

УДК 681.3.06

В. М. Михалевич

НАВЧАЛЬНО-КОНТРОЛЮЮЧИЙ MAPLE - КОМПЛЕКС З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Вступ

Останнє десятиріччя характеризується різким розвитком потужних математичних пакетів, що мають приголомшливі можливості в розв'язуванні математичних задач. У всьому світі відбувається осмислення місця і ролі наявних математичних пакетів у викладанні і навчанні дисциплін математичного спрямування. Причому відбувається це на фоні стрімкого розвитку таких пакетів, що супроводжується появою принципово нових властивостей, які розширюють функціональні можливості додатків.

Проте, в даний час широке використання математичних пакетів в освіті стримується, в основному, трьома факторами: відсутністю достатнього числа комп'ютерів і, що ще більш важливо, достатньою кількістю ліцензійних програм з одного боку та відсутністю відповідної підготовки у викладачів – з іншого боку. Що стосується комп'ютерів, то ситуація “змінюється на очах” і вже сьогодні, наприклад, у ВНТУ для переважної більшості студентів ця проблема майже знята. З ліцензійними математичними пакетами ситуація значно складніша. «Купити все» і в «достатній кількості» ніяких грошей не вистачить. Але і цей фактор на сьогодні можна “обійти” використовуючи *DEMO* версії пакетів. Значно складніше з фактором підготовленості викладачів. Цей фактор посилюється тією обставиною, що, всі найвідоміші, математичні пакети мають стандартні засоби для здобуття тільки остаточної відповіді для типових математичних задач. Для того ж, щоб отримати в середовищі пакета хід розв'язання типової математичної задачі, потрібно мати рівень майстерності володіння пакетом, який набувається роками наполегливої праці. Крім того, математичні пакети не мають стандартних зручних засобів перевірки виконаних завдань. Не кажучи вже про автоматизацію такої перевірки. Отже актуальним є створення навчально-контролюючого комплексу, який є одночасно:

1. Електронним підручником з “живими сторінками”;
2. Програмою генерації умов математичних задач;
3. Тестувальною програмою.

Природно, що такий комплекс може використовуватися як для проведення занять в комп'ютерному класі, так і для дистанційної форми навчання.

В роботах 1, 2 розкривається термін “живі сторінки”. Мова йде про програми, які даватимуть хід розв'язання будь-яких типових задач на запит користувача. Перспективність цієї технології відмічається в 3.

Отже, робота вказаного комплексу базуватиметься на програмах, що здатні відтворити алгоритми символічних перетворень. Природно, що такий комплекс повинен розроблятися в середовищі пакета символічної математики. Як одна з альтернатив для цього може бути вибраний пакет *Maple*. Пошук інших альтернатив можна почати зі знайомства з сайтом 4.

Метою цієї статті є аналіз можливостей додатка *Maple* для створення та використання навчально-контролюючого комплексу.

Для створення електронних підручників *Maple* цілком може замінити текстовий редактор. Цей додаток має зручні засоби структуризації матеріала: розбивка на секції та підсекції з довільним рівнем вкладеності (рис. 1). Гіпертекстові посилання призначені для посилання на інші робочі листи (файли). Документи *Maple* можуть зберігатися в різних форматах: *html*, *rtf*. В 6 запропонована технологія і процедури, що дозволяють підвищити якість *html*-документів, що створюються стандарними засобами пакета *Maple*. Звісно, в *Maple* реалізовано звичайний арсенал будь-якого текстового редактора. Але головним є можливість отримання розв'язку практично будь-якої задачі зі втузівського курсу вищої математики.

В якості ілюстрації пропонується програма розв'язання диференціального рівняння з відокремлюваними змінними (рис. 2).

Наведена програма так само, як і програма, наведена в 1, працює в демо-версії *Maple V R4*. Програма коректно працює практично з усіма диференціальними рівняннями, приведеними в популярних підручниках і збірниках задач з вищої математики для технічних університетів. Для

навчальних цілей це може виявитися цілком достатнім.

Заслужовує уваги той факт, що остаточна відповідь, яку дає наведена програма нерідко є більш компактнішою, ніж розв'язок, який дає стандартна команда *dsolve*.

