УДК 621.313.333

О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко, В. Ю. Кучерук

МЕТОД ФУНКЦІЙ ЧУТЛИВОСТІ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ДІАГНОСТИЧНИХ ОЗНАК ТЕХНІЧНОГО СТАНУ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ

The method of sensitivity functions formation of diagnostic attributes of electromechanical systems in a mode of self-retardation is described. It is received characteristics of sensitivity functions, the deviation characteristic of the moment of resistance, the inertia moment, the starting moment, and also characteristics of their relative deviation are received.

Розглянуто метод функцій чутливості для формування діагностичних ознак технічного стану електромеханічних систем. Отримано характеристики функцій чутливості, відхилення характеристик моменту опору, моменту інерції пускового моменту, а також характеристики похибок відносного відхилення.

Вступ. Однією з найважливіших задач дослідження математичних моделей механічних частин є формування технічного стану електромеханічних систем (ЕМС) за діагностичними параметрами та оцінка їх ефективності. Такими основними діагностичними параметрами можуть бути моменти інерції, опору та пусковий. Розв'язання цієї задачі дозволяє відповісти на питання про можливість формувати діагностичні ознаки технічного стану ЕМС за відхилення цих параметрів від норми.

Аналіз досліджень та публікацій. Таку задачу про формування діагностичних ознак за моментами інерції та опору не розглядали. Відомі лише роботи, де проідентифіковані електричні параметри з використанням функцій чутливості [2, 3]. Розв'язання цієї задачі важливе для побудови ефективних алгоритмів формування діагностичних ознак у разі виникнення дефектів у механічній частині ЕМС.

Формування цілей статті. З огляду на вищесказане мета статті – розробити математичний апарат для формування діагностичних ознак технічного стану ЕМС за перерахованими параметрами з використанням теорії чутливості.

Основна частина. ЕМС характеризуються зміною моменту опору механізму M_0 у часі. Такі навантаження є типовими для ЕМС, в яких двигуни обертаються за допомогою підшипниково-шатунних механізмів, і систем, які часто вмикаються та вимикаються. Ці навантаження підпорядковані, як правило, статичним закономірностям і їх можна описати детермінованими часовими залежностями лише наближено.

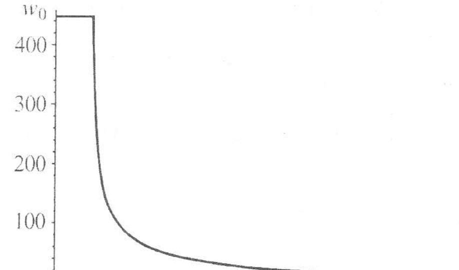

Рис. 1. Процес самогальмування АД.

Зміну моменту ЕМС $M(t)$, коли заданий моменту опору $M_0(t)$, можна визначити на основі рівняння руху жорсткої механічної системи:

$$M(t) = M_0(t) + J\, d\omega_r(t)/dt\,, \qquad (1)$$

де ω_r – кутова швидкість обертання ротора.

Розглянемо формування діагностичних ознак під час самогальмування, тобто після закінчення перехідного процесу асинхронний двигун (АД) вимикається і вимірюється кутова швидкість $\omega(t)$ (рис. 1). Електромагнітний момент $M(t)$ дорів-

© О. М. Васілевський, В. О. Поджаренко, В. Ю. Кучерук, 2004

нює нулю. Після повної зупинки ЕМС визначають моменти інерції J та опору M_0 (діагностичні параметри), які порівнюють із допустимими межами їх зміни, в результаті чого формують діагностичні ознаки технічного стану ЕМС (знаходяться вони в допустимих межах чи відхиляються від них). Тому рівняння (1) у режимі самогальмування таке

$$J\, d\omega_r(t)/dt = -M_0(\omega_r)\,. \tag{2}$$

Момент опору $M_0(\omega_r)$ під час самогальмування в широкому діапазоні кутових швидкостей пов'язаний із ω_r залежністю [1]

$$M_0(\omega_r) = \mathrm{sign}(\omega_r)\left[M_n + (M_{0н} - M_n)\left(\omega_r/\omega_0\right)^2\right], \tag{3}$$

де M_n – пусковий момент ЕМС; $M_{0н}$ – момент опору за номінального навантаження; ω_0 – кутова швидкість, за якої починається самогальмування.

