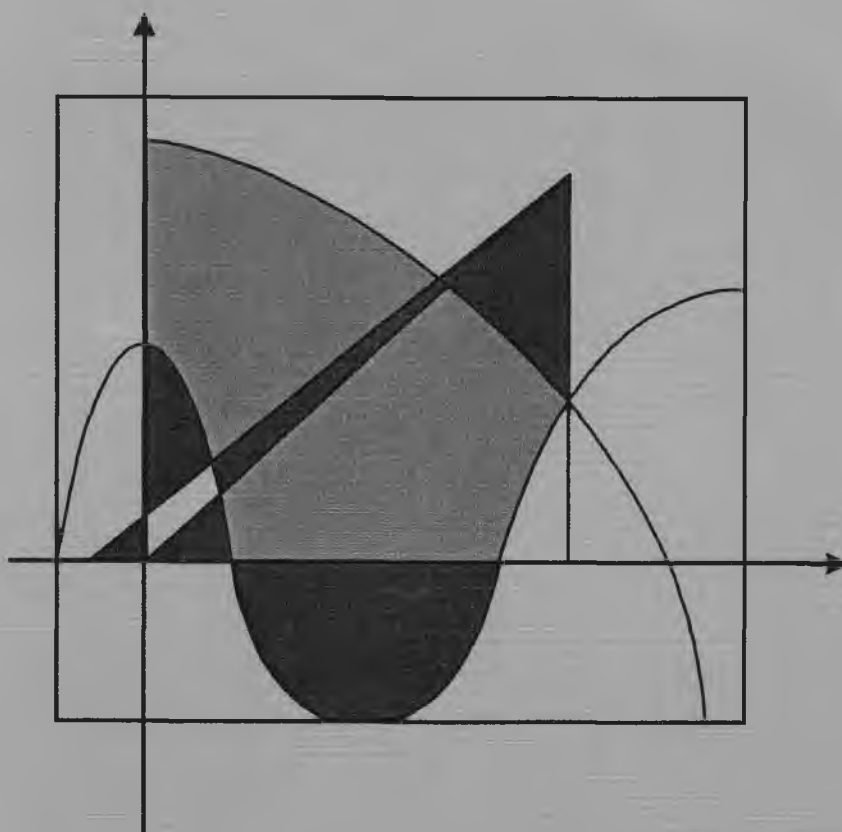


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЛУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

# НАУКОВІ НОТАТКИ



Луцьк — 2009

# **НАУКОВІ НОТАТКИ**

**Міжвузівський збірник  
(за напрямом «Інженерна механіка»)**

**Випуск 25, частина I  
(червень, 2009)**

**Рекомендовано  
Міністерством освіти  
і науки України**

**Луцьк 2009**

## РЕДАКЦІЙНА РАДА

В.В.Божидарнік, ректор ЛНТУ, С.І.Пустюльга, декан МБФ ЛНТУ, В.Д.Рудь, директор ННВ II та IT ЛНТУ, В.І.Шваб'юк, проректор з НР ЛНТУ,

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

В.В.Божидарнік, проф., д.т.н., Луцький НТУ; М.Г.Бойко, проф., д.т.н., Донецький НТУ; А.П.Гавриш, проф., д.т.н., НТУ України „КПІ”, Б.М.Гевко, проф., д.т.н., Тернопільський ДТУ (заступник редактора); О.В.Заболотний, доц., к.т.н., Луцький НТУ (відповідальний секретар); П.А.Лінчевський, проф., д.т.н., Одеський НПУ; В.В.Лотиш, доц., к.т.н., Луцький НТУ; А.Л.Майстренко, член-кореспондент НАН України, Інститут надтвердих матеріалів; В.М.Максимович, проф., д.ф.-м.н., Луцький НТУ; Б.О.Пальчевський, проф. д.т.н., Луцький НТУ; Л.М.Пашинський, доц. к.т.н., Луцький НТУ; Ю.В.Петраков, проф., д.т.н., НТУ України “КПІ”; В.Я.Петровський, проф., д.т.н., Інститут проблем матеріалознавства НАН України; П.А.Пех, доц., к.т.н., Луцький НТУ; С.І.Пустюльга, проф., д.т.н., Луцький НТУ (заступник відповідального редактора); В.Д.Рудь, проф., д.т.н., Луцький НТУ (відповідальний редактор); В.Б.Струтинський, проф., д.т.н., НТУ України “КПІ”; В.А.Шабайкович, проф., д.т.н., Луцький НТУ; В.І.Шваб'юк, проф., д.т.н., Луцький НТУ; М.Б.Штерн, д.т.н., Інститут проблем матеріалознавства НАН України; М.П.Ярошевич, проф., д.т.н., Луцький НТУ.

Рекомендовано до друку Вченою радою Луцького національного технічного університету.

