 3.4в показано розподілення кута ψ по дузі контакту, з якого видно, що при від'ємному зміщенні δ можна досягти такого стану, при якому частки металу рухаються у радіальному напрямку, як від центру, так і до центру заготовки в залежності від висоти z контакту валка із заготовкою. Це дало змогу одночасно із висадкою розвинутих фланців здійснювати формування циліндричних тонкостінних виступів необхідної висоти і товщини у складнопрофільних заготовках (рис. 3.5).

3.2. Розробка математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні конічним валком

Основна проблема при розробці і реалізації процесу холодного торцевого розкочування конічним валком, як і при розкочуванні циліндричним валком, полягає в управлінні напрямом течії металу, що в результаті визначає можливість отримання заготовки необхідної форми без руйнування і втрати стійкості. В результаті проведених експериментальних досліджень було встановлено, що інтенсивність напрямку течії металу залежить переважно від взаємного розташування валка і заготовки. Цілеспрямоване зміщення валка по відношенню до

заготовки дозволило реалізувати нові способи розкочування і формувати високоякісні складнопрофільні заготовки [20]. Разом з тим природа процесу, як і його кількісні закономірності, залишилися до кінця не визначеними.

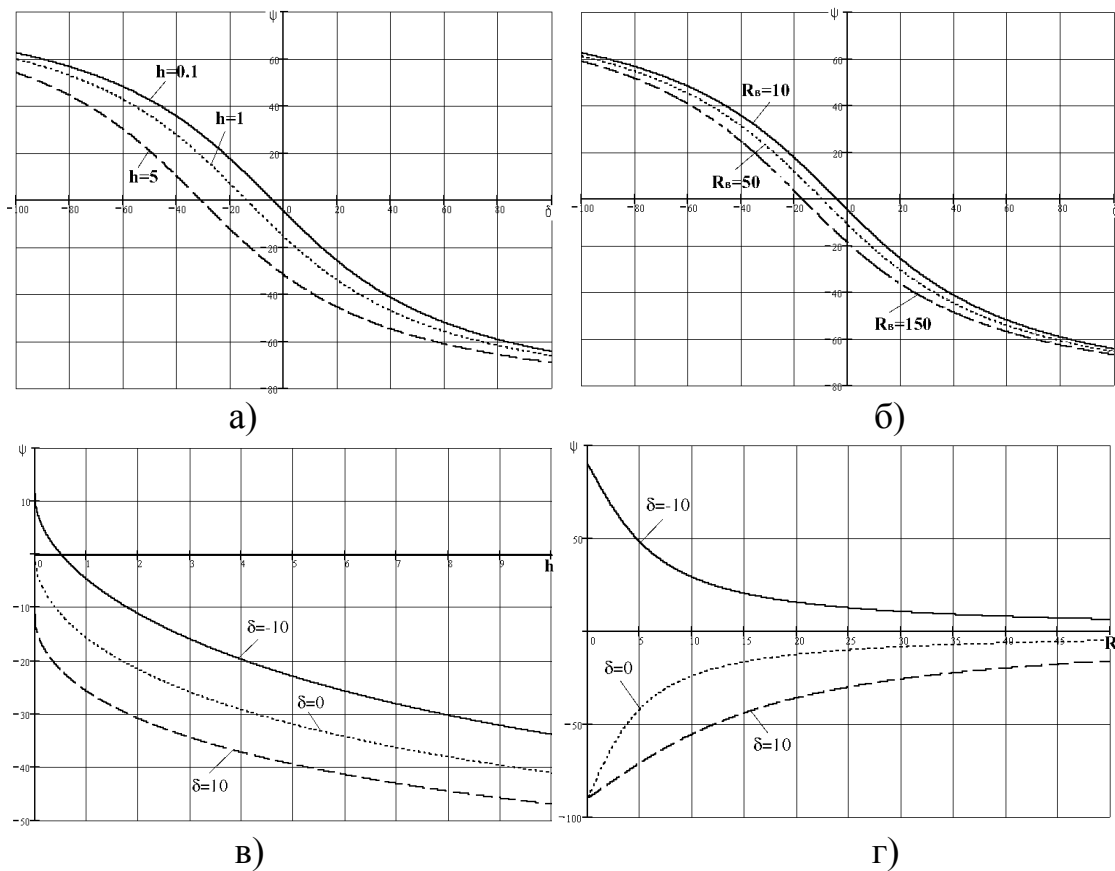


Рис. 3.4. Залежність кута ψ від технологічних параметрів процесу холодного торцевого розкочування циліндричним валком розрахована за формулою (3.11)



Рис. 3.5. Деталі, що виготовлені холодним торцевим розкочуванням циліндричним валком

Як було відзначено вище, в процесі холодного торцевого розкочування течію металу у радіальному напрямі обумовлює дія радіальної складової сили тертя ковзання, що викликана різною направленістю векторів швидкості заготовки та інструменту у зоні контакту.

Досі для забезпечення необхідного напрямку течії матеріалу заготовки користувались рекомендаціями, що ґрунтуються на експериментальних даних. У відповідності із експериментами матеріал тече до центру заготовки при від'ємному зміщенні δ (рис. 3.6), а при додатному зміщенні δ спостерігається інтенсивна течія від центру заготовки. Визначення закономірностей залежності течії матеріалу заготовки від ряду технологічних параметрів процесу розкочування, основними з яких, крім зміщення інструменту по відношенню до осей заготовки δ , є кут конуса інструменту α , подача інструменту h і радіус заготовки, у літературі нами знайдено не було. А оскільки виявлення впливу параметрів процесу на кінематику розкочування є особливо актуальним для подальшого розвитку теорії і практики обробки металів тиском, то саме дослідження вказаної проблеми і розглядається в цьому підрозділі.

Для визначення напрямку швидкостей заготовки та інструменту застосували апарат аналогічний тому, що використовувався для побудови математичної моделі формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком. Виберемо декартову систему координат, початок координат якої збігається з центром zdeформованої заготовки, а осі $\hat{I} \delta$ та Oy направлені вздовж осей заготовки (рис. 3.7).

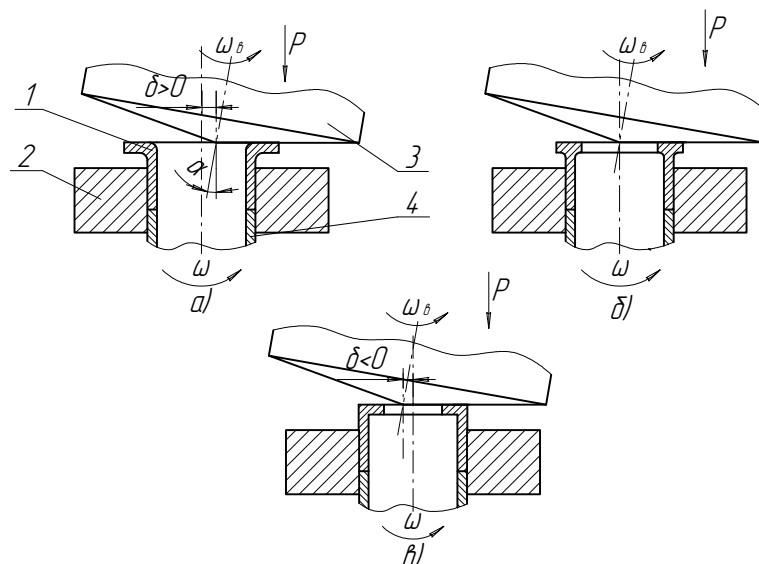


Рис. 3.6. До визначення ексцентриситету δ при холодному торцевому розкочуванні конічним валком

Канонічне рівняння конуса в правій системі координат $O'x'y'z'$, має вигляд

$$\frac{x'^2 + y'^2}{a^2} - \frac{z'^2}{c^2} = 0. \quad (3.12)$$

Як видно з розрахункової схеми (рис. 3.7)

$$\frac{c^2}{a^2} = \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (3.13)$$

Розташуємо, не порушуючи узагальнень, твірну конуса вздовж осі Ox на відстані δ від початку координат. Тоді скориставшись відомими перетвореннями координат отримаємо

$$F(x, y, z) = ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 - \frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha}. \quad (3.14)$$

Вираз (3.14) є рівнянням робочої поверхні інструменту в прямокутній системі координат $Oxyz$ (рис. 3.8). У цьому випадку нехтуємо пружною деформацією конуса під дією технологічного зусилля.

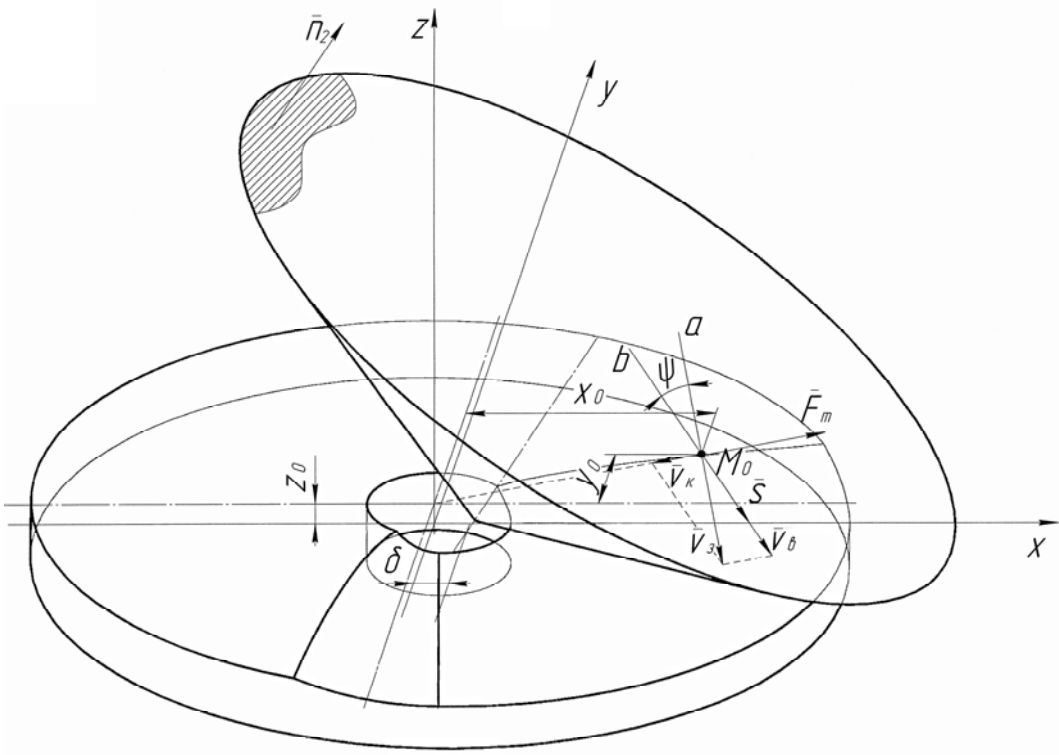


Рис. 3.7. Розрахункова схема

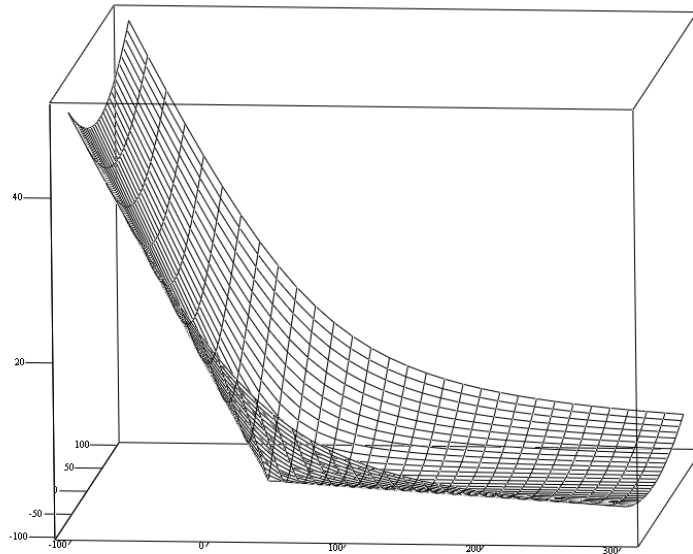


Рис. 3.8. Поверхня інструменту (розрахунок з (3.14))

Знайдемо передній фронт контакту конічного валка та заготовки. Він визначається лінією перетину поверхні конуса із поверхнею нездеформованої заготовки. При подачі h переднім фронтом є парабола, що описується рівнянням

$$y = \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2}. \quad (3.15)$$

Тоді координати точки контакту $M_0(x_0, y_0, z_0)$, що лежить на плямі контакту на відстані R від осі обертання заготовки та на відстані h від поверхні здеформованої заготовки, подамо у вигляді

$$\begin{aligned} x_0 &= R; \\ y_0 &= \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2}; \quad (3.16) \\ z_0 &= h. \end{aligned}$$

Тоді координати точки контакту $M_0(x_0, y_0, z_0)$, що лежить на плямі контакту на відстані R від осі обертання заготовки та на відстані h від поверхні здеформованої заготовки, подамо у вигляді

$$\begin{aligned}
x_0 &= R; \\
y_0 &= \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2}; \quad (3.17) \\
z_0 &= h.
\end{aligned}$$

Визначимо напрям вектора швидкості точки M_0 , що належить заготовці. Заготовка здійснює обертальний рух навколо осі OZ , тому вектор швидкості направлений перпендикулярно до радіуса обертання (див. рис. 3.7). Рівняння проекції прямої, на якій лежить вектор швидкості точки M_0 , на площину $z = z_0$ запишемо у вигляді

$$y = -\frac{x_0}{y_0} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.18)$$

Оскільки інструмент здійснює обертальний рух навколо своєї осі, вектор швидкості точки M_0 інструменту лежить на прямій перетину площини, що дотична до поверхні конуса у т. M_0 із площиною, що перпендикулярна осі конуса і проходить через т. M_0 . Знайдемо рівняння цих площин.

Рівняння площини, що дотична до поверхні конуса у точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ запишемо у вигляді

$$\frac{\partial F}{\partial x} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot (y - y_0) + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot (z - z_0) = 0, \quad (3.19)$$

де $\frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z}$ – частинні похідні від (3.14) по x, y, z відповідно.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = 2 \cdot \cos \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) - \frac{2 \cdot \sin \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$\frac{\partial F}{\partial y} = 2 \cdot y;$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -2 \cdot \sin \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha) - \frac{2 \cdot \cos \alpha \cdot ((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)}{\operatorname{tg}^2 \alpha}.$$

Нормальний вектор дотичної площини

$$\vec{n}_1 \left(\frac{\partial F}{\partial x}; \frac{\partial F}{\partial y}; \frac{\partial F}{\partial z} \right).$$

Нормальний вектор площини в якій лежить переріз, що перпендикулярний до осі обертання конуса, має координати

$$\vec{n}_2 (\sin \alpha; 0; \cos \alpha).$$

Враховуючи, що площина проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$, її рівняння запишемо у вигляді

$$z = z_0 - \operatorname{tg} \alpha \cdot (x - x_0). \quad (3.20)$$

Тоді рівняння прямої, на якій лежить вектор швидкості точки M_0 інструменту

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial x} \cdot (x - x_0) + \frac{\partial F}{\partial y} \cdot (y - y_0) + \frac{\partial F}{\partial z} \cdot (z - z_0) = 0; \\ z = z_0 - \operatorname{tg} \alpha \cdot (x - x_0). \end{cases} \quad (3.21)$$

Враховуючи, що пряма (3.21) утворюється перетином площин (3.19) та (3.20), тоді напрямний вектор прямої

$$\begin{aligned} \vec{s}(l; m; n) &= \vec{n}_1 \times \vec{n}_2; \\ \vec{s} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} = \vec{i} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial y} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ 0 & \cos \alpha \end{vmatrix} - \vec{j} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial z} \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} + \vec{k} \cdot \begin{vmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \sin \alpha & 0 \end{vmatrix}; \\ &\begin{cases} l = \frac{\partial F}{\partial y} \cdot \cos \alpha; \\ m = \frac{\partial F}{\partial z} \cdot \sin \alpha - \frac{\partial F}{\partial x} \cdot \cos \alpha; \\ n = -\frac{\partial F}{\partial y} \cdot \sin \alpha. \end{cases} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Знайдемо проекцію прямої (3.21) на площину $z = z_0$. Проекцією прямої (3.21) на площину $z = z_0$ є перетин площини Ω , яка перпендикулярна до площини $z = z_0$ і містить пряму (3.21), із площиною $z = z_0$.

Нормальний вектор площини $z = z_0$ $\vec{n}_3(0;0;1)$ лежить у площині Ω . Напрямний вектор прямої (3.21) $\vec{s}(l;m;n)$ також лежить у площині Ω . Площина Ω проходить через точку $M_0(x_0, y_0, z_0)$. Оскільки вектори \vec{n}_3 , \vec{s} , $\vec{M_0M}$ компланарні, то рівняння площини Ω запишемо

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ l & m & n \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \end{vmatrix} = 0; \quad (3.23)$$

$$l \cdot (y - y_0) - m \cdot (x - x_0) = 0. \quad (3.24)$$

Отже, проекція вектора швидкості точки конуса на площину $z = z_0$ визначається з формули

$$y = \frac{m}{l} \cdot (x - x_0) + y_0. \quad (3.25)$$

Кут між векторами швидкості інструменту та заготовки в плямі контакту

$$\psi = \arctg \left(\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right), \quad (3.26)$$

де $k_1 = -\frac{x_0}{y_0}$, $k_2 = \frac{m}{l}$ – кутові коефіцієнти проекцій прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площині $z = z_0$.

Результати розрахунків за формулами (3.15), (3.18) та (3.25) показано на рис. 3.9.

Згідно з розрахунками при додатному зміщенні валка матеріал тече від центра заготовки, а при від'ємному – до центра. Отримані аналітичні залежності дозволяють цілеспрямовано управляти інтенсивністю течії металу у заданому напрямі при розкочуванні трубчастих заготовок за схемами осаджування, висадки, калібрування, відбуртовки тощо.

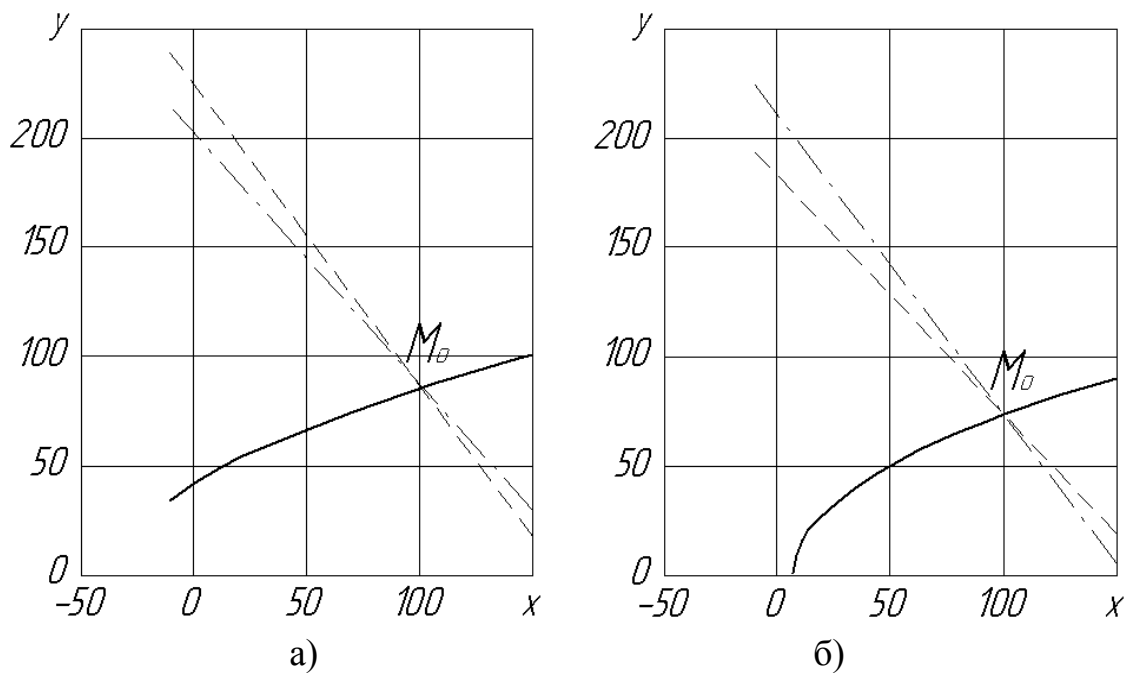


Рис. 3.9. Проекції прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту (штрихова лінія) та заготовки (штрих-пунктирна лінія), на площину $z = z_0$ при додатному (а) та від'ємному (б) зміщенні δ (суцільна лінія – передній фронт контакту заготовки та інструменту)

Залежність кута ψ між проекціями прямих, на яких лежать вектори швидкостей інструменту та заготовки, на площину $z = z_0$, від напряду та величини зміщення інструменту відносно осей заготовки δ розрахована за формулою (3.26) при різних кутах конуса інструменту, зображена на рис. 3.10. Аналіз отриманих залежностей показує, що вони не є симетричними відносно нульового зміщення: матеріал більш інтенсивно тече від центра заготовки. Встановлена залежність дозволяє посилювати вплив зміщення валка на напрям течії металу шляхом зміни кута конусності валка для зазначених вище схем розкочування.

Найбільше розповсюдження отримали технологічні процеси з кутом $\alpha = 10^\circ$. Це обумовлено, головним чином, тим фактом, що при зменшенні кута нахилу збільшується площа плями контакту і, відповідно, сила деформування. При його збільшенні зростають радіальні навантаження на інструментальний блок, що вимагає значного посилення жорсткості обладнання. Таким чином можливості управління процесом деформування шляхом зміни кута нахилу валка досить обмежені. Але все ж таки залежність кута ψ від кута інструменту α є особливо визначальною в процесах осаджування та переформування квадратних заготовок в круг в калібрах. В цьому випадку управляти течією металу шляхом зміщення валка неможливо, оскільки вершина

валка збігається, як правило, з центром заготовки. Отже, основним параметром управління залишається кут валка α . Крім того отримані залежності показують інтенсивність течії металу на різних відстанях від центра заготовки (рис. 3.11), що дозволяє обґрунтовано проектувати технологічні процеси розкочування плоских заготовок переформуванням з утворенням порожнин в центральній частині деталі.

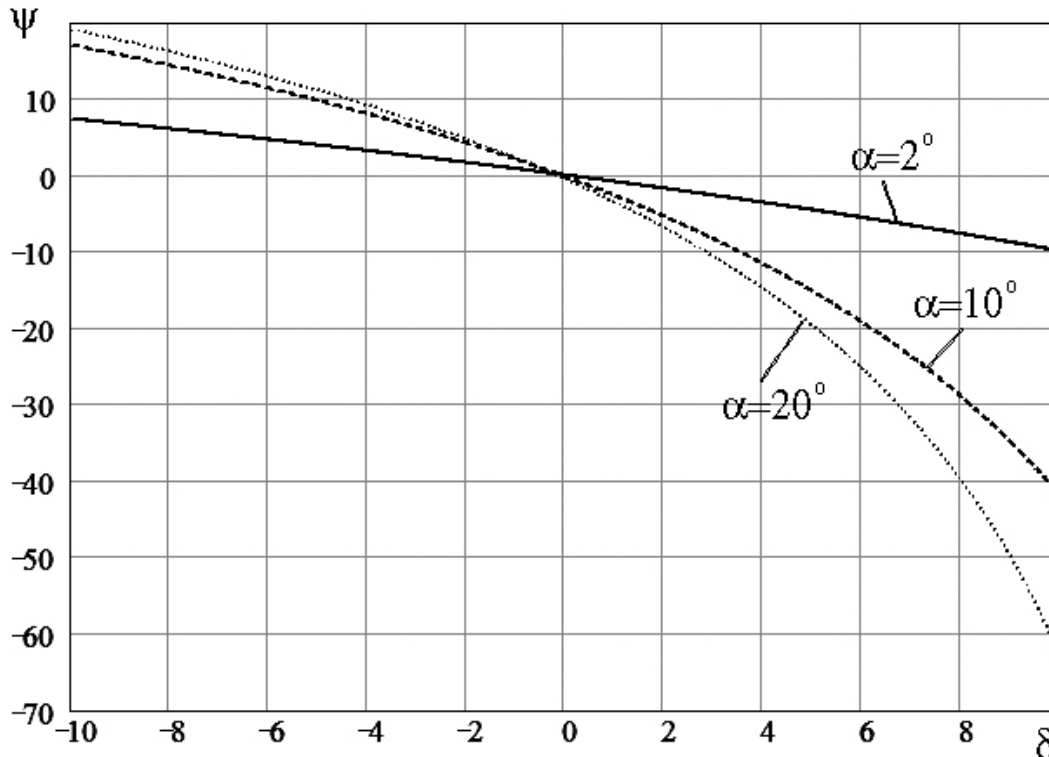


Рис. 3.10. Залежність кута ψ від напрямку та величини зміщення δ розрахована за формулою (3.26) при різних кутах конуса

3.3. Визначення площі контакту інструменту із заготовкою при холодному торцевому розкочуванні конічним валком із врахуванням утворення пластичної хвилі

Визначення геометрії контакту валка із заготовкою має дуже важливе значення при розрахунку енергосилових параметрів обладнання, оскільки зусилля деформування визначається з формули

$$P = p_{\text{ср}} F_{\text{с}}, \quad (3.27)$$

де $p_{\text{ср}}$ – середній тиск на контактні валки із заготовкою; $F_{\text{с}}$ – площа контакту.

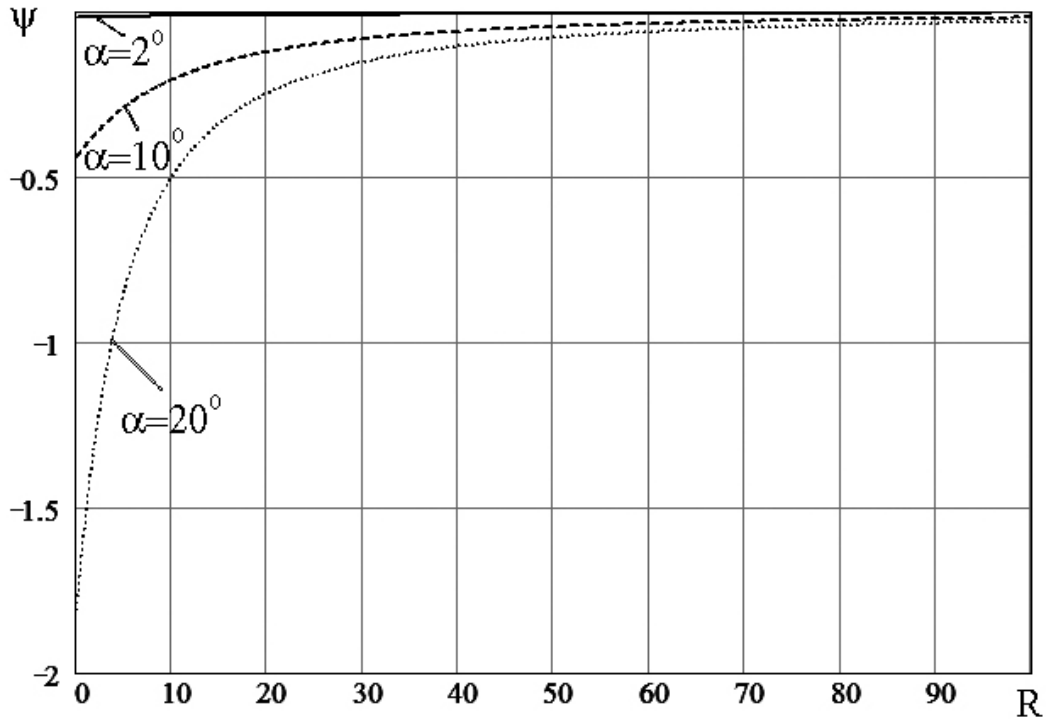


Рис. 3.11. Залежність кута ψ від відстані до центра розрахована за формулою (3.26) при різних кутах конуса

Тому у літературі накопичено досить багато рекомендацій по оцінці площі контакту валка із заготовкою [122]. Здебільшого ця оцінка виражається у вигляді коефіцієнта λ – коефіцієнта, що характеризує зменшення площі контакту під час штампування обкочуванням у порівнянні із традиційними методами штампування.

$$\lambda = \frac{F_e}{F_\zeta}. \quad (3.28)$$

При осаджуванні площа контакту визначається за формулою

$$F_\zeta = \pi \cdot R^2. \quad (3.29)$$

Тому згідно з (3.28) та (3.29) маємо

$$\lambda = \frac{F_e}{\pi \cdot R^2}. \quad (3.30)$$

Контур контактної зони обмежується переднім та заднім фронтами.

Проекцією переднього фронту на площину Oxy є парабола, що описується рівнянням (3.15).

Задній фронт контуру – це лінія початку виходу металу заготовки з контакту з інструментом. Якщо знехтувати пружними деформаціями заготовки та інструменту, то проекцією заднього фронту на площину Oxy є пряма

$$y = 0. \quad (3.31)$$

Визначимо площу контакту валка із заготовкою. Для суцільної заготовки маємо

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_A}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx. \quad (3.32)$$

Для кільцевої заготовки

$$F_{\hat{e}} = \int_{x_B}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + h \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - h \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx - \int_{x_B}^{x_D} \sqrt{r^2 - x^2} dx, \quad (3.33)$$

де (див. рис. 3.16)

$$x_A = \delta - \frac{h}{\operatorname{tg} 2\alpha}; \quad (3.34)$$

$$x_B = -\frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} + \sqrt{r^2 + h^2 + \frac{2\delta h}{\operatorname{tg} \alpha}}; \quad (3.35)$$

$$x_C = -\frac{h}{\operatorname{tg} \alpha} + \sqrt{R^2 + h^2 + \frac{2\delta h}{\operatorname{tg} \alpha}}; \quad (3.36)$$

$$x_D = r; \quad (3.37)$$

$$x_E = R. \quad (3.38)$$

Якщо розрахувати коефіцієнт зменшення площі контакту λ під час холодного торцевого розкочування суцільних заготовок із нульовим зміщенням, тобто підставити вираз (3.32) при $\delta = 0$ у (3.30), то отримане співвідношення добре апроксимується степеневою функцією (рис. 3.12)

$$\lambda = 0,486 \cdot Q^{0,531}, \quad (3.39)$$

де

$$Q = \frac{h}{2 \cdot R \cdot \operatorname{tg} \alpha} - \text{відносна подача інструменту}. \quad (3.40)$$

При штампуванні кільцевих заготовок коефіцієнт зменшення площі контакту λ розраховується з формули

$$\lambda = \frac{\lambda_1 \cdot R^2 - \lambda_2 \cdot r^2}{R^2 - r^2}, \quad (3.41)$$

де λ_1 та λ_2 розраховуються з формули (3.39) при $Q = Q(R)$ та $Q = Q(r)$ відповідно.

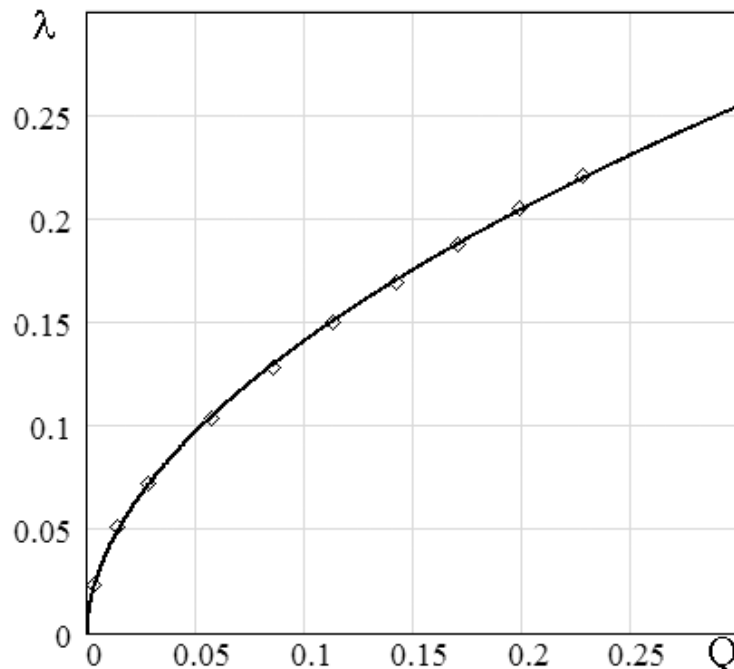


Рис. 3.12. Розрахунок коефіцієнта зменшення площі контакту з (3.32) (◇) та його апроксимація виразом (3.39) (суцільна лінія)

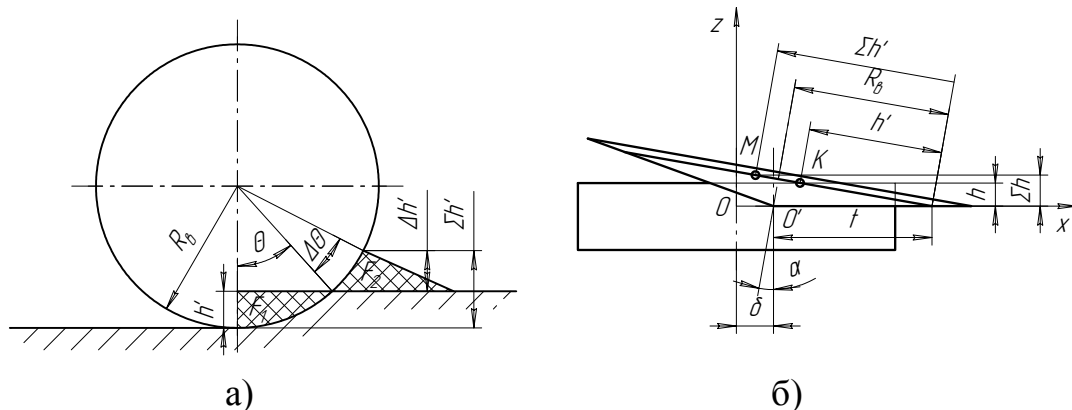


Рис. 3.13. До визначення площі контакту валка із заготовкою із врахуванням пластичної хвилі

У цьому випадку передній фронт визначається без врахування утворення пластичної хвилі. Невідповідність формул (3.32) та (3.33) експериментальним даним особливо значна при закритому торцевому розкочуванні, коли матриця вже заповнилась, а формоутворення продовжується, тобто на етапі калібрування. Тоді увесь метал, що витискується з-під валка йде на утворення пластичної хвилі (рис. 3.13а).

