



Российская Кузнечная Академия им. профессора А.И. Зимины

**СОСТОЯНИЕ, ПРОБЛЕМЫ
И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ
КУЗНЕЧНО-ПРЕССОВОГО
МАШИНОСТРОЕНИЯ И
КУЗНЕЧНО-ШТАМПОВЫХ
ПРОИЗВОДСТВ**



Ассоциация «Станкоинструмент»



ОАО «Тяжпрессмаш»

С.М. Зинин

*Посвящается памяти
д.т.н., профессора
Юрия Антоновича Зинина*

**СОСТОЯНИЕ, ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ
РАЗВИТИЯ КУЗНЕЧНО-ПРЕССОВОГО
МАШИНОСТРОЕНИЯ И КУЗНЕЧНО-
ШТАМПОВЫХ ПРОИЗВОДСТВ**

*Сборник докладов и материалов
X Конгресса «Кузнец-2010»*

Рязань
2010

Редакционная коллегия:

Володин А.М., Волохин А.И., Петров Н.П.,
Смирнов О.М., Чекалов В.П., Чмиленко В.М.

**Состояние, проблемы и перспективы развития кузнечно-прессового машиностроения и кузнечно-штамповочных производств:
Сборник докладов и материалов X Конгресса «Кузнец-2010»**

В сборнике представлены статьи в авторской редакции

X Конгресс «Кузнец-2010» направлен на обмен информацией, опытом и проектами по основным проблемам кузнечно-прессового машиностроения (КПМ), приводам кузнечно-прессовых машин, технологии кузнечно-штамповочного производства (КШП), экспериментальных исследований в области оборудования и технологии обработки материалов давлением (ОМД), которые являются актуальными для кузнечных производств всех традиционных отраслей промышленности.

Важной особенностью Конгресса является курс на передачу опыта, знаний, традиций молодому поколению ученых, восстановление преемственности поколений и кадров научной школы КПМ, КШП, ОМД.

X Конгресс «Кузнец-2010»-Школа молодых ученых, специалистов, аспирантов и студентов.

ISBN 978-5-9901371-3-4

*Организаторами X Конгресса «Кузнец-2010» являются
Российская Кузнечная Академия им.проф.А.П. Зимина .
Российская Ассоциация «Станкоинструмент»,
Рязанское ОАО «Тяжпрессмаши».*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ НА СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ И ОПТИМИЗАЦИЯ СТУПЕНЧАТОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

Михалевич В. М. - д. т. н., Краевский В. А. - к. т. н.,
Добранюк Ю. В. - аспирант, ВНТУ, г. Винницы

В работе [1] разработана экспериментально-аналитическая методика определения напряженно-деформированного состояния на боковой поверхности цилиндрических образцов при осесимметричной осадке между плоскими плитами. Экспериментальная часть этой методики была широко развита в многочисленных работах, в частности [2, 3, 4]. Что же касается аналитической части методики определения напряженно-деформированного состояния, то она не только не совершенствовалась, но и осталась фактически незамеченной. Целью данной работы является разработка информационных технологий определения напряженно-деформированного состояния и предельных деформаций, а также постановка и решение оптимизационных задач на основе модели накопления повреждений наследственного типа.

Зависимость между осевой и окружной деформациями, полученными экспериментально, необходимо аппроксимировать выражением, которое наиболее полно учитывает особенности механики формоизменения боковой поверхности цилиндрической заготовки при осадке. Именно поэтому в [1] данная зависимость предложена в виде дифференциального уравнения с разделяющимися переменными

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2}{\varepsilon_\varphi^2 + m^2}, \quad m \geq 0 \quad (1)$$

Авторами предложен ряд альтернативных зависимостей, в частности:

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{p^2}{\varepsilon_\varphi^2 + p^2}, \quad p \geq 0, \quad (2)$$

$$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cdot e^{-\varepsilon_\varphi/m}, \quad m \geq 0 \quad (3)$$

Дифференциальные уравнения (1) - (3) удовлетворяют следующим условиям: в начальный момент при

$$\varepsilon_\varphi = \varepsilon_z = 0 \quad (4)$$

$\frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\varphi} = -2$ и монотонно увеличивается с ростом деформации стремясь к $-0,5$.