Свідоцтво про державну реєстрацію ВЛ № 139

Засновник – Луцький національний технічний університет.

Друкується без редакційної правки видавництва.

УДК 621.77

В.М.Михалевич, В.О.Краєвський, Ю.В.Добранюк  
Вінницький національний технічний університет

## ВІСЕСИМЕТРИЧНА ОСАДКА ЦИЛІНДРИЧНИХ ЗАГОТОВОК

В роботі визначено умови при яких накопичена деформація мало відрізняється від інтенсивності логарифмічних деформацій на екваторі бічної поверхні зразків при осадці. Введенням корегуючої функції максимальна похибка в спрощеному обчисленні накопиченої деформації зменшилась практично на два порядки. Сформульовано варіаційні задачі для визначення закону зміни швидкості деформації при гарячій осадці, при якому задана накопичена деформація досягається за найкоротший час та при якому за заданий час матеріал набуває найбільшої накопиченої деформації. Визначено, що розв'язок сформульованих варіаційних задач належить класу нестационарного деформування.

Як зазначається в роботах [1-3], в якості міри деформації звичайно використовується накопичена деформація та інтенсивність логарифмічних деформацій. Для обчислення накопиченої деформації необхідна інформація про величини компонент тензора приростів деформацій на окремих стадіях процесу деформування. Це ускладнює обчислення накопиченої деформації порівняно з обчисленням інтенсивності логарифмічних деформацій. В деяких роботах приведено результати порівняння величин інтенсивності логарифмічних деформацій та накопиченої деформації при осадці циліндричних зразків. Причому указано, що в окремих випадках зафіксована розбіжність у 8-10% [2]. Проте не приведено ніяких залежностей для цієї розбіжності, якими можна б було скористатися при відповідних обчисленнях. В той же час іноді інтенсивність логарифмічних деформацій використовують замість накопиченої деформації без належного обґрунтування.

В зв'язку з цим метою дослідження є чітке обґрунтування загального виразу накопиченої деформації, порівняльний аналіз її величини з інтенсивністю логарифмічних деформацій та пошук виразу для її спрощеного обчислення з нехтотною втратою точності.

Відповідно до розповсюдженої методики, на бічній поверхні зразка в декількох місцях по екватору робляться помітки, щоб прослідкувати зміну відстаней між ними в процесі осадки. Тоді деформації визначаються відповідно до формул (1), де  $a$  та  $b$ , відповідно, відстані між вертикальними та горизонтальними помітками

$$\begin{cases} \varepsilon_z = \ln(b/b_0); \\ \varepsilon_\varphi = \ln(a/a_0); \\ \varepsilon_r = -\varepsilon_z - \varepsilon_\varphi. \end{cases} \quad (1)$$

Для визначення в рамках теорії неперервних пошкоджень граничних деформацій при нестационарному деформуванні необхідно мати залежність деякого параметра, що характеризує міру деформації від показника напруженого стану. В якості міри деформації традиційно використовується накопичена деформація або параметр Уджквіста, який розраховується відповідно до теорії течії:

$$\varepsilon_u(t) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u(\tau) d\tau, \quad (2)$$

де  $\tau$ ,  $t$  – час;  $\dot{\varepsilon}_u$  – інтенсивність швидкостей деформацій

$$\dot{\varepsilon}_u(t) = \sqrt{\dot{\varepsilon}_\varphi^2 + \frac{1}{3} \cdot (\dot{\varepsilon}_r^2 - \dot{\varepsilon}_z^2)^2}, \quad (3)$$

де  $\dot{\varepsilon}_i$  ( $i = \varphi, r, z$ ) – головні значення тензора швидкостей деформацій.

На наш погляд ні в науковій, ні в навчальній літературі не приділено достатньої уваги висвітленню питання обґрунтування застосування співвідношення (2).

Довжина кривої в просторі, що задана параметрично

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = \varepsilon_\varphi(\tau), \\ \varepsilon_r = \varepsilon_r(\tau), \\ \varepsilon_z = \varepsilon_z(\tau), \\ \{0 \leq \tau \leq t\}. \end{cases} \quad (4)$$

де  $\varepsilon_\varphi(\tau), \varepsilon_r(\tau), \varepsilon_z(\tau)$  — неперервно диференційовані функції, визначається за формулою

$$l = \int_0^t \sqrt{\dot{\varepsilon}_\varphi^2(\tau) + \dot{\varepsilon}_r^2(\tau) + \dot{\varepsilon}_z^2(\tau)} d\tau, \quad (5)$$

де  $\dot{\varepsilon}_i(\tau) = \frac{d(\varepsilon_i(\tau))}{d\tau}, (i = \varphi, r, z).$

З урахуванням умови нестискуваності

$$\dot{\varepsilon}_\varphi(\tau) + \dot{\varepsilon}_r(\tau) + \dot{\varepsilon}_z(\tau) = 0, \quad (6)$$

згідно (2), (3) маємо

$$\varepsilon_u(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot l(t), \quad (7)$$

тобто, накопичена деформація з точністю до сталої дорівнює довжині траєкторії головних деформацій.