Плоский переріз хвилі представимо у вигляді трикутника із площею F_2 . Оскільки увесь метал йде на утворення пластичної хвилі, тому $F_1 = F_2$. У роботі [26], наведено вираз для визначення $\Delta\theta$

$$\Delta\theta = 2 \arcsin \sqrt{\frac{2\theta - \sin 2\theta}{8 \left\{ \sin 2\theta + \frac{\sin^3 \theta}{2} \cdot \left[\sec^2 \gamma - (1 + \sqrt{2} \cdot \cos^2 \gamma) \right] \right\}}}, \quad (3.42)$$

де $\gamma = \arccos(2 \cdot \mu)$; μ – коефіцієнт тертя.

Визначимо загальну висоту контакту заготовки із валком (див. рис. 3.13а):

$$\Sigma h' = 2 \cdot R_a \cdot \sin^2 \left(\frac{\theta + \Delta\theta}{2} \right). \quad (3.43)$$

У цій формулі кут θ визначається таким чином

$$\theta = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{h'}{2R_a}}. \quad (3.44)$$

Оскільки вісь обертання знаходиться під кутом α до осі заготовки, то

$$\begin{aligned} h' &= \frac{h}{\sin \alpha}; \\ R_a &= t \cdot \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Тоді параметричне рівняння поверхні, яка описує максимальну висоту пластичної хвилі запишемо у вигляді

$$\begin{cases} z = \Sigma h'(t) \cdot \sin \alpha; \\ x = t + \delta - \Sigma h'(t) \cdot \cos \alpha. \end{cases} \quad (3.46)$$

Рівняння контуру переднього фронту контакту заготовки із інструментом подамо, як перетин поверхні (3.46) із поверхнею інструменту (3.14), попередньо записавши рівняння поверхні (3.46) у вигляді $z = q(x)$

$$\begin{cases} ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - z \cdot \sin \alpha)^2 + y^2 - \frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + z \cdot \cos \alpha)^2}{\text{tg}^2 \alpha} = 0; \\ z = q(x). \end{cases} \quad (3.47)$$

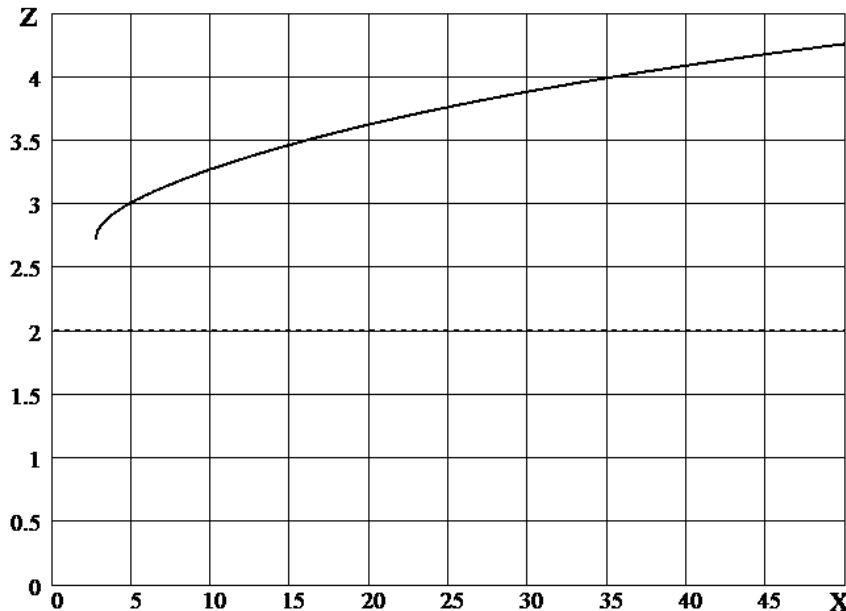


Рис. 3.14. Криві, що описують найвище положення гребінця пластичної хвилі (суцільна лінія) та положення нездеформованої частини заготовки без утворення хвилі (штрихова лінія)

Аналітичний вираз $q(x)$ отримати не вдалось, тому $q(x)$ знаходили числовим розв'язком другого рівняння системи (3.46) відносно t і підстановкою у перше рівняння. Загальний вигляд кривої, яка описується рівнянням (3.46), у порівнянні із поверхнею заготовки без утворення хвилі показано на рис. 3.14. На рис. 3.15 показано взаємне положення поверхонь інструменту, нездеформованої заготовки ($z = h$) та найвищого положення гребінця хвилі ($z = q(x)$).

Проекція на площину Oxy контуру переднього фронту запишеться у вигляді

$$y = \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha)^2}. \quad (3.48)$$

Тоді площа контакту для суцільних заготовок розраховується за формулою (рис. 3.16):

$$F_e = \int_{x_A}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx, \quad (3.49)$$

де x_A, x_C, x_E знаходимо розв'язавши рівняння

$$\begin{aligned} \frac{((x_A - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_A) \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x_A - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_A) \cdot \sin \alpha)^2 &= 0; \\ \frac{((x_C - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_C) \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x_C - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_C) \cdot \sin \alpha)^2 &= \\ &= R^2 - x_C^2; \\ x_E &= R. \end{aligned} \quad (3.50)$$

Площу контакту для кільцевих заготовок знайдемо із виразу

$$F_e = \int_{x_B}^{x_C} \sqrt{\frac{((x - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x) \cdot \cos \alpha)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - ((x - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x) \cdot \sin \alpha)^2} dx + \int_{x_C}^{x_E} \sqrt{R^2 - x^2} dx - \int_{x_B}^{x_D} \sqrt{r^2 - x^2} dx, \quad (3.51)$$

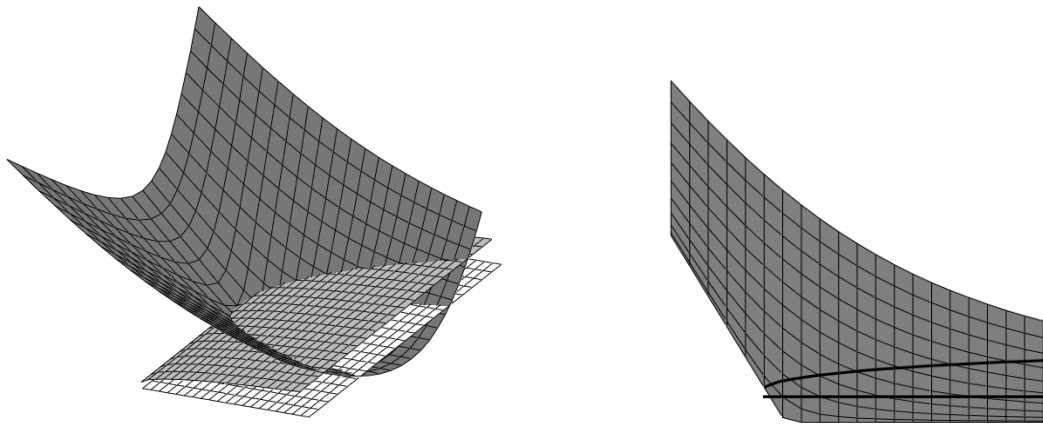


Рис. 3.15. Взаємне розташування поверхонь інструменту, нездеформованої заготовки та найвищого положення гребінця хвилі

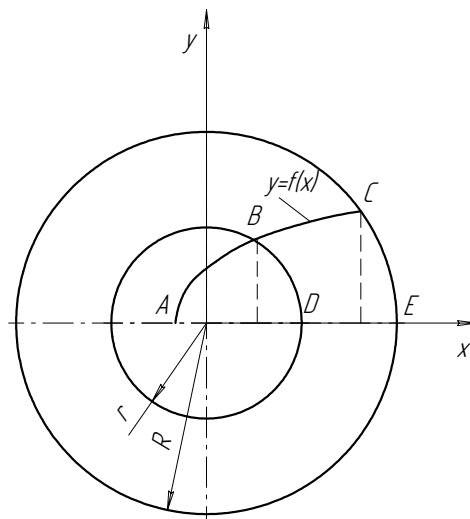


Рис. 3.16. До визначення площі контакту інструменту із заготовкою із врахуванням утворення пластичної хвилі

де x_C та x_E знаходимо із (3.50), а x_B та x_D розв'язавши рівняння

$$\frac{\left((x_B - \delta) \cdot \sin \alpha + q(x_B) \cdot \cos \alpha \right)^2}{\operatorname{tg}^2 \alpha} - \left((x_B - \delta) \cdot \cos \alpha - q(x_B) \cdot \sin \alpha \right)^2 =$$

$$= r^2 - x_B^2; \quad (3.52)$$

$$x_D = r.$$

Загальний вигляд проєкції переднього фронту на горизонтальну площину при врахуванні та без врахування утворення пластичної хвилі показано на рис. 3.17. Це є граничні значення проєкцій переднього фронту. Упродовж майже усього процесу деформування ця крива за-

ймає проміжне положення. Але для розрахунку необхідного для деформування осьового зусилля, тобто фактично для розрахунку силових параметрів обладнання, необхідно використовувати формули (3.49) та (3.52), особливо коли проектується процес закритого холодного торцевого розкочування, де потрібно досягти повного заповнення матриці металом.

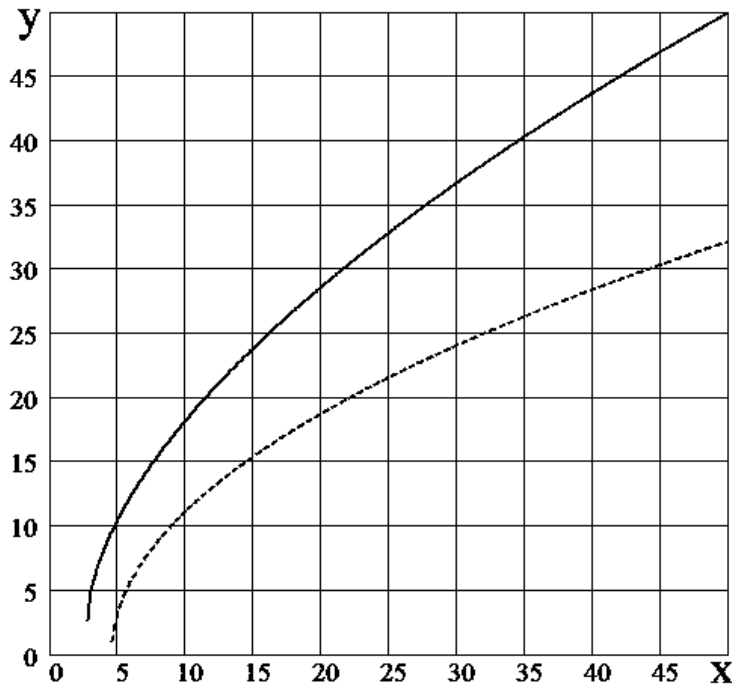


Рис. 3.17. Проекції переднього фронту на горизонтальну площину при врахуванні (суцільна лінія) та без врахування (штрихова лінія) утворення пластичної хвилі

Якщо розрахувати коефіцієнт зменшення площі контакту λ під час холодного торцевого розкочування суцільних заготовок із нульовим зміщенням, тобто підставити вираз (3.49) при $\delta = 0$ у (3.30), то отримане співвідношення добре апроксимується степеневою функцією (рис. 3.18)

$$\lambda = (2,215 \cdot \mu^2 + 0,831 \cdot \mu + 0,486) \cdot Q^{0,452 \cdot \mu^2 - 0,699 \cdot \mu + 0,531} \quad (3.53)$$

При ротаційному штампуванні кільцевих заготовок коефіцієнт зменшення площі контакту λ із врахуванням утворення пластичної хвилі розраховується з формули

$$\lambda = \frac{\lambda_2 \cdot R^2 - \lambda_1 \cdot r^2}{R^2 - r^2}, \quad (3.54)$$

де λ_1 та λ_2 розраховуються з формули (3.53) при $Q = Q(R)$ та $Q = Q(r)$ відповідно.

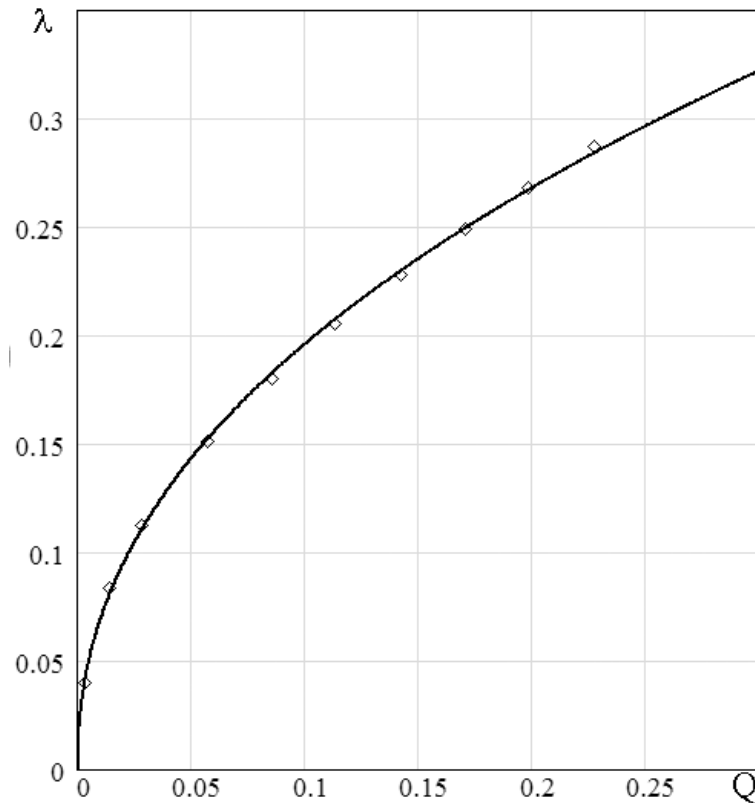


Рис. 3.18. Розрахунок коефіцієнта зменшення площі контакту з (3.49) (\diamond) та його апроксимація виразом (3.53) (суцільна лінія) при $\mu = 0,1$

3.4. Згинання смуги змінного перерізу

3.4.1. Напружено-деформований стан заготовки під час згинання широкої смуги із врахування зміцнення

Основними вихідними рівняннями, що використовуються для пошуку поля напружень, є рівняння рівноваги. В загальному випадку рівняння рівноваги утворюють систему трьох диференціальних рівнянь із шістьма невідомими. Ці рівняння можуть бути складені для прямокутної, циліндричної та сферичної системи координат. Вибір системи координат визначається характером деформування заготовки та можливістю отримати максимально прості аналітичні залежності.

Для спрощення розв'язків, що пов'язані із аналізом процесу деформування, бажано, без особливого впливу на точність розв'язків, спростити вихідні рівняння рівноваги та зменшити кількість невідомих, що входять у ці рівняння.

Можливість використання спрощених рівнянь рівноваги повинна бути обґрунтована при розгляді кожної конкретної операції листового штампування. Однак для окремих груп операцій листового штампування можна використовувати однакові наближені рівняння рівноваги. Ця можливість обумовлюється схожістю розмірних характеристик осередку деформації та характеру прикладення зовнішніх сил.

Загальне рівняння рівноваги елемента заготовки постійної товщини, що виділений у просторовій ділянці осередку деформації, при вісесиметричному деформуванні заготовки із врахуванням сил тертя на контактні поверхні [48,120]

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta - \frac{\mu\rho}{\sin\alpha} \left(\frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0, \quad (3.55)$$

де σ_ρ – меридіональне напруження; σ_θ – широтне напруження; μ – коефіцієнт тертя; ρ – відстань від осі симетрії; R_ρ, R_θ – радіуси кривизни у меридіональному та широтному перерізах.

В ідеальних умовах, коли тертя відсутнє, рівняння (3.55) приймає вигляд

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0. \quad (3.56)$$

Якщо вісесиметрична оболонка має змінну товщину вздовж твірної, то можна знайти загальне рівняння рівноваги і для цього випадку [120]

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho \left(1 + \frac{\rho}{s} \frac{ds}{d\rho} \right) - \sigma_\theta - \frac{\mu\rho}{\sin\alpha} \left(\frac{\sigma_\rho}{R_\rho} + \frac{\sigma_\theta}{R_\theta} \right) = 0. \quad (3.57)$$

У всіх рівняннях рівноваги для плоского напруженого стану при листовому штампуванні є два невідомих напруження σ_ρ та σ_θ . Для їх знаходження необхідно мати друге рівняння, яке доповнюється умовою пластичності.

Умови пластичності встановлюють співвідношення між напруженнями, при яких метал переходить з пружного стану в пластичний, тому ці умови також називають граничним станом тіла. Найбільше

поширення у листовому штампуванні отримали теорії максимальних дотичних напружень та енергетична.

Згідно з першою теорією пластичний стан тіла настає та підтримується тоді, коли одне з головних напружень τ_{\max} досягає певної величини, що дорівнює половині напруження текучості σ_s металу

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_s}{2} \rightarrow \sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s. \quad (3.58)$$

де $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – головні нормальні напруження.

Ця умова пластичності використовується лише для плоского напруженого стану, оскільки у ньому не враховується вплив середнього за величиною напруження.

Друга теорія (енергетична) – умова сталості питомої енергії зміни форми. Згідно з цією теорією вважається, що для переходу металу в пластичний стан необхідно накопичити в одиниці об'єму речовини деяку постійну кількість потенціальної енергії незалежно від схеми напруженого стану. Ця умова в загальному випадку записується у вигляді

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s. \quad (3.59)$$

При сумісному розв'язанні рівнянь рівноваги та рівнянь пластичності (3.59) в окремих випадках виникають значні математичні труднощі через нелінійний зв'язок головних нормальних напружень із напруженням текучості. Для спрощення розв'язання можна використовувати рівняння пластичності з енергетичної теорії у вигляді

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta \sigma_s, \quad (3.60)$$

де σ_1 та σ_3 – граничні головні напруження; β – коефіцієнт, що враховує вплив середнього головного напруження.

При неоднорідному полі напружень в осередку деформації коефіцієнт β є функцією координат. Однак, припускаючи при розв'язанні задач невелику похибку, можна прийняти величину β постійною та середньою для усього осередку деформації.

Для операцій листового штампування характерно, що поле напружень та деформацій неоднорідно. Різні точки осередку деформації

отримують різні деформації, а в умовах холодної деформації – і різне зміцнення. У цьому випадку напруження текучості є функцією координат і при сумісному розв'язанні рівнянь рівноваги та рівняння пластичності в останньому напруження текучості слід вважати змінним і таким, що залежить від координат елемента осередку деформації.

Для отримання розв'язків, що дають аналітичний вираз поля напружень із врахуванням зміцнення, необхідно у першу чергу мати аналітичний вираз кривої зміцнення (залежності напруження текучості від деформації). Використання кривої зміцнення в координатах $\sigma_s - \varepsilon_i$ при аналізі операцій обробки металів тиском призводить до великих математичних труднощів, навіть якщо залежність напруження текучості від інтенсивності деформацій задана простою аналітичною функцією. Ці труднощі обумовлені складним функціональним зв'язком деформацій між собою.

Лише при плоскій деформації (одна з головних деформацій дорівнює нулю, а дві інші рівні між собою і протилежні за знаком) чи при лінійній схемі напруженого стану (дві головні деформації рівні між собою, а в сумі дорівнюють третій деформації із оберненим знаком) співвідношення між деформаціями достатньо прості, що дещо спрощує використання кривої зміцнення в координатах $\sigma_s - \varepsilon_i$.

Більш прості, хоча і менш точні, розв'язки можуть бути отримані при використанні кривих зміцнення в координатах напруження текучості – максимальна за модулем деформація. У цьому випадку для пошуку напруження текучості в будь-якій точці осередку деформації необхідно знати лише одну максимальну деформацію, величина якої, як функція координат елементів заготовки, може бути порівняно просто розрахована.

Криві зміцнення, як характеристику даного металу в його певному стані, здебільшого отримують на основі спеціально проведених випробовувань, у яких схема напруженого стану повинна бути близькою до лінійної чи плоскої, а поле напружень – однорідним.

Використання експериментальних кривих зміцнення при аналізі процесу деформування обов'язково приводить до необхідності чисельного інтегрування.

Прагнення отримати розв'язок у вигляді формул вимагає апроксимації експериментальних кривих деякими функціональними залежностями. Криві зміцнення можна апроксимувати різними функціями, однак бажано, щоб вони були по можливості простими.

Як показано багатьма дослідниками [48,120], достатньо високу точність апроксимації дійсної кривої зміцнення дає степенева залежність вигляду

$$\sigma_s = A \cdot \varepsilon_i^n, \quad (3.61)$$

де A та n – коефіцієнти, що шукаються по експериментальній кривій зміцнення; ε – поточне значення максимальної за модулем деформації.

Недоліком степеневі функції (3.61) є те, що вона не показує наявності границі текучості, а дає плавне зменшення напруження текучості до нуля при прямуванні деформації до нуля. Тому більш доцільне використання для кривих зміцнення виразу типу

$$\sigma_s = \sigma_\delta + A\varepsilon_i^n, \quad (3.62)$$

де σ_δ – границя текучості.

Отже, при прямуванні деформації до нуля напруження текучості стає рівним межі текучості.

У ряді випадків степенева апроксимація кривої зміцнення призводить до складних диференціальних рівнянь, інтегрування яких має великі труднощі.

Для спрощення рішення можна скористатися ще більш простою, хоча і менш точною, лінійною апроксимацією кривої зміцнення

$$\sigma_s = \sigma_m + \dot{I} \cdot \varepsilon_i. \quad (3.63)$$

Дослідимо напружено-деформований стан при згинанні смуги поперечною силою P із врахуванням зміцнення. При згинанні поперечною силою P на заготовку діють не лише момент M , але й перерізуювальні сили Q , що викликають появу дотичних напружень у радіальних напрямках. Але впливом дотичних напружень на процес деформування через їх малість можна знехтувати [48, 120]. Замінімо дію поперечної сили моментом M .

Напружений стан елемента у зоні згинання – об'ємний, деформований – плоский ($\varepsilon_z = 0$) (рис. 3.19) [120]. Рівняння рівноваги, якщо знехтувати тертям запишемо у вигляді

$$\rho \frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0.$$

Маємо рівняння з двома невідомими. Доповнимо це рівняння енергетичною умовою пластичності (3.59).

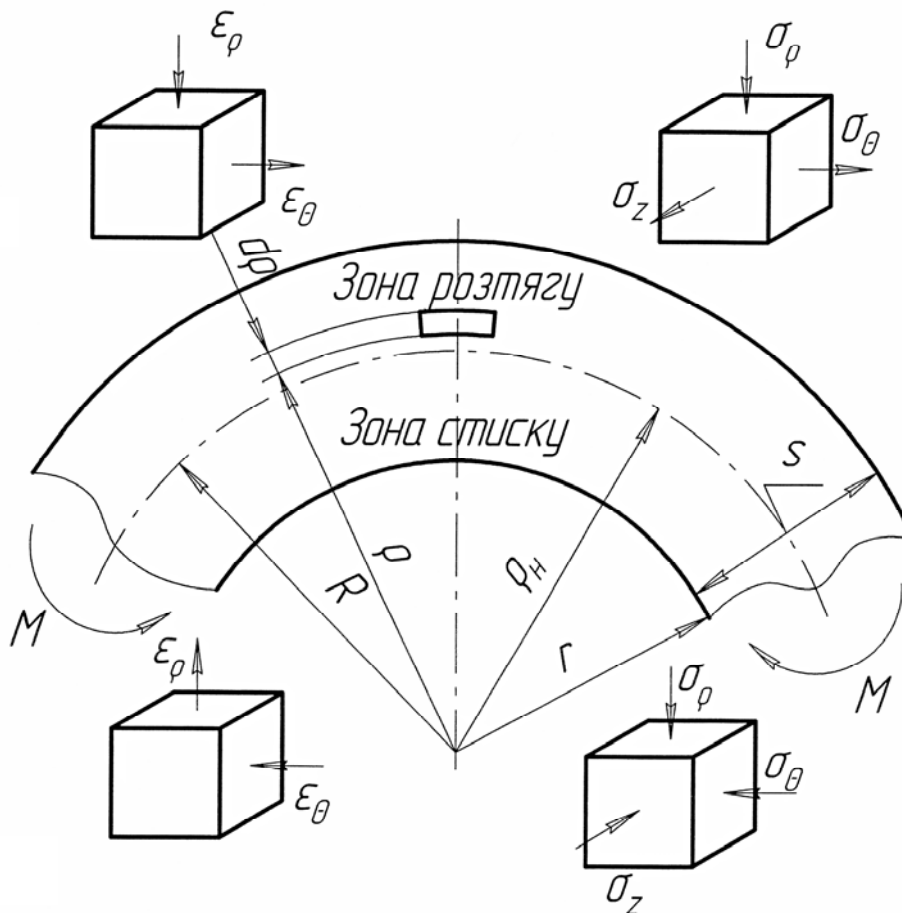


Рис. 3.19. Схема напружено-деформованого стану металу при згинанні широкої смуги

При плоскій деформації

$$\sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}. \quad (3.64)$$

Тоді із врахуванням (3.64) умова пластичності (3.59) запишеться у вигляді

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s. \quad (3.65)$$

Криву зміцнення подано у вигляді степеневої апроксимації (3.62).

Для випадку плоского деформованого стану

$$\begin{aligned} \epsilon_\theta &= -\epsilon_\rho; \\ \epsilon_z &= 0. \end{aligned} \quad (3.66)$$

Тоді

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_\theta - \varepsilon_\rho)^2 + (\varepsilon_\rho - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_\theta)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}} \varepsilon_\theta. \quad (3.67)$$

Як видно з рис. 3.19

$$\varepsilon_\theta = \frac{l - l_i}{l_i} = \frac{\rho}{\rho_i} - 1. \quad (3.68)$$

Враховуючи, що

$$\ln(x) = \ln(1 + (x - 1)) \approx x - 1$$

запишемо

$$\varepsilon_\theta \approx \ln\left(\frac{\rho}{\rho_i}\right). \quad (3.69)$$

Для зони розтягу (зовнішні волокна) для визначення розподілення напружень отримаємо такі рівняння:

$$\begin{cases} \rho \cdot \frac{\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0; \\ \sigma_\rho(R) = 0; \\ \sigma_\theta - \sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \\ \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_\delta + A\varepsilon_i^n; \\ \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{\rho_i}. \end{cases} \quad (3.70)$$

Для зони стискання (внутрішні волокна)

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \cdot \frac{\sigma_\rho}{d\rho} + \sigma_\rho - \sigma_\theta = 0; \\ \sigma_\rho(r) = 0; \\ \sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sigma_s; \\ \sigma_z = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta}{2}; \\ \sigma_s = \sigma_\delta + A\varepsilon_i^n; \\ \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho_i}{\rho}. \end{array} \right. \quad (3.71)$$

Розв'язавши систему рівнянь (3.71) та (3.70), знайдемо розподілення напружень по товщині заготовки із врахуванням зміцнення: для зони розтягу

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_\delta \cdot \ln \left(\frac{\rho}{R} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.72)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_\delta + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n + \right. \quad (3.73)$$

$$\left. + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{\rho}{R} + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right];$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_\delta + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right] + \sigma_\delta \cdot \ln \frac{\rho}{R} + \right. \quad (3.74)$$

$$\left. + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] \right],$$

для зони стиску

$$\sigma_\rho = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_\delta \cdot \ln \left(\frac{r}{\rho} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.75)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[-\sigma_{\delta} - A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^n + \sigma_{\delta} \cdot \ln \frac{r}{\rho} + \right. \\ \left. + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]; \quad (3.76)$$

$$\sigma_z = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot \left[\sigma_{\delta} + A \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^n \right] + \sigma_{\delta} \cdot \ln \frac{r}{\rho} + \right. \\ \left. + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \cdot \left[\left(\ln \frac{\rho_i}{\rho} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} \right] \right]. \quad (3.77)$$

З формул (3.72) та (3.75) видно, що напруження σ_{ρ} зростають по абсолютній величині в міру прямування від поверхні заготовки до її товщини.

На нейтральній поверхні при $\rho = \rho_i$ напруження σ_{ρ} , що визначаються для зон стиску та розтягу, рівні між собою. Якщо прирівняти ці напруження між собою отримаємо

$$\sigma_{\delta} \cdot \ln \left(\frac{\rho_i^2}{R \cdot r} \right) + \frac{2^n}{\sqrt{3}^n} \cdot \frac{A}{n+1} \left[\left(\ln \frac{\rho_i}{r} \right)^{n+1} - \left(\ln \frac{R}{\rho_i} \right)^{n+1} \right] = 0. \quad (3.78)$$

З цього виразу можна отримати формулу для визначення радіуса нейтральної поверхні

$$\rho_i = \sqrt{R \cdot r}. \quad (3.79)$$

яка перетворює і перший і другий доданки виразу (3.78) у нулі.

Вираз (3.79) є аналогічним виразу, що отриманий Е. А. Поповим [120] для визначення радіуса нейтральної поверхні без врахування зміцнення та И. П. Ренне [124] для визначення радіуса нейтральної поверхні, коли враховувалось зміцнення лінійною залежністю напруження текучості від відносної деформації. Отже, можна зробити висновок, що радіус нейтральної поверхні не залежить від зміцнення.

Якщо $r/s \ll 1$, то можна прийняти

$$\rho_i = \sqrt{r \cdot R} = \sqrt{r \cdot (r+s)} = \sqrt{r^2 + rs} \approx \sqrt{r^2 + rs + \frac{s^2}{4}} = r + \frac{s}{2} = \frac{r+R}{2}, \quad (3.80)$$

тобто радіус нейтральної поверхні дорівнюватиме радіусу середньої поверхні.

Розподілення напружень по товщині заготовки розраховано з формул (3.72) та (3.75) і показано на рис. 3.20.

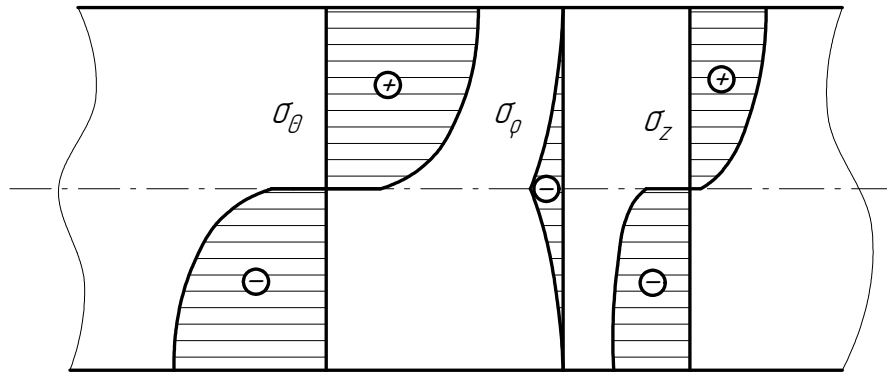


Рис. 3.20. Епюри напружень при згинанні із врахуванням зміцнення

3.4.2. Згинання смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що сумірні із відстанню між ними

Смуга 1 (рис. 3.21) товщиною s притиснена прижимом 2 до матриці 3. На вільний кінець смуги із зусиллям P діє пуансон 4. Виберемо декартову систему координат. Нехай поверхня матриці у вибраній системі координат описується рівнянням

$$m = m(x), \quad (3.81)$$

а поверхня пуансона

$$p = p(x). \quad (3.82)$$

Смуга має змінні товщину та ширину. Залежність товщини s та ширини b заготовки від координати x запишемо у вигляді

$$s = s(x); \quad (3.83)$$

$$b = b(x). \quad (3.84)$$

Знаючи розподілення напружень по товщині заготовки, можна визначити величину згинального моменту, що потрібний для здійснення згинання на необхідний радіус.

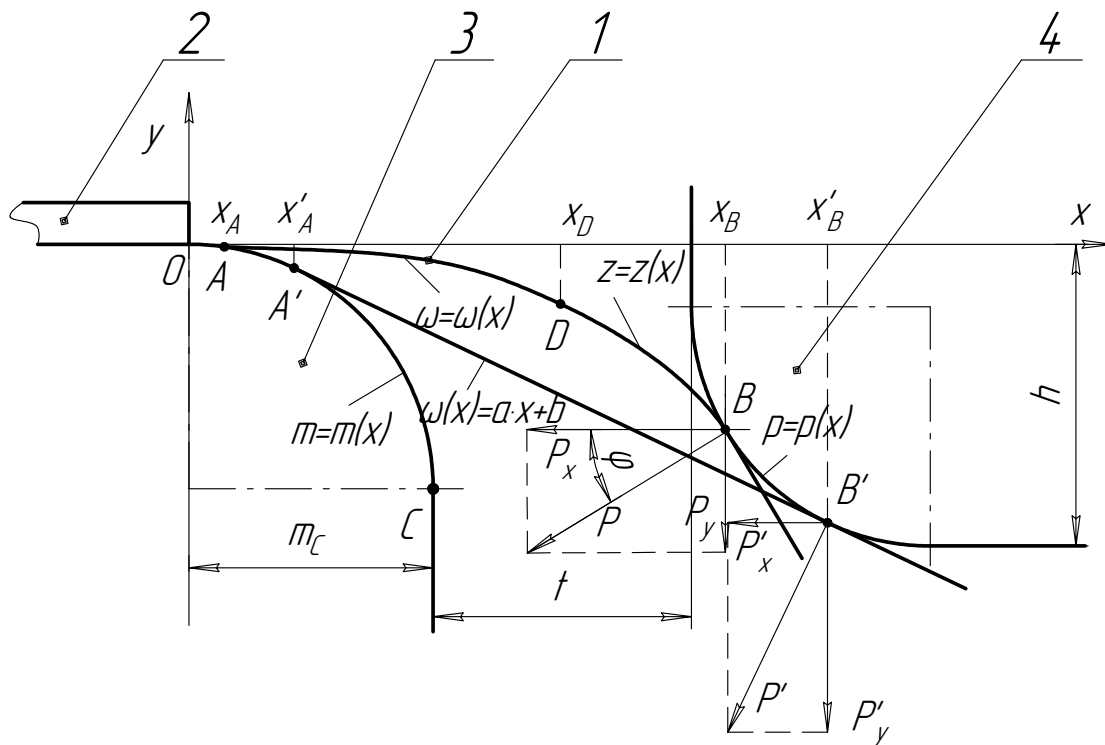


Рис. 3.21. Розрахункова схема

Згідно з (3.58)

$$\sigma_{\theta} - \sigma_{\rho} = \sigma_s, \quad (3.85)$$

З попереднього розділу можна зробити висновок, що радіальні напруження при $r \gg s$ за абсолютним значенням значно менші за тангенціальні. Якщо знехтувати впливом радіальних напружень можна розглядати напружений стан у товщині заготовки як лінійний і умову початку ділянки текучості записати у вигляді

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\delta}. \quad (3.86)$$

Частина смуги, що згинається, можна розділити на дві ділянки. На першій ділянці напружено-деформований стан смуги пружно-пластичний, на другій – пружний. Точка D є межею між цими двома ділянками.

