

**Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний технічний університет**

В. А. Петрук, Г.Г.Кашканова, І. В. Хом'юк

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

ЧАСТИНА I

Міністерство освіти і науки України
Вінницький державний технічний університет

В. А. Петрук, Г.Г.Кашканова, І. В. Хом'юк

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

ЧАСТИНА I

Навчальний посібник

Затверджено Ученою радою Вінницького державного технічного університету як навчальний посібник для студентів усіх спеціальностей
Протокол № 9 від 27 квітня 2001р.

Вінниця ВДТУ - 2001

УДК 51/077
П 31

Рецензенти:

І.В. Кузьмін, доктор технічних наук, професор

В.Л. Карпенко, кандидат фізико-математичних наук, професор

В.А. Найко, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Рекомендовано до видання Ученою радою Вінницького державного технічного університету Міністерства освіти і науки України.

Петрук В.А., Кашканова Г.Г., Хом'юк І.В.

Х 76 Збірник завдань з вищої математики. Частина 1. Навчальний посібник для студентів усіх спеціальностей. – Вінниця: ВДТУ, 2001. - 110 с.

В навчальному посібнику подано теоретичні відомості з тем вищої математики: лінійна та векторна алгебра, аналітична геометрія, вступ до математичного аналізу, диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної в вигляді означень, теорем, властивостей. Розглянуті розв'язки прикладів з кожної теми, надається 30 варіантів з кожної теми для самостійного розв'язування. З теми «Лінійна алгебра» подані задачі для ігрових занять.

Розрахований на студентів технічних вузів усіх форм навчання та спеціальностей.

УДК 51/077

© В. Петрук, Г. Кашканова, І.Хом'юк 2001

Зміст

ВСТУП.....	4
1. Розділ I. Лінійна алгебра.....	5
2. Розділ II. Векторна алгебра.....	18
3. Розділ III. Аналітична геометрія.....	28
4. Розділ IV. Вступ до математичного аналізу.....	35
5. Розділ V. Похідна.....	46
6. Розділ VI. Невизначений інтеграл.....	54
4. Задачі для самостійного розв'язування	
1) Лінійна алгебра.....	64
2) Векторна алгебра.....	74
3) Аналітична геометрія.....	86
4) Вступ до математичного аналізу.....	92
5) Похідна.....	97
6) Невизначений інтеграл.....	100
5. Література.....	110

ВСТУП

Даний навчальний посібник містить в собі відомості з тем вищої математики: “Лінійна алгебра”, “Векторна алгебра”, “Аналітична геометрія”, “Вступ до математичного аналізу”, “Похідна”, “Невизначений інтеграл”, які вивчаються студентами технічних вузів на I курсі навчання. Висвітлені в посібнику теоретичні відомості можна вважати скороченим курсом лекцій. Ці відомості підтверджуються прикладами. Після теоретичної частини в навчальному посібнику подано 30 варіантів для самостійної роботи студентів з кожної теми. Кількість розрахована на одну академічну групу. Якщо в групі більше студентів і викладач бажає видати всім різні варіанти, це можна зробити використовуючи літери прізвища, які відповідають алфавіту, поділеному на частини з номерами від 1 до 30 або скорелювати набір випадкових чисел. Наприклад, Іванов – 2, 8, 6, 5, 1, 4, 3; Петров – 30, 1, 8, 6, 25, 4, 17 і т. д.

Навчальний посібник можна використовувати як для підготовки до колоквіумів, практичних занять з поданих тем, так і для типових розрахунків, контрольних домашніх робіт для студентів заочної форми навчання.

Тема “Лінійна алгебра ” має завдання для ігрових занять, які можна проводити на перших практичних заняттях з цієї теми.

1 ЛІНІЙНА АЛГЕБРА

1.1 Матриці та дії над ними

Означення 1. *Матрицею* розміру $m \times n$ називається прямокутна таблиця, що складається з m рядків і n стовпців:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

або $A = (a_{ij})$, де a_{ij} – елементи матриці A , $i = \overline{1, m}$ $j = \overline{1, n}$.

Матриці позначаються великими літерами латинського алфавіту: A, B, C . Елементи матриць – a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} . Крім позначення матриці дужками $()$ зустрічаються також позначення $[]$, або $\| \|$.

