

УДК 621.317

^{1,2}О.М. Васілевський, к.т.н., доцент**МЕТОДОЛОГІЯ ЗМЕНШЕННЯ ІНСТРУМЕНТАЛЬНИХ СКЛАДОВИХ ПОХИБОК ЗАСОБІВ
ВИМІРЮВАНЬ ОБЕРТАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ РОТОРНИХ СИСТЕМ**¹Міністерство освіти і науки України, м. Київ,²Вінницький національний технічний університет, wasilevskiy@mail.ru

Запропоновано методологію зменшення (корегування) адитивної і мультиплікативної складових похибок засобів вимірювань обертальних параметрів роторних систем, математичні моделі яких отримані шляхом розкладу функції перетворення в ряд Тейлора.

Ключові слова: засіб вимірювання, обертальні параметри роторних систем, адитивна похибка, мультиплікативна похибка, метрологічне забезпечення, корегувальний коефіцієнт.

Вступ та постановка задачі

Зменшення або виключення систематичних складових похибок з результатів вимірювань є обов'язковою процедурою кожного точного вимірювання. До систематичних похибок відносяться похибка встановлення, інструментальна, методична, суб'єктивна, постійна та змінна в часі похибки засобів вимірювання. Систематичні похибки під час повторних вимірювань залишаються постійними або прогнозовано змінюються за певним законом. Ці похибки в більшості випадків можуть бути визначені за допомогою експерименту. Для визначення, оцінки і видалення систематичних похибок необхідно, по-перше, знати місце і причини їх виникнення, а по-друге – способи виявлення і видалення цих похибок. В метрологічній практиці широко застосовуються розглянуті в літературних джерелах [1 - 4], способи виявлення та виключення систематичних похибок. Способам корегування інструментальних похибок засобів вимірювань (ЗВ) в зазначених літературних джерелах не приділено достатньої уваги. Відомо лише те, що до основних складових інструментальних похибок ЗВ відносять клас точності ЗВ, адитивну та мультиплікативну похибки [1 - 3]. Тому розробка методології зменшення або виключення інструментальних похибок ЗВ та математичного апарату до неї є актуальною науковою проблемою, вирішення якої дозволить корегувати адитивну і мультиплікативну складові інструментальної похибки ЗВ під час вимірювань обертальних параметрів роторних систем.

З огляду на вищевикладене, метою статті є розробка математичних моделей та послідовності дій для корегування адитивної та мультиплікативної похибок ЗВ під час вимірювань обертальних параметрів.

Аналіз стану досліджень та публікацій

Відомі роботи [5, 6], в яких розглядаються математичні моделі основних статичних метрологічних характеристик ЗВ обертальних параметрів роторних систем (РС). Зокрема, в роботі [6] отримано аналітичні вирази для адитивної та мультиплікативної складових інструментальної похибки, які описуються рівняннями:

$$\Delta N_a = \frac{kS_{I0}R_{\zeta}I \left(\frac{a}{2}\omega t + \frac{a}{2}\beta \right)}{r^2 U_0} 2^n \Delta\beta + \frac{kS_{I0}R_{\zeta}I a}{4r^2 U_0} 2^n \Delta\beta^2, \quad (1)$$

$$\Delta N_m = \frac{kS_{I0}R_{\zeta}I a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega \Delta\beta, \quad (2)$$

де S_{I0} – інтегральна струмова чутливість фотодіоду; r – відстань від джерела світла до поверхні, що освітлюється; R_{ζ} – опір кола зворотнього зв'язку; n – розрядність АЦП; ω – кутова швидкість (інформативний параметр); t – час; β – кут, що характеризує конфігурацію діафрагми тахометричного перетворювача; a – параметр модулятора, що входить до складу тахометричного перетворювача; I – сила світла; k – коефіцієнт пропорційності; $\Delta\beta = \beta - \beta_n$ – величина відхилення теоретично заданого кута β (головна впливна величина, що найбільше впливає на результат

вимірювання) від номінального значення кута β_n , що виникає за рахунок існування систематичних ефектів, які проявляються під час виготовлення діафрагми за рахунок обмежених властивостей приладів, що використовуються для її виготовленні.