Розподілення тангенційних напружень без врахування зміцнення по товщині заготовки на ділянці AD, де смуга має пластичні деформації, представлено на рис. 3.22.

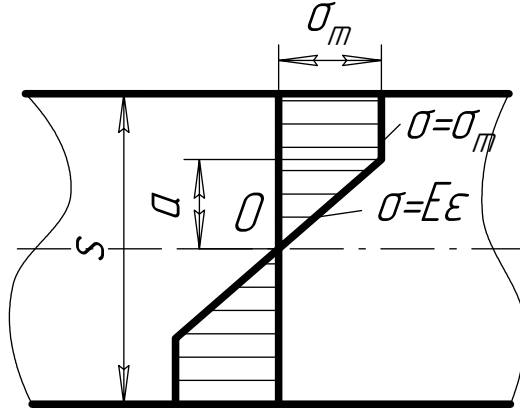


Рис. 3.22. Розподілення тангенційних напружень на ділянці пружно-пластичних деформацій

Знайдемо момент, що створюється тангенціальними напруженнями відносно точки O :

$$\frac{M}{b(x)} = 2 \cdot \int_0^{s(x)/2} \sigma \delta \cdot d\delta = 2 \cdot \left[\int_0^a \varepsilon E \delta \cdot d\delta + \int_a^{s(x)/2} \sigma_{\delta} \delta \cdot d\delta \right]. \quad (3.87)$$

Легко показати, що

$$\varepsilon = \frac{\delta}{\rho_{\tilde{n}\delta}}; \quad (3.88)$$

$$a = \frac{\sigma_{\delta} \cdot \rho_{\tilde{n}\delta}}{E}. \quad (3.89)$$

Тоді

$$M = b(x) \cdot \left[\frac{\sigma_{\delta} \cdot s(x)^2}{4} - \frac{\sigma_{\delta}^3 \cdot \rho_{\tilde{n}\delta}^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.90)$$

Аналогічну формулу отримано Е. А. Поповим [120] дещо іншим шляхом.

У точці A

$$\rho_{\tilde{n}\delta} = R_M(x_A) = \frac{\left[1 + \left(\frac{dm(x_A)}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2m(x_A)}{dx^2}}, \quad (3.91)$$

тоді з формули (3.90) момент, який необхідний для згинання смуги по радіусу матриці, обчислюється за формулою

$$M_A = b(x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_{\dot{o}} \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{o}}^3 \cdot R_M(x_A)^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.92)$$

Загальний момент створюється двома складовими повного зусилля P . Осьова складова створює момент

$$M_1 = P_y \cdot (x_B - x_A). \quad (3.93)$$

Поперечна складова зусилля P створює момент

$$M_2 = P_x \cdot (m(x_A) - p(x_B)). \quad (3.94)$$

Враховуючи, що

$$P_x = \frac{P_y}{\operatorname{tg} \varphi} = -P_y \cdot \frac{dp(x_B)}{dx}, \quad (3.95)$$

то осьове зусилля, яке забезпечує момент, достатній для виникнення пластичних деформацій та згинання смуги на радіус $R_M(x_A)$, обчислюється за формулою

$$P_y = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) - p(x_B))}. \quad (3.96)$$

Для того, щоб визначити координати точок A та B , необхідно знати рівняння вигнутої осі смуги $\omega = \omega(x)$. З формули (3.90)

$$\rho_{\dot{o}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_{\dot{o}}^2} \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\dot{o}} \cdot (s(x)^2 \cdot \sigma_{\dot{o}} \cdot b(x) - 4 \cdot M(x))}. \quad (3.97)$$

Із вищої математики відомо, що

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2 \omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.98)$$

Тоді диференціальне рівняння зігнутої осі смуги при пружно-пластичних деформаціях запишемо у вигляді

$$\frac{\frac{d^2 \omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = - \frac{2 \cdot b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4 \cdot M_{i\bar{e}}(x)]}}, \quad (3.99)$$

де $M_{i\bar{e}}(x)$ – згинальний момент, який діє у перерізі із координатою x , що належить ділянці пружно-пластичних деформацій, і обчислюється за формулою

$$M_{i\bar{e}}(x) = P_y \cdot \left(x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.100)$$

Підставивши (3.96) та (3.92) у (3.100) матимемо остаточний вираз для визначення згинального моменту $M_{i\bar{e}}(x)$

$$M_{i\bar{e}}(x) = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) - p(x_B))} \times \left(x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (\omega(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.101)$$

Отже, для визначення рівняння зігнутої осі смуги і визначення точок x_A та x_B (тобто плеча прикладення сили), матимемо нелінійне диференціальне рівняння другого порядку. Початкові умови для розв'язання задачі Коші представимо у вигляді

$$\begin{cases} \omega(x_A) = m(x_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{cases} \quad (3.102)$$

При введенні початкових умов вважали, що відстань між пуансоном і матрицею t набагато більша за товщину s .

Після точки D до точки B смуга буде мати лише пружні деформації. Знайдемо координати точки D , де проходить границя між частиною смуги, що має пружно-пластичні деформації, та частиною смуги, де деформації лише пружні. Тіло переходить з пружно-пластичного у пружний стан, коли у формулі (3.89) $a = \frac{s}{2}$. Тоді

$$\rho_{\dot{\sigma}} = \frac{s \cdot E}{2 \cdot \sigma_{\dot{\sigma}}}. \quad (3.103)$$

Але згідно з (3.97) у точці D дорівнюватиме

$$\rho_{\dot{\sigma}} = \frac{\sqrt{3} \cdot E}{2 \cdot b(x_D) \cdot \sigma_{\dot{\sigma}}^2} \times \sqrt{b(x_D) \cdot \sigma_{\dot{\sigma}} \cdot (s(x_D))^2 \cdot \sigma_{\dot{\sigma}} \cdot b(x_D) - 4 \cdot M_{r\dot{\sigma}}(x_D)}. \quad (3.104)$$

Отже маємо одне рівняння з одним невідомим x_D

$$\frac{s(x_D)}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot b(x_D) \cdot \sigma_{\dot{\sigma}}} \times \sqrt{b(x_D) \cdot \sigma_{\dot{\sigma}} \cdot (s(x_D))^2 \cdot \sigma_{\dot{\sigma}} \cdot b(x_D) - 4 \cdot M_{r\dot{\sigma}}(x_D)}, \quad (3.105)$$

розв'язавши яке знаходимо координату точки D , в якій відбувається зміна напружено-деформованого стану смуги із пружно-пластичного у пружний.

Розподілення напружень у товщині смуги на ділянці DB зображено на рис. 3.23. Тоді диференціальне рівняння осі смуги матиме вигляд [132]

$$\frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{12 \cdot M_{r\dot{\sigma}}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}, \quad (3.106)$$

де $M_{i\delta}(x)$ – згинальний момент, який діє у перерізі із координатою x , що належить ділянці пружних деформацій, і обчислюється за формулою

$$M_{i\delta}(x) = \frac{M_A}{x_B - x_A - \frac{dp(x_B)}{dx}(m(x_A) - p(x_B))} \times \left(x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(z(x) - p(x_B)) \right). \quad (3.107)$$

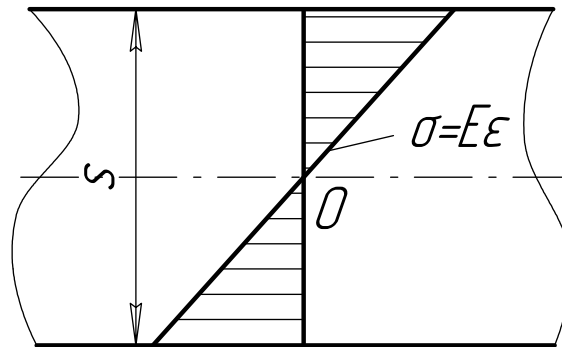


Рис. 3.23. Розподілення тангенціальних напружень на ділянці пружних деформацій

Оскільки положення точки D визначається як рівнянням (3.99), так і рівнянням (3.106), то початкові умови запишемо у вигляді

$$\begin{cases} z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{cases} \quad (3.108)$$

Додатковими умовами для визначення невідомих параметрів x_A та x_B у рівняннях (3.99) та (3.106) слугуватимуть вирази

$$\begin{cases} z(x_B) = p(x_B); \\ \frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{cases} \quad (3.109)$$

Отже, маємо у загальному вигляді задачу на власні значення – систему двох диференціальних рівнянь другого порядку, у яких права частина залежить від параметрів x_A та x_B , значення яких невідомі і повинні бути визначені з самої задачі

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4M_{r\delta}(x)]}}; \\
\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
\omega(x_A) = m(x_A); \\
\frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\
\frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{r\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\
\left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
z(x_D) = \omega(x_D); \\
\frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
z(x_B) = p(x_B); \\
\frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B).
\end{array} \right. \quad (3.110)$$

Один з методів, за допомогою якого можна розв'язати цю задачу, є метод стрільби. Його рекомендується застосовувати до задачі на власні розв'язки, яка містить один параметр. Ми ж маємо справу із двома параметрами. Тому для того, щоб можна було застосовувати метод стрільби, необхідно провести оцінку інтервалів зміни параметрів. Параметр x_A належить інтервалу $(0; x'_A)$, а параметр x_B – $(m_C + t; x'_B)$. Точки x'_A та x'_B знайдемо, апроксимувавши рівняння осі смуги прямою лінією, тобто представити $\omega(x) = a \cdot x + b$. Тоді задача (3.110) запишеться у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l}
\omega(x) = a \cdot x + b; \\
\omega(x'_A) = m(x'_A); \frac{d\omega}{dx}(x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\
\omega(x'_B) = p(x'_B); \frac{d\omega}{dx}(x'_B) = \frac{dp}{dx}(x'_B).
\end{array} \right. \quad (3.111)$$

Маємо систему з 4-х нелінійних рівнянь із 4-ма невідомими, яку розв'язуємо відомими методами, наприклад методом Ньютона. Розв'язавши цю систему, ми знайдемо точки x'_A та x'_B , які є правими границями інтервалів зміни параметрів x_A та x_B .

Алгоритм застосування методу стрільби для розв'язання задачі (3.110) такий. Спочатку ми знаходимо інтервали зміни параметрів x_A та x_B , розв'язавши систему (3.111). Потім отримані інтервали ділимо на N проміжків. Знаходимо крок зміни параметрів

$$h_A = \frac{x'_A - 0}{N}; \quad h_B = \frac{x'_B - m_C - t}{N}. \quad (3.112)$$

У циклі змінюємо параметр x_A від 0 до x'_A із кроком h_A . У вкладеному циклі змінюємо параметр x_B від $m_C + t$ до x'_B із кроком h_B . На кожній ітерації знаходимо рівняння осі смуги на ділянці AD , розв'язавши задачу Коші відомими методами, наприклад, методом Рунге-Кутта,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\frac{d^2 \omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4M_{r\delta}(x)]}}; \\ \omega(x_A) = m(x_A); \quad \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{array} \right. \quad (3.113)$$

Далі знаходимо координати точки D , розв'язавши рівняння (3.105) відносно x_D . Потім знаходимо рівняння осі смуги на ділянці DB , розв'язавши наступну задачу Коші

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = - \frac{12 \cdot M_{r\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \quad \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{array} \right. \quad (3.114)$$

Отримаємо $N \times N$ розв'язків задачі Коші (3.114). Із цих розв'язків обираємо той, який найкраще відповідає додатковим умовам (3.109).

Нехай смуга має постійні товщину та ширину, тобто $b(x) = const$ та $s(x) = const$; радіуси заокруглень матриці та пуансона постійні і дорівнюють R_M та R_n відповідно. Отже, матимемо такі рівняння у вибраній декартовій системі координат

$$\begin{aligned}
 b(x) &= b; \\
 s(x) &= s; \\
 m(x) &= \sqrt{R_M^2 - x^2} - R_M; \\
 p(x) &= -\sqrt{R_n^2 - (x - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n.
 \end{aligned} \tag{3.115}$$

Тоді задача (3.110) набуде дещо спрощеного вигляду

$$\left\{ \begin{aligned}
 &\frac{\frac{d^2 \omega}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{2 \cdot b \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3} \cdot E \cdot \sqrt{b \cdot \sigma_\delta} \cdot [s^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b - 4 \cdot M_{i\delta}(x)]}; \\
 &\omega(x_A) = \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M; \\
 &\frac{d\omega}{dx}(x_A) = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\
 &\frac{\frac{d^2 z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = -\frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s^3 \cdot b}; \\
 &z(x_D) = \omega(x_D); \\
 &\frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
 &z(x_B) = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n; \\
 &\frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}.
 \end{aligned} \right. \tag{3.116}$$

Запропонований алгоритм розв'язання задачі (3.116) був реалізований у математичному додатку Maple 9 (додаток Б). Результати розрахунку показані на рис. 3.24.

3.4.3. Визначення вигнутої осі смуги на початку процесу згинання

На початку процесу згинання точка дотику смуги до матриці знаходиться у місці виходу смуги з-під прижиму (рис. 3.25). Радіус заокруглення вигнутої осі смуги у цій точці більший за радіус матриці. Отже, фактично нам відома координата точки дотику смуги із матрицею x_A та напрям дотичної до вигнутої осі у цій точці. Але з'являється невідомий параметр R_A , який визначає радіус заокруглення вигнутої осі смуги у точці із координатою x_A . Тоді вираз для визначення моменту M_A , який необхідний для згинання смуги у точці із координатою x_A на радіус R_A запишеться у вигляді

$$M_A = b(x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.117)$$

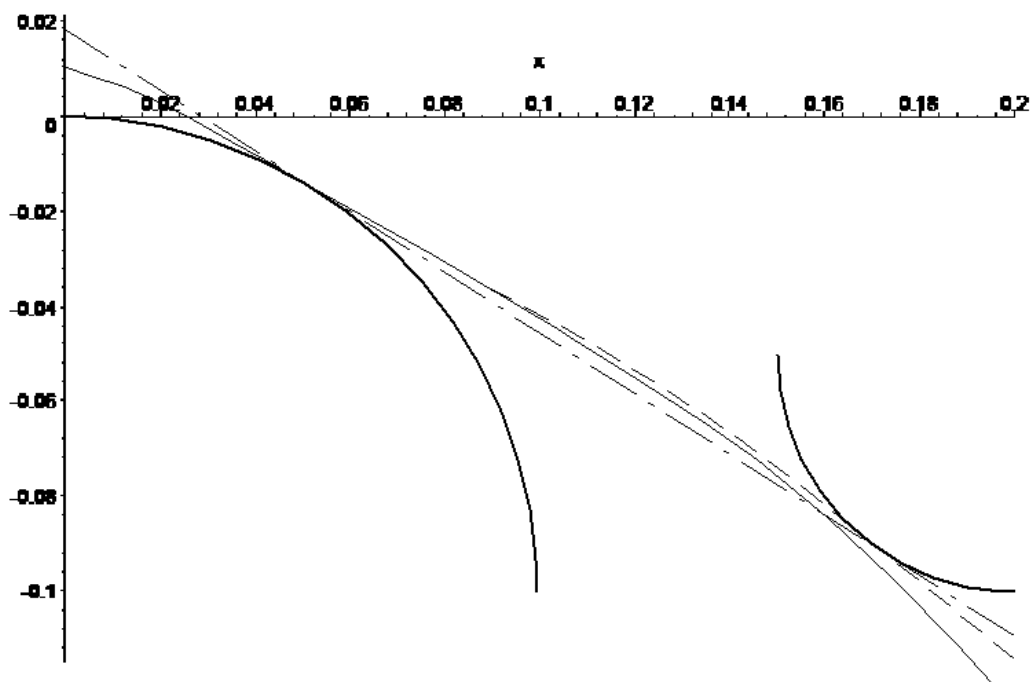


Рис. 3.24. Розрахунок положення нейтральної поверхні під час згинання: суцільна лінія – положення при пружно-пластичних деформаціях; штрихова лінія – положення при пружних деформаціях; штрихпунктирна лінія – апроксимація нейтральної поверхні прямою

$$\left\{ \begin{array}{l}
\frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\
\left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
\omega(0) = 0; \\
\frac{d\omega}{dx}(0) = 0; \\
\frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\
\left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
z(x_D) = \omega(x_D); \\
\frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
z(x_B) = p(x_B); \\
\frac{dz}{dx}(x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B).
\end{array} \right. \quad (3.120)$$

Дві додаткові умови необхідні для визначення параметрів x_B та R_A . Межі варіювання параметра $x_B \in (m_C + t; x'_B)$, де x'_B знаходиться розв'язанням задачі (3.111). Межі варіювання параметра $R_A \in [R_M(0); +\infty)$. Алгоритм розв'язання задачі (3.120) аналогічний, як і при розв'язанні задачі (3.110), із тією відмінністю, що у першому циклі варіюється замість параметра x_A параметр R_A .

3.4.4. Визначення вигнутої осі смуги у кінці процесу згинання

У кінці процесу згинання, коли вільний кінець смуги закінчується, пуансон діє на смугу не по дотичній, а точкою контакту пуансона із смугою є кінець смуги (рис. 3.26). Тоді у задачі (3.110) замість умови, яка визначає контакт пуансона із смугою по дотичній, вводиться умова, яка накладає обмеження на довжину вільного кінця смуги l . Отже, задача для визначення вигнутої осі смуги запишеться у вигляді

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\
 & \left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 & \omega(x_A) = m(x_A); \\
 & \frac{d\omega}{dx}(x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\
 & \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\
 & \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\
 & z(x_D) = \omega(x_D); \\
 & \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\
 & z(x_B) = p(x_B);
 \end{aligned} \right\} \quad (3.121)$$

$$l = \int_0^{x_A} \sqrt{\left(\frac{dm}{dx} \right)^2 + 1} dx + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 + 1} dx + \int_{x_D}^{x_B} \sqrt{\left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + 1} dx.$$

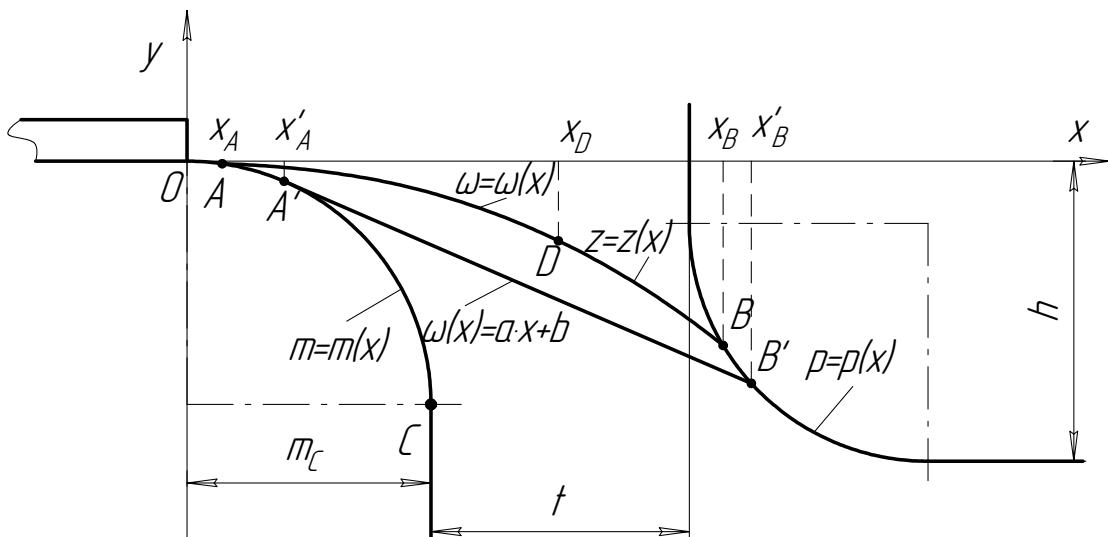


Рис. 3.26. Завершення процесу згинання смуги

Алгоритм розв'язання задачі (3.121) аналогічний алгоритму розв'язання задачі (3.110), лише межі зміни параметрів x_A та x_B шукаються розв'язанням такої системи рівнянь

$$\begin{cases} \omega(x) = a \cdot x + b; \omega(x'_A) = m(x'_A); \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \omega(x'_B) = p(x'_B); \\ l = \int_0^{x'_A} \sqrt{\left(\frac{dm}{dx}\right)^2 + 1} dx + \sqrt{(x'_B - x'_A)^2 + (m(x'_A) - p(x'_B))^2}. \end{cases} \quad (3.122)$$

3.4.5. Врахування товщини заготовки при згинанні смуги матрицею і пуансоном, які мають радіуси заокруглень, що сумірні із відстанню між ними

При давильних роботах товщина заготовки сумірна із відстанню між пуансоном та матрицею, тому нехтування товщиною заготовки може призвести до значної похибки при розрахунку плеча сили, а, отже, і до похибки при визначенні зусилля.

Насамперед врахування товщини заготовки відіб'ється на визначенні моменту згинання у перерізі із $x = x_A$ (рис. 3.27), оскільки зміниться радіус кривизни серединної поверхні

$$M_A = b(x_A + \Delta x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_{\dot{\sigma}} \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\sigma}}^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]. \quad (3.123)$$

Як наслідок зміниться момент у будь-якій точці частини смуги, що згинається

$$\begin{aligned} M_{i\ddot{e}}(x) = & \frac{b(x_A + \Delta x_A)}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx}(m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \\ & \times \left[\frac{\sigma_{\dot{\sigma}} \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\dot{\sigma}}^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right] \times \\ & \times \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(\omega(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right); \end{aligned} \quad (3.124)$$

$$M_{i\delta}(x) = \frac{b(x_A + \Delta x_A)}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx}(m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times$$

$$\times \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right] \times$$

$$\times \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(z(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right).$$
(3.125)

Також зміняться початкові (3.102) та додаткові (3.109) умови. Отже початкові умови для розв'язання задачі Коші такі:

$$\begin{cases} \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A). \end{cases}$$
(3.126)

Для визначення невідомих параметрів x_A та x_B необхідні такі додаткові умови:

$$\begin{cases} z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{cases}$$
(3.127)

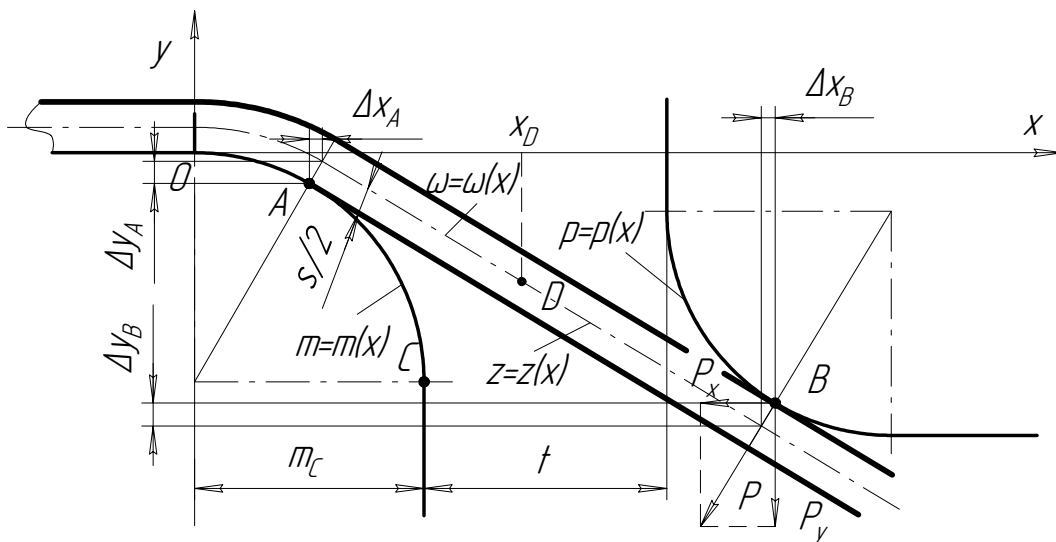


Рис. 3.27. Розрахункова схема

Отже, як і у випадку, коли товщина заготовки не враховувалась, маємо задачу на власні розв'язки

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_0^2}{\sqrt{3} E \sqrt{b(x) \cdot \sigma_0 \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_0 \cdot b(x) - 4M_{ie}(x)]}}; \\ \left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{ie}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{array} \right. \quad (3.128)$$

Отже, крім невідомих, що фігурують у (3.110), з'явилися також Δx_A , Δx_B , Δy_A , Δy_B . Знайдемо вирази для їх визначення. Як видно з рис. 3.28

$$\begin{aligned} \Delta x_A &= \frac{s(x_A + \Delta x_A) \cdot \cos \varphi_A}{2}; \\ \Delta y_A &= \frac{s(x_A + \Delta x_A) \cdot \sin \varphi_A}{2}. \end{aligned} \quad (3.129)$$

Тангенс кута φ_A визначимо, як кутовий коефіцієнт нормалі до $m(x)$ у точці A

$$\operatorname{tg} \varphi_A = - \frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}}. \quad (3.130)$$

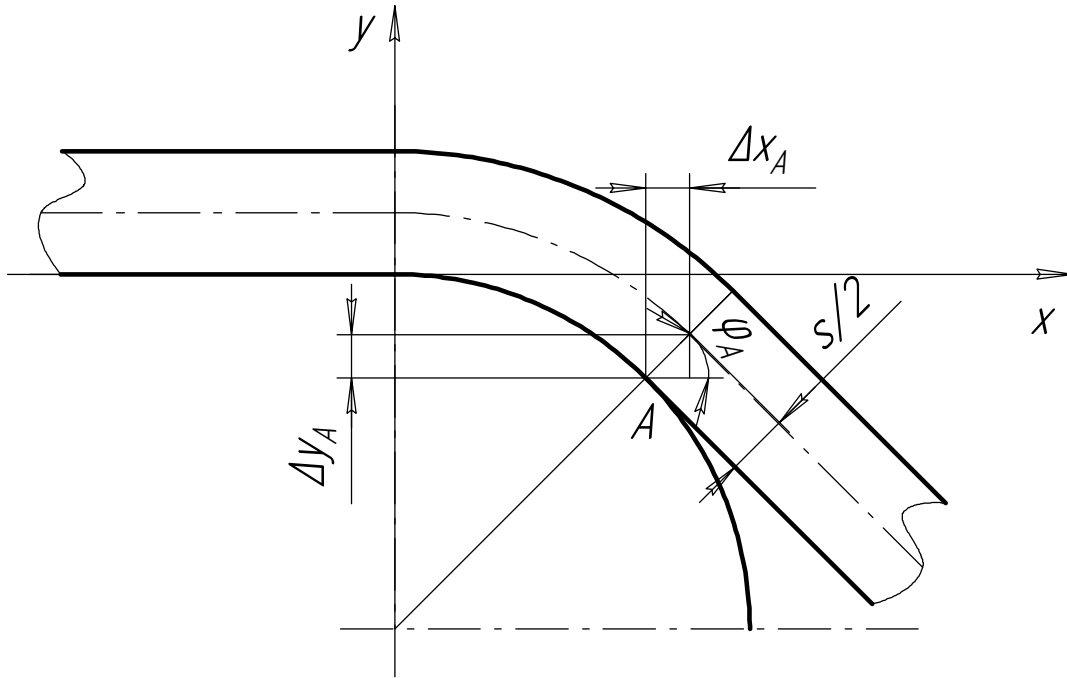


Рис. 3.28. До визначення Δx_A та Δy_A у формулі (3.128)

Отже,

$$\Delta x_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A)}{2} \cdot \cos \left(\operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}} \right);$$

$$\Delta y_A = \frac{s(x_A + \Delta x_A)}{2} \cdot \sin \left(\operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dm(x_A)}{dx}} \right).$$
(3.131)

Аналогічно знаходимо Δx_B та Δy_B (рис. 3.29)

$$\Delta x_B = \frac{s(x_B - \Delta x_B)}{2} \cdot \cos \left(\operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dp(x_B)}{dx}} \right);$$

$$\Delta y_B = \frac{s(x_B - \Delta x_B)}{2} \cdot \sin \left(\operatorname{arctg} - \frac{1}{\frac{dp(x_B)}{dx}} \right).$$
(3.132)

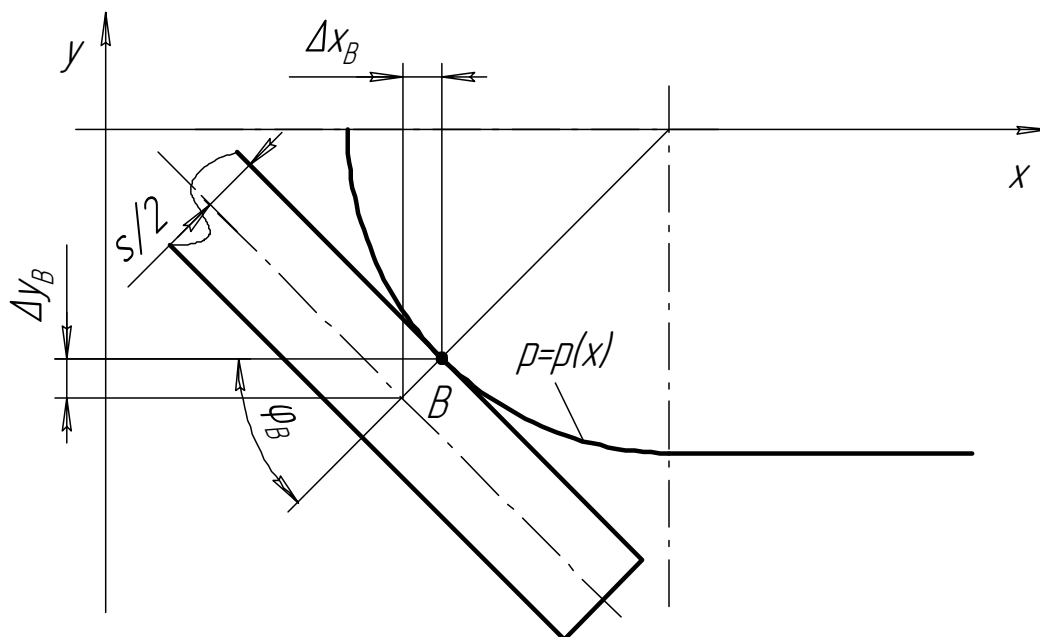


Рис. 3.29. До визначення Δx_B та Δy_B у формулі (3.128)

Як і у випадку розв'язання задачі (3.110) задача (3.128) розв'язується методом стрільби. Спочатку визначаються інтервали зміни параметрів x_A та x_B . Для цього дійсну серединну поверхню смуги апроксимуємо прямою лінією і знаходимо точки дотику до матриці та пуансона x'_A та x'_B (маємо систему чотирьох рівнянь із чотирма невідомими)

$$\begin{cases} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A + \Delta x'_A) = m(x'_A) + \Delta y'_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A + \Delta x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B - \Delta x'_B) = p(x'_B) - \Delta y'_B; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_B - \Delta x'_B) = \frac{dp}{dx}(x'_B). \end{cases} \quad (3.133)$$

Параметр x_A належить інтервалу $(0; x'_A)$, а параметр x_B — $(m_C + t; x'_B)$. Далі алгоритм розв'язання (3.128) аналогічний алгоритму розв'язання (3.110). Тобто знаходимо $N \times N$ розв'язків задачі Коші

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}, \\ \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}. \end{array} \right. \quad (3.134)$$

і обираємо той, який найкраще відповідає додатковим умовам (3.127).

Якщо розглянути частинний випадок задачі (3.128), коли смуга має постійні товщину та ширину, тобто $b(x) = const$ та $s(x) = const$; радіуси заокруглень матриці та пуансона постійні і дорівнюють R_M та R_n відповідно і мають місце рівняння (3.115), тоді задача (3.128) набуде вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = \frac{2 \cdot b \cdot \sigma_0^2}{\sqrt{3 \cdot E \cdot \sqrt{b \cdot \sigma_0} \cdot [s^2 \cdot \sigma_0 \cdot b - 4 \cdot M_{i\delta}(x)]}}; \\ \left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(x_A + \Delta x_A) = \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = -\frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s^3 \cdot b}; \\ \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}. \end{array} \right. \quad (3.135)$$

Алгоритм розв'язання цієї задачі, як і у випадку розв'язання задачі (3.116) був реалізований у математичному додатку Maple 9 (додаток В). Результати розрахунку показані на рис. 3.30.

Аналогічними виведеннями, як у підрозділах 4.3.3 та 4.3.4 визначається задача для визначення вигнутої осі смуги на початку та в кінці процесу згинання із врахуванням товщини смуги.