Для формування діагностичних ознак технічного стану ЕМС під час самогальмування використаємо функції чутливості [1, 2]:

$$\partial U(t)/\partial t = \partial F/\partial W \cdot U(t) + \partial F/\partial A\,, \tag{4}$$

де W – вектор стану діагностичних параметрів; F – вектор правої частини досліджуваного рівняння; A – вектор зовнішніх дестабілізуючих факторів; U – матриця функції чутливості.

Наведемо вихідну математичну модель самогальмування ЕМС у формі

$$\frac{\partial W}{\partial t} = F(W, A, t)\,. \tag{5}$$

Діагностичні параметри запишемо у вигляді векторів W і A:

$$W = (\omega_r)^T, \quad A = (J; M_{0н}; M_n)^T. \tag{6}$$

Рівняння (6) із урахуванням формул (2) та (3) набуде вигляду

$$d\omega_r(t)/dt = -\omega_r(t)/J\left[M_n + (M_{0н} - M_n)\left(\omega_r/\omega_0\right)^2\right]. \tag{7}$$

Після необхідних математичних перетворень визначимо частинні похідні $\frac{\partial F}{\partial W}$ та $\frac{\partial F}{\partial A}$, розв'язок яких матиме такий вигляд:

$$\partial F/\partial W = -2\omega_r^2(M_{0н} - M_n)\Big/\left(J\omega_0^2\right) - \left(M_n + \omega_r^2(M_{0н} - M_n)/\omega_0^2\right)\Big/J\,; \tag{8}$$

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\omega_r\left(1 - \dfrac{\omega_r^2}{\omega_0^2}\right)}{J} \\ -\dfrac{\omega_r^3}{J\omega_0^2} \\ \dfrac{\omega_r\left(M_n + \dfrac{\omega_r^2(M_{0н} - M_n)}{\omega_0^2}\right)}{J^2} \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Підставивши отримані частинні похідні (8) і (9) у рівняння функції чутливості (3), отримаємо вирази для розрахунку функцій чутливості:

$$\frac{\partial u_{11}}{\partial t}=\left(-\frac{2\omega_r{}^2(M_{0н}-M_n)}{J\omega_0{}^2}-\frac{M_n+\dfrac{\omega_r^2(M_{0н}-M_n)}{\omega_0^2}}{J}\right)u_{11}-\frac{\omega_r\left(1-\dfrac{\omega_r^2}{\omega_0^2}\right)}{J}; \tag{10}$$

$$\frac{\partial u_{12}}{\partial t}=\left(-\frac{2\omega_r{}^2(M_{0н}-M_n)}{J\omega_0{}^2}-\frac{M_n+\dfrac{\omega_r^2(M_{0н}-M_n)}{\omega_0^2}}{J}\right)u_{12}-\frac{\omega_r^3}{J\omega_0^2}; \tag{11}$$

$$\frac{\partial u_{13}}{\partial t}=\left(-\frac{2\omega_r{}^2(M_{0н}-M_n)}{J\omega_0{}^2}-\frac{M_n+\dfrac{\omega_r^2(M_{0н}-M_n)}{\omega_0^2}}{J}\right)u_{13}+\frac{\omega_r\left(M_n+\dfrac{\omega_r^2(M_{0н}-M_n)}{\omega_0^2}\right)}{J^2}. \tag{12}$$

Спільний розв'язок чисельними методами рівнянь (7), (10)–(12) дозволяє отримати аналітичний розв'язок функцій чутливості $u_{11}(t)$, $u_{12}(t)$ і $u_{13}(t)$ за початкової умови $U(t_0)=\omega_0$:

$$u_{11}(t)=\frac{M_n\left(3\omega_r^2\omega_0-\omega_0^3\right)-3M_{0н}\omega_r^2\omega_0+\omega_r^3-\omega_r\omega_0^2}{M_n\left(3\omega_r^2-\omega_0^2\right)-3M_{0н}\omega_r^2}\cdot e^{\left(\frac{\left(-M_n\omega_0^2-3M_{0н}\omega_r^2+3M_n\omega_r^2\right)t}{J\omega_0^2}\right)}-$$

$$-\frac{\omega_r\left(-\omega_0^2+\omega_r^2\right)}{M_n\left(3\omega_r^2-\omega_0^2\right)-3M_{0н}\omega_r^2}; \tag{13}$$