Разработана методика определения параметров m и p на основе экспериментальных данных. С этой целью получены решения дифференциальных уравнений (1) – (3), с учетом начального условия (4)

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\varphi - \frac{3}{2} \cdot m \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_\varphi}{m}\right), \quad (5)$$

$$\varepsilon_\varphi = -2 \cdot \varepsilon_z + 3 \cdot p \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{\varepsilon_z}{2 \cdot p}\right), \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_\varphi + \frac{3 \cdot m}{2} \cdot \left(e^{-\varepsilon_\varphi/m} - 1\right). \quad (7)$$

Определение параметров m и p методом наименьших квадратов для данных соотношений приводит к необходимости решения трансцендентных уравнений, поэтому использовалась непосредственная минимизация суммы квадратов отклонений.

Накопленная пластическая деформация определяется по известному соотношению [1, 2, 5, 6]

$$\varepsilon_u(t) = \int_0^t \dot{\varepsilon}_u(\tau) d\tau, \quad (8)$$

где t, τ – время; $\dot{\varepsilon}_u$ – интенсивность скоростей деформаций.

С учетом параметрического представления зависимостей (5) - (7), выражения для накопленной деформации (8), после некоторых преобразований, приобретают следующий вид

$$\varepsilon_u(x, m) = m \cdot \int_0^x \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^2 x}} dx, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right), \quad (9)$$

$$\varepsilon_u(x, p) = p \cdot \operatorname{arctg} \frac{4}{\sqrt{3} \cos^2(t)} - 3 \frac{p}{\sqrt{3}} + 3 \operatorname{arctg} t, \quad x \in \left[0, \frac{p}{2}\right), \quad (10)$$

$$\varepsilon_u(x, m) = \frac{m}{2} \cdot \left[4 + \ln \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{f_1(x) + 1}{f_1(x) - 1} \right) - 2 \cdot f_1(x) \right], \quad (11)$$

где

$$f_1(x) = \sqrt{1 + 3 \cdot (1-x)^2}, \quad x \in [0, 1]. \quad (12)$$

Используя соотношения теории течения получим, соответствующие указанным аппроксимациям, выражения для определения показателя напряженного состояния [1-4, 7, 8]

$$\eta = \frac{1 - 3 \cdot \cos^2(x)}{\sqrt{1 + 3 \cdot \cos^4(x)}}, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (13)$$

$$\eta = \frac{1 - 3 \cdot \cos(2 \cdot x)}{\sqrt{3 \cdot (\cos(2 \cdot x) - 1)^2 + 4}}, \quad x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (14)$$

$$\eta = \frac{3 \cdot x - 2}{f_1(x)}, \quad x \in [0, 1]. \quad (15)$$

Определение предельной накопленной деформаций рассмотрим на примере простейшей модели накопления повреждений – модели Колмогорова [2-4, 7]

$$\psi(\varepsilon_u) = \int_0^{\varepsilon_u} \frac{d\varepsilon_u}{\varepsilon_{*c}[\eta(\varepsilon_u)]}, \quad (16)$$

базирующейся на линейном принципе накопления повреждений.

Здесь ψ – поврежденность макрочастицы; $\varepsilon_{*c} = \varepsilon_{*c}(\eta)$ – кривая предельных деформаций при стационарном деформировании.

При подстановке одного из полученных выражений для траектории деформаций в координатах $\eta - \varepsilon_u$, а также аппроксимации кривой предельных деформаций при стационарном деформировании

$$\varepsilon_{*c}(\eta) = \varepsilon_{*c}(\eta=0) \cdot \left(\frac{(1-\eta) \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=-1)}{2 \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=0)} + \frac{(1+\eta) \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=0)}{2 \cdot \varepsilon_{*c}(\eta=1)} \right)^{-\eta}, \quad (17)$$

где $\varepsilon_{*c}(\eta=-1)$, $\varepsilon_{*c}(\eta=0)$, $\varepsilon_{*c}(\eta=1)$ – предельная деформация сжатия, кручения и растяжения соответственно, интеграл в (16) приобретает довольно громоздкий вид. При этом построение кривой предельных деформаций при нестационарном деформировании требует значительных вычислительных затрат и неэффективно при использовании стандартных команд универсального математического пакета Maple [6]. Построение эффективных вычислительных схем и разработка на этой основе информационных технологий требует исследования выпуклости функции по-

вреждаемости. Для облегчения такого исследования сформулирована и доказана теорема, речь о которой пойдет ниже.