Слід зазначити, що така аналогія справедлива тільки за умови відсутності поворотів головних осей при деформації, оскільки тільки в цьому випадку справедливий простий закон додавання деформацій: сума послідовних натуральних подовжень дорівнює сумарному натуральному подовженню. При цьому інтеграли від швидкостей деформацій мають простий фізичний зміст, наприклад для осьової деформації  $\varepsilon_z$  за умови розтягу або стиску справджується співвідношення:

$$\int_0^t \dot{\varepsilon}_z d\tau = \ln \left( \frac{h(t)}{h(0)} \right), \quad (8)$$

де  $h(t)$  — довжина або висота зразка в момент часу  $t$ .

У випадку, що розглядається, можна порівняти значення інтенсивності логарифмічних деформацій, яка розрахована у відповідності до деформаційної теорії,

$$e_u(t) = \sqrt{\varepsilon_\varphi^2(t) + \frac{1}{3} \cdot (\varepsilon_r^2(t) - \varepsilon_z^2(t))^2} \quad (9)$$

з накопиченою деформацією, що визначається за співвідношенням (2).

Спочатку розглянемо фізичний та геометричний зміст співвідношення (9). Як було показано вище, довжина траєкторії деформацій, що задана параметрично співвідношеннями (4), визначається співвідношенням (5). Довжина радіус-вектора  $R(t)$  поточної точки даної кривої визначається сумою квадратів його координат

$$R(t) = \sqrt{\varepsilon_\varphi^2(t) + \varepsilon_r^2(t) + \varepsilon_z^2(t)}. \quad (10)$$

З урахуванням умови нестискуваності, яка для деформацій має вигляд, аналогічний до (6), згідно (9), (10) маємо

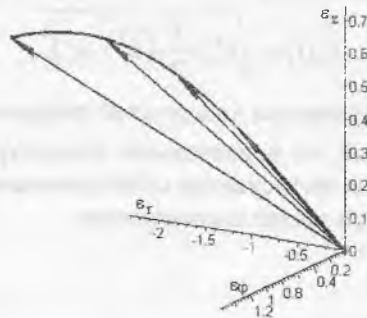


Рис. 1. Траєкторія деформацій – розрахунок за (14) при  $m = 1$ . Радіус-вектори поточних точок траєкторії для значень  $x = 0,4; 0,6; 0,8; 1$ .

$$e_u(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot R(t), \quad (11)$$

тобто, інтенсивність деформацій з точністю до сталої дорівнює довжині радіус-вектора поточної точки траєкторії головних деформацій.

На рис. 1 приведено графік траєкторії деформацій в просторі деформацій та радіус-вектори поточних точок траєкторії. Як бачимо із рис. 1 та виразів (7) та (11) накопичена деформація враховує історію деформування, на відміну від інтенсивності логарифмічних деформацій. Отже використання накопиченої деформації як міри деформації при оцінці вісесиметричної осадки циліндричних зразків дозволяє більш повно, порівняно з інтенсивністю логарифмічних деформацій, відобразити особливості процесу деформації.

Диференціальне рівняння для деформацій при вісесиметричному осадженні [1]:

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \frac{m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2} \quad (12)$$

враховує наступні умови

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -2 & \text{при } \varepsilon_\varphi = 0 \text{ (простий стиск)} \\ -2 \leq \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} \leq -\frac{1}{2}; & \text{(за наявності бочкоутворення)} \end{cases} \quad (13)$$

Розв'язком диференціального рівняння (12) є вираз:

$$\varepsilon_z = -\frac{\varepsilon_\varphi}{2} - \frac{3}{2} \cdot m \cdot \arctan\left(\frac{\varepsilon_\varphi}{m}\right). \quad (14)$$

Цей розв'язок зручно подати в параметричному вигляді:

$$\begin{cases} \varepsilon_\varphi = m \cdot \operatorname{tg}(x); \\ \varepsilon_z = -\frac{m}{2} \cdot (\operatorname{tg}(x) + 3 \cdot x); \end{cases} \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right), \quad (15)$$

де  $m > 0$  – параметр моделі, який враховує тертя на торцях;  $x$  – деякий параметр, що характеризує стадію процесу осадження.

