УДК 517.977

В. М. Михалевич, д.т.н.,проф.; В. О. Краєвський, к.т.н.

ОПТИМІЗАЦІЯ РОЗПОДІЛУ СИЛ СПОРТСМЕНА ВЗДОВЖ ДИСТАНЦІЇ

Для оптимізації розподілу сил спортсмена для забезпечення найкращого результату, сформульовано таку задачу: визначити закон зміни швидкості руху спортсмена $v = v(\tau)$ при якому за заданий час t_* він зможе подолати найдовшу дистанцію S. Математично, із врахуванням квазілінійної моделі стомлюваності спортсмена на середніх та довгих дистанціях та степеневої апроксимації кривої стаціонарної дії $t_{*c} = t_{*c}(v)$, ми отримали варіаційну задачу ізопериметричного типу (τ – час; a, n – параметри спортсмена)

$$S = \int_0^{t_*} v(\tau)\, d\tau \to \max, \qquad \frac{n}{a^n} \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^{n-1} v(\tau)\, d\tau = 1. \tag{1}$$

Її розв'язок зводиться до знаходження екстремалі функціонала $\int_0^{t_*} \left(v(\tau) + \lambda \left((t_* - \tau)^{n-1} v(\tau) \right) \right) d\tau$, необхідною умовою існування якої є рівняння Ейлера $\lambda = -(t-\tau)^{1-n} = const$. Розв'язків цього рівняння при $n \neq 1$ не існує, а, отже, і варіаційна задача в постановці (1), також не має розв'язків. Аналіз задачі (1) показав, що при використанні схеми руху спортсмена із пониженням швидкості можлива ситуація, коли параметр $\Psi(\tau)$, який характеризує міру виснаження спортсмена, під час руху перевищує одиницю, що суперечить фізичному змісту. Тому в постановку задачі (1) потрібно ввести додаткову умову

$$\frac{n}{a^n} \int_0^{t} (t - \tau)^{n-1} v(\tau)\, d\tau \le 1, \ \forall t \in (0, t_*). \tag{2}$$

Розв'язати задачу (1) із врахуванням умови (2) не вдалось у зв'язку із тим, що (2) еквівалентно нескінченній кількості умов, які формують поверхню можливих значень. Тому розв'язок шукався у множині кусково-сталих функцій. Зокрема для випадку двохступеневої зміни швидкості спортсмена $v(\tau) = \begin{cases} v_1, 0 \le \tau \le t_1; \\ v_2, t_1 < \tau \le t, \end{cases}$ задача (1) із врахуванням умови (2) зведена до задачі нелінійного програмування

$$S = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot (t_* - t_1) \to \max; \qquad \frac{n}{a^n} \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^{n-1} v(\tau)\, d\tau = 1;\ t_1 \le a v_1^{-\frac{1}{n}}, \tag{3}$$

в якій цільова функція залежить від трьох невідомих v_1, v_2, t_1. Розв'язок цієї задачі зводиться до розв’язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dv_1} \left\{ a v_1^{1-\frac{1}{n}} + \left[a^n - v_1 \left(t_*^n - \left(t_* - a v_1^{-\frac{1}{n}} \right)^n \right) \right] \cdot \left(t_* - a v_1^{-\frac{1}{n}} \right)^{1-n} \right\} = 0; \\ v_2 = \left[a^n - v_1 \left(t_*^n - \left(t_* - a v_1^{-\frac{1}{n}} \right)^n \right) \right] \Big/ \left(t_* - a v_1^{-\frac{1}{n}} \right)^n;\ t_1 = a v_1^{-\frac{1}{n}}. \end{cases} \tag{4}$$

Аналогічно було розв'язано задачу (1) і для випадку трьохступеневої схеми зміни швидкості. При цьому із збільшенням кількості ступенів S_* також збільшується. Надалі планується розглянути випадок n-ступеневої схеми зміни швидкості, а також інших окремих класів функцій, що описують зміну швидкості вздовж дистанції.