Пусть траектория деформаций задана параметрически

$$\begin{cases} \eta = \beta(x) \\ \varepsilon_u = \alpha(x) \end{cases}, x \in T, \quad (18)$$

тогда модель (16) примет следующий вид

$$\psi(\varepsilon_u(x)) = \bar{\psi}(x) = \int_0^x \frac{\alpha'(t) \cdot d\tau}{\varepsilon_{*c}[\beta(\tau)]}. \quad (19)$$

Теорема. Необходимое условие выпуклости функции повреждений $\bar{\psi}(t)$ заключается в выполнении по крайней мере одного из неравенств

$$\varepsilon'_{*c}(\beta) \cdot \alpha'(x) \cdot \beta'(x) \leq 0, \quad \alpha''(x) \geq 0, \quad (20)$$

а достаточным условием является выполнение обоих этих неравенств.

Опуская доказательство данной теоремы продемонстрируем примеры ее использования.

На основе имеющихся экспериментальных данных можно утверждать, что для большинства материалов, функция $\varepsilon_{*c}(\beta)$ является убывающей. В результате, неравенства (13) примут вид

$$\alpha'(x) \cdot \beta'(x) \geq 0, \quad \alpha''(x) \geq 0. \quad (21)$$

По определению функция $\alpha(x)$ является возрастающей. Следовательно, поскольку из условия $\frac{\alpha'(x)}{\beta'(x)} \geq 0 \Rightarrow \alpha'(x) \cdot \beta'(x) \geq 0$, то для всех траекто-

рий подобно траектории 2 на рис. 1, имеющих неотрицательную первую производную, необходимые условия всегда будут выполняться.

Рассмотрим пример применения теоремы для анализа задачи, рассмотренной в [6]. Непосредственное определение и исследование второй производной $\bar{\psi}''(t)$ в данном случае является довольно громоздкой задачей.

Поэтому найдем производные, содержащиеся в неравенствах (21):

$$\alpha'(x) = m \cdot \sqrt{3 + \frac{1}{\cos^4(x)}}. \quad (22)$$

$$\alpha^*(x) = \frac{2 \cdot m \cdot \sin(x)}{\sqrt{3 + \frac{1}{\cos^4(x)} \cdot \cos^5(x)}} \quad (23)$$

$$\beta'(x) = \frac{6 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x) \cdot (1 + \cos^2(x))}{\sqrt{(1 + 3 \cdot \cos^4(x))^3}} \quad (24)$$

Поскольку $\forall x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right): \sin(x) > 0, \cos(x) > 0$, из (22)-(24) очевидно, что на данном интервале выполняются строгие неравенства

$$\alpha'(x) > 0, \alpha^*(x) > 0, \beta'(x) > 0, \quad (25)$$

что и свидетельствует о выпуклости функции $\bar{\psi}(x)$.

Рассмотрим еще один пример применения теоремы к исследованию функции повреждений, которая порождается траекторией 3 на рис. 1. Эта траектория описывается следующей функцией

$$\begin{cases} \beta(x) = -1 + 0,7 \cdot \cos(x) \\ \alpha(x) = 0,7 \cdot [1 + \sin(x)] \end{cases}, x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (26)$$

Подобные траектории были получены для случая радиального обжатия тел вращения [3, 9].

Определим производные

$$\alpha'(x) = 0,7 \cdot \cos(x), \quad (27)$$

$$\alpha^*(x) = -0,7 \cdot \sin(x), \quad (28)$$

$$\beta'(x) = -0,7 \cdot \sin(x), \quad (29)$$

Из анализа полученных соотношений следует, что на интервале $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ не выполняется ни одно из условий (21), т.е. необходимые условия выпуклости не выполняются. Это означает, что подобная ситуация требует дополнительного исследования для использования вычислительной схемы, предложенной в [6].