$$u_{12}(t)=\frac{\omega_r^3}{M_n(3\omega_r^2-\omega_0^3)-3M_{0н}\omega_r^2}+$$

$$+\frac{M_n(3\omega_r^2\omega_0-\omega_0^3)-3M_{0н}\omega_r^2\omega_0-\omega_r^3}{M_n(3\omega_r^2-\omega_0^3)-3M_{0н}\omega_r^2}\cdot e^{\left(\frac{\left(-M_n\omega_0^2-3M_{0н}\omega_r^2+3M_n\omega_r^2\right)t}{J\omega_0^2}\right)}; \tag{14}$$

$$u_{13}(t)=\frac{\omega_r\left(M_n(\omega_r^2-\omega_0^2)-M_{0н}\omega_r^2\right)}{J\left(M_n(3\omega_r^2-\omega_0^3)-3M_{0н}\omega_r^2\right)}-$$

$$-\frac{\left[M_n(\omega_r^3+J\omega_0^3-3J\omega_r^2\omega_0-\omega_r\omega_0^2)+M_{0н}(3J\omega_r^2\omega_0-\omega_r^3)\right]e^{\left(\frac{\left(-M_n\omega_0^2-3M_{0н}\omega_r^2+3M_n\omega_r^2\right)t}{J\omega_0^2}\right)}}{J\left(M_n(3\omega_r^2-\omega_0^3)-3M_{0н}\omega_r^2\right)}. \tag{15}$$

Графічно функції чутливості $u_{11}(t)$, $u_{12}(t)$ та $u_{13}(t)$ за номінальних діагностичних параметрів $J_n = 0{,}038$ (кГ·м^2), $M_{0н} = 2$ (Н·м) та $M_{0н} = 15{,}38$ (Н·м) для ЕМС типу 4А50 в режимі самогальмування на різних кутових швидкостях $\omega_{01} = 150$ рад/с, $\omega_{02} = 250$ рад/с, $\omega_{03} = 350$ рад/с та $\omega_{04} = 450$ рад/с подано на рис. 2.

Розглянемо режим самогальмування у вигляді диференціального рівняння (4), де одновимірний вектор сталих параметрів A визначимо, як в (6). Тоді задача ідентифікації діагностичних ознак за допомогою функцій чутливості полягатиме в знаходженні значень вектора A під час діагностики неповного вектора стану W.

Для i-ї компоненти вектора W з достатньою точністю можна прийняти:

$$W_i(t) = W_i^{н}(t) + \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t) q_j \ , \tag{16}$$

де $W_i^{н}(t)$ – рух системи (4), що обумовлений номінальними значеннями параметрів $A^{н}$; $u_{ij}(t)$ – функція чутливості координати $W_i(t)$ до зміни параметра A_i; l – розрядність вектора A:

$$q = A^{н} - A \,. \tag{17}$$

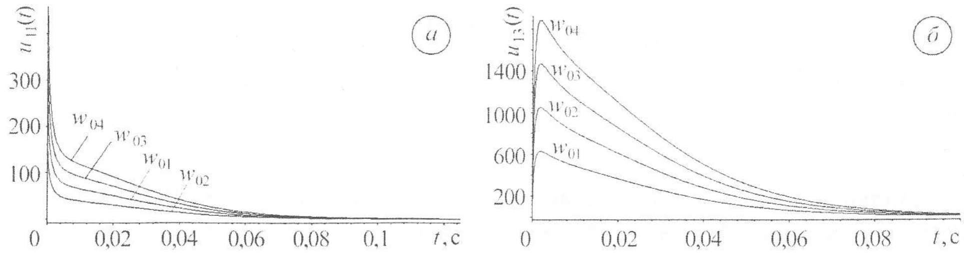

Рис. 2. Функції чутливості $u_{11}(t)$, $u_{12}(t)$ (a) і $u_{13}(t)$ ($б$) за номінальних параметрів ЕМС.