Із урахуванням даної апроксимації залежності між осью та коловою деформаціями, вирази для знаходження накопиченої деформації, інтенсивності логарифмічних деформацій та показника напруженого стану, який розраховано і за теорією течії і за деформаційною теорією, набувають вигляду

$$\varepsilon_u(x, m) = m \cdot \int_0^x \sqrt{\cos^4 x + 3} dx; \quad (16)$$

$$e_u(x, m) = m \cdot \sqrt{\operatorname{tg}^2(x) + 3 \cdot x^2}; \quad (17)$$

$$\eta^m = \frac{1 - 3 \cdot \cos^2 x}{\sqrt{1 + 3 \cdot \cos^4 x}}; \quad (18)$$

$$\eta^0 = \frac{\tan x - 3 \cdot x}{\sqrt{\tan^2 x - 3 \cdot x^2}}. \quad (19)$$

Для оцінки використання накопиченої деформації чи інтенсивності логарифмічних деформацій як міри деформації необхідно розрахувати різницю між відповідними значеннями та відносно похибку між їхніми значеннями

$$\Theta(x, m) = \varepsilon_u(x, m) - e_u(x, m); \quad (20)$$

$$w(x, m) = \frac{(\varepsilon_u(x, m) - e_u(x, m))}{\varepsilon_u(x, m)} \cdot 100. \quad (21)$$

На рис. 2 зображено залежності напружено-деформаційного стану при осадці від параметра моделі  $x$ . Як бачимо, результати розрахунків, які були отримані відповідно до теорії течії та деформаційної теорії при збільшенні значення параметра процесу  $x$  дають дуже різні

значення параметра  $\eta$ . Ця різниця складає, при  $x = 1,2$  приблизно 0,9. Отже, робимо висновок, що для визначення напруженого стану при вісесиметричному осаджуванні необхідно використовувати теорію течії.

Графік на рис. 4 свідчить про те, що різниця між накопиченою деформацією та інтенсивністю логарифмічних деформацій нехтовно мала при  $x < 0,6$ . Максимальна відносна похибка між результатами обчислень не перевищує 6%. Безумовно, що така хоч і не велика різниця при моделюванні не бажана, оскільки не відомо як вона позначиться на кінцевій похибці при визначенні граничних деформацій за моделями накопичення пошкоджень. Невелика різниця між величинами накопиченої деформації та інтенсивністю логарифмічних деформацій і більш простий вираз для обчислення останньої нашою авторів на ідею пошуку корегуючої функції  $\delta(m, x) = \varepsilon_u(x, m) - e_u(x, m)$ , яка дозволить використовувати для обчислення накопиченої деформації більш просту залежність. Корегуючу функцію  $\delta(x, m)$  можна подати у вигляді

$$\delta(m, x) = h(x - x_0) \cdot m \cdot \left( a_1 \cdot (x - x_0) + a_2 \cdot (x - x_0)^2 + a_4 \cdot (x - x_0)^4 + a_6 \cdot (x - x_0)^6 \right), \quad (22)$$

де  $h(x)$  – функція Хевісайда. За інтерполяційні вузли прийнято точки з абсцисами 0,6; 0,7; 0,8; 1,2 та  $\pi/2 - 0,05$ . Розв'язанням системи лінійних рівнянь отримано

$$\delta(m, x) = h(x - x_0) \cdot m \cdot \left( 0,04305092296 \cdot (x - x_0) - 0,01108086209 \cdot (x - x_0)^2 + 0,8263531073 \cdot (x - x_0)^4 + 0,1620143791 \cdot (x - x_0)^6 \right). \quad (23)$$

Отже, пропонується наступна апроксимація для накопиченої деформації

$$m \cdot \int_0^x \sqrt{\cos^{-4} x + 3} dx = m \cdot \left[ \sqrt{tg^2(x) + 3} \cdot x^2 + h(x - x_0) \cdot \left( 0,04305092296 \cdot (x - x_0) - 0,01108086209 \cdot (x - x_0)^2 + 0,8263531073 \cdot (x - x_0)^4 + 0,1620143791 \cdot (x - x_0)^6 \right) \right]. \quad (24)$$

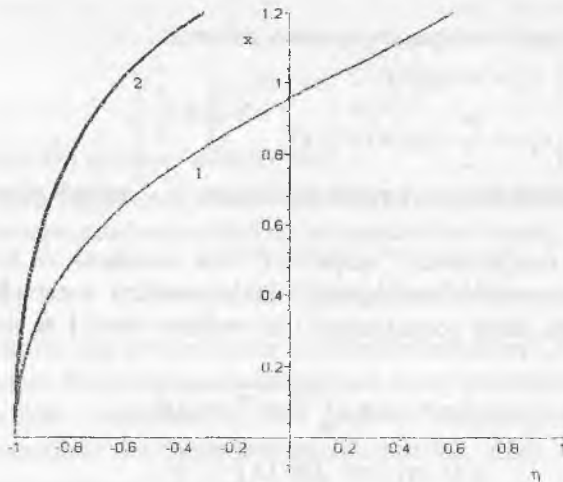


Рис. 2. Залежності напружено-деформованого стану при осадці від параметра моделі  $x$  при  $x = 0..1,2$ , що визначаються за: 1 – теорією течії, 2 – деформаційною теорією.