Матриці називаються **рівними**, якщо рівні їх розміри та відповідні елементи: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Матрицю розміру $m \times 1$ називають **матриця-стовпчик**, а $1 \times n$ – **матриця-рядок**.

2. Матриця розміру $n \times n$ називається **квадратною матрицею**, де n – порядок матриці: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$.

Елементи квадратної матриці $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{nn}$ (розташовані з лівого верхнього кута до правого нижнього) утворюють **головну діагональ матриці**, а елементи розташовані вздовж діагоналі з нижнього лівого кута до верхнього правого утворюють **побічну діагональ**.

3. Квадратна матриця, елементи якої, крім тих, що знаходяться на головній діагоналі, нулі, називається **діагональною**: $A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & a_{22} \end{pmatrix}$.

4. Діагональна матриця виду: $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ називається **одиничною**.

5. Матриця розміру $m \times n$ називається **нульовою**, якщо всі її елементи дорівнюють нулю: $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Множення матриці на число

Означення 2. Добутком довільної матриці A на число α називається матриця того ж розміру, елементи якої дорівнюють добутку числа α на відповідні елементи матриці:

$$A \cdot \alpha = \alpha \cdot A = \alpha \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Приклад 1. $2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 10 & 14 \end{pmatrix}.$

Алгебраїчна сума матриць

Означення 3. Сумою двох матриць одного і того ж розміру називається матриця того ж розміру, елементи якої дорівнюють сумі відповідних елементів матриць, що додаються.

$$A = (a_{ij})_{m \times n}, \quad B = (b_{ij})_{m \times n} : \quad A + B = (a_{ij} + b_{ij})_{m \times n}.$$

Приклад 2. Знайти суму матриць $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$ та $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}_{2 \times 3}.$

Розв'язання. $A + B = \begin{pmatrix} 3 & -0 & 2 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}_{2 \times 3}.$

Приклад 3. Два заводи випускають вироби М, N, Р вищої, першої, другої категорій якості. Кількість виробів, випущених кожним заводом за кожною категорією, задано таблицею:

Категорія якості	Готові вироби, випущені					
	I завод			II завод		
	М	N	Р	М	N	Р
Вища	2	12	8	3	2	5
Перша	14	1	16	2	8	6
Друга	0	4	20	5	10	2

Знайти загальний випуск виробів за вказаними категоріями якості.

Розв'язання. Кількість виробів, випущених першим заводом, можна розглядати як елементи матриці А, другим заводом – як матриці В. Тобто загальну кількість виробів за вказаними категоріями можна розглядати як елементи матриці С, тоді:

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 150 & 40 & 320 \\ 100 & 130 & 175 \\ 25 & 15 & 20 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 280 & 300 & 450 \\ 120 & 150 & 170 \\ 30 & 20 & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 430 & 340 & 770 \\ 220 & 280 & 345 \\ 55 & 35 & 38 \end{pmatrix}$$

Література:

1. Бугров Я.С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии – М.: Наука, 1980. – 175с.
2. Бугров Я.С., Никольский С.М. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.: Наука, 1980. – 428с.
3. Овчинников П.Ф., Михайленко В.М. Высшая математика. – К.: Вища школа, 1989. – 679с.
4. Волков Ю.І., Найко В.Д. Лінійна алгебра. – Вінниця: ВПІ, 1990. – 92с.
5. Ефимов А.В., Демидович Б.П. Сборник задач по математике для втузов, ч.1. – М.: Наука, 1990.
6. Ефимов А.В., Демидович Б.П. Сборник задач по математике для втузов, ч.2. – М.: Наука, 1990. – 126 с.

Навчальне видання
Петрук В. А., Кашканова Г.Г., Хом'юк І. В.

ЗБІРНИК ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

ЧАСТИНА І

Навчальний посібник

Оригінал-макет підготовлено авторами

Редактор С.А. Малішевська

Підписано до друку
Формат $29,7 \times 42 \frac{1}{4}$

Гарнітура Times New Roman

Друк різнографічний
Тираж 100 прим.
Зам. №

Ум. друк. арк. 6,27

Віддруковано в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі
Вінницького державного технічного університету
21021, м.Вінниця, Хмельницьке шосе, 95, ВДТУ, ГНК, 9-й поверх
Тел. (0432) 44-01-59