Функції чутливості $u_{ij}(t)$ визначимо із рівняння

$$\frac{\partial u_{ij}(t)}{\partial t} = \sum_{m=1}^{n} \left(\frac{\partial F_i}{\partial W_m} \right)^{н} u_{mj}(t) + \left(\frac{\partial F_i}{\partial A_j} \right)^{н}, \quad u_{ij}(t_0) = \omega_0 \,. \tag{18}$$

У матричній формі рівняння (7), (18) матимуть вигляд

$$W(t) = W^{н}(t) + u(t) q \ ; \tag{19}$$

$$\frac{\partial u(t)}{\partial t} = \frac{\partial F}{\partial W} u(t) + \frac{\partial F}{\partial A}, \quad u(t_0) = \omega_0 \,. \tag{20}$$

Номінальний рух $W^{н}(t)$ визначаємо з виразу

$$\frac{\partial W^{н}}{\partial t} = F(W^{н}, A^{н}, t), W^{н}(t_0) = \omega_0 \,. \tag{21}$$

Розв'язуючи рівняння (20) і (21), розраховуємо номінальний рух $W^{н}(t)$ і матрицю чутливостей $u(t)$. Далі на основі даних про $W^{н}(t)$, $u(t)$ і результатів спостережень $W(t)$ – невідомі значення всіх компонентів вектора q.

Номінальне значення кутової швидкості є розв'язком диференціального рівняння (7) за номінально допустимих параметрів у режимі самогальмування:

$$\omega_r^{н}(t) = \omega_0 \sqrt{M_n \left(M_n - M_{0н} + M_{0н} e^{\left(\frac{2M_н}{J} t \right)} \right)} \Bigg/ \left(M_n - M_{0н} + M_{0н} e^{\left(\frac{2M_н}{J} t \right)} \right). \tag{22}$$

Використаємо квадратичний критерій якості формування діагностичних параметрів

$$Q = \sum_{i=1}^{r} \left(W_i(t) - W_i^{н}(t) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t) q_j \right)^2 \tag{23}$$

і необхідну умову мінімуму Q

$$\frac{dQ}{dq_m} = 2\sum_{i=1}^{s}\sum_{m=1}^{r}\left(W_i(t) - W_i^{н}(t) - \sum_{j=1}^{l} u_{ij}(t)q_j\right)u_{im}(t) = 0\,, \tag{24}$$

де $m = 1, 2, ..., l$; s – кількість діагностичних параметрів, що забезпечують можливість знаходження всіх компонент вектора q із системи лінійних рівнянь

$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{l}\left(\sum_{m=1}^{r} u_{ij}(t)u_{im}(t)\right)q_j = \sum_{i=1}^{s}\sum_{m=1}^{r}\left(W_i(t) - W_i^{н}(t)\right)\cdot u_{im}(t)\,. \tag{25}$$

Далі розв'яжемо систему лінійних рівнянь (25) відносно компонент q та розрахуємо реальні значення діагностичних параметрів $A = A^{н} + q$. Побудуємо характеристики діагностичних параметрів за відхилення номінальних значень.

Розрахунки показали, що за номінальних діагностичних параметрів $J^{н} = 0{,}038$ (кГм^2), $M_п^{н} = 2$ (Н·м) та $M_{0н}^{н} = 15{,}38$ (Н·м) для АД типу 4А50 у режимі самогальмування, за відсутності відхилень від норми (дефектів) момент інерції J, пусковий момент $M_п$ та момент опору M_0 такі:

$$J^{i} = J^{н} + q = 0{,}038\ (\text{кГ}\cdot\text{м}^2)\,,\ M_п{}^{i} = M_п^{н} + q = 2\ (\text{Нм})\,,$$

$$M_{0н}{}^{i} = M_{0н}^{н} + q = 15{,}38\ (\text{Нм})\,. \tag{26}$$

За штучного відхилення моменту інерції в бік зменшення (виникнення дефекту) реальні значення характеристик зміни діагностичних параметрів подані на рис. 3 та 4. Як видно з наведених характеристик, допустиму межу перевищують всі діагностичні параметри. Тому в даному випадку можна формувати сигнал про відхилення моментів опору, інерції та пускового.

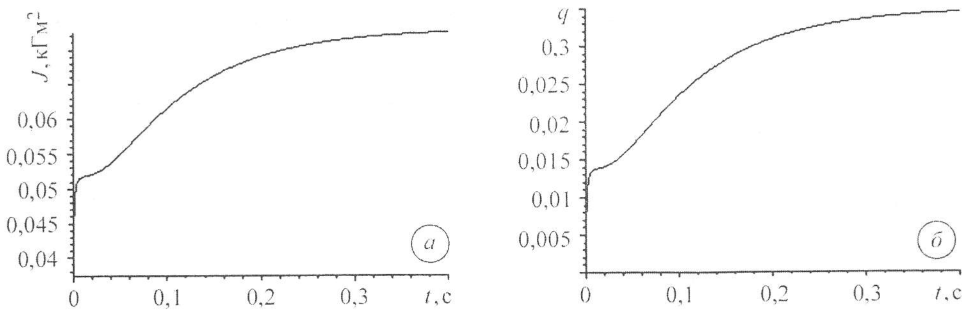

Рис. 3. Характеристики зміни в часі J (*а*) та q_{11}, q_{12}, q_{13} (*б*).