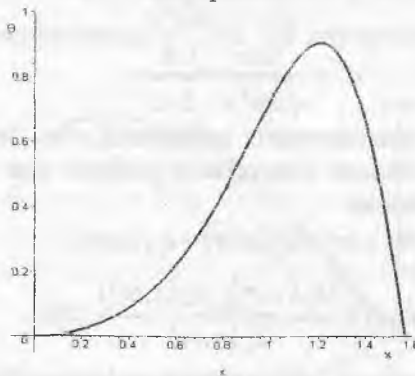


Рис. 3. Залежності від параметра процесу осаджування  $x$  різниці між значеннями показника напруженого стану, що визначаються за теорією течії та деформаційною теорією.



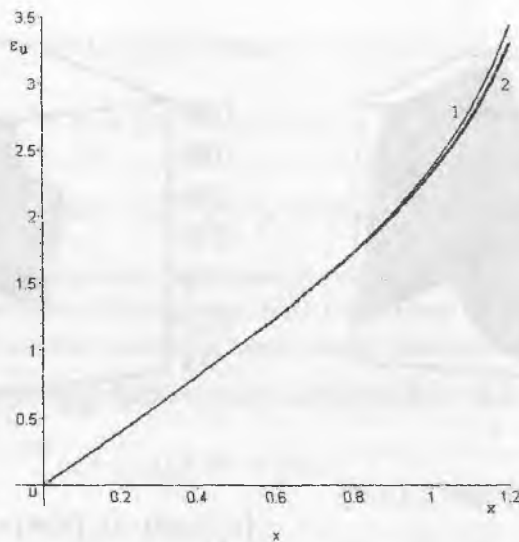


Рис. 4. Залежності деформацій при осаджуванні від параметра процесу  $x$ : 1 – накопичена деформація, 2 – інтенсивність логарифмічних деформацій.

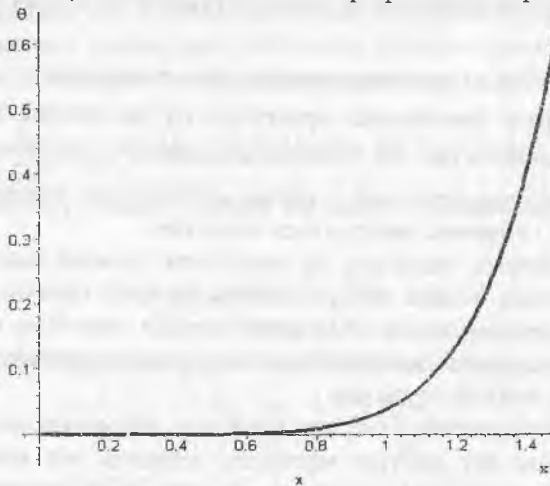


Рис. 5. Побудова залежності різниці  $\Theta$  результатів розрахунків накопиченої деформації та інтенсивності логарифмічних деформацій при осаджуванні від параметра процесу  $x$  ( $m=1$ ).

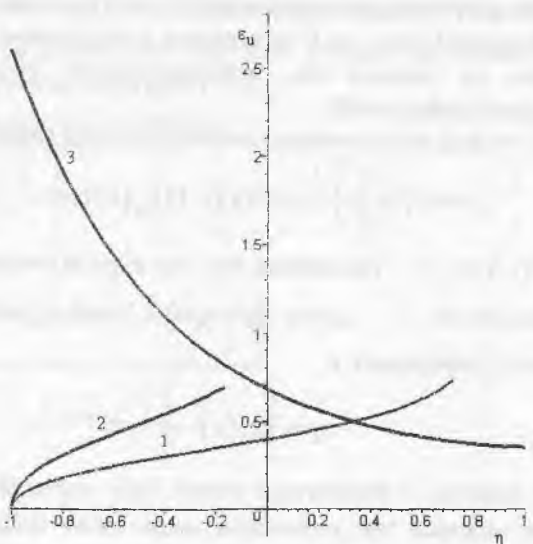
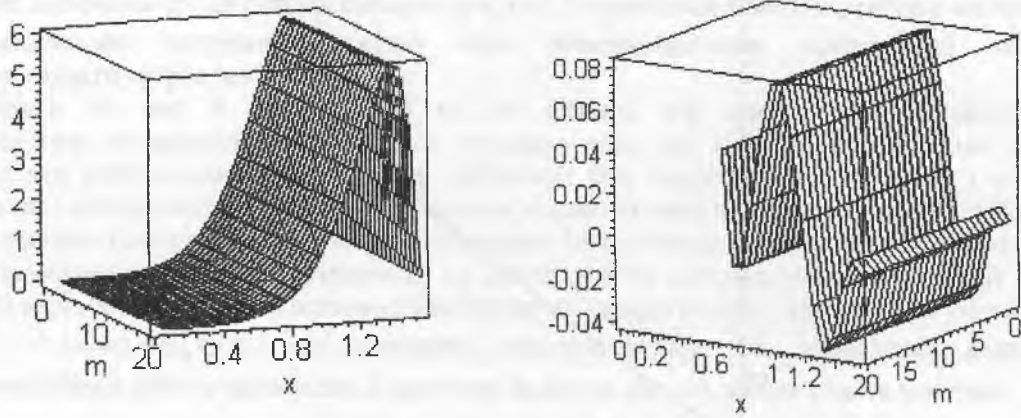