В прикладі, наведеному на рис. 2, остаточна відповідь для одного із розв'язків має вигляд:

The screenshot shows a Maple document interface with a table of contents. The first section is '1 Матриці' (Matrices), which includes sub-sections: '1.1 Поняття матриці' (Concepts of matrices), '1.2 Види матриць' (Types of matrices), '1.3 Дії над матрицями' (Operations on matrices), and '1.4 Матрична форма запису системи лінійних рівнянь' (Matrix form of a system of linear equations). Under '1.3 Дії над матрицями', there is a sub-section '1.3.1. Множення матриці на число або числа на матрицю - результатом є матриця, елементами якої є добутки елементів даної матриці на це число.' (Multiplication of a matrix by a scalar or scalars by a matrix - the result is a matrix, the elements of which are the products of the elements of the given matrix by this scalar). The second section is '2 Визначники' (Determinants), which includes sub-sections: '2.1 Поняття визначника матриці другого порядку' (Concepts of the determinant of a second-order matrix), '2.2 Властивості визначника матриці другого порядку' (Properties of the determinant of a second-order matrix), '2.3 Поняття та властивості визначника матриці третього порядку' (Concepts and properties of the determinant of a third-order matrix), '2.4 Перевірка властивостей визначника' (Checking the properties of the determinant), '2.5 Обчислення визначника за теоремою розкладання' (Calculation of the determinant by the expansion theorem), and '2.6 Теорема про анулювання' (Theorem on annihilation).

Рис. 1. Структуризація Maple – документів 5

$$2\sqrt{y} = \frac{2}{3}x^{\left(\frac{3}{2}\right)}\sqrt{k} + C$$

Аналогічна відповідь, здобута за допомогою стандартної команди *dsolve* повної версії *Maple V R4* має вигляд:

$$\frac{2}{3} \frac{(k y(x) x)^{(3/2)}}{k y(x)^{(3/2)}} + 2\sqrt{y(x)} - \frac{\sqrt{k y(x) x} \ln(y(x)) x}{\sqrt{y(x)} \sqrt{k x}} + \frac{(k y(x) x)^{(3/2)} \ln(y(x))}{y(x)^{(3/2)} (k x)^{(3/2)} k} = -C1$$

Відповідь, яку дає Maple 7, має вигляд

$$y(x) = \frac{1}{9} \frac{(2 k - C1 x^2 + 2 \sqrt{-C1 k x}) x - C1 x^3 k + 1}{-C1}$$

Maple 9:

$$y(x) = - \frac{(-2 _CI x^2 k + 2 \sqrt{_CI k x}) x + _CI k x^3 - 1}{9 _CI}$$

Важливим є не просто компактність остаточної відповіді, а збіг її вигляду з тим виразом, який отримує студент, дотримуючись типового алгоритму.

```

Maple V Release 4 - [SeparEq_R4_Ukr.mws - Demo Edition]
File Edit View Insert Format Options Window Help
[ Розв'язати диференціальне рівняння з відокремленими змінними:
DEMO > restart:
diff(y(x),x)^2=k*y(x)*x: # Вихідне рівняння
odel:="":odel;

      (∂/∂x y(x))^2 = k y(x) x

[ Розв'язання:
[ Розв'яжемо рівняння відносно похідної:
DEMO > fxy:=solve(odel,diff(y(x),x)): #Розв'язанн_р_івн_нн_
map(x -> x, [fxy]):sxn:=nops("):
if sxn>1 then
    print(`Дане р_івн_нн_ розпадаєтьс_ на декілька р_івн_нь:`);
    for kj from 1 to sxn do
        print(dy/dx=fxy[kj])
    od;
    fxy:=fxy[1]:
    print(`Далі буде розгл_нуто таке р_івн_нн_`);
fi:
if (has type(fxy, integer^anything) or hasfun(fxy,exp,[x,y])) then
    if type(fxy,`*`) then xyl:=1:
        for k from 1 to nops(fxy) do
            xyl:=xyl*expand(op(k,fxy))
        od;fxy:=xyl
    elif type(fxy,``) or type(fxy,function) then fxy:=expand(fxy)
fi:fi:

```

Рис. 2. Програма для отримання ходу розв'язання диференціального рівняння з відокремленими змінними

В режимі навчання програми, що подібні наведеній, дозволяють студенту відворити весь хід розв'язання будь-яких типових задач вищої математики за стандартними алгоритмами. Умови задач студент може отримувати за допомогою блоку генерації задач, або з інших доступних джерел. Унікальною особливістю комплексу є те, що студент має змогу познайомитись не тільки з довільною кількістю типових задач, а й змінювати умови задачі під свої особисті питання. В результаті з'являється новий ефект в навчанні: студент сам собі задає питання і сам отримує відповідь на нього. Природно, що у кожного студента виникають «свої питання», чого не в змозі врахувати будь-який статичний підручник.