Під час виникнення затирання (дефекту) у підшипникових вузлах момент опору збільшується, а реальне відхилення характеристик зміни діагностичних параметрів з ростом моменту опору представлено на рис. 5 та 6.

Аналізуючи наведені вище характеристики зміни діагностичних параметрів зі збільшенням моменту опору, можна зробити висновок, що з відхиленням від норми моменту опору інформативні діагностичні сигнали можна формувати як за моментом опору, так і за моментом інерції. Це пояснюється тим, що зі збільшенням моменту опору обидва параметри перевищують допустимі межі (рис. 5*а* і рис. 6*а*), а два інших – ні.

Встановлено, що з відхиленням діагностичних параметрів від номінальних значень, що свідчить про наявність дефектів, за кожним із них можна формувати діагностичні ознаки технічного стану ЕМС.

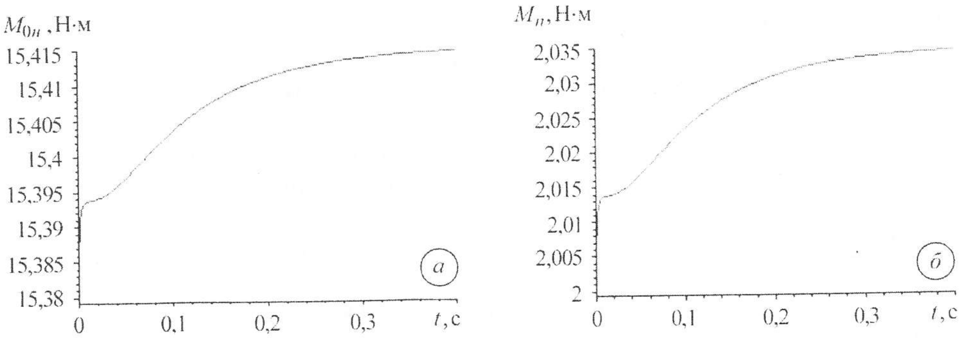

Рис. 4. Характеристика зміни в часі моментів $M_{0н}$ (*а*) і $M_п$ (*б*).

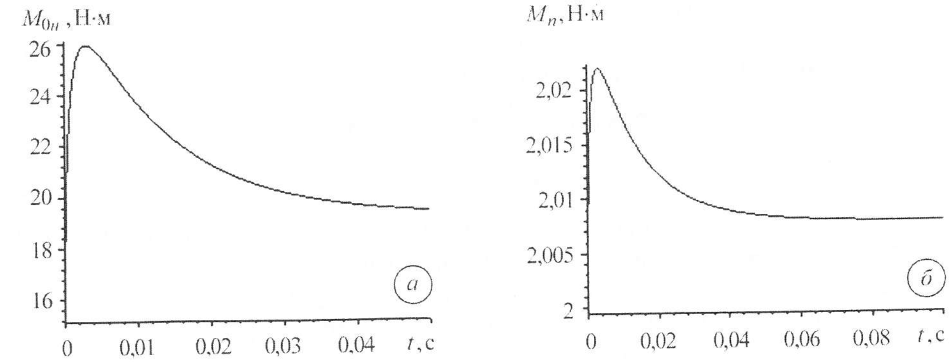

Рис. 5. Характеристика зміни моментів $M_{0н}$ (*а*) і $M_п$ (*б*) зі збільшенням моменту опору.