Рис. 7. Шляхи деформування  $\varepsilon_u(\eta)$  при осадженні, що визначені за: 1 – теорією течії ((16) - (18)); 2 - деформаційною теорією ((17) - (19)); 3 – крива граничних деформацій при стаціонарному деформуванні (діаграма пластичності)





$$a) (\varepsilon_u(x, m) - e_u(x, m)) \cdot 100 / \varepsilon_u(x, m)$$

$$b) (\varepsilon_u(x, m) - (e_u(x, m) + \delta(x, m))) \cdot 100 / \varepsilon_u(x, m)$$

Рис. 8. Відносна похибка обчислення накопиченої деформації через інтенсивність логарифмічних деформацій: а) без корегуючої функції; б) із корегуючою функцією  $\delta(x, m)$

Введенням функції  $\delta(m, x)$  максимальна похибка в обчисленні накопиченої деформації на основі скоректованого виразу зменшилась практично на два порядки: від 6% до 0,08%, про що свідчать результати приведені на рис. 8б. Можливість заміни  $\varepsilon_u(x, m) \approx e_u(x, m) + \delta(x, m)$  дозволяє уникнути громіздких обчислень інтеграла у виразі накопиченої деформації, який не виражається через елементарні функції і повинен знаходитися чисельно.

Підвищити деформівність матеріалу та зменшити зусилля, яке необхідне для виконання процесу осадження заготовки, можна використанням процесу гарячого осадження. Зважаючи на те, що процеси гарячого деформування вимагають витрати енергії на нагрів зразка, то при цьому на перше місце виходить задача інтенсифікації даного процесу: визначення умов за яких необхідна деформація досягається за найкоротший час.

Експериментальні дослідження [3-6] при гарячому деформуванні констатують, що гранична до руйнування деформація, яку набуває матеріал, залежить від швидкості деформації. Якщо деформування відбувається зі сталою швидкістю, то чим вища швидкість деформації тим меншу деформацію до руйнування сприймає матеріал. У роботах [3, 4] відмічається, що при деформуванні із змінною швидкістю гранична деформація залежить від закону зміни швидкості деформації. Зокрема, навіть застосування найпростішої двоступеневої схеми може призвести як до збільшення граничної деформації, так і до її зменшення в порівнянні із деформуванням зі сталою швидкістю. Зрозуміло, що за заданий час, використовуючи різні закони зміни швидкості, матеріалу можна надати різної деформації.

На основі скалярної моделі накопичення пошкоджень при гарячому деформуванні

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(t-\tau, I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau, \quad (25)$$

(де  $0 \leq \psi \leq 1$ ,  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi(t_*) = 1$ ;  $t_*$  – граничний час, що відповідає руйнуванню зразка;  $t, \tau$  – час;  $\varphi(t-\tau, I(\tau))$  – ядро спадковості;  $f$  – деяка функція) і із врахуванням залежності накопиченої деформації  $\varepsilon_u$  від швидкості деформації  $\dot{\varepsilon}_u$

$$\varepsilon_u = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \quad (26)$$

сформульовано дві важливі з практичної точки зору варіаційні задачі ізопериметричного типу. Перша задача формулюється так: визначити закон зміни швидкості деформації  $\dot{\varepsilon}_u = \dot{\varepsilon}_u(t)$  при якому задана накопичена деформація  $\varepsilon_u$  досягається за найкоротший час  $t_*$  за умови, що  $\psi(t_*) = 1$

$$\begin{aligned}
 t_* &= t_*(\dot{\varepsilon}_u(t)) \rightarrow \min, \\
 \varepsilon_* &= \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau, \\
 \int_0^{t_*} \varphi(t-\tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau &= 1.
 \end{aligned} \tag{27}$$

Задача (27) не є класичною задачею ізопериметричного типу, тому що значення визначеного інтеграла нам відоме, а мінімізується функціонал, який є верхньою межею визначеного інтеграла.