Отже, на початку процесу згинання задача зводиться до таких рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_{\delta}^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_{\delta} \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_{\delta} \cdot b(x) - 4M_{i\bar{e}}(x)]}}; \\ \left[1 + \left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ \omega(\Delta x_A) = \Delta y_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(\Delta x_A) = 0; \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ \frac{dz}{dx}(x_B - \Delta x_B) = \frac{dp}{dx}(x_B). \end{array} \right. \quad (3.136)$$

де моменти $M_{i\bar{e}}$ та $M_{i\delta}$ визначаються за формулами

$$M_{i\bar{e}}(x) = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_{\delta} \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_{\delta}^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx}(\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \\ \times \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx}(\omega(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right); \quad (3.137)$$

$$M_{i\delta}(x) = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \quad (3.138)$$

$$\times \left(x_B - \Delta x_B - x - \frac{dp(x_B)}{dx} (z(x) - p(x_B) + \Delta y_B) \right),$$

а межі варіювання параметра x_B визначаються розв'язком системи рівнянь (3.133). Параметр R_A належить інтервалу $(R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2; +\infty)$.

У кінці процесу згинання, коли пуансон діє на кінець смуги, знаходження вигнутої осі смуги зводиться до задачі

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 \omega}{dx^2} = - \frac{2b(x) \cdot \sigma_\delta^2}{\sqrt{3E} \sqrt{b(x) \cdot \sigma_\delta \cdot [s(x)^2 \cdot \sigma_\delta \cdot b(x) - 4M_{i\delta}(x)]}}; \\ \omega(x_A + \Delta x_A) = m(x_A) + \Delta y_A; \frac{d\omega}{dx}(x_A + \Delta x_A) = \frac{dm}{dx}(x_A); \\ \frac{d^2 z}{dx^2} = - \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ \left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{12 \cdot M_{i\delta}(x)}{E \cdot s(x)^3 \cdot b(x)}; \\ z(x_D) = \omega(x_D); \\ \frac{dz(x_D)}{dx} = \frac{d\omega(x_D)}{dx}; \\ z(x_B - \Delta x_B) = p(x_B) - \Delta y_B; \\ l = \int_0^{x_A + \Delta x_A} \sqrt{\left(\frac{dm}{dx} + \frac{s(x)}{2} \cdot \sin \left(\arctg - \frac{1}{\frac{dm(x)}{dx}} \right) \right)^2} + 1 dx + \quad (3.139) \\ + \int_{x_A + \Delta x_A}^{x_D} \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dx} \right)^2} + 1 dx + \int_{x_D}^{x_B + \Delta x_B} \sqrt{\left(\frac{dz}{dx} \right)^2} + 1 dx. \end{array} \right.$$

У цьому випадку моменти $M_{\tilde{\epsilon}}$ та $M_{\tilde{\delta}}$ визначаються за формулами (3.124) та (3.125) відповідно, а межі варіювання невідомих параметрів x_A та x_B визначаються з розв'язку системи рівнянь

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega(x) = a \cdot x + b; \\ \omega(x'_A + \Delta x'_A) = m(x'_A) + \Delta y'_A; \\ \frac{d\omega}{dx}(x'_A + \Delta x'_A) = \frac{dm}{dx}(x'_A); \\ \omega(x'_B - \Delta x'_B) = p(x'_B) - \Delta y'_B; \\ l = \int_0^{x'_A + \Delta x'_A} \sqrt{\left(\frac{dm}{dx} + \frac{s(x)}{2} \cdot \sin \left(\arctg - \frac{1}{\frac{dm(x)}{dx}} \right) \right)^2} + 1 dx + \\ + \sqrt{(x'_B - \Delta x'_B - x'_A - \Delta x'_A)^2 + (m(x'_A) + \Delta y'_A - p(x'_A) + \Delta y'_B)^2}. \end{array} \right. \quad (3.140)$$

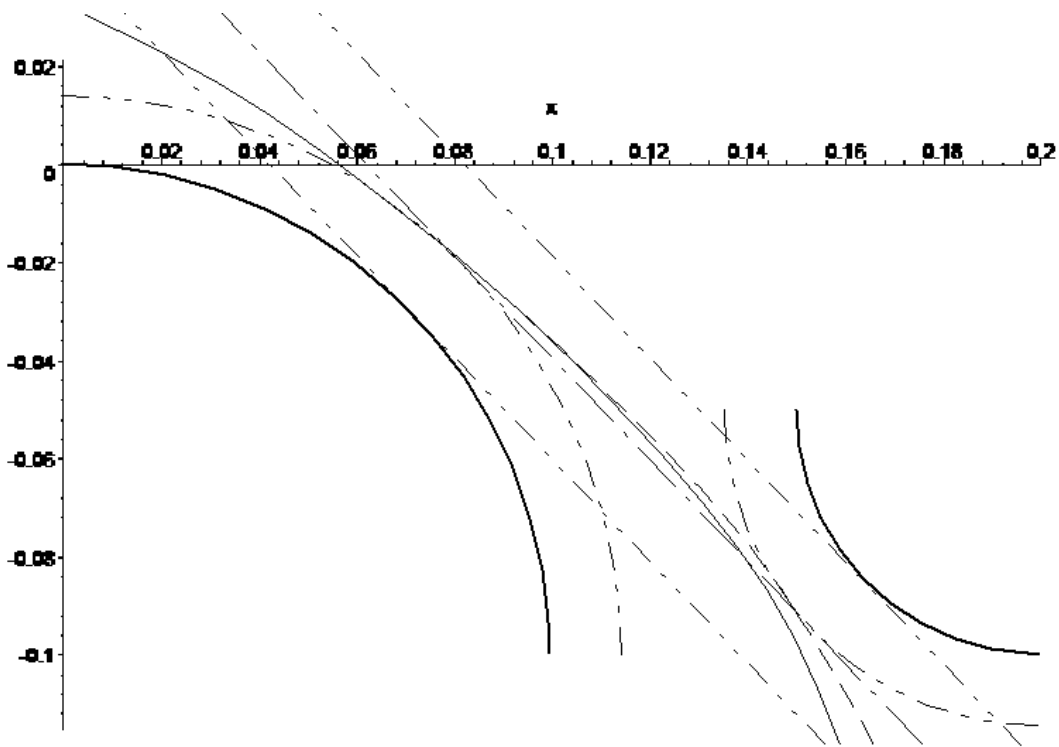


Рис. 3.30. Розрахунок положення нейтральної поверхні під час згинання із врахуванням товщини заготовки: суцільна лінія – положення при пружно-пластичних деформаціях; штрихова лінія – положення при пружних деформаціях; штрих-пунктирна лінія – апроксимація нейтральної поверхні прямою

3.6.6. Визначення осевого та поперечного зусилля при згинанні смуги

Після того, як визначено рівняння зігнутої осі смуги та точки дотику смуги до матриці та пуансона, для визначення осевої складової повного зусилля, яке діє на смугу під час згинання, скористаємося такими співвідношеннями:

- на початку процесу згинання, коли радіус кривизни вигнутої осі смуги у точці контакту більший за радіус матриці

$$P_y = \frac{b(\Delta x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s(\Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_A^2}{3 \cdot E^2} \right]}{x_B - \Delta x_B - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (\Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)}; \quad (3.141)$$

- коли радіус кривизни вигнутої осі смуги у точці контакту рівний радіусу матриці

$$P_y = \frac{b(x_A + \Delta x_A)}{x_B - \Delta x_B - x_A - \Delta x_A - \frac{dp(x_B)}{dx} (m(x_A) + \Delta y_A - p(x_B) + \Delta y_B)} \times \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s(x_A + \Delta x_A)^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M(x_A) + s(x_A + \Delta x_A)/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]; \quad (3.142)$$

Поперечна складова зусилля P_x визначається за формулою (3.95).

Порівняємо розрахункові значення осевої та поперечної складової зусилля згинання смуги постійної ширини та товщини при визначенні рівняння вигнутої осі смуги та при його апроксимації прямою лінією (див. (3.133) та (3.140)). Для цього в математичному додатку Maple 9 була створена програма, яка видає графічну залежність складових повного зусилля в залежності від подачі пуансона при апроксимації вигнутої осі пуансона прямою лінією. Для порівняння розраховувалось декілька точок, що визначають складові повного зусилля при розрахунку вигнутої осі смуги за співвідношеннями (3.99) та (3.106). Результати розрахунку показані на рис. 3.31.

Аналіз рис. 3.31 свідчить про те, що значна розбіжність між розрахунковими значеннями при знаходженні дійсного рівняння вигнутої осі смуги та при його апроксимації прямою лінією спостерігається на початку процесу згинання. Це пов'язано із тим, що при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією вже при незначних подачах радіус згинання повністю визначається радіусом заокруглення матриці. Але

при подальшому протіканні процесу згинання розбіжність між відповідними розрахунковими значеннями складових повного зусилля зменшується і залежить від пружних властивостей матеріалу, товщини смуги та зазору між матрицею та пуансоном.

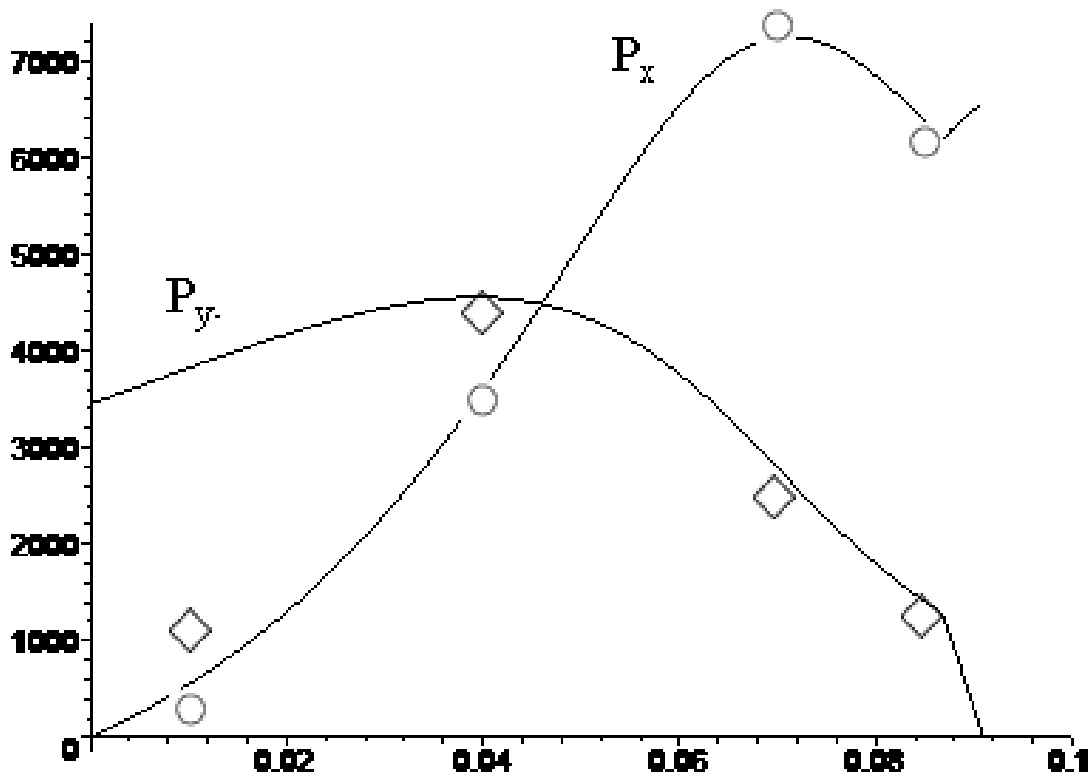


Рис. 3.31. Розподілення повного навантаження під час згинання смуги: суцільні лінії – апроксимація вигнутої осі смуги прямою лінією; точки – при знаходженні дійсного положення вигнутої осі смуги

Максимальні осьові та поперечні складові зусилля, які необхідні для проектування оснастки та визначення енергосилових параметрів пресового обладнання із похибкою не більше 1% – для сталей та 3% – для міді, можна визначати, застосовуючи апроксимацію вигнутої осі смуги прямою лінією.

РОЗДІЛ 4. УДОСКОНАЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ ХОЛОДНОГО ТОРЦЕВОГО РОЗКОЧУВАННЯ ТА РОТАЦІЙНОЇ ВИТЯЖКИ

4.1. Розробка та дослідження процесу ротаційної витяжки циліндричних та конусних оболонок

Щодо схем деформування, конструкції установок і інструменту для ротаційної витяжки, то у літературі накопичена значна кількість різних рекомендацій [31, 33, 34, 73, 103, 104, 105, 125, 139]. При цьому основними недоліками існуючих конструкцій насамперед є некерване гофроутворення, збільшення кількості переходів чи введення додаткових елементів для калібрування заготовки, необхідність значної зміни конструкції оснастки при формуванні внутрішніх та зовнішніх буртів. Розробка нових схем деформування та конструкцій установок є досить актуальною, оскільки дозволяє розширити технологічні можливості процесу ротаційної витяжки і підвищити його ефективність.

4.1.1. Рекомендації щодо вибору схеми та інструменту для ротаційної витяжки

Для здійснення ротаційної витяжки нами запропоновано використовувати схему торцевого розкочування з видозміненою конструкцією пристрою і давильного інструменту. Підставою для такої видозміни є те, що для процесу ротаційної витяжки листових матеріалів характерні значно нижчі сили деформування і контактних напруг, ніж для традиційних схем торцевого розкочування. В зв'язку із цим, операції видавлювання можна реалізувати на відносно малопотужному обладнанні, розміри якого визначаються, головним чином, розмірами заготовки.

Незначні навантаження на інструмент дозволяють у значному діапазоні варіювати кут нахилу конічного валка. Це відкриває широкі технологічні можливості регулювання вектором сили тертя на контакті валок-заготовка, а, отже, і цілеспрямованого впливу на усунення гофроутворення та інших небажаних ефектів. Такі можливості дозволяють забезпечувати ротаційну витяжку на установках відносно простої конструкції, без застосування різноманітних поворотних пристроїв для інструменту в процесі розкочування і інших конструктивних ускладнень.

Зміни в конструкції давильного інструменту також пов'язані із необхідністю врахування форми бокової поверхні виробу, що необхідно отримати. Так ділянка валка ED радіусом R (рис. 4.1a) служить

для калібрування заготовки в зоні згинання, тому $R = R_{ir} + s$, де R_{ir} – радіус оправки в зоні згинання; s – товщина матеріалу заготовки. Ділянка CB валка є основною формуючою ділянкою під час процесу витяжки. Радіус r слід брати розміром $(3...5)s$. Більші значення призводять до зростання поперечної сили, менші – до більш жорстких умов деформування і збільшення шорсткості оброблюваної поверхні. Рекомендована шорсткість поверхні валка на ділянці CB $R_a \leq 0,16 \text{ і } \epsilon_i$.

За допомогою розробленого інструменту (рис. 4.1а) виконується ряд операцій за один перехід, а саме: потовщення стінки заготовки, формування бічної поверхні, підтримка фланця під час формування бічної поверхні, калібрування заготовки із можливістю стоншення стінки. Причому саме закладені в конструкції переваги торцевого розкочування дозволяють калібрувати заготовку на заключних стадіях, формуючи при цьому складнопрофільні елементи, канавки тощо.

Етапи процесу ротаційної витяжки методом холодного торцевого розкочування показано на рис. 4.1б,в,г,д. Під час першого етапу деформування (рис. 4.1б) валок контактує із заготовкою по твірній конуса АВ. Внаслідок того, що центр валка має значне від'ємне зміщення по відношенню до центра заготовки, то згідно з закономірностями, що отримані у п. 3.2, метал буде текти до центра заготовки, що викличе певне потовщення заготовки в осередку деформації.

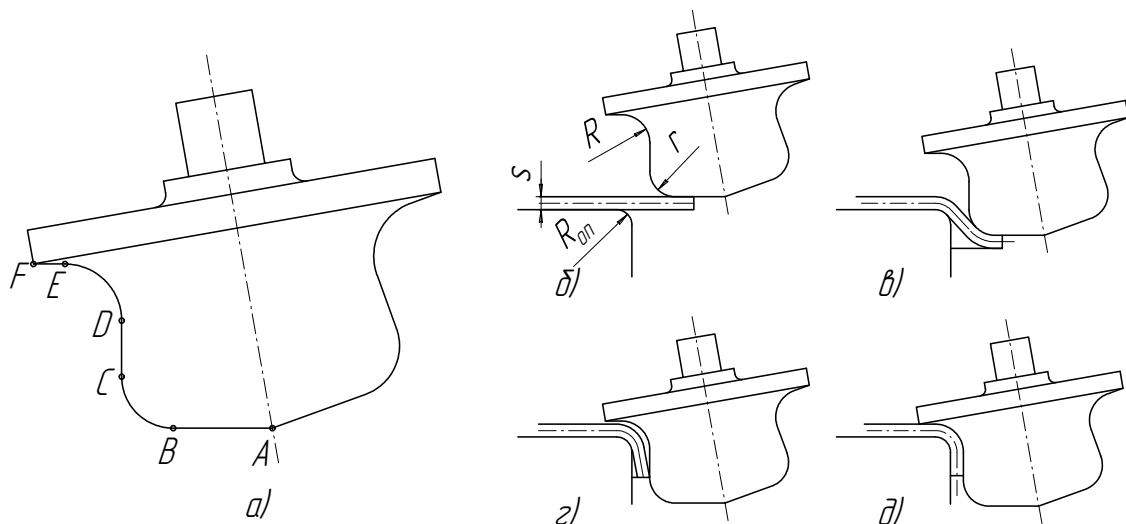


Рис. 4.1. Етапи формування буртів

При подальшій осьовій подачі інструменту контакт валка із заготовкою переміщується на торovu частину валка BC (рис. 4.1в), яка передбачена конструкцією валка. Тому процес утворення бічної пове-

рхні відбувається як і при звичайних процесах ротаційної витяжки, коли формоутворення проводиться тороподібними валками. Єдиною відмінною від цих процесів є те, що фланець підтримується поверхнею конуса.

Після виходу заготовки із контакту з торовою частиною формування продовжується конічною поверхнею CD (рис. 4.1г), аж до контакту із торовою частиною валка DE, яка копіює заокруглення оправки та заготовки. В подальшому розпочинається процес калібрування бічної поверхні заготовки за допомогою торцевої подачі інструменту (рис. 4.1д). Калібрування можна проводити із певним стоншенням бічної стінки заготовки.

4.2.2. Визначення енергосилових параметрів обладнання

Оцінка енергосилових параметрів обладнання у сучасній обробці металів тиском відійшла дещо на другий план у порівнянні із оцінкою деформівності матеріалу. Але зважаючи на специфіку процесів, що розробляються, а саме на ту обставину, що вони розробляються на обладнання, яке фактично не призначене для таких операцій (токарні, різьбонакочувальні, свердлильні верстати та ін.), енергосиловий розрахунок необхідний насамперед для забезпечення безвідмовної роботи цього обладнання.

Аналіз літературних джерел, який проведений у п. 1.2.1, показав, що в існуючих методиках розрахунку зусилля, що необхідне для процесу ротаційної витяжки, радіусами заокруглень оправки та валка нехтували. Для визначення зусиль у процесі ротаційної витяжки використовували розв'язок невісесиметричної задачі для прогину круглої пластини, що затиснена по внутрішньому контуру під дією зосередженої сили [67, 68]. При цьому зусилля за такою методикою оцінювалось на початку процесу, коли прогини сумірні із товщиною заготовки. На цій стадії процесу, при значних радіусах заокруглень оправки та валка (порівняно із товщиною заготовки) для формозміни заготовки зусилля прикладається значно менше, ніж при наступному протіканні процесу, внаслідок значного плеча дії сили. Очевидно, що при подальшому протіканні процесу ротаційної витяжки плече сили буде змінюватись.

Загальна картина процесу ротаційної витяжки показана на рис. 4.2. Як видно з рисунку згинання починається на контурі AOB . Радіус згинання у точці O визначається радіусом оправки та згинальним моментом, що створюється зусиллям P . Радіуси згинання на ділянках OA та OB залежать від діаметра заготовки, ширини фланця, радіуса оправки, положення точки P – точки прикладення зусилля та радіуса валка, який контактує із заготовкою. Врахування впливу

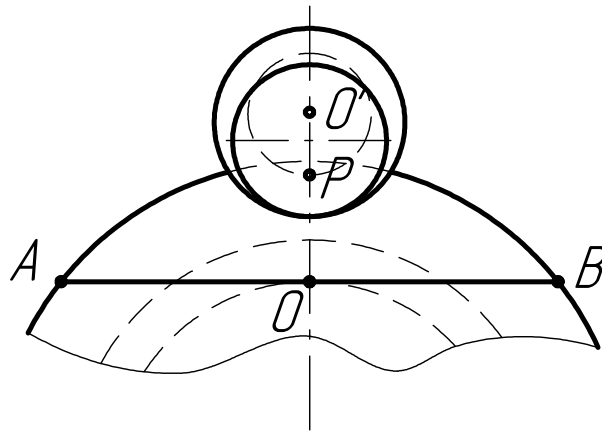
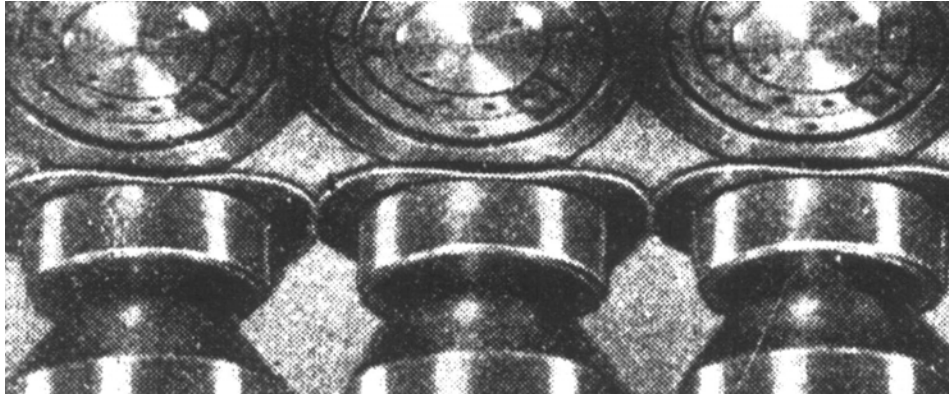


Рис. 4.2. Кінограма процесу ротаційної витяжки та положення контуру AOB , по якому відбувається згинання

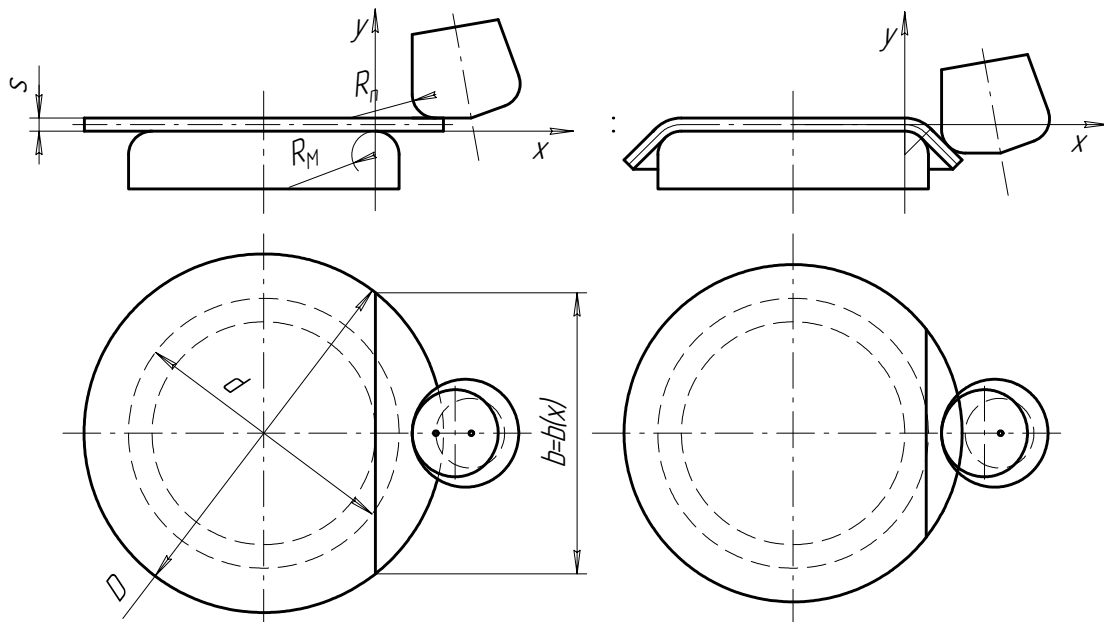


Рис. 4.3. Розрахункова схема

всіх перерахованих чинників викликає певні труднощі [67, 68, 137]. Тому будемо вважати, що радіус згинання на контурі AOB однозначно визначається радіусом оправки та згинальним моментом, який створюється зусиллям P , і є постійним по всій довжині контуру згинання.

Згинання заготовки по радіусу заокруглення оправки можна змодельовати у вигляді згинання смуги постійної товщини $s = const$ та змінної ширини $b = b(x)$ пуансоном і матрицею, радіуси заокруглень яких постійні і дорівнюють відповідно R_M та R_n (рис. 4.3).

Виберемо декартову систему координат, як показано на рис. 4.3. Для визначення ширини перерізу заготовки з координатою x в залежності від відстані перерізу до центра заготовки використаємо формулу

$$b(x) = 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - l(x)^2}, \quad (4.1)$$

де $l(x)$ – відстань від центра заготовки до перерізу із координатою x .

З рис. 4.4 видно, що

$$l(x) = l_1 + l_2 + l_3 + l_4;$$

$$l(x) = \frac{d}{2} - R_M + \left(R_M + \frac{s}{2}\right) \cdot \arcsin\left(\frac{x_A}{R_M + s/2}\right) + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 + 1} dx + \int_{x_D}^x \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + 1} dx. \quad (4.2)$$

Тоді

$$b(x) = 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left(\frac{d}{2} - R_M + \left(R_M + \frac{s}{2}\right) \cdot \arcsin\left(\frac{x_A}{R_M + s/2}\right) + \dots + \int_{x_A}^{x_D} \sqrt{\left(\frac{d\omega}{dx}\right)^2 + 1} dx + \int_{x_D}^x \sqrt{\left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + 1} dx\right)^2}. \quad (4.3)$$

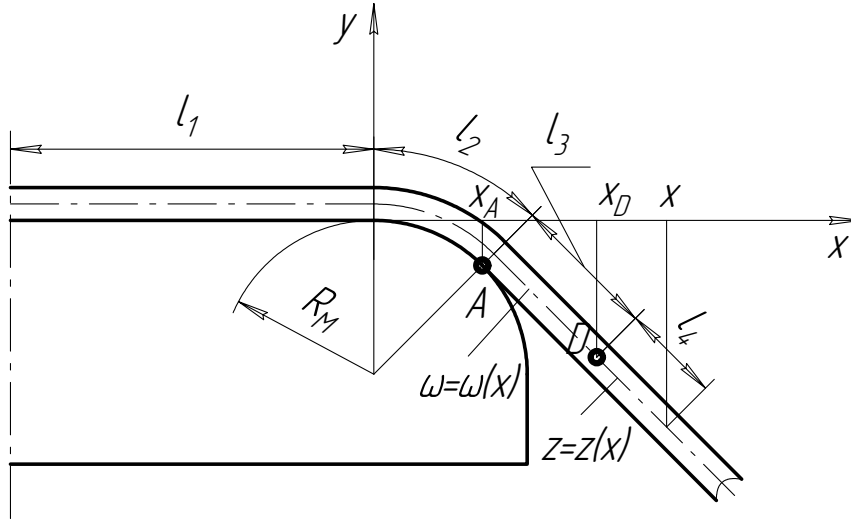


Рис. 4.4. До визначення відстані від центру заготовки до перерізу із координатою x

Розв'язавши задачу (3.128) із врахуванням (4.3), знайдемо точки дотику заготовки до оправки та валка x_A та x_B відповідно. Тоді зусилля, які діють на валок визначимо таким чином

$$P_y = \frac{b(x_A) \cdot \left[\frac{\sigma_\delta \cdot s^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot (R_M + s/2)^2}{3 \cdot E^2} \right]}{l_p}; \quad (4.4)$$

$$P_x = P_y \cdot \frac{t + R_M + R_n - x_B}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}, \quad (4.5)$$

де

$$\begin{aligned} l_p = & x_B - x_A - \frac{s}{2} \cdot \left[\cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) + \right. \\ & \left. + \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right] - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left\{ \sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\ & \left. + \sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} + h - R_n + \frac{s}{2} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) \right] \right\}. \quad (4.6) \end{aligned}$$

Для визначення складової повного зусилля P_z скористаємось емпіричною формулою, що запропонована у роботі [73]

$$P_z = (0,2...0,3) \cdot P_y. \quad (4.7)$$

Більше значення P_z береться для більш пластичних металів.

Крутний момент, який необхідний для забезпечення обертального руху оправки, визначається з формули

$$M_{\epsilon\delta} = P_z \cdot \left(x_B + \frac{d}{2} - R_M \right). \quad (4.8)$$

Потужність приводу, яка задовольняє крутний момент (4.8) визначається з формули

$$N_{\epsilon\delta} = M_{\epsilon\delta} \cdot \omega = \frac{P_z \cdot \left(x_B + \frac{d}{2} - R_n \right) \cdot \pi \cdot n}{30}, \quad (4.9)$$

де n – швидкість обертання оправки, об/хв.

Враховуючи те, що швидкість осьової подачі визначається згідно з

$$v_i = \frac{h \cdot n}{60}, \quad (4.10)$$

де h – осьова подача валка за один оберт. Потужність преса, який забезпечує зусилля P_y , розраховується за формулою

$$N_{oc} = \frac{P_y \cdot h \cdot n}{60}. \quad (4.11)$$

4.2.3. Розрахунок геометричних параметрів заготовки

Для виготовлення порожнинних циліндричних чи конусних деталей в якості заготовки використовують круглі пластини діаметром D , який визначається з формули (рис. 4.5)

$$D = d + 2R_{ii} \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \sin \alpha - 2 - \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) + \quad (4.12)$$

$$+ s \cdot \left(\frac{3 \cdot \cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 4}{\sin \alpha} \right) + 2H \cdot \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right).$$

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$, тобто при виготовленні циліндричних порожнинних деталей, з формули (4.12) отримаємо

$$D = d + R_{ii} (\pi - 4) + s \left(\frac{\pi}{2} - 4 \right) + 2H \approx \quad (4.13)$$

$$\approx d - 0.858R_{ii} - 2.429s + 2H.$$

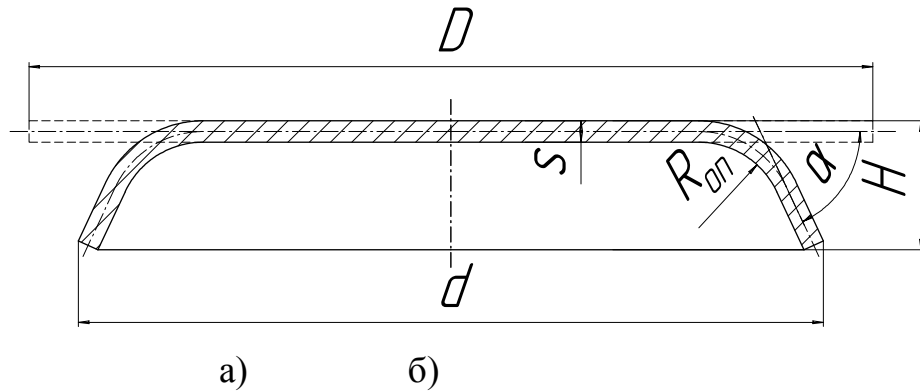


Рис. 4.5. Заготовка (штрихова лінія) та типова кінцева деталь (суцільна лінія), яка виготовлена ротаційною витяжкою

При формуванні внутрішніх бортів (рис. 4.6) діаметр отвору $D_{i\delta a}$, який забезпечує необхідні геометричні параметри деталі, визначається з формули

$$D_{i\delta a} = d - 2R_{ii} \cdot \left(\frac{\alpha \cdot \sin \alpha - 2 - \cos^2 \alpha + 2 \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) - \quad (4.14)$$

$$- s \cdot \left(\frac{3 \cdot \cos \alpha + \alpha \sin \alpha - 4}{\sin \alpha} \right) - 2H \cdot \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right).$$

При $\alpha = \frac{\pi}{2}$ з (4.14) отримаємо

$$D = d - R_{ii} (\pi - 4) - s \left(\frac{\pi}{2} - 4 \right) - 2H \approx \quad (4.15)$$

$$\approx d + 0.858R_{ii} + 2.429s - 2H.$$

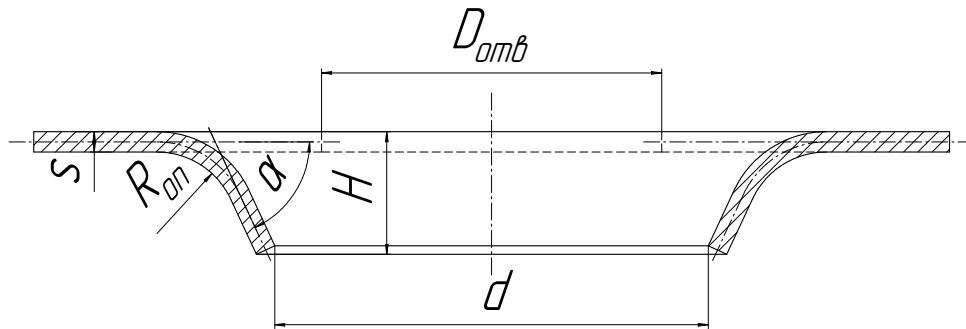


Рис. 4.6. Заготовка (штрихова лінія) та деталь (суцільна лінія) при формуванні внутрішніх бортів

4.2.5. Визначення технологічних можливостей процесу формування зовнішніх бортів

Процес ротаційної витяжки обмежується такими технологічними параметрами:

- мінімальний радіус заокруглення оправки: обмежується руйнуванням зовнішніх шарів осередку згинання;
- максимальний розмір фланця: обмежується інтенсивним гофроутворенням та руйнуванням периферійних ділянок.

Найбільш небезпечною зоною, щодо руйнування зовнішніх шарів, є зона початку згинання A (рис. 4.7), тому що на ділянці AB внаслідок формування фланця додатково накладаються поперечні напруження стиску, що пом'якшують напружено-деформований стан на ділянці порівняно із зоною A .