В работах [7, 10,11] отмечается, что максимально возможная деформация до разрушения, которую воспринимает материал при горячем деформировании, зависит от скорости деформирования. Для использования

этого свойства с целью интенсификации процесса горячего деформирования в работе [12] на основе скалярной модели накопления повреждений при горячем деформировании

$$\psi(t) = \int_0^t \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\epsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau, \quad (30)$$

(где $0 \leq \psi \leq 1$, $\psi(0) = 0$, $\psi(t_*) = 1$; t_* – предельное время, соответствующее разрушению образца; $\varphi(t - \tau, I(\tau))$ – ядро наследственности; f – некоторая функция) и с учетом зависимости накопленной деформации \mathcal{E}_u от скорости деформации $\dot{\epsilon}_u$ (8) сформулирована вариационная задача: определить закон изменения скорости деформации $\dot{\epsilon}_u = \dot{\epsilon}_u(t)$, при котором за заданное время t_* материал приобретает наибольшую деформацию \mathcal{E}_*

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_* = \int_0^{t_*} \dot{\epsilon}_u(\tau) \cdot d\tau \rightarrow \max, \\ \left\{ \begin{aligned} \int_0^{t_*} \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\epsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau &= 1; \\ \int_0^t \varphi(t - \tau; I(\tau)) \cdot f(\dot{\epsilon}_u(\tau)) \cdot d\tau &\leq 1, \forall t \in (0, t_*). \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (31)$$

В работе [12] проведен анализ данной задачи, поставлена аналогичная задача поиска решения для класса кусочно-постоянных функций (когда скорость деформирования изменяется ступенчато) и найдено решение для случая двухступенчатого деформирования. Рассмотрим трехступенчатое деформирование

$$\dot{\epsilon}_u = \begin{cases} \dot{\epsilon}_{u1}, & 0 \leq t \leq t_1; \\ \dot{\epsilon}_{u2}, & t_1 \leq t \leq t_2; \\ \dot{\epsilon}_{u3}, & t_2 \leq t \leq t_*. \end{cases} \quad (32)$$

Тогда вариационная задача сводится к задаче нелинейного программирования

$$\varepsilon_* = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_2 - t_1) + \dot{\varepsilon}_{u3} (t_* - t_2) \rightarrow \max, \quad (33)$$

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{u1} t_*^n - \dot{\varepsilon}_{u1} (t_* - t_1)^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_2)^n + \dot{\varepsilon}_{u3} (t_* - t_2)^n - \gamma^n = 0; \\ -\dot{\varepsilon}_{u1} (t_2 - t_1)^n + \dot{\varepsilon}_{u1} t_2^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_2 - t_1)^n - \gamma^n < 0; \\ t_1 < \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}, \end{cases}$$

где γ, n – параметры, характеризующие свойства материала и условия деформирования, а целевая функция ε_* зависит от пяти переменных $\dot{\varepsilon}_{u1}, \dot{\varepsilon}_{u2}, \dot{\varepsilon}_{u3}, t_1, t_2$.

Оптимальное значение может находиться или в стационарных точках, которые находятся в середине области, определенной неравенствами (33)

$$F_1(\dot{\varepsilon}_{u1}, \dot{\varepsilon}_{u2}, t_1, t_2) = \dot{\varepsilon}_{u1} t_1 + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_2 - t_1) + \frac{\dot{\varepsilon}_{u1} (t_* - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1} t_*^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_2)^n - \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_1)^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^{n-1}}, \quad (34)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\varepsilon}_{u1}} = 0; \quad \frac{\partial F_1}{\partial \dot{\varepsilon}_{u2}} = 0; \quad \frac{\partial F_1}{\partial t_1} = 0; \quad \frac{\partial F_1}{\partial t_2} = 0; \\ -\dot{\varepsilon}_{u1} (t_2 - t_1)^n + \dot{\varepsilon}_{u1} t_2^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_2 - t_1)^n - \gamma^n < 0; \\ t_1 < \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}; \\ \dot{\varepsilon}_{u3} = \frac{\dot{\varepsilon}_{u1} (t_* - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1} t_*^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_2)^n - \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_1)^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^n}, \end{cases} \quad (35)$$