Формулювання другої задачі: визначити закон зміни швидкості деформації  $\dot{\varepsilon}_u = \dot{\varepsilon}_u(t)$  при якому за заданий час  $t_*$  матеріал набуває найбільшої деформації  $\varepsilon_*$  за умови, що  $\psi(t_*) = 1$

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_* &= \int_0^{t_*} \dot{\varepsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \rightarrow \max, \\
 \int_0^{t_*} \varphi(t-\tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau &= 1.
 \end{aligned} \tag{28}$$

Аналіз задачі (28) показав, що в такій загальній постановці розв'язок не існує. В даній постановці не врахована важлива умова, яка з фізичних уявлень про процес, що досліджується, враховує те, що руйнування матеріалу не може відбутись до часу  $t_*$ , тобто

$$\int_0^t \varphi(t-\tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\varepsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau \leq 1, \forall t \in (0, t_*). \tag{29}$$

При звуженні області допустимих функцій до класу кусково-сталих функцій, зокрема для двохступеневої схеми

$$\dot{\varepsilon}_u(t) = \begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1}, & 0 \leq t \leq t_1; \\ \dot{\varepsilon}_{u2}, & t_1 < t \leq t_*, \end{cases} \tag{30}$$

задача (28) із врахуванням (29) зведена до задачі нелінійного програмування:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_* &= \dot{\varepsilon}_{u1} \cdot t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2} \cdot (t_* - t_1) \rightarrow \max, \\
 -\left(\frac{t_* - t_1}{t_{*1}}\right)^n + \left(\frac{t_*}{t_{*1}}\right)^n + \left(\frac{t_* - t_1}{t_{*2}}\right)^n &= 1, \\
 t_1 &\leq t_{*1},
 \end{aligned} \tag{31}$$

де  $t_{*1} = t_{*c}(\dot{\varepsilon}_{u1})$ ;  $t_{*2} = t_{*c}(\dot{\varepsilon}_{u2})$ ;  $t_{*c} = t_{*c}(\dot{\varepsilon}_u)$  – характеризує властивості матеріалу.

Задачу (31) розв'язали за допомогою побудови функції Лагранжа, попередньо визначивши, що шуканий розв'язок необхідно шукати при  $t_1 = t_{*1}$ .

Розв'язок задачі (31) шукається із системи:

$$\begin{cases} \frac{d}{d\dot{\varepsilon}_{u1}} \left\{ \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{1-\frac{1}{n}} + \left[ \gamma^n - \dot{\varepsilon}_{u1} \left( t_*^n - \left( t_* - \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}} \right)^n \right) \right] \cdot \left( t_* - \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}} \right)^{1-n} \right\} = 0; \\ \dot{\varepsilon}_{u2} = \frac{\gamma^n - \dot{\varepsilon}_{u1} \left[ t_*^n - \left( t_* - \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}} \right)^n \right]}{\left( t_* - \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}} \right)^n}; \\ t = \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{\frac{1}{n}}. \end{cases} \tag{32}$$

У роботі [5] представлено результати досліджень при гарячому деформуванні зразків із сталі 14X17H2 із швидкостями деформації  $\dot{\varepsilon}_{u1} = 0.06c^{-1}$  і  $\dot{\varepsilon}_{u2} = 0.2c^{-1}$ . При неперервному крученні при

температурі  $1150^{\circ}\text{C}$  для даного матеріалу гранична крива, побудована у координатах  $\dot{\epsilon}_u - t_{*c}$ , представлена на рис. 9.

Розглянемо час  $t_* = 30 \text{ c}$ . При деформуванні із сталою швидкістю гранична накопичена деформація, яку набуває матеріал за цей час (швидкість деформації  $\dot{\epsilon}_u = 0.06 \text{ c}^{-1}$ ), дорівнює  $\epsilon_{*c} = 1.8$ . Якщо деформування відбувається за схемою (30) із швидкостями

$$\dot{\epsilon}_u(t) = \begin{cases} 0.03 \text{ c}^{-1}, & 0 \leq t \leq 15.983; \\ 0.09 \text{ c}^{-1}, & 15.983 < t \leq 30, \end{cases} \quad (33)$$

то за час  $t_* = 30 \text{ c}$  накопичена матеріалом деформація до руйнування  $\epsilon_* = 1.741$ . Тобто із застосуванням такої схеми деформування (двохступенева схема із збільшенням швидкості деформації) гранична деформація зменшується. За допомогою додатку Maple знайдено розв'язок системи (32), який визначає оптимальний закон зміни швидкості при двухступеновому деформуванні

$$\dot{\epsilon}_u(t) = \begin{cases} 0.4329 \text{ c}^{-1}, & 0 \leq t \leq 3.4268; \\ 0.0164 \text{ c}^{-1}, & 3.4268 < t \leq 30. \end{cases} \quad (34)$$

При такому законі зміни швидкості матеріал досягає деформації  $\epsilon_* = 1.9145$  (рис. 10). Тобто навіть із застосуванням найпростішої схеми нестационарного деформування – двоступеневої, вдалось збільшити накопичену до руйнування деформацію у порівнянні із стаціонарним процесом на 6.36%. Очевидно, що цей результат можна покращити, якщо застосувати більш складну схему зміни швидкості деформації. Отже, розв'язок варіаційної задачі (28) належить класу нестационарного деформування, і знаходження цього розв'язку в загальному вигляді є актуальною задачею.