Згідно з (3.72) – (3.74) у зоні A напруження мають такі значення:

$$\sigma_\rho = 0; \quad (4.16)$$

$$\sigma_\theta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_\delta + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right]; \quad (4.17)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \left[\sigma_\delta + A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \ln \frac{\rho}{\rho_i} \right)^n \right]. \quad (4.18)$$

Тоді показник η , що характеризує жорсткість напруженого стану, дорівнює

$$\eta = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z}{\sigma_i} = \sqrt{3} \approx 1,732, \quad (4.19)$$

тобто він не залежить від радіуса згинання і є сталим протягом усього процесу згинання.

Колова деформація на зовнішніх волокнах при згинанні нейтральної поверхні на радіус ρ_i визначається таким чином:

$$\varepsilon_\theta = \frac{R - \rho_i}{\rho_i} = \frac{s}{2 \cdot \rho_i} = \frac{s}{2 \cdot r + s} = \frac{s}{2 \cdot R_{ii} + s}. \quad (4.20)$$

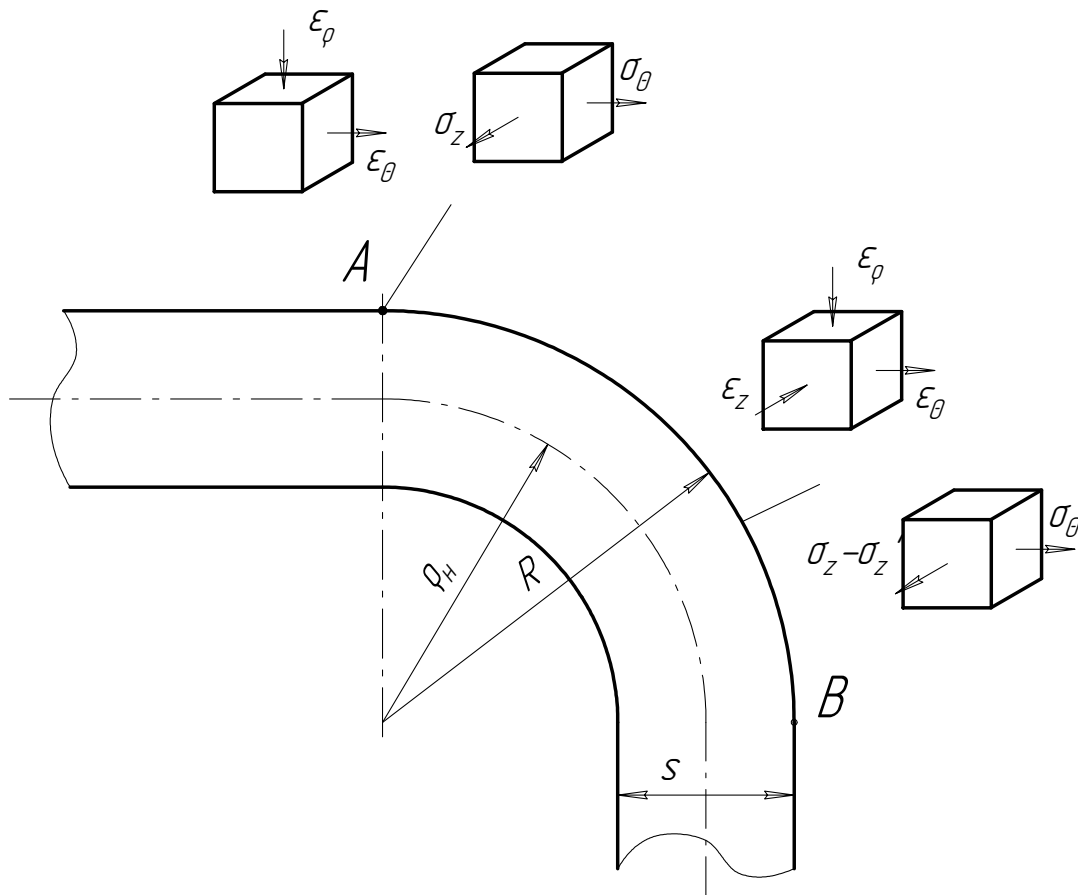


Рис. 4.7. Напружено-деформований стан в осередку згинання під час ротаційної витяжки

Згідно з (3.67) інтенсивність накопиченої деформації на зовнішніх волокнах в залежності від радіуса оправки визначається за формулою

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{3} \cdot s}{2 \cdot R_{ii} + s} \leq \varepsilon_{*c} (\eta = 1,732), \quad (4.21)$$

де $\varepsilon_{*c}(\eta = 1,732)$ – інтенсивність накопиченої деформації, яку може сприймати матеріал без руйнування при напружено-деформованому стані, який характеризується показником $\eta = 1,732$. Значення інтенсивності беремо із діаграми пластичності, що побудована у координатах $\eta - \varepsilon_{*c}$. Тоді мінімальний радіус оправки визначається з формули

$$R_{i \min} = \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{*c}(\eta = 1,732)} - 1 \right). \quad (4.22)$$

У роботі Баркая В. Ф. [10] досліджено напружено-деформований стан у фланці під час ротаційної витяжки. Згідно з цією роботою у фланці реалізується лінійний напружений та об'ємний деформований стани

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= \sigma_{\rho} = 0; \\ \sigma_z &= -\sigma_s; \\ \varepsilon_z &= -\frac{2B}{D}; \\ \varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\rho} &= -\frac{\varepsilon_z}{2} = \frac{B}{D}, \end{aligned} \quad (4.23)$$

де $B \approx \frac{D-d}{2}$ – ширина фланця.

Тоді показник жорсткості напружено-деформованого стану η дорівнює

$$\eta = \frac{\sigma_{\theta} + \sigma_{\rho} + \sigma_z}{\sigma_i} = -1, \quad (4.24)$$

а накопичена на периферії фланця інтенсивність деформацій

$$\varepsilon_i = \frac{3}{2} \cdot |\varepsilon_z| = \frac{3B}{D} \leq \varepsilon_{*c}(\eta = -1). \quad (4.25)$$

З формули (4.25) отримаємо вираз для визначення максимальної ширини фланця за умови збереження суцільності периферійних ділянок

$$B_{\max} = \frac{D \cdot \varepsilon_{*c} (\eta = -1)}{3}. \quad (4.26)$$

Максимальна ширина фланця за умови протікання стійкого процесу без гофрування визначається за методикою, запропонованою у роботі [11]

$$B_{\max} = \left(\frac{1}{\cos \sqrt{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + c_2}}} - 1 \right) \cdot \frac{D}{2}, \quad (4.27)$$

$$\text{де } c_1 = \frac{19}{30} \cdot c_2; \quad c_2 = \frac{1}{\frac{631}{3150} + \frac{4 \cdot \sigma_s \cdot D^2 \cdot (1 - \nu)^2}{20 \cdot E \cdot s^2}}.$$

За максимальне значення фланця беруть менше з обрахованих з формул (4.26) та (4.27) значень.

4.2.6. Розробка спеціалізованої оснастки для ротаційної витяжки та впровадження у виробництво

4.2.6.1. Для реалізації процесу ротаційної витяжки був спроектований і виготовлений розкочувальний пристрій до лоботокарного верстата ЛТ2, складальне креслення та загальний вигляд якого показано на рис. 4.8 та 4.9.

Давильний інструмент представляє собою конічний ролик, бокова поверхня якого проектується в залежності від бокової поверхні бурта деталі. Давильний ролик 1 встановлюється в гніздо осі 2, при цьому державка 5 розміщується під необхідним кутом до осі оправки на супорті 4, який разом з державкою 5 і давильним роликом 1 підводиться до ділянки заготовки, яка відбуртовується. Підпружинення давильного ролика 1 пружними елементами 6 дозволяє запобігати перевантаженням пристрою при радіальному битті поверхні оправки, а також формувати бурти при від'ємному куті нахилу бокової поверхні оправки, що передбачається для компенсації пружинення заготовки.

На заключному етапі калібрування переважними є поперечні сили. Упорний підшипник, в якому розміщена вісь пристрою, може сприймати значно більші сили, ніж необхідні саме для ротаційної ви-

тяжки. Це дозволяє калібрувати ділянкою валка DEF (див. рис. 4.1а) профіль виробу із складним рельєфом.

Наявність унікальних можливостей управління формоутворенням заготовок дозволило застосувати розкочувальний пристрій для формування таких виробів, як тарілки, комірці, ковпаки ректифікаційних і бражних колон для спиртового виробництва. Вказані вироби відрізняються габаритністю і досягають в діаметрі 1,5 м.

Ґрунтуючись на встановлених закономірностях течії металу на контакті валок-заготовка (3.26), нами розроблено стабільний високопродуктивний процес ротаційної витяжки зовнішніх і внутрішніх елементів зазначених вище виробів.

Відносно невеликі товщина заготовки і зусилля деформування дозволяють варіювати кутом нахилу валка у значно ширших межах, ніж в традиційних процесах холодного торцевого розкочування. Вихідними під витяжку були круглі мідні листові заготовки товщиною 3 мм. В результаті обкочування на жорсткій оправці конічним валком за схемою ротаційної витяжки сформовано елементи, що розміщені по відношенню до площини вихідної заготовки під кутами 90° і 75° з висотою 68 і 80 мм. Отримані вироби відрізняються високою точністю і якістю поверхні (рис. 4.10).

Точність допусків у отриманих деталях залежить головним чином, від точності оправки. Наявність пружин в пристрої дозволяє усунути ефект пружинення на кінцеві розміри. Відхилення по товщині стінки витягнутої ділянки не перевищує 0,03 мм, що забезпечується підпружиненням валка. Шорсткість обробленої поверхні заготовки не перевищувала $R_a = 0,16$ і \hat{e} . За всіма іншими видами допусків – радіального та торцевого биття, циліндричності тощо, отримані вироби цілком задовольняли технічні вимоги.

4.2.6.2. Розрахункове визначення зусилля деформування із врахуванням збільшення зазору між оправкою та валком внаслідок дії пружних елементів. Розкладемо зусилля \bar{P} , яке діє із боку заготовки на валок на дві складові: одна складова P'_y паралельна осі обертання валка, інша P'_x – перпендикулярна цій осі (рис. 4.11). Раніше при визначенні зусилля деформування (див. (4.4) та (4.5)) зусилля \bar{P} розклали на дві взаємоперпендикулярні складові, одна з яких P_y – паралельна осі обертання заготовки, інша P_x – перпендикулярна цій осі. Кут між осями обертання валка та заготовки – кут α . Тоді складові повного зусилля P'_x та P'_y через P_x та P_y запишуться у вигляді

$$P'_x = P_x \cdot \cos \alpha + P_y \cdot \sin \alpha; \quad (4.28)$$

$$P'_y = P_y \cdot \cos \alpha - P_x \cdot \sin \alpha . \quad (4.29)$$

Розглянемо сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що проходить через вісь обертання валка перпендикулярно супорту верстата (рис. 4.12).

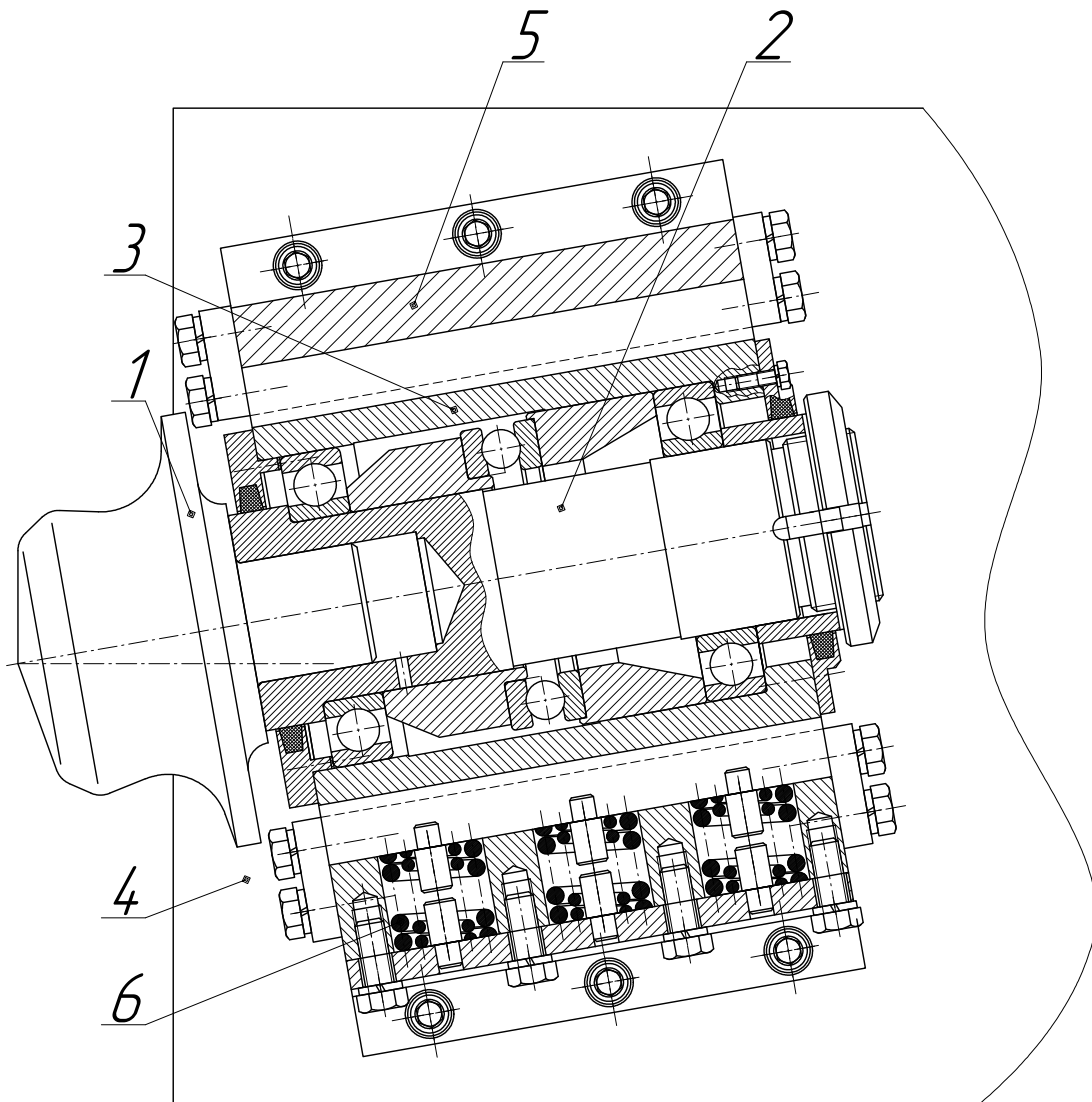
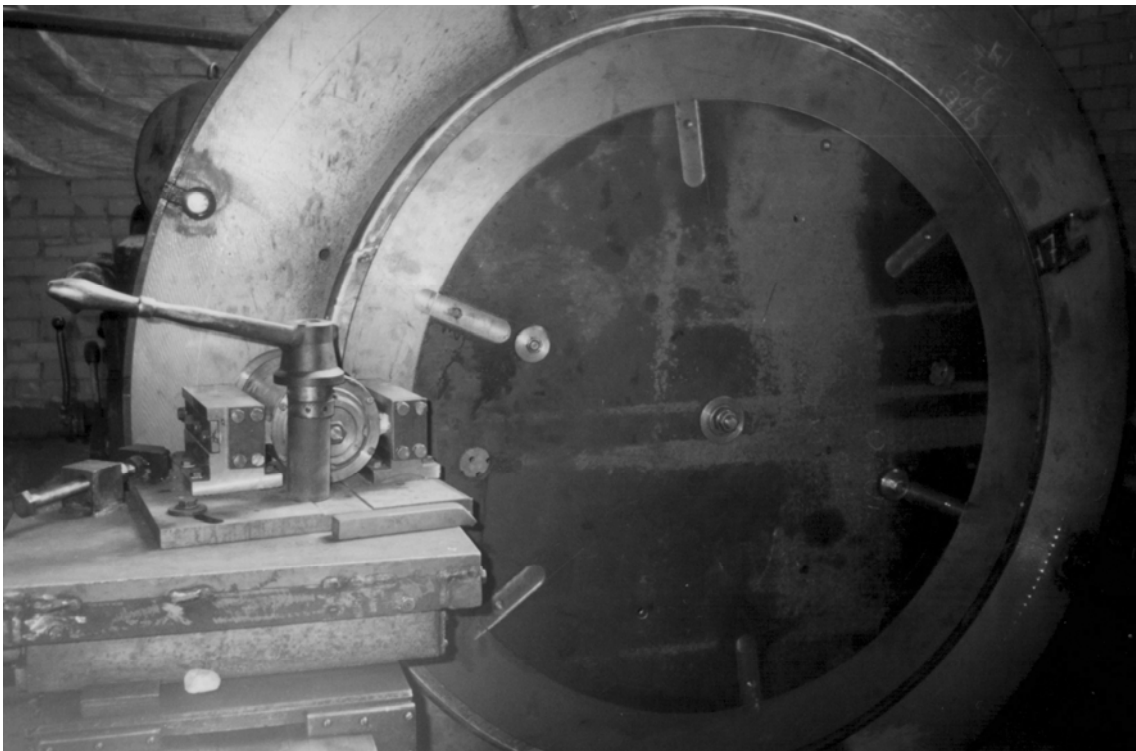


Рис. 4.8. Складальне креслення розкочувального пристрою до лоботочного верстата ЛТ2

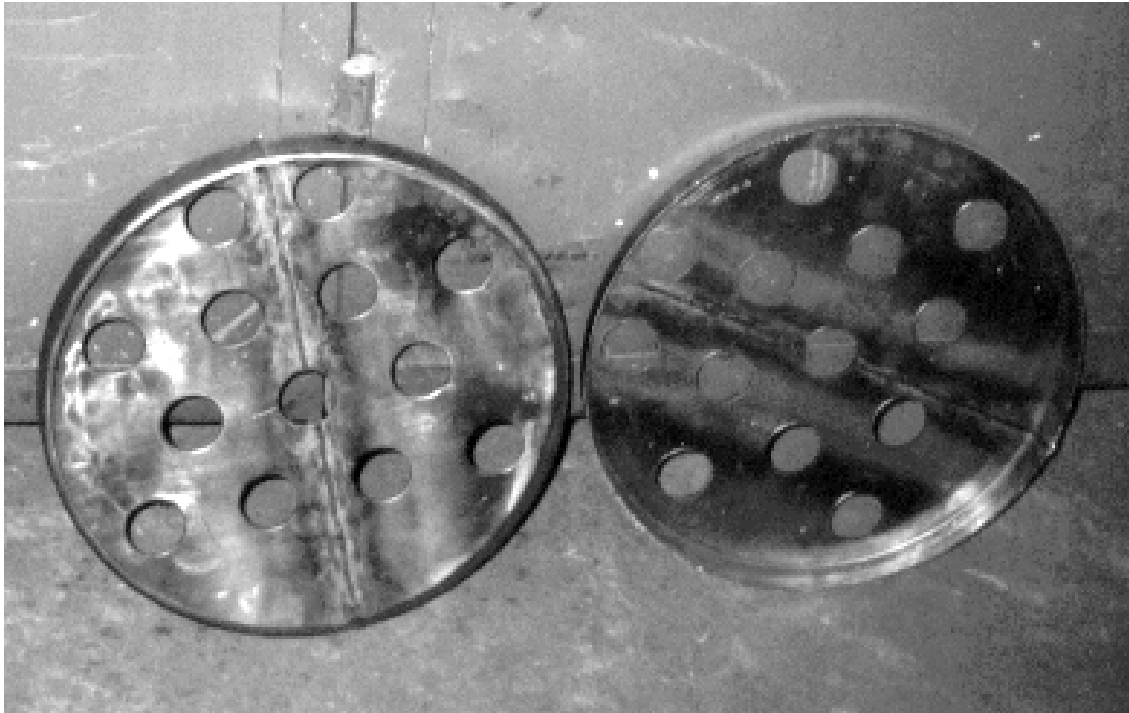


а)



б)

Рис. 4.9. Розкочувальний пристрій



а)



б)

Рис. 4.10. Вироби, отримані ротаційною витяжкою конічним валком

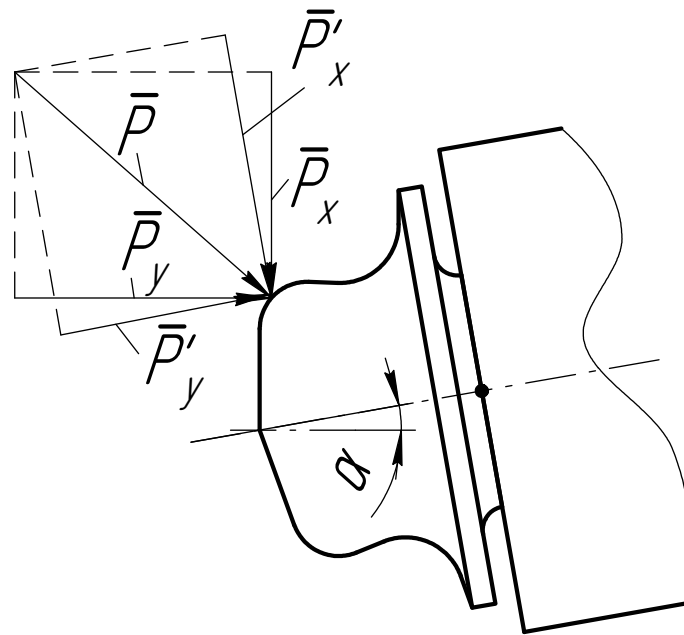


Рис. 4.11. Розкладання повного зусилля, що діє на валок вздовж осі обертання валка та вдовж осі обертання заготовки

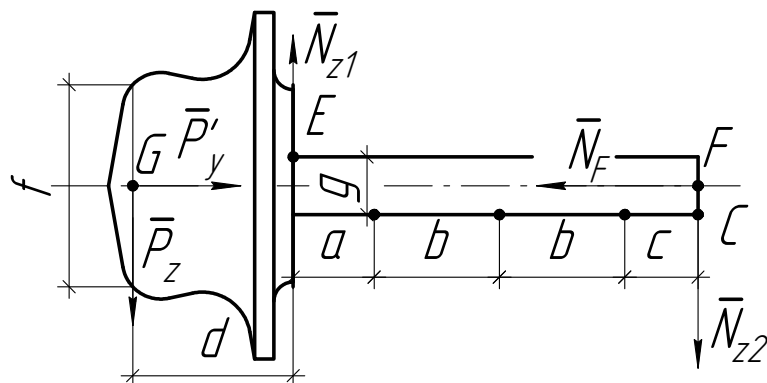


Рис. 4.12. Сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що перпендикулярний супорту верстата

З рівнянь рівноваги знайдемо реакції поверхонь N_{z1} та N_{z2}

$$N_{z1} = \frac{a + 2b + c + d}{a + 2b + c} \cdot P_z; \quad (4.30)$$

$$N_{z2} = \frac{d}{a + 2b + c} \cdot P_z. \quad (4.31)$$

У перерізі, що паралельний супорту верстата, в залежності від співвідношення P'_x та P'_y можливі два варіанти дії сил на корпус розкочувальної головки (рис. 4.13а,б). Для обох випадків складено рів-

няння рівноваги і визначено складові зусилля. Для варіанту навантаження, що зображений на рис. 4.13а, отримаємо такі співвідношення

$$P'_x = 3T + \mu(N_A + N_B + N_{z1} + N_{z2}); \quad (4.32)$$

$$N_B = \frac{P'_y \cdot \left(\frac{e-f}{2}\right) + (P'_x - \mu P'_z) \cdot (d + a + 2b + c) - 3T(c + b)}{e}; \quad (4.33)$$

$$N_A = P'_y - \frac{P'_y \cdot \left(\frac{e-f}{2}\right) + (P'_x - \mu P'_z) \cdot (d + a + 2b + c) - 3T(c + b)}{e}. \quad (4.34)$$

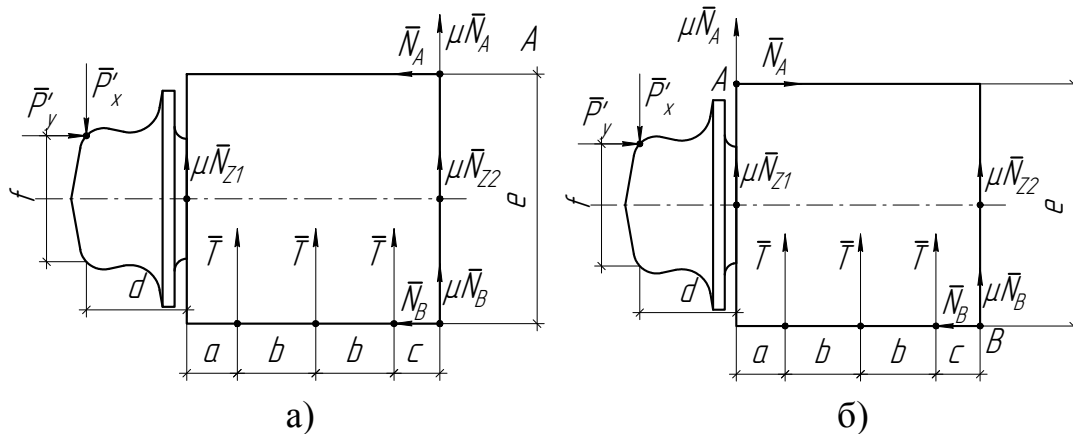


Рис. 4.13. Сили, що діють на розкочувальну головку у перерізі, що паралельний супорту верстата

Для другого варіанту навантаження (див. рис. 4.13б) з рівнянь рівноваги отримаємо

$$P'_x = 3T + \mu(N_A + N_B + N_{z1} + N_{z2}); \quad (4.35)$$

$$N_B = \frac{P'_y \cdot \left(\frac{e-f}{2}\right) + P'_x d + 3T(a + b) + \mu d P'_z}{e - \mu(a + 2b + c)}; \quad (4.36)$$

$$N_A = \frac{P'_y \cdot \left(\frac{e-f}{2}\right) + P'_x d + 3T(a + b) + \mu d P'_z}{e - \mu(a + 2b + c)} - P'_y. \quad (4.37)$$

І в першій і в другій схемі навантаження при забезпеченні коефіцієнта тертя $\mu = 0,03 \dots 0,05$ введенням між поверхнями тертя графі-

тного змащування при визначенні поперечного зусилля P'_x можна знехтувати другим доданком. Тоді, розписавши силу, з якою пружина діє на розкочувальну головку, отримаємо

$$P'_x = 3C \cdot (l_i + \Delta l), \quad (4.38)$$

де \tilde{N} – жорсткість пружини; l_i – попередній стиск пружини при збиранні вузла; Δl – деформація пружини внаслідок дії поперечної сили.

Для розрахунку точок дотику заготовки до оправки задача (3.133) дещо змінилась. Тепер параметр t , що характеризує відстань між оправкою та валком є не постійною величиною, а шукається виходячи із рівняння (4.38). Причому тут можливі три варіанти:

- сила P'_x менша за силу попереднього натягу пружин. Тоді деформація пружин Δl дорівнює нулю і задача (3.133) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[x_B - \frac{s}{2} \times \right. \\ \left. \times \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \left[\sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\ \left. + \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - \\ -h + R_n - \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \\ t = t_0. \end{array} \right. \quad (4.39)$$

- сила P'_x більша за силу попереднього натягу пружин, але менша за $3C \cdot (l_i + l_\delta)$, де l_x – максимальний хід пружини. Тоді деформація пружин Δl визначається з рівняння (4.38) і задача (3.133) набуває вигляду

$$\left[\begin{aligned}
 & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\
 & \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[x_B - \frac{s}{2} \cdot \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \\
 & + \left[\sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\
 & \left. \times \left(x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} - h + R_n - \\
 & - \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \\
 & t = t_0 + \left\{ 2 \cdot \sqrt{\frac{D^2}{4} - \left[\frac{d}{2} - R_M - s + \left(R_M + \frac{s}{2} \right) \cdot \arcsin \frac{x_A}{R_M} \right]^2} \times \right. \\
 & \times \left(\frac{\sigma_\delta \cdot s^2}{4} - \frac{\sigma_\delta^3 \cdot R_M^2}{3 \cdot E^2} \right) / \left\{ x_B - x_A - \frac{s}{2} \cdot \left[\cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) \right] + \right. \\
 & + \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \left. \right] - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[\sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\
 & + \sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} + h - R_n + \frac{s}{2} \cdot \left[\sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) + \right. \\
 & \left. \left. + \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R_n - x_B} \right) \right] \right] \left. \right\} \times \\
 & \times \left[\frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \cdot \cos \alpha + \sin \alpha \right] / C - l_i \left. \right\} \times \cos \alpha;
 \end{aligned} \right. \tag{4.40}$$

- сила P'_x більша за силу $3C \cdot (l_i + l_\delta)$. Тоді деформація пружин Δl дорівнює l_x і задача (3.133) набуває вигляду

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} = -\frac{x_A}{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}; \\ \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \cdot \left[x_B - \frac{s}{2} \times \right. \\ \left. \times \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right) \right] + \left[\sqrt{R_M^2 - x_A^2} - R_M + \right. \\ \left. + \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) - \frac{x_B - t - R_M - R_n}{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}} \times \right. \\ \left. \times \left(x_A + \frac{s}{2} \cdot \cos \left(\arctg \frac{\sqrt{R_M^2 - x_A^2}}{x_A} \right) \right) \right] = -\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2} \\ \left. - h + R_n - \frac{s}{2} \cdot \sin \left(\arctg \frac{\sqrt{R_n^2 - (x_B - t - R_M - R_n)^2}}{t + R_M + R - x_B} \right); \right. \\ \left. t = t_0 + l_\delta. \right. \end{array} \right. \quad (4.41)$$

Для реалізації всіх трьох варіантів була створена програма у додатку Maple 9 (додаток Г). Результати розрахунку за цією програмою показані на рис. 4.14. При певній подачі h_1 пружини починають стискатись, що призведе до збільшення зазору між валком та оправкою. Внаслідок цього осьова складова зусилля деформування різко зменшується, а зростання поперечної складової йде більш повільно.

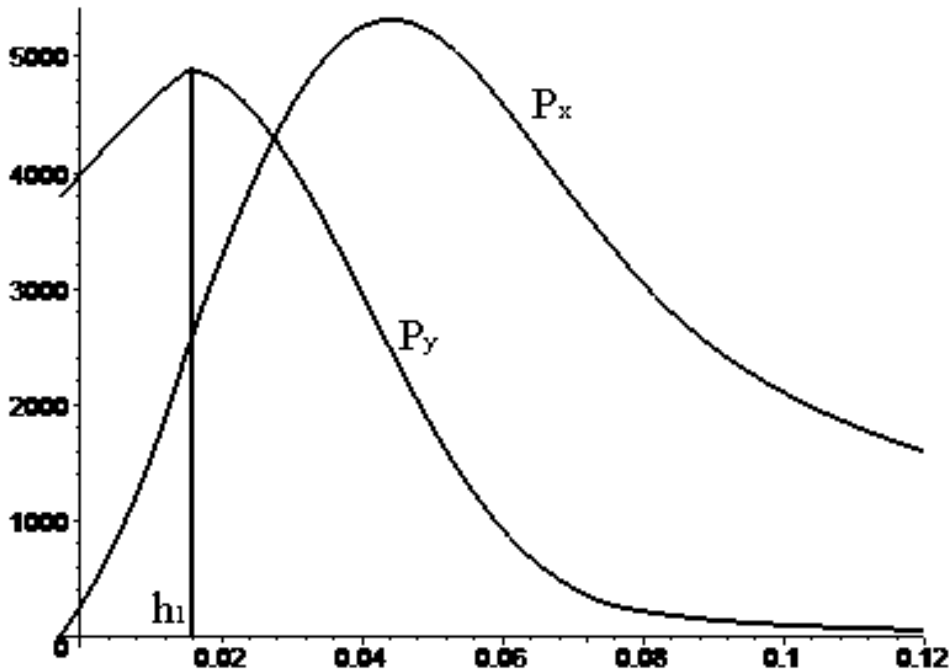


Рис. 4.14. Розрахунок осьової та поперечної складових повного зусилля із врахуванням зміни зазору між валком та пуансоном внаслідок дії пружин

4.3. Розробка та дослідження процесу переформування квадратних заготовок у круглі

4.3.1. Вибір технологічної схеми процесу переформування

Аналіз зроблений у п. 1.3.2 дозволяє зробити висновок, що процес переформування квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування обмежується інтенсивною відцентровою течією металу у центрі заготовки, що призводить до втрати суцільності заготовки (рис. 4.15).

Встановлений нами у п. 3.2 вплив різних технологічних параметрів на закономірності течії металу під час холодного торцевого розкочування конічним валком дозволяє цілеспрямовано управляти цим процесом, а також встановлювати необхідні технологічні обмеження. Разом із тим при застосуванні жорсткої матриці такі впливи, у свою чергу, також обмежені, зважаючи на неможливість варіювання зміщенням валка відносно центра заготовки. Тому при переформуванні квадрата у круг у закритій жорсткій матриці для зменшення інтенсивності відцентрової течії металу у центрі заготовки, нами пропонується зменшувати кут нахилу валка конуса α давильного інструменту у порівнянні із традиційними методами холодного торцевого розкочування.