Характеристики зміни адитивної та мультиплікативної складових інструментальної похибки ЗВ обертальних параметрів РС, що описуються виразами (1) і (2), відповідно, представлені на рис. 1.

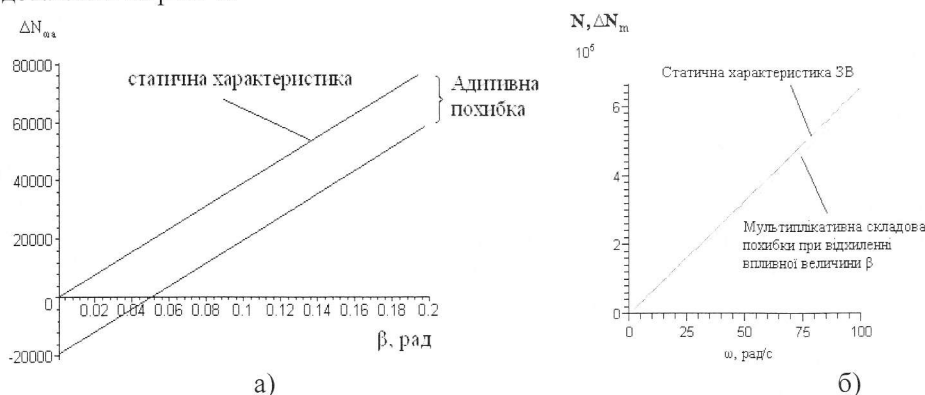


Рис. 1. Характеристики зміни інструментальних складових похибки: а) адитивна похибка ЗВ; б) мультиплікативна похибка ЗВ

Викладення основного матеріалу

Для корегування інструментальних складових похибки ЗВ пропонується подавати на вхід використовуваного ЗВ певні тестові сигнали (адитивні, мультиплікативні чи змішані), які підсумовуються з вхідним інформаційним сигналом ω . За значеннями вихідних сигналів N_0, N_1, N_2 , що вимірюються ЗВ обертальних параметрів РС стає можливим визначення оцінок дійсного значення вхідного сигналу $\bar{\omega}$ за формулами:

$$\bar{\omega} = E\Theta; \quad (3)$$

$$E = \frac{\Delta N_{20}}{\Delta N_{10}}; \quad (4)$$

$$\Delta N_{10} = N_1 - N_0; \quad (5)$$

$$\Delta N_{20} = N_2 - N_0, \quad (6)$$

де Θ – значення тестового сигналу; E – модель оператора корегування; $\Delta N_{10}, \Delta N_{20}$ – різниці між значеннями вихідних сигналів ЗВ з накладеним тестовим сигналом на вхідний сигнал N_1, N_2 та без накладеного тестового сигналу N_0 .

Оператор корегування E дозволяє визначити значення оцінки вхідного сигналу $\bar{\omega}$ через значення тестового сигналу Θ . Визначення різниць ΔN_{10} та ΔN_{20} дозволяє виключити адитивну складову похибки, а відносна модель оператора E дозволяє виконати корегування мультиплікативної складової похибки ЗВ.

Для ЗВ обертальних параметрів як з лінійною, так і нелінійною функцією перетворення справедлива така модель:

$$\bar{\omega} = E\omega_m, \quad (7)$$

де ω_m – значення міри вхідного сигналу.

Використовуючи теоретичну модель ЗВ та значення міри вхідного сигналу ω_m можна здійснювати корегування похибки вимірювання вихідного сигналу N , шляхом введення поправки, якщо корегується сумарна систематична похибка без її поділу на адитивну і мультиплікативну складові [3, 7].

Для корегування як адитивної, так і мультиплікативної складових інструментальних похибок ЗВ необхідно виконувати надлишкові (додаткові) вимірювання з використанням значення міри вхідного сигналу. При цьому результат вимірювання з використанням значення тестового сигналу (значення міри) та без нього, в загальному вигляді можна записати системою

$$\text{двох рівнянь: } \begin{cases} N_1 = f(\omega) + \Delta N_a + f(\omega)\Delta N_m; \\ N_2 = f(\omega_m) + \Delta N_a + f(\omega_m)\Delta N_m, \end{cases} \quad (8)$$

де $f(\omega)$ – функціональний зв'язок між вхідною та вихідною величиною ЗВ, $f(\omega_m)$ – функціональний зв'язок між вхідним тестовим сигналом та вихідною величиною ЗВ, ΔN_{m2} – мультиплікативна складова похибки ЗВ, що виникає при подачі на вхід ЗВ обертальних параметрів тестового сигналу (зразкового сигналу).