или на границе области, то есть при значениях переменных, которые являются решениями систем (37), (39), (41)

$$F_2(\dot{\varepsilon}_{u1}, \dot{\varepsilon}_{u2}, t_2) = \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}} + \dot{\varepsilon}_{u2} \cdot \rho(t_2) + \frac{\dot{\varepsilon}_{u1} \cdot \rho(t_*)^n - \dot{\varepsilon}_{u1} t_*^n + \dot{\varepsilon}_{u2} (t_* - t_2)^n - \dot{\varepsilon}_{u2} \cdot \rho(t_*)^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^{n-1}}, \quad (36)$$

$$\rho(t) = t - \gamma \dot{\varepsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}};$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial F_2}{\partial \dot{\epsilon}_{u1}} = 0; \quad \frac{\partial F_2}{\partial \dot{\epsilon}_{u2}} = 0; \quad \frac{\partial F_2}{\partial t_2} = 0; \\
 & -\dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n + \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n + \dot{\epsilon}_{u2}(t_2 - t_1)^n - \gamma^n < 0; \\
 & \dot{\epsilon}_{u3} = \frac{\dot{\epsilon}_{u1}(t_* - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_*^n + \dot{\epsilon}_{u2}(t_* - t_2)^n - \dot{\epsilon}_{u2}(t_* - t_1)^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^n}; \\
 & t_1 = \gamma \dot{\epsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}},
 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

$$\begin{aligned}
 F_3(\dot{\epsilon}_{u1}, t_1, t_2) &= \dot{\epsilon}_{u1}t_1 + \frac{\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n}{(t_2 - t_1)^n}(t_2 - t_1) + \\
 &+ \frac{\dot{\epsilon}_{u1}(t_* - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_*^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^{n-1}} + \\
 &+ \frac{(\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n)(t_* - t_2)^n - (\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n)(t_* - t_1)^n}{(t_* - t_2)^{n-1}(t_2 - t_1)^n},
 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{\partial F_3}{\partial \dot{\epsilon}_{u1}} = 0; \quad \frac{\partial F_3}{\partial t_1} = 0; \quad \frac{\partial F_3}{\partial t_2} = 0; \\
 & t_1 < \gamma \dot{\epsilon}_{u1}^{-\frac{1}{n}}; \\
 & \dot{\epsilon}_{u2} = \frac{\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n}{(t_2 - t_1)^n}; \\
 & \dot{\epsilon}_{u3} = \frac{\dot{\epsilon}_{u1}(t_* - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_*^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^n} + \frac{\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n}{(t_2 - t_1)^n} - \\
 & - \frac{(\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n)(t_* - t_1)^n}{(t_2 - t_1)^n(t_* - t_2)^n},
 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 F_4(\dot{\epsilon}_{u1}, t_2) &= \gamma \dot{\epsilon}_{u1}^{1-\frac{1}{n}} + (\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1} \cdot \rho(t_2)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n) \cdot \rho(t_2)^{1-n} + \\
 &+ \frac{\dot{\epsilon}_{u1} \cdot \rho(t_*)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_*^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^{n-1}} + \frac{(\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1} \cdot \rho(t_2)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n)(t_* - t_2)}{\rho(t_2)^n} - \\
 &- \frac{(\gamma^n + \dot{\epsilon}_{u1} \cdot \rho(t_2)^n - \dot{\epsilon}_{u1}t_2^n) \cdot \rho(t_*)^n}{(t_* - t_2)^{n-1} \cdot \rho(t_2)^n},
 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F_4}{\partial \dot{\varepsilon}_{u1}} = 0; \quad \frac{\partial F_4}{\partial t_2} = 0; \\ t_1 = \frac{-1}{\dot{\varepsilon}_{u1}^n}; \\ \dot{\varepsilon}_{u2} = \frac{\gamma^n + \dot{\varepsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1}t_2^n}{(t_2 - t_1)^n}; \\ \dot{\varepsilon}_{u3} = \frac{\dot{\varepsilon}_{u1}(t_* - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1}t_*^n + \gamma^n}{(t_* - t_2)^n} + \frac{\gamma^n + \dot{\varepsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1}t_2^n}{(t_2 - t_1)^n} \\ - \frac{(\gamma^n + \dot{\varepsilon}_{u1}(t_2 - t_1)^n - \dot{\varepsilon}_{u1}t_2^n)(t_* - t_1)^n}{(t_2 - t_1)^n(t_* - t_2)^n}. \end{array} \right. \quad (41)$$

Решение системы (35) определяет класс деформирования с постоянной скоростью, что, согласно анализа сделанного в работе [12], не является оптимальной схемой изменения скорости. Поэтому для конкретного материала, который идентифицируется значениями γ и n необходимо найти решения трех систем (37), (39), (41) из которых выбрать то, которое соответствует наибольшей деформации. Для определения оптимальной схемы разработаны MathCad и Maple программы.