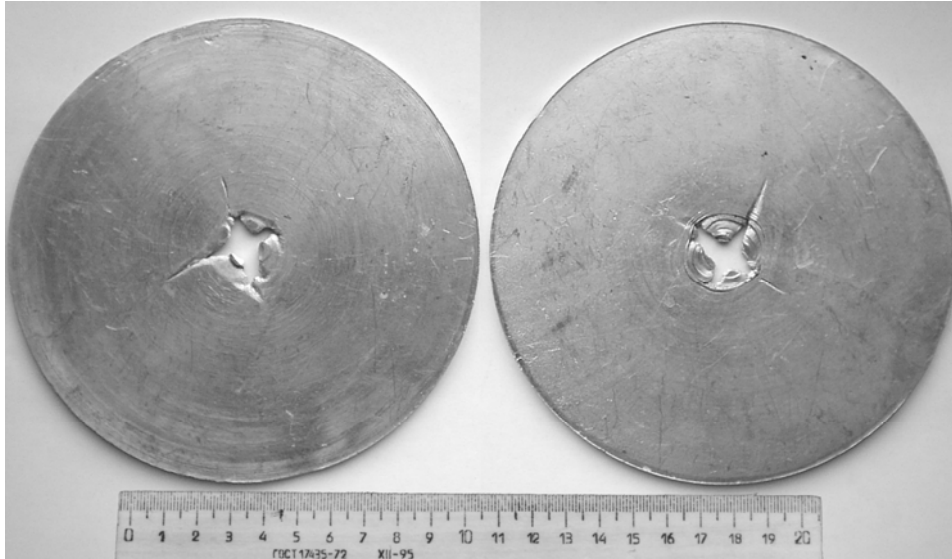


Рис. 4.15. Втрата суцільності деталі при переформуванні квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування

Як показує аналіз рис. 3.11 зменшення кута нахилу конуса α від 10° до 2° зменшує кут між векторами швидкості інструменту та заготовки більше ніж у 25 разів. Незначна неузгодженість між векторами нівелюється відцентровою течією металу внаслідок осаджування.

Використання холодного торцевого розкочування конічним валком із кутом конуса $\alpha = 2^\circ$ дозволило реалізувати стійкий процес переформування квадратних заготовок у круглі без втрат суцільності у центрі заготовки (рис. 4.16).

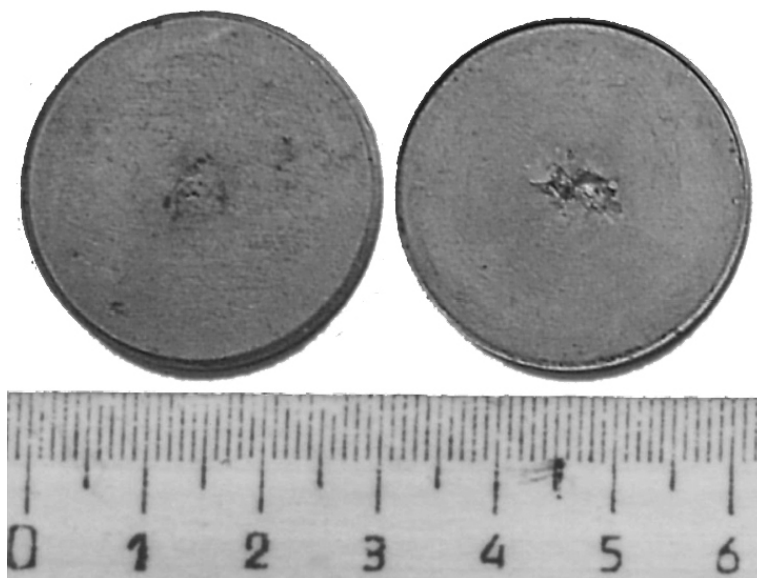


Рис. 4.16. Деталі отримані переформуванням квадратних заготовок у круглі методом холодного торцевого розкочування при $\alpha = 2^\circ$

В якості заготовки використовуються квадрати, довжина сторони яких визначається з формули (рис. 4.17)

$$a = \frac{D}{\sqrt{2}} \approx 0,707D. \quad (4.42)$$

Товщина заготовки визначається за умови збереження об'єму

$$s_{\hat{a}\hat{a}} = \frac{\pi s}{2} \approx 1,571s. \quad (4.43)$$

Разом із тим схема розкочування при малих кутах α виявила свої недоліки. З однієї сторони, зменшення кута α суттєво збільшує площу контакту валка із заготовкою і вимагає підвищених вимог до потужності обладнання і міцності інструменту. З іншої сторони, кут конуса чинить відносно менший вплив на відцентрову течію металу, порівняно зі зміщенням валка δ і не виключає повністю центрального потоншення заготовок.

У зв'язку із цим розроблена схема і інструмент для переформування заготовок розкочуванням, яка дозволяє реалізовувати процес при від'ємних значеннях зміщення вершини валка δ (рис. 4.18).

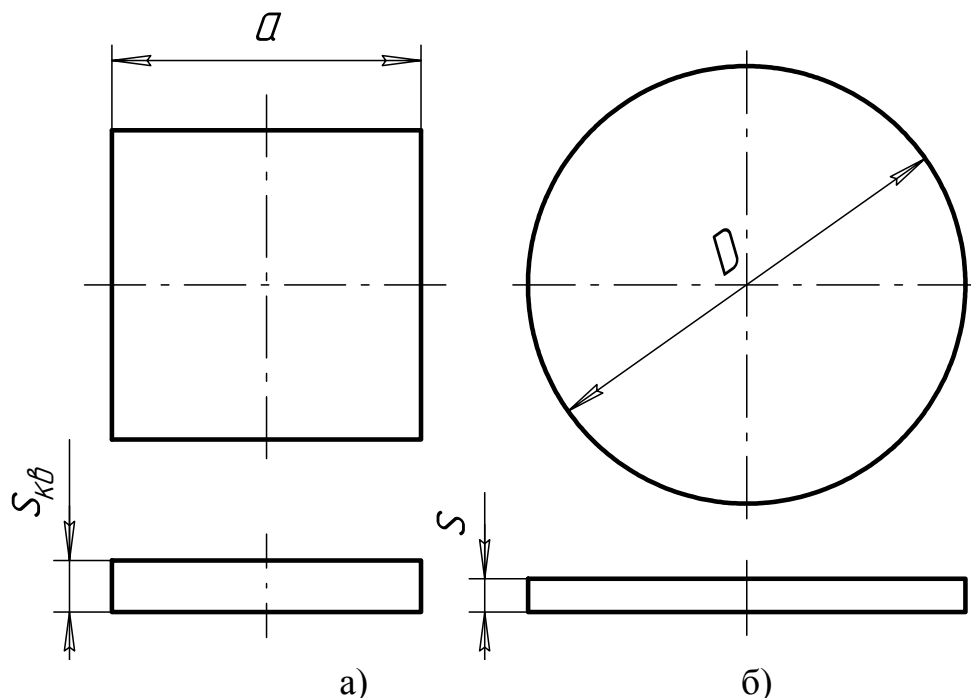


Рис. 4.17. Заготовка (а) та деталь (б), що отримується процесом переформування квадратних заготовок у круглі

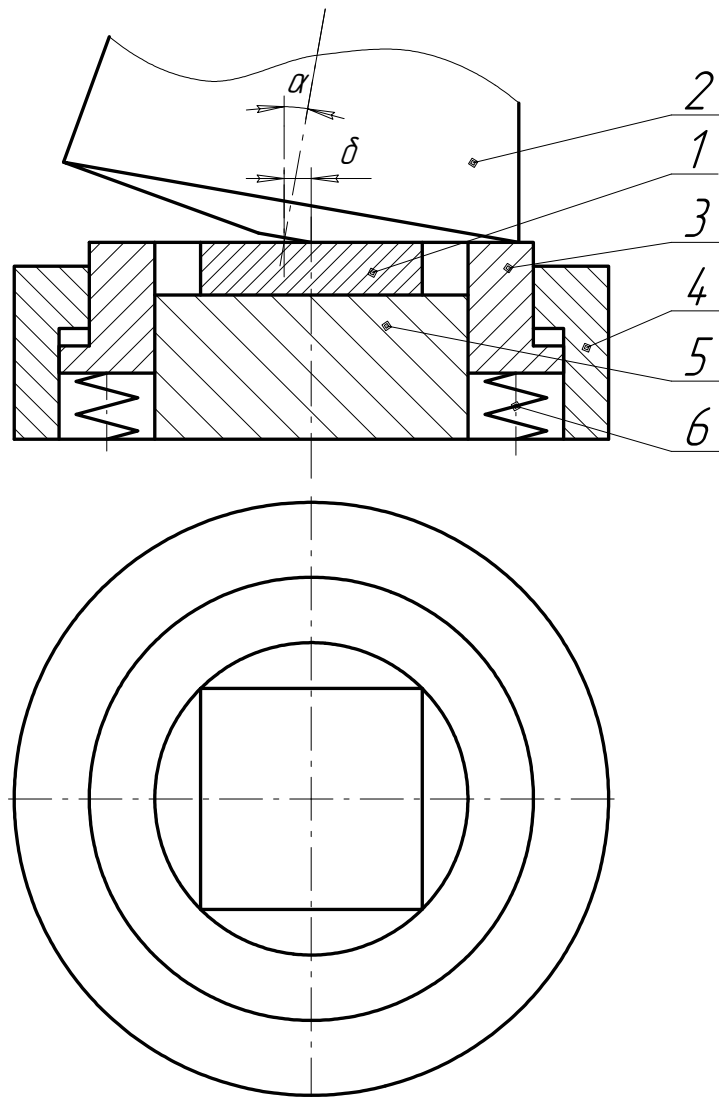


Рис. 4.18. Переформування квадратних заготовок у круглі холодним торцевим розкочуванням із від'ємним ексцентриситетом валка
 1 – заготовка; 2 – валок; 3 – матриця; 4 – обойма; 5 – упор-виштовхувач; 6 – пружні елементи

Значна кількість деталей може бути виготовлена з круглої заготовки із центральним отвором. У цьому випадку течія металу у центрі заготовки на периферію при її розкочуванні без зміщення валка із кутом конуса $\alpha = 10^\circ$ може бути використана для цілеспрямованого утворення стоншення центральної частини заготовки. Розроблено технологічний процес виготовлення фланця розкочуванням із квадратної заготовки, який включає в себе такі етапи:

- переформування квадрата у круг та пряме видавлювання (рис. 4.19а) здійснюється конічним валком із кутом конуса $\alpha = 10^\circ$ без зміщення і з використанням оправки, яка формує центральний отвір;
- видалення залишків металу із отвору;

- осаджування та обернене видавлювання, що здійснюється циліндричним валком (рис. 4.19б). Оскільки при цьому необхідно досягти течії металу в напрямі центра заготовки, то згідно з (3.11) осі обертання циліндричного валка надаємо від'ємного зміщення (див. рис. 3.1).

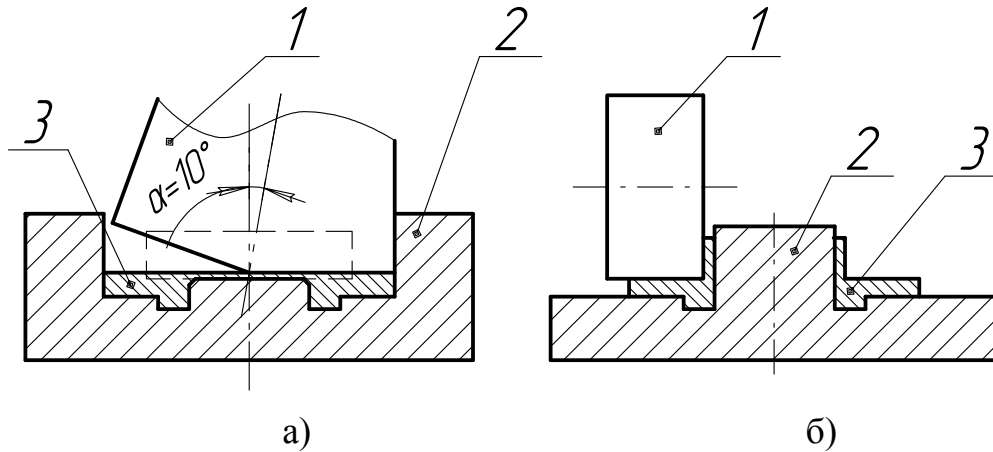


Рис. 4.19. Схема виготовлення фланця розкочуванням

4.3.2. Дослідження напружено-деформованого стану заготовки під час процесу переформування

Переформуванню квадратів у круг у жорсткій матриці підлягали заготовки із міді М01 і алюмінієвого сплаву АМг2. Дослідження напружено-деформованого стану (НДС) на поверхні заготовок проводили методом сіток, а розподіл деформацій по перерізу – вимірюванням твердості. На рис. 4.20 представлені заготовки, які отримано переформуванням квадрата в круг методом холодного торцевого розкочування на проміжній і заключній стадіях. Апроксимацію і диференціювання експериментальних даних виконували з використанням пакета прикладних програм на базі згладжування кубічними сплайн-функціями, розроблений в колективі Вінницького національного технічного університету під керівництвом В. А. Огороднікова [119]. У результаті були отримані поля компонент тензора деформацій, інтенсивності деформацій і напруг на поверхні заготовок, доведених до різних стадій переформування.

На рис. 4.21 представлено розподіл інтенсивності деформацій ε_i та показника напруженого стану η на заключному етапі переформування квадратної пластини з міді М01 в круг діаметром $D=31$ мм при куті валка $\alpha = 2^\circ$.

Як видно з рис. 4.21, деформований стан заготовки має ознаки симетрії. Компоненти деформацій ε_x і ε_y близькі за величиною і характером розподілу в плані заготовки і є деформаціями розтягу. На діля-

нках заготовки поблизу кутів вихідного квадрату деформації ε_x і ε_y переходять у незначні за величиною деформації стиску. Деформації у напрямі товщини ε_z на більшій частині заготовки є деформаціями стиску. Вони максимальні і за абсолютною величиною близькі до значень інтенсивності деформацій ε_i .

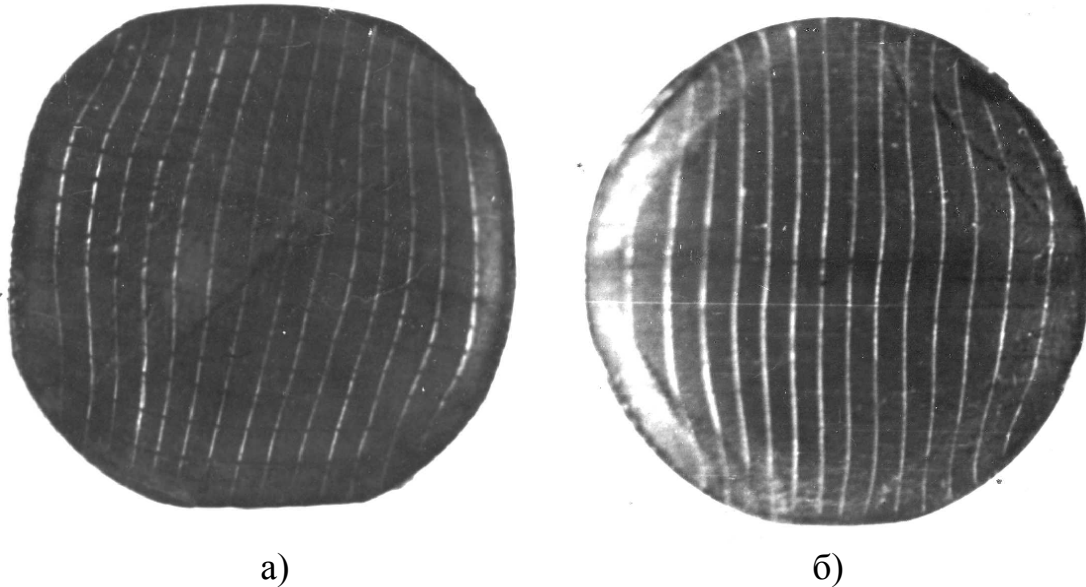


Рис. 4.20. Вид переформованих заготовок на стадіях:
а) проміжній; б) заключній

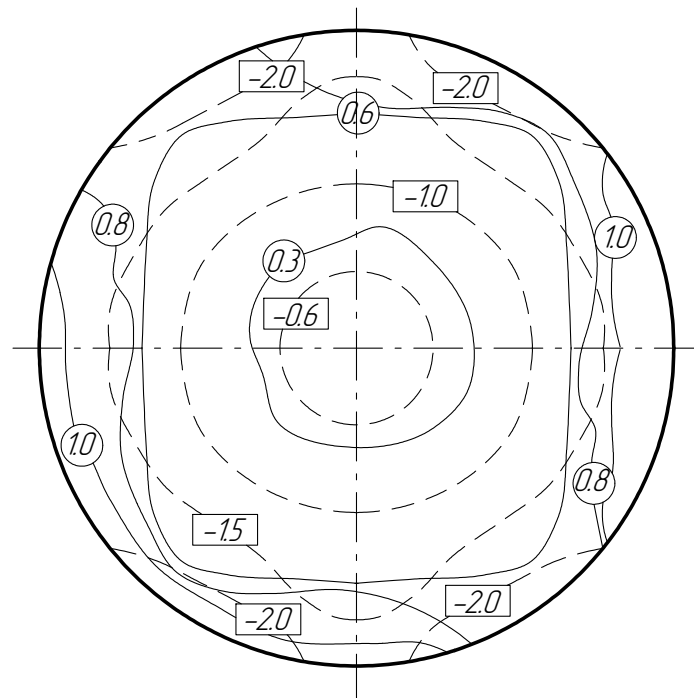


Рис. 4.21. Розподіл інтенсивності деформацій \bigcirc і показника напруженого стану \square по поверхні заготовки на заключній стадії переформування квадрата в круг

Мінімальна ступінь деформації має місце у центральній частині заготовки. На площі, яка описана навколо центра радіусом, що складає 0,5 від радіуса сформованої заготовки, ступінь деформації не перевищує значень $\varepsilon_i/\varepsilon_{max}=0,3\dots0,4$. Найбільший ступінь деформацій $\varepsilon_{max}=1,4\dots1,5$ спостерігається на контурах заготовки, в зонах, що відповідають серединам сторін вихідних квадратів. Підвищені деформації мають місце також в кутах вихідного квадрата.

Таким чином цей процес за характером НДС близький до процесу осаджуванням з перетіканням часток матеріалу в плані заготовки. Напружений стан в плані заготовки змінюється від значень $\eta \approx -0,2$ поблизу центру заготовки до $\eta \approx -1\dots-2$ поблизу контуру і $\eta \approx -1\dots-0,5$ на боковій поверхні посередині сторони квадрата.

4.2.3. Оцінка енергосилових параметрів обладнання

Для визначення середнього питомого зусилля штампування обкочуванням можна використати співвідношення [23]

$$p_{\dot{\delta}} = \sigma_{\delta} \left[1 + av \left(\frac{2R}{s} + 1 \right) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{\varepsilon_{\delta}}{1 - \varepsilon_{\delta}} \right) \right], \quad (4.44)$$

де $\varepsilon_{\delta} = \frac{h_s}{s}$ – ступінь деформації заготовки за оберт інструменту;

$v = 0,5 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{2} + \beta \right) \cdot \text{tg } \beta$ – фактор тертя; β – кут нахилу гребінців шорсткості поверхні інструменту.

З співвідношення (4.44) видно, що величина середнього тиску пропорційна радіусу заготовки R та осьовій подачі інструменту h_i . Зменшення висоти заготовки s приводить до збільшення тиску.

Умовно процес переформування можна розділити на 3 стадії: 1) стадія вільного осаджування квадратної заготовки (заготовка не дотикається до стінок матриці, а також початок дотику, при якому основна частина заготовки може ще вільно уширюватись); 2) стадія переформування; 3) стадія калібрування. Основна деформація заготовки, що складає 80...90% від загальної, проходить на перших двох стадіях. Сумарна тривалість цих двох стадій складає 4...5 обертів інструменту, а тривалість стадії калібрування – 5...6 обертів.

Загальний час переформування на існуючому обладнанні із частотою обертання $\omega = 100\dots200$ об/хв, складає 4...6 с. Збільшення тривалості призводить до зниження продуктивності операції, надмірного поверхневого наклепу матеріалу заготовки, а в деяких випадках можливо і до малоциклового руйнування від втоми. У свою чергу змен-

шення тривалості операції викликає необхідність збільшення технологічного зусилля, що негативно впливає на стійкість інструменту.

Для визначення величини відносної площі контакту на етапах вільного розширення та переформування використовують апроксимуючий вираз (3.39). Тоді площа плями контакту розраховується за формулою

$$F_{\epsilon} = 1,527 \cdot R_i^2 \cdot Q^{0,531}, \quad (4.45)$$

де R_i – радіус заготовки на етапі деформування.

Для знаходження величини відносної площі плями контакту λ на етапі калібрування, можна використати апроксимуючий вираз (3.53) звідки площа плями контакту

$$F_{\epsilon} = (6,959 \cdot \mu^2 + 2,611 \cdot \mu + 1,527) \cdot R^2 \cdot Q^{0,452 \cdot \mu^2 - 0,699 \cdot \mu + 0,531}. \quad (4.46)$$

У той же час, знаючи площу плями контакту та контактні напруження, можна визначити повне зусилля штампування обкочуванням за формулою (3.27).

4.3. Розробка методики визначення граничних розмірів заготовок для комбінованого процесу переформування квадрата у круг із наступним формуванням ротаційною витяжкою

Оцінимо технологічні можливості комбінації процесів переформування квадрата у круг в жорсткій матриці з наступним формуванням виробів ротаційною витяжкою. Найбільш небезпечною зоною для руйнування при формуванні зовнішніх бургтів давильною обробкою є зовнішні шари осередку згинання (зона А на рис. 4.22) та периферія заготовки, де маємо найбільший ступінь деформації при переформуванні та відбуртовці (зона В на рис. 4.22).

І на периферії і в осередку згинання маємо немонотонне пластичне деформування. Для оцінки залишкового ресурсу пластичності використаємо тензорну модель накопичення пошкоджень із врахуванням „пам'яті напрямів” (2.52). Розіб'ємо процес формування циліндричних заготовок на два етапи: перший етап – етап переформування квадратної заготовки у круглу методом холодного торцевого розкочування, другий – процес відбуртовки зовнішнього контуру штампуванням обкочуванням. У межах кожного етапу вважаємо напрямний тензор приростів деформації $\beta_{ij} = const$. Залишковий ресурс

пластичності розраховуємо за критеріальним співвідношенням, що впливає з тензорно-лінійної моделі накопичення пошкоджень (2.52) при використанні степеневі функції пошкодженості (2.88).

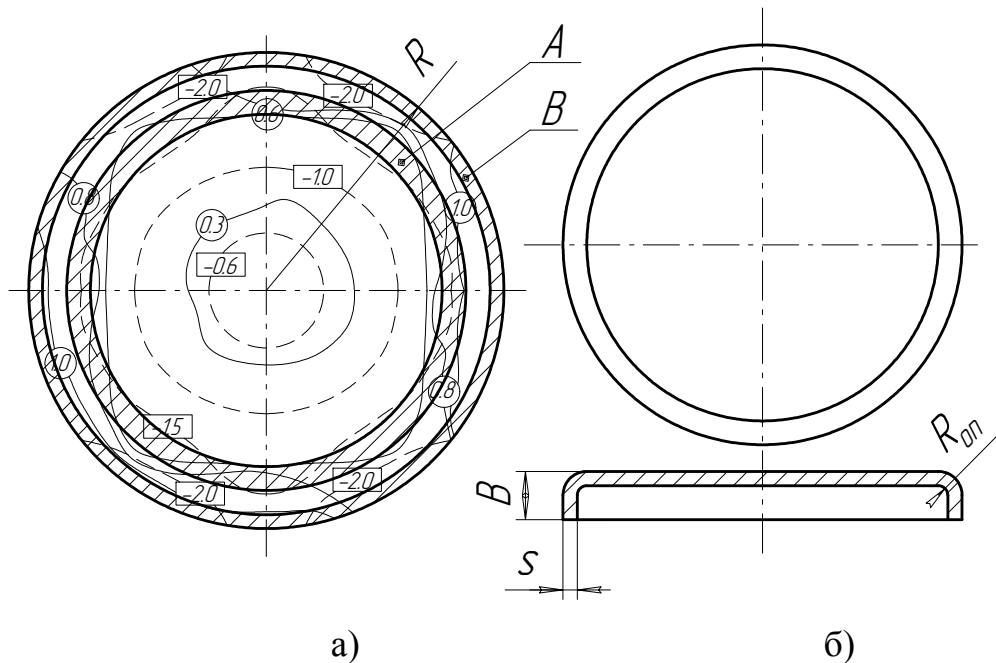


Рис. 4.22. Розподіл інтенсивності деформацій \ominus і показника напруженого стану \square по поверхні заготовки на заключній стадії перетворення квадрата в круг та небезпечні зони при відбуртовці штампуванням обкочуванням (а) та вигляд готового виробу (б)

Для визначення мінімального радіуса заокруглення оправки $R_{fi \min}$, при якому не відбувається руйнування заготовки при формуванні буртів штампуванням обкочуванням у зоні А, та максимального розміру фланця B_{\max} за умови збереження суцільності заготовки у зоні В, за напружено-деформованим станом визначаємо косинус зламу траєкторії деформування k_{12} . Для зони А $k_{12} = 1$, а для зони В $k_{12} = 0$. З формули (2.88), скориставшись діаграмою пластичності матеріалу заготовки, визначаємо залишкові ресурси пластичності у зонах А та В – ψ_{2A} та ψ_{2B} відповідно. Тоді

$$R_{fi \min} = \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{*c}(\eta = 1,732) \cdot \psi_{2A}} - 1 \right); \quad (4.47)$$

$$B_{\max} = \frac{D \cdot \varepsilon_{*c}(\eta = -1) \cdot \psi_{2B}}{3}. \quad (4.48)$$

Також критичну ширину фланця необхідно перевірити за критерієм гофроутворення (4.27). Порівнявши дані розрахунків за форму-

лами (4.48) та (4.27) приймаємо за максимальну ширину фланця меншу величину.

Для розрахунку граничних розмірів деталей, що отримуються комбінованим процесом, який включає у себе переформування квадратних заготовок у круглій методом холодного торцевого розкочування у жорсткій матриці із кутом конуса розкочувального валка $\alpha = 2^\circ$ та формування бурта ротаційною витяжкою, була створена програма у математичному додатку MathCad (додаток Д). Як приклад розглянуто процес формування деталі діаметром 31 мм.

ПІСЛЯМОВА

Аналіз стану впровадження холодного торцевого розкочування та ротаційної витяжки у виробництво показав, що подальший розвиток цих технологій зумовлений удосконаленням теоретичної бази, пошуком нових технічних рішень та їх розробок.

Саме розвитку теоретичної бази здебільшого була присвячена наша робота. Створено математичні моделі відповідних процесів, які дають можливість на стадії проектування оцінювати енергосилові параметри обладнання, прогнозувати характер течії матеріалу, визначити можливості матеріалу до формозміни.

Надалі планується зосередити роботу в напрямку створення нових технологічних схем, розширення номенклатури виробів, які виготовляються холодним торцевим розкочуванням та ротаційною витяжкою, а також формування рекомендацій стосовно вибору оптимальних технологічних параметрів процесу.

Перші кроки у цьому напрямку були зроблені. А саме: на основі розробленого розрахункового апарату запропоновано під конкретне обладнання і впроваджено у виробництво процеси формування великогабаритних днищ та переформування квадратних тонких заготовок у круглі. Запропоновано нові технологічні схеми утворення методом холодного торцевого розкочування вісесиметричних деталей із фланцями.

Окремо у роботі підняті проблеми з теорії міцності: розроблено нову структуру тензорної моделі накопичення пошкоджень, яка дозволяє врахувати ефекти «пам'яті» матеріалу і якісно краще описати існуючі експериментальні дані багатоетапного деформування. У цьому напрямку планується удосконалювати структуру тензорної моделі накопичення пошкоджень шляхом висунення фізично-обґрунтованих концепцій.

ЛІТЕРАТУРА

1. Anon. The Slick Will Mill // The Iron Age. – Aug.1918. – Vol. 102, N. 9. – P. 491-498.
2. B&S Massey (TD) (1928) UK Patent Spec. No. 319065
3. Mikhalevich V.M., Kraevsky V.A., Kozlov K.E. The comparative analysis of scalar and tensor models of damage accumulation on two-stage cold deformation example // Buletinul Institutului Politehnic din Iasi. – Iasi. – 2002. – Tomul XLXII(LI), fasc. 3-4. – P. 21-28.
4. P. M. Standring. Rotary Forging – A New Approach // Advanced Technology of Plasticity. – 1984. – Vol. 11 – P. 942-947.
5. Slick (1920) US Patent Spec. No. 1,359,625.
6. Аверкиев Ю. А., Аверкиев А. Ю. Технология холодной штамповки. – М.: Машиностроение, 1989. – 304 с.
7. Агеев Н. П. и др. Новые технологические схемы объёмной штамповки на сферодвижном пресователе. // Внедрение прогрессивных технологических процессов в холодноштамповочном производстве: Материалы семинара, 12-13 окт. 1982 г. – С. 48-50.
8. Агеев Н. П., Пехота А. Д. Контактные давления при штамповке обкаткой на сферодвижном пресователе // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. – №3. – С. 4-6.
9. Акастелова Н. А. и др. Расчет утонения листового материала при гибке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №10. – С. 24-25.
10. Баркая В. Ф. Формоизменение листового металла. – М.: Металлургия, 1976. – 264 с.
11. Баркая В. Ф., Рузанов Ф. И. Определение критической ширины фланца при ротационной обкатке цилиндрических оболочек. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. – №10. – С. 15-17.
12. Бебрис А. А. Устойчивость заготовки в формообразующих операциях листовой штамповки. – Рига: Зинатне, 1978.
13. Береснев Б. И., Езерский К. И., Трушин Е. В., Каменецкий Б. И. Высокие давления в современных технологиях обработки материалов. – М.: Наука, 1988. – 248 с.
14. Богатов А. А., Мижирицкий О. И., Смирнов С. В. Ресурс пластичности металлов при обработке давлением. – М.: Metallurgia, 1984. – 144 с.
15. Богоявленский К. Н, Селин М. Т., Лапин В. В Оборудование и технология раскатки прецизионных заготовок. – НИИМаш, 1981. – 82 с.

16. Богоявленский К. Н., Виноградов Л. В. Изготовление высоких стальных зубчатых профилей холодным ротационным выдавливанием. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. – №12. – С. 5-7.
17. Богоявленский К. Н., Виноградов Л. В. Раскатка колец с торцовым зубчатым профилем // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №9. – С. 19.
18. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М. Холодная раскатка заготовок сложного профиля // Кузнечно-штамповочное производство. – 1986. – №7. – С. 22-25.
19. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М., Каспаров И. А., Кожевина И. В. оптимизация режимов обработки при раскатке профильных колец // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №10. – С. 10.
20. Богоявленский К. Н., Елкин Н. М., Линд В. Д., Курчанов В. И., Кункин С. Н. Переформовка квадратных листовых заготовок в круглые штамповкой обкатыванием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. – №1. – С. 13-14.
21. Богоявленский К. Н., Кирсанов Б. А., Мочалов С. М., Елкин Н. М. Экспериментальные исследования контактных напряжений в матрице при торцевой раскатке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. – №4. – С. 25-26.
22. Богоявленский К. Н., Лапин В. В. Развитие процессов раскатки и сферодвижной штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. – №8. – С. 24-27.
23. Богоявленский К. Н., Лапин В. В. Холодная раскатка кольцевых деталей // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. – №2. – С. 18-22.
24. Богоявленский К. Н., Старцев С. Н., Кирсанов Б. А., Мочалов С. М. Исследование контактных напряжений при холодной раскатке заготовок сложного профиля // Известия высших учебных заведений. Черная металлургия. – 1985. – № 10. – С. 45-48.
25. Виноградов Л. В., Елкин Н. М., Соколов А. В. Ротационное выдавливание полых деталей из прутковых заготовок // В сб. Малоотходные технологические процессы холодной объемной штамповки. – М.: Металлургия, 1984. – С. 35-39.
26. Виноградов Л. В., Матвийчук В. А., Мочалов С. М. Технологические возможности ротационного деформирования // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. – № 4. – С. 14-16.
27. Гайдамак О. Л. Совершенствование и разработка процессов выдавливания полостей в заготовках из инструментальных сталей. Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Вінниця, 1996. –168 с.

28. Головин В. А. и др. Технология и оборудование холодной штамповки. М.: Машиностроение, 1987. – 352 с.
29. Головин В. А., Митькин А. Н., Резников А. Г. Технология холодной штамповки выдавливанием. – М.: Машгиз, 1970. – 152 с.
30. Головлев В. Д. Расчеты процессов листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1974.
31. Гредитор М.А. Механизация токарно-давилльных работ. – М.: Металлургия, 1964.
32. Гредитор А. М. Современные давилльные станки ФРГ и ГДР. – М.: Машиностроение, 1967.
33. Гредитор М. А. Давилльные работы и ротационное выдавливание. – М.: Машиностроение, 1971. – 239 с.
34. Гредитор М. А. Изготовление днищ химических аппаратов методами ротационного выдавливания. – М.: Машиностроение, 1967. – 40 с.
35. Грушко О. В. Механіка формозмінювання крутозігнутих колін новим методом холодного пластичного деформування як основа оцінки якості деталей: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Вінниця, 2000. – 212 с.
36. Губкин С. И. Теория обработки металлов давлением. – М.: Металлургиздат, 1947.
37. Девятов В. В. Малоотходная технология обработки материалов давлением. – М.: Машиностроение, 1986. – 288 с.
38. Дель Г. Д. Определение напряжений в пластической области по распределению твердости. – М.: Машиностроение, 1971. – 200 с.
39. Дель Г. Д. Пластичность при немонотонном деформировании. Воронеж, – 1982. – 10 с. – Деп. в ВИНТИ 13.04.82, №1813-82.
40. Дель Г. Д. Технологическая механика. – М.: Машиностроение, 1978. – 174 с.
41. Дель Г. Д., Огородников В. А., Нахайчук В. Г. Критерий деформируемости металлов при обработке давлением // Изв. вузов. Машиностроение. – 1975. – №9. – С. 135-137
42. Ершов В. И. Об одном способе интенсификации при отбортовке листового материала // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. – №4. – С. 25-26.
43. Ершов В. И., Глазков В. И., Каширин М. Ф. Совершенствование формоизменяющих операций листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1990. – 312 с.
44. Ефимов И. А., Лапин В. В. К расчету двухроlikовой торцовой холодной раскатки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. – №4. – С. 19-20.