При роботі комплексу в режимі контролю повинен бути відключений доступ студентів до всіх програм, що дають хід розв'язання типових задач. Але ці програми використовуються для перевірки відповідей, які пропонуються студентом. Причому потужні засоби *Maple* з успіхом виконують операції ідентифікації різних форм відповідей. При цьому перевірка може здійснюватися не тільки за остаточною відповіддю, а й за ключовими проміжними результатами. Для розглянутого прикладу такими результатами можуть бути класифікація рівняння та диференціальне рівняння з відокремленими змінними, кожний із знайдених інтегралів. Такий контроль буде повнішим, а значить і об'єктивнішим. Студент, який зробив помилку, при знаходженні одного із інтегралів, або в несуттєвих перетвореннях остаточної виразу, і, таким чином, отримав невірну остаточною відповідь, може отримати високу позитивну оцінку, якщо всі проміжні результати отримано правильними.

Безумовно, одним із серйозних недоліків аналізованого проекту навчально-контрольного комплексу, що аналізується, є надзвичайна трудомісткість його створення. Але для використання комплексу зовсім не обов'язково чекати його повної готовності. Автор уже декілька років з успіхом використовує створені елементи комплексу (процедури) для проведення лабораторних та практичних робіт, організації самостійної роботи студентів, генерування типових розрахункових завдань.

Оскільки ліцензійна версія пакета *Maple*, навіть для навчальних закладів, дуже дорога, для масового використання підготовлених програм пропонується *DEMO* версія *Maple*, інсталяційний пакет, якої займає 2 Мб.

```

Maple V Release 4 - [SeparEq_R4_Ukr.mws - Demo Edition]
File Edit View Insert Format Options Window Help
dy/dx=fxy; #Виведенн_ результату на дисплей
fxy:=factor(fxy):
DEMO >
Дане рівн_нн_ розпадаєтьс_ на декілька рівн_нь:

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{k y(x) x}$$


$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{k y(x) x}$$

Далі буде розгл_нуто таке рівн_нн_

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{k y(x) x}$$

[ або
DEMO > fxy:=subs(y(x)=y, fxy):
dy/dx=fxy;

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{k y x}$$

[ Розділимо змінні
DEMO > if not has(fxy,y) then f2y:=1;flx:=fxy
elif not has(fxy,x) then f2y:=fxy;flx:=1
else
if hastype( fxy, radical ) and not type(fxy,`+`) then
if remove(hastype,fxy,radical)=fxy then if type(op(1,fxy),`*`) then
mul((op(i,op(1,fxy)))^(op(2, fxy))), i=1..nops(op(1, fxy)));fxy:=" fi;
else

```

Рис. 2. (продовження)

```

Maple V Release 4 - [SeparEq_R4_Ukr.mws - Demo Edition]
File Edit View Insert Format Options Window Help
ST:=select(hastype, fxy, radical);
if type(op(1,ST),`*`) then
remove(hastype, fxy, radical)*mul((op(i,op(1,ST)))^(op(2,ST))),
i=1..nops(op(1,ST));fxy:=" fi;
fi;fi;
f2y:=select(has, fxy, y):#Виділенн_ із правої частини функцій, _кі
утримують `y`
flx:=remove(has, fxy, y):#Вилученн_ із правої частини функцій, _кі
утримують `y`
f2y:=`if`(f2y=NULL,1,f2y):#_кщо в правій частині відсутній `y`, то
f2y=1
fi:
#Блок перевірки на відповідність типу ДР з відокремлюваними змінними
#*****
*
if type(fxy,`+`) and has(fxy,x)*has(fxy,y)=true^2 then
print(`Невідповідність типу.`);
elif type(f2y,string)*type(flx,string)=string^2 then
print(`Невідповідність типу диференціального
рівн_нн_`);
elif has(f2y,x)*has(flx,y)=false^2
then
(1/f2y)*dy=flx*dx;#Виведенн_ ДР з відокремлюваними змінними
на дисплей
else
print(`Невідповідність типу диференціального рівн_нн_`);

```

Рис. 2. (продовження)