Соотношения (37), (39), (41) использовали для моделирования кручения образцов из стали 14X17H2 при температуре 1150⁰C [11]. При кручении с постоянной скоростью максимальная деформация, выдерживаемая материалом до разрушения $\varepsilon_* = 1.8$. При использовании двухступенчатой схемы деформирования

$$\dot{\varepsilon}_u(t) = \begin{cases} 0.4329 \text{ c}^{-1}, 0 \leq t \leq 3.4268; \\ 0.0164 \text{ c}^{-1}, 3.4268 < t \leq 30, \end{cases} \quad (42)$$

получим деформацию $\varepsilon_* = 1.914$. Использование других схем двухступенчатого деформирования приводит к уменьшению предельной деформации [12]. Согласно расчетам, оптимальная трехступенчатая схема имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_u = \begin{cases} 1.59 \text{ c}^{-1}, 0 \leq t \leq 0.821; \\ 0.048 \text{ c}^{-1}, 0.821 < t \leq 9.713; \\ 0.01 \text{ c}^{-1}, 9.713 < t \leq 30. \end{cases} \quad (43)$$

Накопленная деформация при использовании схемы (43) $\varepsilon_* = 1.939$. Динамика изменения накопленной деформации в процессе деформирования при использовании разных режимов показана на рис. 2. Следует отметить, что эффект от оптимизации будет больше для материалов с ярко выраженной зависимостью предельных деформаций от скорости деформаций.

По аналогии с горячим деформированием соответственные вариационные задачи можно сформулировать как для холодного деформирования

$$A_* = \int_0^{\varepsilon_*} \sigma_u d\varepsilon_u, \quad (44)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{\varepsilon_*} \varphi(\varepsilon_u, I(\varepsilon_u)) d\varepsilon_u = 1; \\ \int_0^{\varepsilon_u} \varphi(\varepsilon_u, I(\varepsilon_u)) d\varepsilon_u \leq 1, \forall \varepsilon \in (0, \varepsilon_*), \end{array} \right.$$

так и для процесса длительной прочности

$$A_* = \int_0^{\varepsilon_*} \sigma_u d\varepsilon_u, \quad (45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^{t_*} \varphi(t_* - \tau, I(\tau)) \sigma_u(\tau) d\tau = 1; \\ \int_0^t \varphi(t - \tau, I(\tau)) \sigma_u(\tau) d\tau \leq 1, \forall t \in (0, t_*), \end{array} \right.$$

где A_* – работа пластического деформирования на единицу объема, σ_u – интенсивность напряжений; I – безразмерные инварианты напряженного состояния. Анализ вариационных задач (44) и (45), а также поиск оптимального решения в классе непрерывных функций задачи (31) являются предметом последующих исследований.

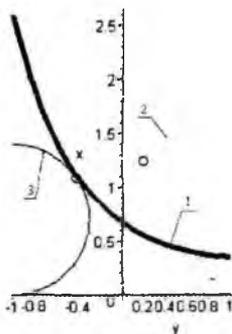


Рис. 1 Траектории деформаций и предельные деформации: 1 – кривая предельных деформаций при стационарном деформировании; 2, 3 – $\varepsilon_u = \varepsilon_u(\eta)$ траектории деформаций (9), (13) и (26) соответственно; o – расчетные значения предельной накопленной деформации по соответствующим траекториям.

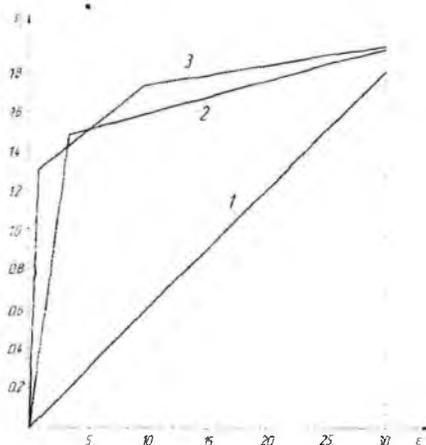


Рис. 2 Динамика изменения накопленной деформации: 1 – при деформировании с постоянной скоростью; 2 – при деформировании по схеме **Ошибка! Источник ссылки не найден.**; 3 – при деформировании по схеме **Ошибка! Источник ссылки не найден.**

Выводы:

1. Рассмотрено построение математической модели для разработки информационных технологий определения напряженно-деформированного состояния и предельной деформации при сложном деформировании, которое имеет место на боковой поверхности цилиндрических образцов при осесимметрической осадке с разными условиями трения на торцах.