45. Жарков В. А. Методика разработки технологических процессов вытяжки с учетом анизотропии листовых материалов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. – №9. – С. 12-15.
46. Закуренов Е. А., Кобылин Р. А., Казеннюва Л. Е. Технология производства антенных зеркал для систем спутниковой связи ротационной вытяжкой // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. – №5. – С. 16-18.
47. Зеленюк Е.Е. Ползучесть и длительная прочность молибдена с боросилицидным покрытием в вакууме при температурах 1000-1400⁰С // Проблемы прочности. – 1973. – №2. – С. 53-56.
48. Зубцов М. Е. Листовая штамповка. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1980. – 432 с.
49. Изготовление деталей пластическим деформированием / Под ред. К. Н. Богоявленского, П. В. Камнева. – Л.: Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1975. – 424 с.
50. Изготовление заготовок и деталей пластическим деформированием / Под ред. Богоявленского К. Н., Риса В. В., Шелестева А. М. – Л.: Политехника, 1991. – 351 с.
51. Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
52. Ильюшин А. А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 272 с.
53. Ильюшин А. А., Победря Б. Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 280 с.
54. Казакевич И. И. Анализ процесса холодной поперечной прокатки (ротационного выдавливания) // Кузнечно-штамповочное производство. – 1973. – №7. – С. 14-17.
55. Казаченок В. И., Наговицын В. В., Зимин Ю. А. Технология торцевой раскатки-штамповки с обкатыванием плоских деталей с тонким полотном // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №3. – С. 6-9.
56. Капорович В. Г. Состояние и перспективы развития локальных методов обработки металлов давлением // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. – №7. – С. 5-6.
57. Капорович В. Г. Обкатка в производстве металлоизделий. – М.: Машиностроение, 1973. – 168 с.
58. Кийко И. А. Теория разрушения в процессах пластического течения // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1982. – С. 27-40.
59. Киселевский В. Н. Вариант кинетического уравнения ползучести // Проблемы прочности. – 1982. – №1. – С. 93-96.

60. Киселевский В. Н., Косов Б. Д. Экспериментальная проверка уравнения состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала // Проблемы прочности. – 1976. – №9. – С. 15-20.
61. Киселевский В. Н., Косов Б. Д. Уравнение состояния для процесса ползучести упрочняющегося материала // Проблемы прочности. – 1975. – №4. – С. 8-16.
62. Киселевский В. Н. Температурно-временное кинетическое уравнение ползучести жаропрочных сплавов с учетом эффекта старения // Проблемы прочности. – 1984. – №5. – С. 7-10.
63. Кобояши Х. Теория силовой выдавки конуса // Труды ASME. Конструирование и технология машиностроения. Серия В. – 1961. – Т. 83, №3.
64. Ковалев А. В. Экспериментальная проверка кинетического уравнения ползучести // Проблемы прочности. – 1984. – №3. – С. 22-25.
65. Ковалев В. Д., Мурдасов Б. А. Расширение области применения обкатывания // Кузнечно-штамповочное производство. – 1987. – №4. – С. 11-12.
66. Ковпак В. И. Исследование закономерностей накопления деформации ползучести сплавов на никелевой основе в широком интервале температур и напряжений // Проблемы прочности. – 1975. – №8. – С. 41-44.
67. Козлов Ю. И. Изготовление днищ на обкатных машинах. – М.: Машиностроение, 1982.
68. Козлов Ю. И., Лин С. Т., Воробьев Е. И. О расчете усилий при изготовлении днищ обкаткой роликом. // Кузнечно-штамповочное производство. – 1967. – №9. – С. 20-22.
69. Колесов Ю. Б. Повышение устойчивости заготовки против гофро- и конусообразования на основе синтеза энергетического метода и теоретического эксперимента // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. – №8. – С. 9-10.
70. Колесов Ю. Б. Повышение устойчивости заготовки против гофрообразования на основе синтеза энергетического метода и теоретического эксперимента // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. – №4. – С. 7-8.
71. Колмогоров В. Л. Напряжения, деформации, разрушение. – М.: Металлургия, 1970. – 229 с.
72. Колпакчиоглу С. Максимальное утонение стенок при раскатке труб // Труды ASME. Конструирование и технология машиностроения. Серия В. – 1963. – Т. 85, №2.

73. Кононенко В. Г., Могильный Н. И. Автоматизированная токарно-давальная обработка. – М.: НИИИНФОРМТЯЖМАШ, №12-68-15, 1969. – 54 с.
74. Королев В. Н., Галахов А. Н. Изготовление тонкостенных деталей методом ротационной вытяжки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. – №8. – С. 20-21.
75. Корякин Н. А. Штамповка обкатыванием. Состояние и перспективы развития // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. – №12. – С. 5-7.
76. Краєвський В. О. Математична модель формоутворення при холодному торцевому розкочуванні циліндричним валком // Вісник ВПІ. – 2004. – №1. – С76-80.
77. Краєвський В. О., Матвійчук В. А., Михалевич В. М. Вплив технологічних параметрів на кінематику холодного торцевого розкочування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Слов'янськ:ДДМА. – 2003. – С.359-363.
78. Кривда Л. Т. Научные основы штамповки обкатыванием, ресурсосберегающие технологии и специализированное оборудование: Дис... док. техн. наук: 05.03.05. – К., 1998. – 331 с.
79. Кудряцев Л. В., Королева Н. С. Опыт изготовления деталей методами холодного выдавливания и сферодвижной штамповки. – Л.: ЛДНТП, 1981. – 46 с.
80. Кутяйкин В. Г. и др. Технологические расчеты и формообразующий инструмент сферодвижной штамповки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. – №10. – С. 2-5.
81. Лапин В. В., Фомичев А. Ф., Ермилов В. А., Якименко Б. М. Малоотходная технология изготовления полых деталей торцовой раскаткой // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. – №9. – С. 18-20.
82. Лебедев А. А., Гигиняк Ф. Ф., Сторчак М. Ф. Влияние перерывов в циклическом нагружении на долговечность стали 15Х2НМФА при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. – 1987. – №5. – С. 16-17.
83. Лебедев А. А., Михалевич В. М. До теорії тривалої міцності // Доповіді НАН України. –1998. – №5. – С.57-62.
84. Лебедев А. А., Михалевич В. М. Модели разрушения материалов при неупругом деформировании // Материалы XXII межд. семинара “Актуальные проблемы прочности”, Новгород. – 1998. – 8 с.
85. Лепин Г. Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 344 с.

86. Маленичев А. С., Рене И. П., Смирнов В. В. Выбор оптимальных параметров и режимов ротационной вытяжки роликовыми раскатными устройствами // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. – №4. – С. 36-38.
87. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
88. Малов А. Н. Технология холодной штамповки. – М.: Машиностроение, 1969. – 568 с.
89. Матвийчук В.А., Васянович И.А. Оценка влияния технологических параметров процесса холодной торцевой раскатки на деформируемость заготовок // Электронная техника. Сер. Электроракумные и газоразрядные приборы. – 1985, Вып. 6. – С. 42-45.
90. Матвийчук В.А., Корнет И.Ф., Покрас В.Д. Совершенствование процесса холодной штамповки вальцовкой компрессорных лопаток на основе анализа деформируемости материалов // Кузнечно-штамповочное производство // 1992. – №5. – С. 6-10.
91. Матвийчук В. А., Старцев С. Н. Оценка деформируемости и качества металлов при изготовлении сложнопрофильных деталей комбинированной торцевой раскаткой // Электронная техника // 1989. – Сер. 4. – Вып. 1 (124). – С. 61-65.
92. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка і дослідження процесів розкочування складнопрофільних заготовок з використанням операцій осадки і переформування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2002. – С. 117-121.
93. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка маловідходних процесів формування тонкостінних циліндричних деталей // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2004.
94. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О. Розробка технологічних процесів штампування обкочування складнопрофільних виробів з буртами та фланцями // Проблеми трибології. – 2003. – №3. – С. 47-50.
95. Матвійчук В. А., Михалевич В. М., Краєвський В. О., Алієва Л. І. Розробка процесів штампування порожнистих виробів методами видавлювання та обкочування // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2003. – С. 359-363.

96. Михалевич В. М. До лінійного принципу накопичення пошкоджень // Вісник ВПІ. – 1998. – №1. – С. 117-121.
97. Михалевич В. М., Петрунін В.С. Лінійна імовірнісна модель нагромадження пошкоджень // Вісник ВПІ. – 1999. – №5. – С. 60-65.
98. Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень. – Вінниця: «УНІВЕРСУМ – Вінниця», 1998. – 195 с.
99. Михалевич В. М., Краєвський В. О. Ідентифікація параметрів моделей руйнування за кривими повзучості // Вісник ВПІ. – 2001. – №3. – С. 133-137.
100. Михалевич В. М., Краєвський В. О. Ідентифікація параметрів моделей руйнування по кривим повзучості // Міжнародна науково-технічна конференція “Застосування теорії пластичності в сучасних технологіях обробки тиском. (м. Вінниця 30 травня – 2 червня 2001 року). Тези доповідей. – Вінниця. – 2001. – С. 53-54
101. Михалевич В. М., Матвійчук В. А., Краєвський В. О., Козлов К. Є. Тензорно-лінійна модель з врахуванням «пам'яті напрямів» при двохступеновому деформуванні // В зб.: Удосконалення процесів і обладнання обробки тиском у металургії і машинобудуванні. – Краматорськ – Хмельницький. – 2002. – С. 13-15.
102. Мишулин А. А. Михалевич В. М. Тензорно-нелинейная модель накопления повреждений // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1985. – С. 10-14.
103. Могильная Е. П. Повышение эффективности автоматизированной ротационной вытяжки на токарно-давильных станках с ЧПУ: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Луганск, 1996.
104. Могильный Н. И. Модернизация станков для автоматизированной токарно-давильной обработки. – М.: Машиностроение, 1970.
105. Могильный Н. И. Определение сил, крутящих моментов и мощности при ротационной вытяжке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. – №3. – С. 25-29.
106. Могильный Н. И., Оссовский В. А., Завадский Р. Е., Белоус И. Е. Ротационная вытяжка на станках с числовым программным управлением // Кузнечно-штамповочное производство. – 1980. – №12. – С. 12-15.
107. Натанзон Е. И., Гусин Ю. И., Темяно Л. С. Полугорячая высокоточная штамповка деталей типа тел вращения с центральным отверстием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1983. – №2. – С. 11-12.

108. Наумчев Б. А., Сорокин Л. Д., Машагин Н. Н. Исследование операции отбортовки трубной заготовки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1989. – №6. – С. 24-26.
109. Огородников В. А. Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении. – К.: УМК ВО, 1989. – 152 с.
110. Огородников В. А. и др. Деформируемость заготовок при торцевой раскатке // Изв. вузов. Сер. Машиностроение. – 1982. – № 7. – С. 135-139.
111. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением // Кузнечно-штамповочное производство. – 1977. – №3. – С. 15-18.
112. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. – К.: Выща шк., 1983. – 200 с.
113. Осасюк В. В., Олисов А. Н. К вопросу о гипотезах суммирования относительных долговечностей // Проблемы прочности. – 1979. – №11. – С. 31-33.
114. Панин В. Г., Бутаров А. Н. Влияние площадей контакта валков на заполнение калибров при раскатке с вдавливанием // Кузнечно-штамповочное производство. – 1990. – №10. – С. 8-10.
115. Паршин В. А., Брежнев Я. И., Ганако О. А. и др. Производство изделий типа тел вращения // Metallurg. – 1982. – №3. – С. 39-41.
116. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – К.: Наукова думка, 1976. – 415 с.
117. Пластичность и разрушение / Под ред. В. Л. Колмогорова. – М.: Metallurgiya, 1977. – 336 с.
118. Победин И. С., Зверев А. Д. Производство крупногабаритных днищ. – М.: НИИИНФОРМТЯЖМАШ, 1966. – 76 с.
119. Покрас В.Д., Огородников В.А. Пакет прикладных программ для расчета деформаций по делительным сеткам (на базе сплайн-аппроксимации) // Математическое моделирование технологических процессов обработки металлов: Тезисы науч.-техн. конф., Пермь, 1987. – С. 97-98.
120. Попов Е. А. Основы теории листовой штамповки. – М.: Машиностроение, 1977. – 278 с.
121. Пшенишнюк А. С. Научные основы снижения энерго- и металлоемкости оборудования и технологии для штамповки в условиях подвижного локализованного очага деформации: Дис... док. техн. наук: 05.03.05. – К., 1998. – 340 с.

122. Пшенишнюк А. С., Кривда Л. Т. Процесс штамповки обкатыванием, специализированное оборудование и методика проектировочных и технологических расчетов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1985. – №5. – С. 26-28.
123. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – К.: Наук. думка, 1982. – 551 с.
124. Ренне И. П. Пластический изгиб листовой заготовки // В сб.: Труды Тульского механического института. – М., 1950. – Вып. 4. – С. 146-162.
125. Розанов Б. В., Львов Д. С. Давильные работы. – М.: Машгиз, 1951. – 67 с.
126. Рузанов Ф. И. Формоизменение листового металла. – М.: Металлургия. – 1976.
127. Сидоренко Б. Н. Определение геометрических размеров очага деформации при горячей раскатке колец // Кузнечно-штамповочное производство. – 1988. – №11. – С. 5.
128. Сівак Р.І. Удосконалення процесів холодного комбінованого видавлювання на основі теорії деформуємості: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – Вінниця, 1998. – 223 с.
129. Смирнов С. В. Исследование деформируемости и восстановления запаса пластичности высокоуглеродистой стали // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1987. – С. 57-64.
130. Смирнов С. В., Колмогоров С. В., Шохин В. А. Оценка деформируемости при правке рельсов на роликотправильных машинах // В сб.: Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1987. – С. 64-71.
131. Смирнов-Аляев Г. А. Механические основы пластической обработки металлов. – Л.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
132. Соппротивление материалов / Под ред. Писаренко Г. С. – 5-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1986. – 775 с.
133. Спеціальні методи обробки металів тиском: Навчальний посібник / Ю. Є. Шамарін, С. С. Коваленко, Л. Т. Кривда, В. Т. Лис. – К.:НМК ВО, 1992. – 208 с.
134. Старцев С. Н., Матвийчук В. А., Васянович И. А. Исследование свойств раскатанных заготовок методом измерения твердости. – Электровакуумные и газоразрядные приборы. – 1989. – № 1(124). – С. 65-68.
135. Стрижало В. А. Циклическая прочность и ползучесть металлов при малоцикловом нагружении в условиях низких и высоких температур. – К.: Наук. думка, 1978. – 240 с.

136. Субич В. Н., Ганаго О. А., Степанов В. А. и др. Штамповка поковок тонкостенных дисков осадкой вращающимся инструментом // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. – № 6.
137. Сунь Хун-Шоу. Боковое усилие, возникающее при изготовлении днищ методом обкатки // Кузнечно-штамповочное производство. – 1959. – № 10. – С. 22-23.
138. Тетерин Н. К. Теория поперечно-винтовой прокатки. – М.: Металлургия, 1971. – 365 с.
139. Троян А. Г. Давильно-обкатная обработка металлов роликами (обзор). – М.: ЦИНТИМАШ, 1962. – 74 с.
140. Уик Ч. Обработка металлов без снятия стружки. – М.: Мир, 1965. – 547 с.
141. Унксов Е. П., Джонсон У., Колмогоров В. Л. и др. Теория пластических деформаций металлов. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.
142. Фаворский В. Е. Холодная штамповка выдавливанием. – М. – Л.: Машиностроение, 1966. – 159 с.
143. Фомичев А. Ф., Юргенсон Э. Е., Карачунский А. Д. Применение ротационной обработки для получения осесимметричных заготовок // Кузнечно-штамповочное производство. – 1991. – №4. – С. 5-6.
144. Фрайфельд В. М., Сорокин О. В. Прогнозирование длительной прочности с помощью метода ступенчатого нагружения образцов // Проблемы прочности. – 1979. – №4. – С. 41-43.
145. Холодная объёмная штамповка / Под ред. Г. А. Навроцкого – М.: Машиностроение, 1973. – 495 с.
146. Чекмарев А. П., Аруян В. М. Теория трубного производства. – М.: Металлургия, 1976. – 304 с.
147. Черных М. М. и др. Возможности получения осесимметрических поковок с толстой стенкой без штамповочных уклонов // Кузнечно-штамповочное производство. – 1981. – №10. – С. 10-12.
148. Юдин Л. Г. Ротационная вытяжка цилиндрических оболочек. – М.: Машиностроение, 1984.
149. Юй Чжйон. Повышение эффективности технологических процессов и оборудования для штамповки обкатыванием: Дис... канд. техн. наук: 05.03.05. – К., 1997. – 174 с.
150. Ящерицын П. И. Оценка энергосиловых параметров при холодной торцевой раскатке // Кузнечно-штамповочное производство. – 1992. – №9-10. – С. 2-4.

Додаток А

Програма

визначення залишкового ресурсу пластичності в залежності від використаного та програми навантаження

Введення експериментальних даних:

$$D1a := \begin{pmatrix} 0.23 & 0.94 \\ 0.45 & 0.98 \\ 0.6 & 0.96 \\ 0.77 & 0.91 \\ 0.87 & 0.93 \end{pmatrix}$$

$$D1b := \begin{pmatrix} 0.07 & 1.08 \\ 0.16 & 1.15 \\ 0.21 & 1.13 \\ 0.28 & 1.13 \\ 0.38 & 1.17 \\ 0.52 & 1.17 \\ 0.63 & 1.18 \\ 0.75 & 1.07 \\ 1 & 0.97 \end{pmatrix}$$

$$D2a := \begin{pmatrix} 0.2 & 1 \\ 0.25 & 0.92 \\ 0.52 & 1.07 \\ 0.53 & 1.18 \\ 0.62 & 0.97 \\ 0.64 & 1.07 \\ 0.99 & 0.9 \\ 1 & 0.95 \end{pmatrix}$$

$$D2b := \begin{pmatrix} 0.11 & 0.98 \\ 0.16 & 1.04 \\ 0.68 & 1.15 \\ 1 & 0.99 \\ 1 & 1.03 \\ 1 & 1.1 \end{pmatrix}$$

$$D3 := \begin{pmatrix} 0.14 & 0.82 \\ 0.35 & 0.65 \\ 0.51 & 0.69 \\ 0.73 & 0.47 \end{pmatrix}$$

$$D4a := \begin{pmatrix} 0.12 & 1.055 \\ 0.18 & 0.927 \\ 0.273 & 0.945 \\ 0.364 & 0.89 \\ 0.418 & 0.963 \\ 0.764 & 0.836 \end{pmatrix}$$

$$D4b := \begin{pmatrix} 0.927 & 0.873 \\ 0.927 & 0.945 \end{pmatrix}$$

Введення кривої апроксимації:

$$\varepsilon_{1c} := 1$$

$$\varepsilon_1(\psi) := \varepsilon_{1c} \cdot \psi$$

$$\varepsilon_{2c}(\alpha) := \frac{\varepsilon_{1c}}{\alpha}$$

$$\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha) := \varepsilon_{2c}(\alpha) \cdot \frac{a}{e^{\frac{a \cdot \left(\frac{\varepsilon_{1c}}{\varepsilon_1(\psi)}\right)^{2a}}}}$$

$$\beta_u(x, a, \psi, \alpha, k) := \sqrt{\left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right)^2 + 2 \cdot \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \cdot k + \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right)^2}$$

$$A(\psi, a, \alpha, n, k) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right] - \left(\alpha \cdot \psi + \frac{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}{\varepsilon_{2c}(\alpha)}\right)^n$$

$$f1(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[-A(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot k - B(\psi, a, \alpha, n, k) + \sqrt{A(\psi, a, \alpha, n, k)^2 \cdot k^2 - A(\psi, a, \alpha, n, k)^2} + 1 \right]^{\frac{1}{n}} - \psi \cdot \alpha$$

$$A2(\psi, a, \alpha, n, k) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B2(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right]$$

$$f2(\psi, a, \alpha, n, k) := A2(\psi, a, \alpha, n, k)^2 + 2 \cdot A2(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot B2(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot k + B2(\psi, a, \alpha, n, k)^2 - 1$$

$$A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \gamma} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi)+\gamma} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right]$$

$$f3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma)^2 + 2 \cdot A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) \cdot B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) \cdot k + B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma)^2 - 1$$

$$\gamma := 0$$

$$f4(\psi, a, \alpha, n, k) := \frac{\text{root}(f3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma), \gamma)}{\varepsilon_{2c}(\alpha)}$$

$$\psi := 1$$

$$f(\psi, a, \alpha, n, k) := \begin{cases} f1(\psi, a, \alpha, n, k) & \text{if } \psi \leq \text{root}(f2(\psi, a, \alpha, n, k), \psi) \\ f4(\psi, a, \alpha, n, k) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_1(\psi_1, \alpha_{12}, z, I_{12}) := \left[(\psi_1 \cdot \alpha_{12})^z - \psi_1^z \cdot I_{12} + \sqrt{[\psi_1^{2 \cdot z} \cdot (I_{12}^2 - 1) + 1]} \right]^{\frac{1}{z}} - \psi_1 \cdot \alpha_{12}$$

$$\alpha := 2.5$$

$$a := 0.1$$

$$n1 := 1.5$$

$$k := 0$$

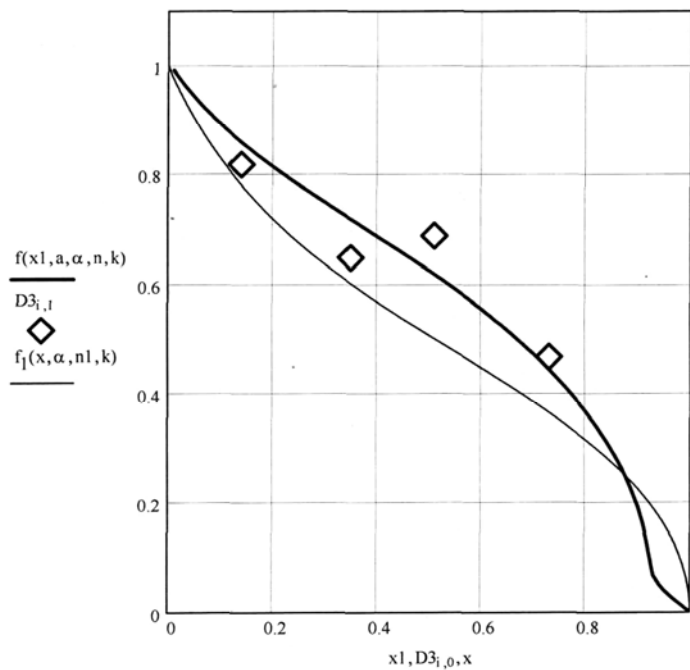
$$n := 1.292$$

$$x1 := 0, 0.01.. 1$$

$$i := 0.. 13$$

$$x2 := 1, 0.999.. \text{root}(f2(\psi, a, \alpha, n, k), \psi)$$

Кручения - Розтяг



Додаток Б

Визначення вигнутої осі смуги та зусилля деформування при згині матрицею та пуансоном, що мають значні радіуси заокруглення, а відстань між матрицею та пуансоном набагато більша за товщину смуги

> restart;

- Початкові дані

- Геометричні розміри заготовки

```
> s:=0.001: - товщина смуги  
    b1:=0.1: - ширина смуги
```

- Геометричні розміри оснастки

```
> Rm:=0.02: - радіус заокруглення матриці  
    Rn:=0.02: - радіус заокруглення пуансона  
    t:=0.02: - відстань між матрицею та пуансоном  
    h:=0.03: - подача пуансона
```

- Механічні властивості матеріалу

```
> E:=1.08*10^11: - модуль пружності  
    ss:=184000000: - межа текучості
```

- Точність обчислень

```
> N:=1000: - кількість розбиттів
```

- Розрахунок

- Співвідношення для визначення основних характеристик

```
> p:=x->-sqrt(Rn^2-(x-t-Rm-Rn)^2)-h+Rn;  
    m:=x->sqrt(Rm^2-x^2)-Rm;  
    b:=x->b1;  
    Ma:=(3*E^2*s^2*ss-4*ss^3*Rm^2)*b(xa)/(12*E^2):  
    M:=x->Ma*(xb-x-D(p)(xb)*(w(x)-p(xb)))/(xb-xa-D(p)(xb)*(m(xa)-p(xb)));  
    Mpr:=x->Ma*(xb-x-D(p)(xb)*(z(x)-p(xb)))/(xb-xa-D(p)(xb)*(m(xa)-p(xb)));  
    per:=x->-1/(2/(sqrt(3)*E)*sqrt(ss^3*b(x)/(b(x)*ss*s^2-4*M(x)))));
```

$$p := x \rightarrow -\sqrt{Rn^2 - (x - t - Rm - Rn)^2} - h + Rn$$
$$m := x \rightarrow \sqrt{Rm^2 - x^2} - Rm$$
$$b := x \rightarrow b1$$

$$M := x \rightarrow \frac{Ma(xb - x - D(p)(xb)(w(x) - p(xb)))}{xb - xa - D(p)(xb)(m(xa) - p(xb))}$$

$$Mpr := x \rightarrow \frac{Ma(xb - x - D(p)(xb)(z(x) - p(xb)))}{xb - xa - D(p)(xb)(m(xa) - p(xb))}$$

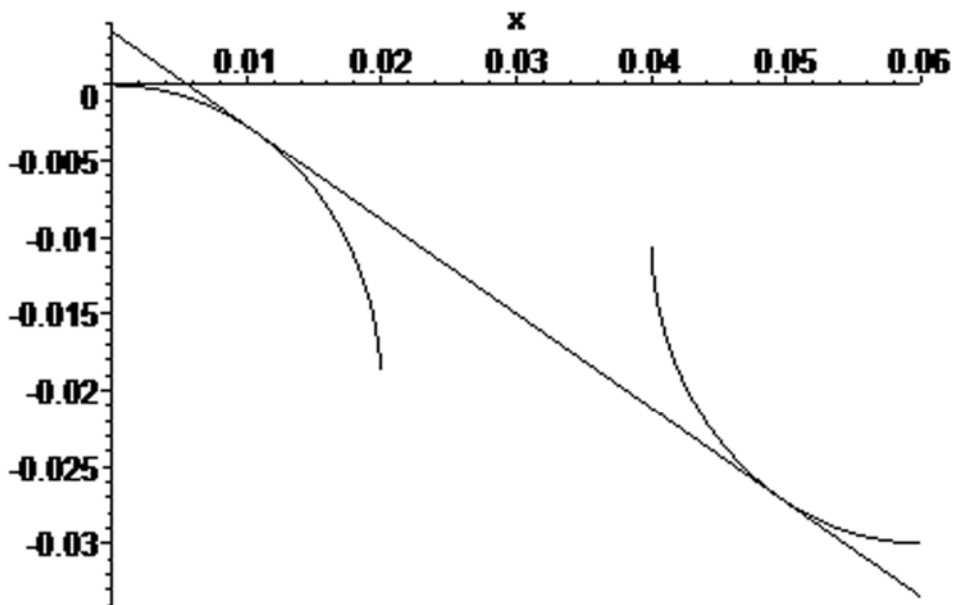
$$per := x \rightarrow -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{3} E}{\sqrt{\frac{ss^3 b(x)}{b(x) ss s^2 - 4 M(x)}}}$$

- Апроксимація вигнутої осі прямою лінією

```

> initial:=solve({ap*xa0+bp=m(xa0), ap*xb0+bp=p(xb0)}, {ap,D(m)(xa0), ap=D(p)(xb0)}, {ap,bp,xa0,xb0}):
ap:=eval(ap,initial):
bp:=eval(bp,initial):
xa0:=eval(xa0,initial):
xb0:=eval(xb0,initial):
prama:=x->ap*x+bp:
plot([prama(x),m(x),p(x)],x=0..Rm+Rn+t);
      xa0:=0.01049590503
      xb0:=0.04950409497

```



- Знаходження точок дотику смуги до матриці та пуансона

```

> for i from 0 by 1 to N-1 do
  xa:=xa0-i*(xa0-0)/N:
  print(i):
  for j from 0 by 1 to N-1 do

```

```

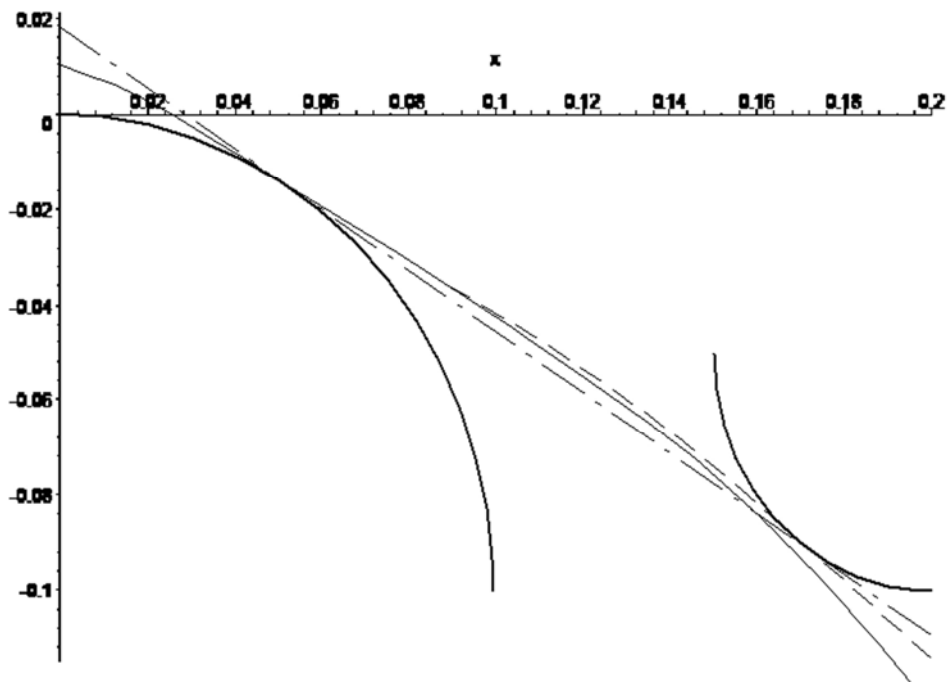
xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
dsol[i,j]:=dsolve({(D@@2)(w)(x)=-2*(1+D(w)(x)^2)^(3/2)/(sqrt(3)*E)*sqrt(ss^3*b(x)/(b(x)*ss*s^2-4*M(x))),w(xa)=m(xa),
D(w)(xa)=D(m)(xa)},numeric,output=listprocedure);
end do:
end do:
for i from 0 by 1 to N-1 do
xa:=xa0-i*(xa0-0)/N:
print(i):
for j from 0 by 1 to N-1 do
xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
try
w:=subs(dsol[i,j],w(x));
dw:=subs(dsol[i,j],diff(w(x),x));
xper[i,j]:=fsolve(s*E/2/ss=abs(per(x)),x,xa..xb):
dsoll[i,j]:=dsolve({(D@@2)(z)(x)=-(1+D(z)(x)^2)^(3/2)*12*M(x)/E/s^3/b(x),z(xper[i,j])=w(xper[i,j]),D(z)(xper[i,j])=dw(xper[i,j])},numeric,output=listprocedure);
catch: dsoll[i,j]:=dsoll[0,0]:
end try;
end do:
end do:
s:=1000:
for i from 0 by 1 to N-1 do
print(i):
xa:=xa0-i*(xa0-0)/N:
for j from 0 by 1 to N-1 do
xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
try
z:=subs(dsoll[i,j],z(x));
dz:=subs(dsoll[i,j],diff(z(x),x));
delta:=(z(xb)-p(xb))^2*100+(dz(xb)-D(p)(xb))^2;
catch: delta:=1000:
end try;
if delta<s then
s:=delta;
mini:=i;
minj:=j;
end if;
end do:
end do:
> xa:=xa0-mini*(xa0-0)/N;
xb:=xb0-minj*(xb0-Rm-t)/N;
xper:=xper[mini,minj];
xa:=0.008449203549
xb:=0.04885781651

```

$x_{per} := 0.02229926962$

- Виведення графіків

```
> w := subs(dsol[mini,minj],w(x)) :  
dw:=subs(dsol[mini,minj],diff(w(x),x)) :  
z := subs(dsol1[mini,minj],z(x)) :  
dz:=subs(dsol1[mini,minj],diff(z(x),x)) :  
plot([z(x),w(x),m(x),prama(x),p(x)],x=xa..Rm+t+Rn);
```



- Визначення зусилля деформування та похибки визначення зусилля при апроксимації вигнутої осі смуги прямою лінією

```
> Py:=Ma/(xb-xa-D(p)(xb)*(m(xa)-p(xb))) :  
Px:=Py*(-D(p)(xb)) :  
P:=sqrt(Px^2+Py^2) :  
Py1:=Ma/(xb0-xa0-D(p)(xb0)*(m(xa0)-p(xb0))) :  
Px1:=Py1*(-D(p)(xb0)) :  
P1:=sqrt(Px1^2+Py1^2) :  
ePy:=abs(Py-Py1)/Py*100 :  
ePx:=abs(Px-Px1)/Px*100 :  
eP:=abs(P-P1)/P*100 :  
print("Енергосилові параметри обладнання:") :  
print("Ma=",Ma,"Нм") :  
print("P=",P,"Н") :  
print("Py=",Py,"Н") :  
print("Px=",Px,"Н") :  
print("Похибка при апроксимації вигнутої осі прямою лінією:") ;
```

```
print("eP=", eP, "%") :  
print("ePy=", ePy, "%") :  
print("ePx=", ePx, "%") :
```

"Енергосилові параметри обладнання:"

"Ma=", 4.592878939, "Нм"

"P=", 97.02353391, "Н"

"Py=", 80.57215188, "Н"

"Px=", 54.05270089, "Н"

"Похибка при апроксимації вигнутої осі прямою лінією:"

"eP=", 3.299510089, "%"

"ePy=", 5.885511631, "%"

"ePx=", 2.692156481, "%"

>

Додаток В

Визначення вигнутої осі смуги та зусилля деформування при згині матрицею та пуансоном, що мають значні радіуси заокруглень

```
> restart;
```