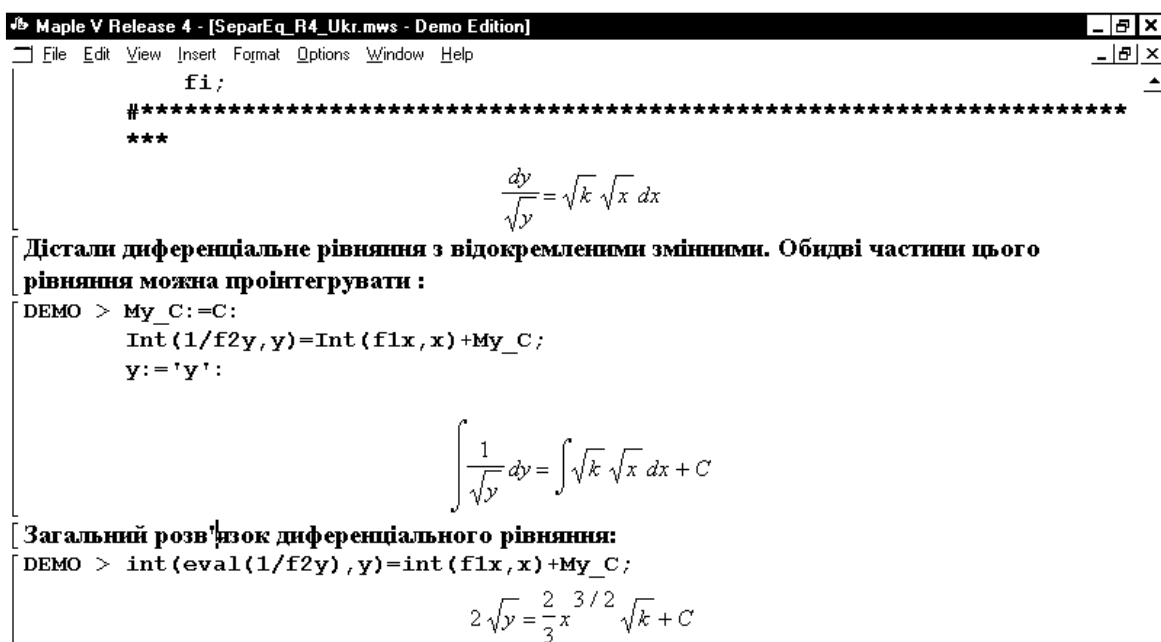


Рис. 2. (продовження)

Автором розроблена технологія, яка дозволяє "обійти" цілий ряд суттєвих обмежень DEMO версії. Важливо, що програми, подібні, до наведеної, не тільки розширюють функціональність ліцензійної версії, а й в цілому ряді випадків значно послаблюють обмеження DEMO версії. Наприклад, в DEMO версії заблокована стандартна команда *dsolve* для здобуття символьного розв'язку диференціального рівняння.

Висновки

1. Пакет символьної математики є зручним середовищем для створення навчально-контролюючого
2. Створенням нових елементів комплексу та вдосконаленням існуючих повинно відбуватися паралельно з використанням наявних елементів.
3. Массове використання студентами указаних елементів на сьогодні можливе з застосуванням DEMO версії Maple.
4. По наближеним оцінкам, на створення першої версії повнофункціонального комплексу потрібно декілька років. Є підстави сподіватись, що на той час і цінова політика на математичні пакети буде менш жорсткою, зокрема, для вітчизняних університетів.

Список літератури

1. Михалеви́ч В.М. Реалізація технології "живих сторінок" в Maple, MathCad, Excel // Вісник ВПІ. – 2004. – № 3. – С. 90-95.
2. Mikhalevich V. "Development of Electronic Courses in Maple Environment on a Process Engineering of a "Live Pages". // "Інтернет – Освіта - Наука - 2004", четверта міжнародна конференція ІОН – 2004, 28 вересня – 16 жовтня, 2004 р. Збірник матеріалів конференції. Том 1. – Вінниця: Універсум-Вінниця, 2004. – С.31-34.
3. Мокін Б.І., Мокін В.Б., Мокіна О.О. Концепція створення дистанційної форми навчання в магістратурі Вінницького національного технічного університету // Вісник ВПІ. – 2004. – № 1. – С. 108-115.
4. <http://www.exponenta.ru/>
5. Михалеви́ч В. М. Maple. Комп'ютерна підтримка курсу вищої математики в технічному вузі. Частина I. Лінійна й векторна алгебра. Аналітична геометрія. Навчальний посібник. - Вінниця: ВНТУ, 2004. - 111 с.
6. Аладьев В.З. Эффективная работа в Maple 6/7 – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002. – 336 с.
7. Мокін Б.І., Мокін В.Б., Мокіна О.О. Технологія швидкої підготовки лекцій для дистанційної форми навчання // Вісник ВПІ. – 2004. – № 2. – С. 89-94.

Михалеви́ч Володимир Маркусови́ч, доктор технічних наук, професор зав. кафедри прикладної математики ВНТУ. Тел. (8-0432) 44-05-94, E-Mail: mikhal@svitonline.com