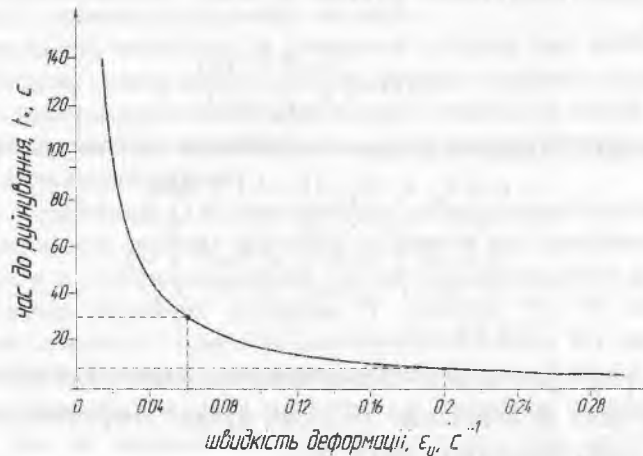


Рис. 9. Гранична крива для сталі 14X17H2 при температурі  $1150^{\circ}\text{C}$  – залежність часу до руйнування від швидкості деформації при стаціонарному деформуванні.

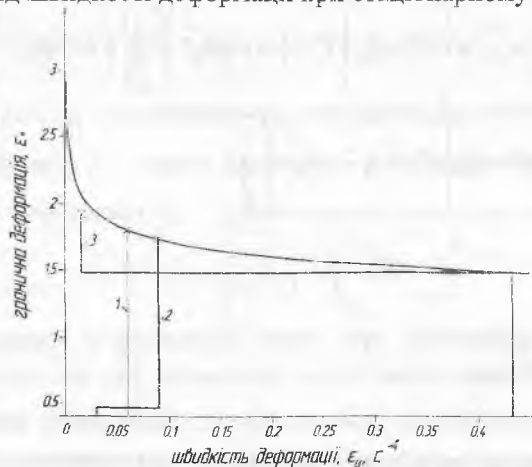


Рис. 10. Гранична деформація при різних швидкостях деформації. 1 – гаряче деформування із сталою швидкістю; 2 – двоступеневе деформування із збільшенням швидкості; 3 – оптимальне розподілення швидкості; 4 – гранична крива.

## Висновки

1. Приведено детальне обґрунтування виразу для обчислення накопиченої деформації, зокрема при осадці циліндричних зразків.
2. Визначено умови при яких накопичена деформація мало відрізняється від інтенсивності логарифмічних деформацій на екваторі бічної поверхні зразків при осадці.
3. Введенням функції  $\delta(m, x)$  максимальна похибка в обчисленні накопиченої деформації на основі скоректованого виразу зменшилась практично на два порядки.
4. Сформульовано варіаційні задачі для визначення закону зміни швидкості деформації при гарячій осадці, при якому задана накопичена деформація досягається за найкоротший час та при якому за заданий час матеріал набуває найбільшої накопиченої деформації.
5. Знайдено розв'язок другої варіаційної задачі для випадку кусково-сталих функцій.
6. Визначено, що розв'язок сформульованих варіаційних задач належить класу нестационарного деформування.

1. Смирнов-Аляев Г. А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов. / Смирнов-Аляев Г. А. – М.—Л.: Машгиз, 1961. – 463 с.
2. Огородников В.А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением / В.А.Огородников. – Киев: Вища школа, 1983. - 175с.
3. Михалевич В.М. Тензорні моделі накопичення пошкоджень /Вінниця: "УНІВЕРСУМ-Вінниця", 1998 – 195 с.
4. Кривые текучести и пластичности стали ШХ15 при двукратном нагружении / А. М. Галкин, П. И. Полухин, С. П. Ефименко, В. Л. Пилюшенко // Изв. АН СССР. Металлы. – 1984. – №6. – С. 185-188.
5. Влияние горячей прерывистой деформации на пластичность металла / А. А. Богатов, М. В. Смирнов, В. А. Криницын и др. // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1981. – №12. – С. 37-40.
6. Перетятко В. Н. Пластичность металла при горячей деформации // В сб. Обработка металлов давлением. – Свердловск, 1982. – С. 54-58.