2. Вариационная задача изопериметрического типа для модели накопления повреждений наследственного типа применительно к классу кусочно-постоянных функций сводится к задаче нелинейного программирования.

3. Для трехступенчатого изменения скоростей деформации получено решение задачи нелинейного программирования по определению оптимального закона изменения скорости деформации, соответствующего наибольшей деформации материала при фиксированном времени.

4. При использовании трехступенчатой схемы деформирования наблюдается увеличение максимальной деформации как в сравнении с деформированием при неизменной скорости, так и в сравнении с оптимальной двухступенчатой схемой.

5. Сформулированы вариационные задачи для холодного деформирования и длительной прочности.

Литература

1. Смирнов-Аляев Г. А. *Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчета операций пластической обработки материалов.* / Смирнов-Аляев Г. А. – М.–Л.: Машиз, 1961. – 463 с.
2. *Пластичность и разрушение* / Под ред. В.Л.Колмогорова. М.: Металлургия. 1977. – 336с.
3. Огородников В. А. *Деформируемость и разрушение металлов при пластическом формоизменении*/ Огородников В. А.–К.: УМК ВО, 1989. – 152 с.
4. Матвийчук В.А. *Совершенствование процессов локальной ротационной обработки давлением на основе анализа деформируемости металлов: монография* / В.А. Матвийчук, И.С. Алиев. – Краматорск: ДГМА, 2009. – 268 с. ISBN 978-966-379-317-7.
5. Михалевич В. М. *Накопленная деформация и интенсивность логарифмических деформаций при осадке цилиндрических образцов с бочкообразованием* / Михалевич В. М., Добранюк Ю. В. // *Обработка металлов давлением: сборник научных трудов.* – Краматорск: ДГМА – 2009 – №1(20) – С. 129-134.
6. Михалевич В. М. *Построение эффективных вычислительных схем решения в Maple задачи определения предельных деформаций при сложном деформировании [Электронный ресурс]*/ Михалевич В. М., Добранюк Ю. В., Михалевич О. В. // *Наукові праці Вінницького національного технічного університету.* – № 2. – Київ: Національна бібліотека ім. В. І. Вернадського. – 2009. – 7 с. – Режим доступу до журн.: http://www.nbuv.gov.ua/e-journals/VNTU/2009_2/2009-2.htm.
7. Михалевич В.М. *Тензорные модели накопления повреждений* / Винница: "УНИВЕРСУМ-Винница", 1998 - 195 с.(Укр.)
8. Лебедев А.А., Михалевич В.М. *О выборе инвариантов напряженного состояния при решении задач механики материалов* // *Пробл. прочности.* - 2003. – № 3. - С. 5-14.
9. Огородников В. А. *Деформируемость металла при ротационном обжатии.* / Огородников В. А., Шестаков Н. А. // *Изв. вузов: Машиностроение.* 1975, № 9, С.147-152.
10. Галкин А. М. *Кривые текучести и пластичности стали ШХ15 при двукратном нагружении* / А. М. Галкин, П. И. Полухин, С. П. Ефименко, В. Л. Пилюшенко // *Изв. АН СССР. Металлы.* – 1984. – № 6. – С. 185-188.
11. Богатов А. А. *Влияние горячей прерывистой деформации на пластичность металла* / А. А. Богатов, М. В. Смирнов, В. А. Криницин и др. // *Изв. вузов. Черная металлургия.* – 1981. – №12. – С. 37-40.
12. Михалевич В. М., Красвський В. О., Добранюк Ю. В. *Вісесиметрична осадка циліндричних заготовок* // В зб.: «Наукові нотатки». Міжвузівський збірник (за напрямом «Інженерна механіка»). – Луцьк, 2009. – Випуск 25, частина 1. – С. 241-249. – ISBN 5-7763-8653-5.