- Початкові дані

- Геометричні розміри заготовки

```
> s:=0.003: - товщина листа  
b1:=0.1: - ширина смуги
```

- Геометричні розміри оснастки

```
> Rm:=0.02: - радіус заокруглення матриці  
Rn:=0.02: - радіус заокруглення пуансона  
t:=0.006: - відстань між матрицею та пуансоном  
h:=0.02: - подача пуансона
```

- Механічні властивості матеріалу

```
> E:=1.08*10^11: - модуль пружності  
ss:=174000000: - межа текучості
```

- Точність обчислень

```
> N:=1000: - кількість розбиттів
```

- Розрахунок

- Співвідношення для визначення основних характеристик

```
> dzov:=dv+Rm*(Pi-4)+s*(Pi/2-4)+2*hbur:  
p:=x->-sqrt(Rn^2-(x-t-Rm-Rn)^2)-h+Rn;  
m:=x->sqrt(Rm^2-x^2)-Rm;  
dp:=x->((x-t-Rm-Rn)/sqrt(Rn^2-(x-t-Rm-Rn)^2));  
dm:=x->-x/sqrt(Rm^2-x^2);  
dxa:=x->s/2*cos(arctan(-1/dm(x)));  
dya:=x->s/2*sin(arctan(-1/dm(x)));  
dxb:=x->s/2*cos(arctan(-1/dp(x)));  
dyb:=x->s/2*sin(arctan(-1/dp(x)));  
b:=x->b1;  
Ma:=((3*E^2*s^2*ss-4*ss^3*(Rm+s/2)^2)*b(xa+dxa(xa)))/(12*E  
^2);  
M:=(x)->Ma*(xb-x-dxb(xb)-D(p)(xb)*(w(x)-p(xb)+dyb(xb)))/(x  
b-xa-dxa(xa)-dxb(xb)-D(p)(xb)*(m(xa)-p(xb)+dya(xa)+dyb(xb)  
));
```

```

Mpr := x -> Ma * (xb - x - dxb(xb) - D(p)(xb) * (z(x) - p(xb) + dyb(xb))) / (x
b - xa - dxa(xa) - dxb(xb) - D(p)(xb) * (m(xa) - p(xb) + dya(xa) + dyb(xb)
));
per := x -> -1 / (2 / (sqrt(3) * E) * sqrt(ss^3 * b(x) / (b(x) * ss * s^2 - 4 * M(
x))));

```

$$p := x \rightarrow -\sqrt{Rn^2 - (x - t - Rm - Rn)^2} - h + Rn$$

$$m := x \rightarrow \sqrt{Rm^2 - x^2} - Rm$$

$$dxa := x \rightarrow \frac{1}{2} s \cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{dm(x)}\right)\right)$$

$$dya := x \rightarrow \frac{1}{2} s \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{dm(x)}\right)\right)$$

$$dxb := x \rightarrow \frac{1}{2} s \cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{dp(x)}\right)\right)$$

$$dyb := x \rightarrow \frac{1}{2} s \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{dp(x)}\right)\right)$$

$$b := x \rightarrow bl$$

$M := x \rightarrow$

$$\frac{Ma(xb - x - dxb(xb) - D(p)(xb)(w(x) - p(xb) + dyb(xb)))}{xb - xa - dxa(xa) - dxb(xb) - D(p)(xb)(m(xa) - p(xb) + dya(xa) + dyb(xb))}$$

$Mpr := x \rightarrow$

$$\frac{Ma(xb - x - dxb(xb) - D(p)(xb)(z(x) - p(xb) + dyb(xb)))}{xb - xa - dxa(xa) - dxb(xb) - D(p)(xb)(m(xa) - p(xb) + dya(xa) + dyb(xb))}$$

$$per := x \rightarrow -\frac{1}{2} \frac{\sqrt{3} E}{\sqrt{\frac{ss^3 b(x)}{b(x) ss s^2 - 4 M(x)}}}$$

- Апроксимація вигнутої осі смуги прямою лінією

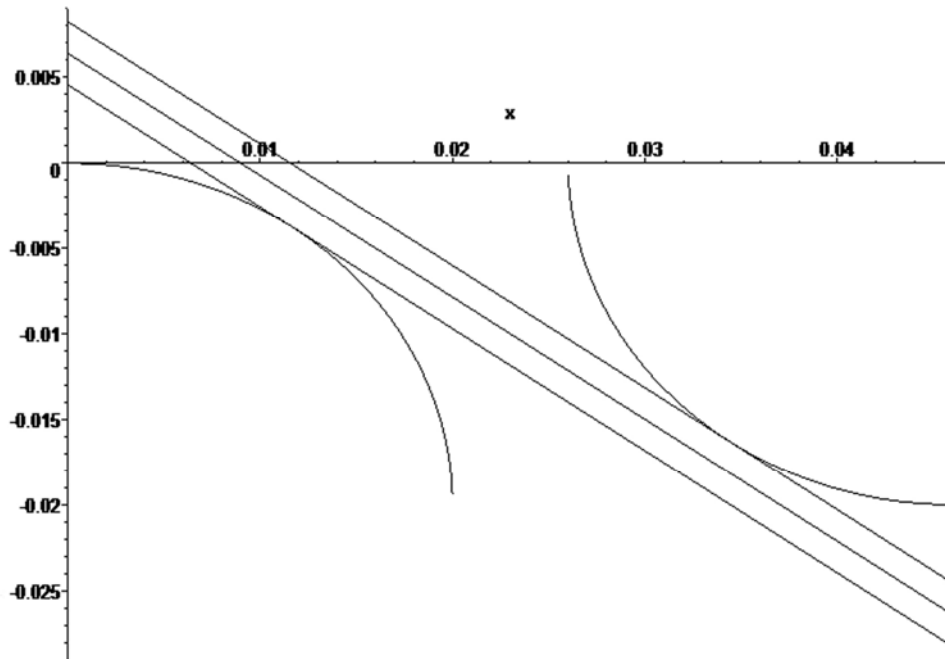
```

> initial := solve({ap*(xa0+dxa(xa0))+bp=m(xa0)+dya(xa0), ap=dm
(xa0), ap*(xb0-dxb(xb0))+bp=p(xb0)-dyb(xb0), ap=dp(xb0)}, {ap
, bp, xa0, xb0}):
ap:=eval(ap, initial):
bp:=eval(bp, initial):
xa0:=eval(xa0, initial):
xb0:=eval(xb0, initial):
prama:=x->ap*x+bp:
prama1:=x->ap*x+bp-s/2*sqrt(ap^2+1):
prama2:=x->ap*x+bp+s/2*sqrt(ap^2+1):
plot([prama(x), prama1(x), prama2(x), m(x), p(x, h)], x=0..Rm+t+
Rn);

```

$xa0 := 0.01161743352$

$xb0 := 0.03438256648$



— Знаходження точок дотику смуги до матриці та пуансона

```

> for i from 0 by 1 to N-1 do
  xa:=xa0-i*(xa0-0)/N;
  print(i):
  for j from 0 by 1 to N-1 do
    xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
    poc:=xa+dxa(xa);
    dsol[i,j]:=dsolve({(D@@2)(w)(x)=-2*(1+(D(w)(x))^2)^(3/2)/(sqrt(3)*E)*sqrt(ss^3*b(x)/(b(x)*ss*s^2-4*M(x))),w(poc)=m(xa)+dya(xa),D(w)(poc)=D(m)(xa)},numeric,output=listprocedure);
  end do:
end do:
for i from 0 by 1 to N-1 do
  xa:=xa0-i*(xa0-0)/N;
  print(i):
  for j from 0 by 1 to N-1 do
    xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
    try
      w:=subs(dsol[i,j],w(x));
      dw:=subs(dsol[i,j],diff(w(x),x));
      xper[i,j]:=fsolve(s*E/2/ss=abs(per(x)),x,xa..xb):
      dsol1[i,j]:=dsolve({(D@@2)(z)(x)=-((1+(D(z)(x))^2)^(3/2)*12*M(x)/E/s^3/b(x),z(xper[i,j])=w(xper[i,j]),D(z)(xper[i,j])=dw(xper[i,j])},numeric,output=listprocedure);
    catch: dsol1[i,j]:=dsol1[0,0]:
  end do:
end do:

```

```

end try;
end do:
end do:
smin:=1000:
for i from 0 by 1 to N-1 do
print(i):
xa:=xa0-i*(xa0-0)/N:
for j from 0 by 1 to N-1 do
xb:=xb0-j*(xb0-Rm-t)/N;
try
z := subs(dsol1[i,j],z(x));
dz:=subs(dsol1[i,j],diff(z(x),x));
delta:=(z(xb-dxb(xb))-p(xb)+dyb(xb))^2*1000+(dz(xb-dxb(xb))
)-D(p)(xb))^2;
catch: delta:=1000:
end try;
if delta<smin then
smin:=delta;
mini:=i;
minj:=j;
end if;
end do:
end do:
> xa:=xa0-mini*(xa0-0)/N;
xb:=xb0-minj*(xb0-Rm-t)/N;
xper:=xper[mini,minj];

xa := 0.01128052795
xb := 0.03426521055
xper := 0.01925263109

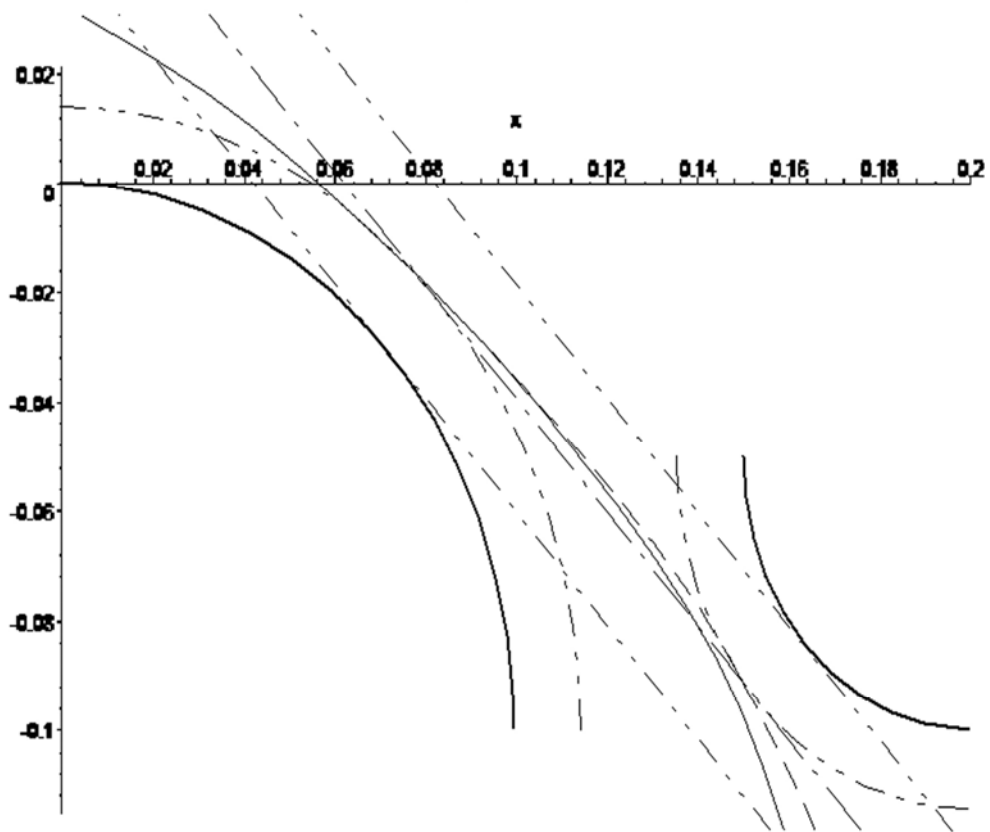
```

- Виведення графіків

```

> w := subs(dsol[mini,minj],w(x)):
dw:=subs(dsol[mini,minj],diff(w(x),x)):
z := subs(dsol1[mini,minj],z(x)):
dz:=subs(dsol1[mini,minj],diff(z(x),x)):
plot([z(x),w(x),m(x),prama(x),p(x),prama1(x),prama2(x)],x=
xa..xb);

```



— Визначення зусилля деформування

```

> Py:=Ma/(xb-xa-dxa(xa)-dxb(xb)-D(p)(xb)*(m(xa)-p(xb)+dya(xa)
)+dyb(xb)):
Px:=Py*(-D(p)(xb)):
P:=sqrt(Px^2+Py^2):
print("Ma=",Ma,"Нм"):
print("P=",P,"Н"):
print("Py=",Py,"Н"):
print("Px=",Px,"Н"):
Py1:=(((3*E^2*s^2*ss-4*ss^3*(Rm+s/2)^2)*b(xa0+dxa(xa0)))/(
12*E^2))/(xb0-xa0-dxa(xa0)-dxb(xb0)-D(p)(xb0)*(m(xa0)-p(xb
0)+dya(xa0)+dyb(xb0))):
Px1:=Py1*(-D(p)(xb)):
P1:=sqrt(Py1^2+Px1^2):
eP:=abs(P-P1)/P*100:
ePx:=abs(Px-Px1)/Px*100:
ePy:=abs(Py-Py1)/Py*100:
print("eP=",eP,"%"):
print("ePy=",ePy,"%"):
print("ePx=",ePx,"%"):

```



"Ma=", 39.14304085, "HM"
"P=", 1499.047992, "H"
"Py=", 1213.892736, "H"
"Px=", 879.5506281, "H"
"eP=", 1.632625715, "%"
"ePy=", 1.632625718, "%"
"ePx=", 1.632625723, "%"

Додаток Г

Визначення зусилля згину круга матрицею та пуансоном, що мають значні радіуси заокруглень, при апроксимації вигнутої осі прямою лінією і з врахуванням зміни зазору між матрицею внаслідок дії пружин

```
> restart;
```

- Початкові дані

- Геометричні розміри заготовки

```
> dv:=0.6: - діаметр циліндра  
s:=0.003: - товщина листа  
hbur:=0.06: - висота бурта
```

- Геометричні розміри оснастки

```
> Rn:=0.02: - радіус пуансона  
Rm:=0.02: - радіус матриці  
t1:=0.006: - відстань між оправкою та валком без навантаження  
C:=676890: - загальна жорсткість пружин  
tn:=0.005: - стиск пружин при збиранні  
th:=0.007: - хід пружин  
a:=10:  
n:=5:  
hp:=0.005:
```

- Механічні властивості матеріалу

```
> E:=1.08*10^11: - модуль пружності  
ss:=184000000: - межа текучості
```

- Розрахунок

- Співвідношення для визначення основних характеристик

```
> a:=a*Pi/180:  
dz:=dv+Rm*(Pi-4)+s*(Pi/2-4)+2*hbur:  
b0:=2*sqrt(dz^2/4-(dv/2-Rm-s+(Rm+s/2)*arcsin(xa01/Rm))^2):  
  
p:=(x,h,t)->-sqrt(Rn^2-(x-t-Rm-Rn)^2)-h+Rn;  
m:=x->sqrt(Rm^2-x^2)-Rm;  
dp:=(x,t)->((x-t-Rm-Rn)/sqrt(Rn^2-(x-t-Rm-Rn)^2));  
dm:=x->-x/sqrt(Rm^2-x^2):  
dxa:=x->s/2*cos(arctan(-1/dm(x)));
```

```

dya:=x->s/2*sin(arctan(-1/dm(x)));
dxb:=(x,t)->s/2*cos(arctan(-1/dp(x,t)));
dyb:=(x,t)->s/2*sin(arctan(-1/dp(x,t)));
initial:=h->fsolve({dp(xb01,t)=dm(xa01),dp(xb01,t)*(xb01-d
xb(xb01,t))+m(xa01)+dya(xa01)-dp(xb01,t)*(xa01+dxa(xa01))
)=p(xb01,h,t)-dyb(xb01,t),t=t1+(((b0*(ss*s^2/4-ss^3*(Rm+s/
2)^2/3/E^2))/(xb01-xa01-dxa(xa01)-dx(xb01,t)-dp(xb01,t)*(
m(xa01)+dya(xa01)+dyb(xb01,t)-p(xb01,h,t))))*(-dp(xb01,t)*
cos(a)+sin(a))/C-tn)*cos(a)}, {xa01=0..Rm,xb01=Rm..Rm+Rn+0.
2,t=-0.1..0.1}):
initial2:=h->fsolve({dp(xb02,t1)=dm(xa02),dp(xb02,t1)*(xb0
2-dxb(xb02,t1))+m(xa02)+dya(xa02)-dp(xb02,t1)*(xa02+dxa(x
a02))=p(xb02,h,t1)-dyb(xb02,t1)}, {xa02=0..Rm,xb02=Rm+t1..
Rm+Rn+t1}):
initial3:=h->fsolve({dp(xb03,t1+th)=dm(xa03),dp(xb03,t1+th)
*(xb03-dxb(xb03,t1+th))+m(xa03)+dya(xa03)-dp(xb03,t1+th)
*(xa03+dxa(xa03))=p(xb03,h,t1+th)-dyb(xb03,t1+th)}, {xa03=
0..Rm,xb03=Rm+t1+th..Rm+Rn+t1+th}):
xa1:=h->subs(initial(h),xa01):
xb1:=h->subs(initial(h),xb01):
tz:=h->subs(initial(h),t):
xa2:=h->subs(initial2(h),xa02):
xb2:=h->subs(initial2(h),xb02):
xa3:=h->subs(initial3(h),xa03):
xb3:=h->subs(initial3(h),xb03):
xa:=h->'if'(tz(h) <
t1,xa2(h),'if'(tz(h)>t1+th,xa3(h),xa1(h))):
xb:=h->'if'(tz(h) <
t1,xb2(h),'if'(tz(h)>t1+th,xb3(h),xb1(h))):
tzazor:=h->'if'(tz(h) <
t1,t1,'if'(tz(h)>t1+th,t1+th,tz(h))):

```

$$p := (x, h, t) \rightarrow -\sqrt{Rn^2 - (x - t - Rm - Rn)^2} - h + Rn$$

$$m := x \rightarrow \sqrt{Rm^2 - x^2} - Rm$$

$$dxa := x \rightarrow \frac{1}{2} s \cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{dm(x)}\right)\right)$$

$$dya := x \rightarrow \frac{1}{2} s \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{dm(x)}\right)\right)$$

$$dxb := (x, t) \rightarrow \frac{1}{2} s \cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{dp(x, t)}\right)\right)$$

$$dyb := (x, t) \rightarrow \frac{1}{2} s \sin\left(\arctan\left(-\frac{1}{dp(x, t)}\right)\right)$$

```

> b:=h->2*sqrt(dz^2/4-(dv/2-Rm-s+(Rm+s/2)*arcsin(xa(h)/Rm))^2);

```

```

Ma:=h->b(h)*(ss*s^2/4-ss^3*(Rm+s/2)^2/3/E^2):
Py:=h->Ma(h)/(xb(h)-xa(h)-dxa(xa(h))-dxb(xb(h),tzazor(h))-
dp(xb(h),tzazor(h))*(m(xa(h))-p(xb(h),h,tzazor(h))+dya(xa(
h))+dyb(xb(h),tzazor(h)))));
Px:=h->-Py(h)*dp(xb(h),tzazor(h));
Pz:=h->0.3*Py(h);
Nk:=h->Pz(h)*(xb(h)+dv/2-Rn)*Pi*n/30;
No:=h->Py(h)*hp*n/60;
Px1:=h->Py(h)*(-dp(xb(h),tzazor(h))*cos(a)+sin(a));

```

$$b := h \rightarrow 2 \sqrt{\frac{1}{4} dz^2 - \left(\frac{1}{2} dv - Rm - s + \left(Rm + \frac{1}{2} s \right) \arcsin \left(\frac{xa(h)}{Rm} \right) \right)^2}$$

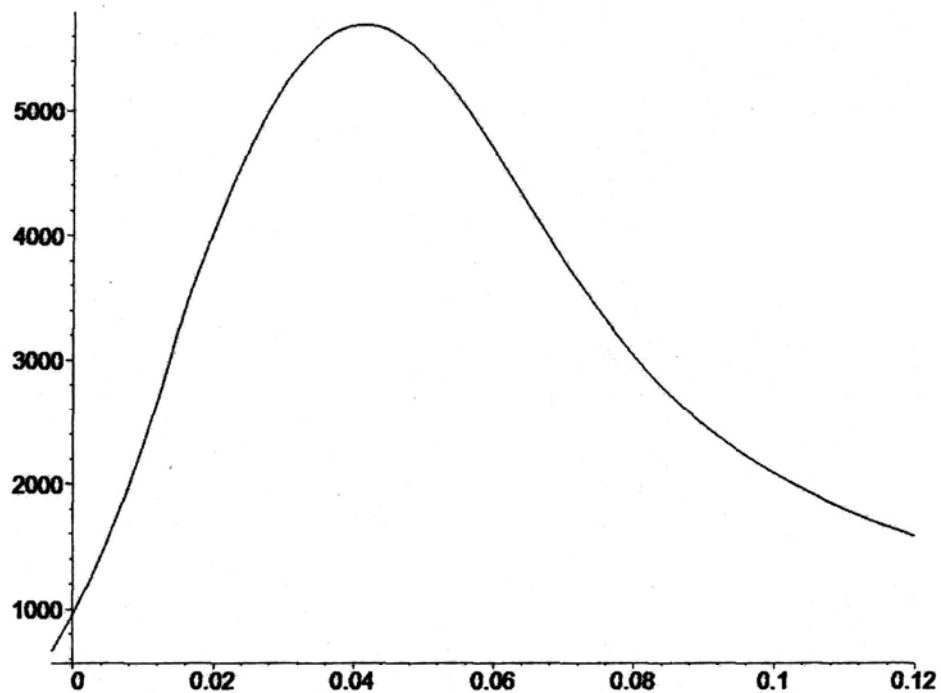
```

Py := h -> Ma(h) / (xb(h) - xa(h) - dxa(xa(h)) - dxb(xb(h), tzazor(h)) -
dp(xb(h), tzazor(h))
(m(xa(h)) - p(xb(h), h, tzazor(h)) + dya(xa(h)) + dyb(xb(h), tzazor(h))))
Px := h -> -Py(h) dp(xb(h), tzazor(h))
Px1 := h -> Py(h) (-dp(xb(h), tzazor(h)) cos(a) + sin(a))

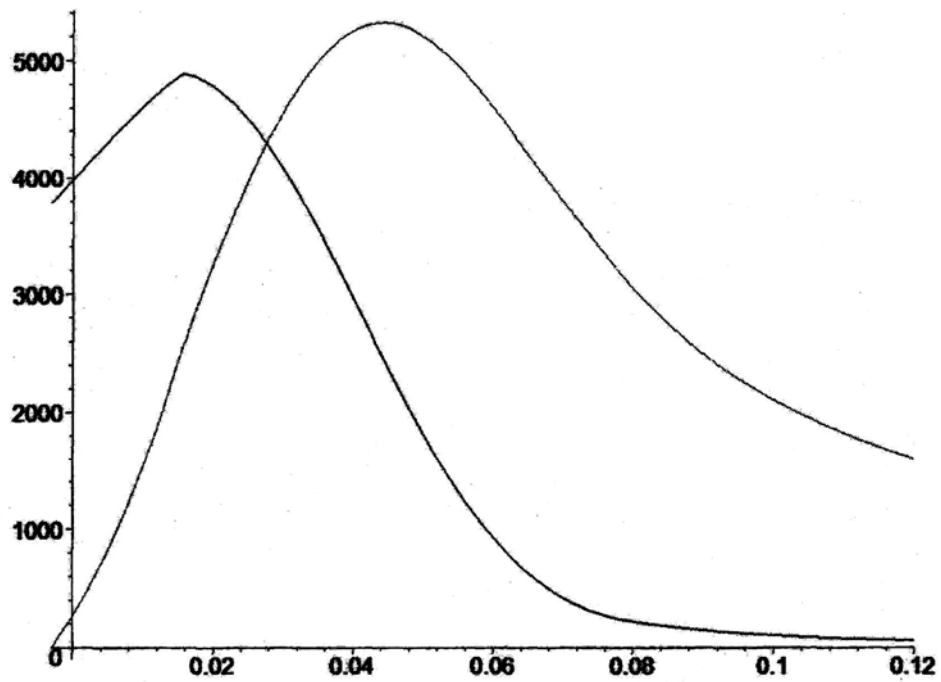
```

- Виведення графіків

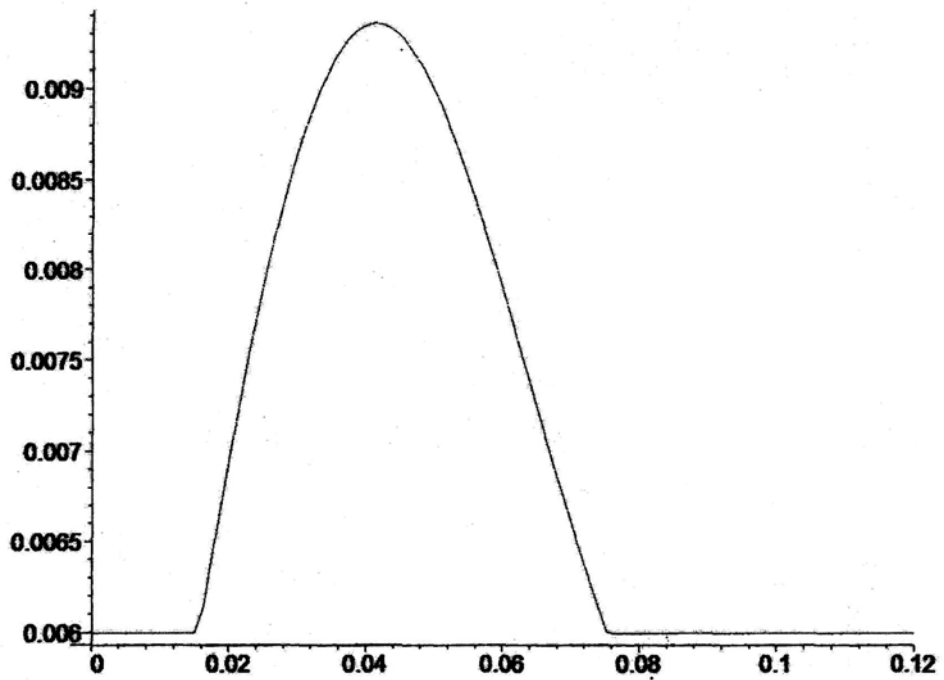
```
> plot([Px1], -0.0029..0.12);
```



```
> plot([Py, Px], -0.0029..0.12);
```



```
> plot([tzazor], -0.0029..0.12);
```



- Зусилля деформування

```
> hi:=0.01563: - введіть подачу пуансона
print("Подача пуансона ",hi,"м"):
print("Ma=",evalf(Ma(hi)),"Нм"):
print("P=",evalf(sqrt(Py(hi)^2+Px(hi)^2)),"Н"):
```



```

print("Py=",evalf(Py(hi)), "H") :
print("Px=",evalf(Px(hi)), "H") :
print("Px'",evalf(Px1(hi)), "H") :
print("Pz=",evalf(Pz(hi)), "H") :
print("Nкр=",evalf(Nk(hi)), "Вт") :
print("Noc=",evalf(No(hi)), "Вт") :
      "Подача пуансона ", 0.01563, "м"
      "Ma=", 162.0804378, "Нм"
      "P=", 5524.017287, "H"
      "Py=", 4887.408482, "H"
      "Px=", 2574.491277, "H"
      "Px'", 3384.068547, "H"
      "Pz=", 1466.222545, "H"
      "Nкр=", 243.1183087, "Вт"
      "Noc=", 2.036420201, "Вт"

```

>

Додаток Д

Програма

визначення граничних геометричних розмірів деталі, що виготовлена комбінованим процесом переформування із наступною ротаційною витяжкою

1. Введення початкових даних

Дані з діаграми пластичності:

Граничний ступінь деформації при $\eta=0$: $\varepsilon_0 := 4.1$

Граничний ступінь деформації при $\eta=1$: $\varepsilon_1 := 2.3$

Граничний ступінь деформації при $\eta=-1$: $\varepsilon_{m1} := 12$

Геометричні параметри заготовки:

Діаметр заготовки, м: $D := 0.031$

Товщина заготовки, м: $s := 0.001$

Механічні характеристики матеріалу заготовки:

Модуль пружності, МПа $E := 1.08 \cdot 10^{11}$

Границя текучості, МПа $\sigma_s := 184000000$

Коефіцієнт Пуассона $\nu := 0.33$

2. Введення критеріальних співвідношень для визначення залишкового ресурсу пластичності за тензорно-лінійною моделлю із врахуванням пам'яті напрямів

$$\varepsilon_{1c} := 1$$

$$\varepsilon_1(\psi) := \varepsilon_{1c} \cdot \psi$$

$$\varepsilon_{2c}(\alpha) := \frac{\varepsilon_{1c}}{\alpha}$$

$$\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha) := \varepsilon_{2c}(\alpha) \cdot \frac{a}{e^{\frac{a}{\varepsilon_1(\psi)} \cdot \varepsilon_{1c}^{2a}}}$$

$$\beta_u(x, a, \psi, \alpha, k) := \sqrt{\left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right)^2 + 2 \cdot \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \cdot k + \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right)^2}$$

$$A(\psi, a, \alpha, n, k) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}\right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right] - \left(\alpha \cdot \psi + \frac{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)}{\varepsilon_{2c}(\alpha)} \right)^n$$

$$f1(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[-A(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot k - B(\psi, a, \alpha, n, k) + \sqrt{A(\psi, a, \alpha, n, k)^2 \cdot k^2 - A(\psi, a, \alpha, n, k)^2} + 1 \right]^{\frac{1}{n}} - \psi \cdot \alpha$$

$$A2(\psi, a, \alpha, n, k) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B2(\psi, a, \alpha, n, k) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right]$$

$$f2(\psi, a, \alpha, n, k) := A2(\psi, a, \alpha, n, k)^2 + 2 \cdot A2(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot B2(\psi, a, \alpha, n, k) \cdot k + B2(\psi, a, \alpha, n, k)^2 - 1$$

$$A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := \psi^n + \int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \gamma} \left(1 - \frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx$$

$$B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := \left[\int_{\varepsilon_1(\psi)}^{\varepsilon_1(\psi) + \gamma} \left(\frac{x - \varepsilon_1(\psi)}{\Delta\varepsilon(a, \psi, \alpha)} \right) \cdot \frac{x^{n-1} \cdot n}{\varepsilon_{2c}(\alpha)^n \cdot \beta_u(x, a, \psi, \alpha, k)} dx \right]$$

$$f3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) := A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma)^2 + 2 \cdot A3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) \cdot B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma) \cdot k + B3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma)^2 - 1$$

$$\gamma := 0$$

$$f4(\psi, a, \alpha, n, k) := \frac{\text{root}(f3(\psi, a, \alpha, n, k, \gamma), \gamma)}{\varepsilon_{2c}(\alpha)}$$

$$\psi := 1$$

$$f(\psi, a, \alpha, n, k) := \begin{cases} f1(\psi, a, \alpha, n, k) & \text{if } \psi \leq \text{root}(f2(\psi, a, \alpha, n, k), \psi) \\ f4(\psi, a, \alpha, n, k) & \text{otherwise} \end{cases}$$

3. Розрахунок граничних геометричних параметрів деталі

$$k := 0.866 \quad a := 0.1 \quad n := 1.292$$

$$\varepsilon(\eta) := \begin{cases} \frac{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_{m1} \cdot e^{-\eta}}{\varepsilon_{m1} + \eta \cdot (\varepsilon_{m1} - 2.72 \cdot \varepsilon_0)} & \text{if } \eta < 0 \\ \left[\varepsilon_0 \cdot \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0} \right)^\eta \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\alpha := \frac{\varepsilon(-1)}{\varepsilon(1.732)}$$

$$f\left(\frac{0.8}{\varepsilon(-1)}, a, \alpha, n, k\right) = 0.78$$

$$R := \frac{s}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{\varepsilon(1.732) \cdot f\left(\frac{0.8}{\varepsilon(-1)}, a, \alpha, n, k\right)} - 1 \right)$$

$$k := -0.5 \quad \alpha := 1$$

$$B1 := \frac{D \cdot \varepsilon(-1) \cdot f\left(\frac{1.4}{\varepsilon(-1)}, a, \alpha, n, k\right)}{3}$$

$$c2 := \frac{1}{\frac{631}{3150} + \frac{4 \cdot \sigma_s \cdot D^2 \cdot (1 - \nu)^2}{20 \cdot E \cdot s^2}}$$

$$c1 := \frac{19}{30} \cdot c2$$

$$B2 := \left(\frac{1}{\cos(\sqrt{-c1 + \sqrt{c1^2 + c2}})} - 1 \right) \cdot \frac{D}{2}$$

$$B := \begin{cases} 0 & \text{if } B1 < 0 \\ B1 & \text{if } B1 < B2 \wedge B1 \geq 0 \\ B2 & \text{otherwise} \end{cases}$$

4. Виведення значень граничних геометричних розмірів деталі

Найменший радіус заокруглення оправки, м: $R = 2.372 \times 10^{-4}$

Найбільша ширина фланця, м: $B = 7.86 \times 10^{-3}$

Наукове видання

**Михалевич Володимир Маркусович
Краєвський Володимир Олександрович**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІКИ ФОР-
МОУТВОРЕННЯ ПРИ ХОЛОДНОМУ ТОРЦЕВОМУ РО-
ЗКОЧУВАННІ ТА РОТАЦІЙНІЙ ВИТЯЖЦІ**

Монографія

Редактор С. Малішевська

Оригінал-макет підготовлено В. Краєвським

ВИДАВНИЦТВО ВНТУ «УНІВЕРСУМ-ВІННИЦЯ»

Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-85-32

Підписано до друку
Формат 29,7×42¼ Папір офсетний
Гарнітура Times New Roman
Друк різнографічний Ум. др. арк.
Наклад 100 прим. Зам №

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького національного технічного університету
Свідоцтво Держкомінформу України
серія ДК № 746 від 25.12.2001 р.
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95
ВНТУ, ГНК, к. 114
Тел. (0432) 59-81-59