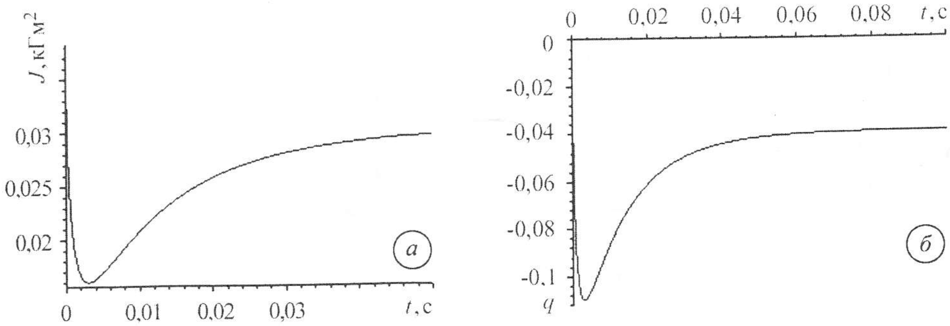

Рис. 6. Характеристика зміни параметрів J (*а*) та q (*б*) зі збільшенням моменту опору.

Відносні відхилення діагностичних параметрів можна визначити, прийнявши за дійсні значення номінальні параметри ЕМС, за формулами

$$\delta_J = \frac{\left|J^н - J\right|}{J^н}100\% ; \quad \delta_{M_п} = \frac{\left|M_п^н - M_п\right|}{M_п}100\% ; \quad \delta_{M_{0н}} = \frac{\left|M_{0н}^н - M_{0н}\right|}{M_{0н}{}^i}100\% . \qquad (27)$$

Відносні похибки результатів розрахунків реальних значень діагностичних параметрів, отриманих за формулами (25), (26), визначимо зі співвідношень

$$\delta_J^i = \frac{|q|}{J^i}100\% ; \quad \delta_{M_п}^i = \frac{|q|}{M_п{}^i}100\% ; \quad \delta_{M_{0н}}^i = \frac{|q|}{M_{0н}{}^i}100\% . \qquad (28)$$

Результати досліджень залежностей відносних похибок формування діагностичних ознак від відносних відхилень наведені на рис. 7 (відносні похибки вимірювання діагностичних параметрів становили 1, 3 та 5% відповідно).

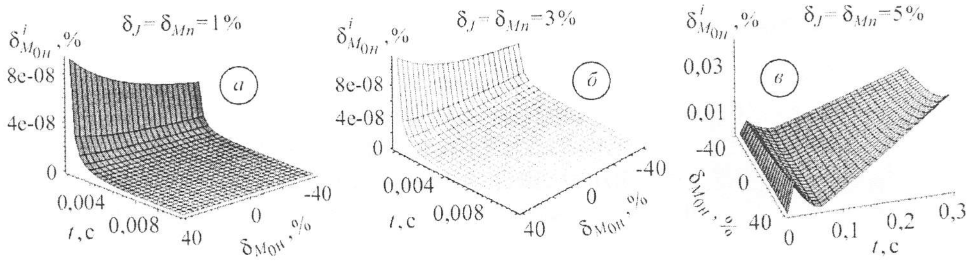

Рис. 7. Залежність відносної похибки формування діагностичних ознак $\delta^i_{M_{0n}}$ від відносного відхилення $\delta_{M_{0n}}$ за похибок вимірювання 1% (*а*), 3% (*б*) і 5% (*в*).

ВИСНОВКИ

За допомогою алгоритму формування діагностичних ознак можна досить швидко оцінити технічних стан ЕМС у режимі самогальмування, оскільки під час діагностування необхідно знаходити лише аналітичний розв'язок вектора відхилення q та розв'язувати формули (26). Величини $W^н(t)$ та $u^н(t)$ обчислюють заздалегідь.

За відхиленням будь-якого діагностичного параметра за допустимі межі та теорією чутливості можна формувати діагностичну ознаку (сигнал) про дефект ЕМС.

Залежності відносних похибок формування діагностичних ознак від відносних відхилень параметрів нелінійні. Це пояснюється мультимодальністю цільової функції відхилення q та великою жорсткістю математичної моделі для самогальмування.

Цей метод ефективний для визначення відхилення діагностичних параметрів та формування діагностичних ознак і може бути використаний для діагностики технічного стану ЕМС.

1. *Веников В. А.* Переходные электромеханические процессы в электрических системах. – М.: Высш. шк., 1985. – 536 с.
2. *Кучерук В. Ю.* Елементи теорії побудови систем технічного діагностування електромоторів. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2003. – 195 с.
3. *Поджаренко В. О., Кучерук В. Ю., Кухарчук В. В.* Способ косвенного определения параметров математической модели электромеханических преобразователей с использованием функции чувствительности // Контроль и управление в технических системах. – Винница, 1992. – С. 9.

Вінницький національний технічний університет

Одержано
27.09.2004