Розглянемо випадок коли під час надлишкових вимірювань величини $f(\omega)$ і значення міри $f(\omega_m)$ перший результат вимірювання N_1 містить тільки адитивну похибку, що описується виразом (1), другий результат вимірювання N_2 є вимірюванням значення міри $f(\omega_m)$, що відповідно до [6] може описуватися номінальним рівнянням перетворення ЗВ (при номінальних значеннях впливних величин), цей результат також містить лише адитивну складову похибки, третій результат вимірювання N_3 є вимірюванням величини $f(\omega)$, що містить як адитивну, так і мультиплікативну складову похибки, що описуються виразами (1) та (2), відповідно, і четвертий результат N_4 є вимірюванням значення міри $f(\omega_m)$ (вимірюванням тестового сигналу), що також містить адитивну та мультиплікативну похибки. Під час першої пари вимірювань (при відсутності мультиплікативної похибки), значення впливної величини $\Delta\beta$ приймається рівним нулю ($\Delta\beta_1 = 0$). При третьому вимірюванні тестового сигналу $f(\omega_m)$, значення впливної величини $\Delta\beta$ приймемо рівною $\Delta\beta_2 = 0.5(\beta - \beta_n)$. І при четвертому вимірюванні вхідної величини $f(\omega)$, значення впливної величини $\Delta\beta$ приймемо рівним $\Delta\beta_3 = (\beta - \beta_n)$. Враховуючи вищевикладене запишемо результати надлишкових вимірювань обертальних параметрів у вигляді системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} N_1 &= f(\omega) + \Delta N_a = \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n + \Delta N_a; \\ N_2 &= f(\omega_m) + \Delta N_a = N_{nom} + \Delta N_a = \frac{kS_{10} R_{CC} d \beta a t}{2U_0 r^2} 2^n \omega + \Delta N_a; \\ N_3 &= \Delta N_a + f(\omega) + f(\omega) \Delta N_{m2} = \Delta N_a + \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n (1 + \Delta N_{m2}) = \\ &= \Delta N_a + \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n \left(1 + \frac{kS_{10} R_{CC} d a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega \left[\frac{1}{2} (\beta - \beta_i) \right] \right); \\ N_4 &= \Delta N_a + f(\omega_m) (1 + \Delta N_m) = \Delta N_a + N_{nom} \left(1 + \frac{kS_{10} R_{CC} d a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega (\beta - \beta_i) \right) = \\ &= \Delta N_a + \frac{kS_{10} R_{CC} d \beta a t}{2U_0 r^2} 2^n \omega \left(1 + \frac{kS_{10} R_{CC} d a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega (\beta - \beta_i) \right). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

Наступним етапом в корекції інструментальних похибок ЗВ є знаходження різниць між отриманими в (9) результатами вимірювань N_2, N_3, N_4 та першим теоретичним (ідеалізованим) результатом N_1 . В результаті знаходження різниць система рівнянь (9) набуде вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta N_{21} &= N_2 - N_1 = \frac{kS_{10} R_{CC} d \beta a t}{2U_0 r^2} 2^n \omega - \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n, \quad \Delta\beta_1 = 0; \\ \Delta N_{31} &= N_3 - N_1 = \frac{kS_{10} R_{CC} d a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega \left[\frac{1}{2} (\beta - \beta_i) \right] \times \\ &\times \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n, \quad \Delta\beta_2 = \frac{\Delta\beta}{2}; \\ \Delta N_{41} &= N_4 - N_1 = \frac{kS_{10} R_{CC} d \beta a t}{2U_0 r^2} 2^n \omega \left(1 + \frac{kS_{10} R_{CC} d a t}{2r^2 U_0} 2^n \omega (\beta - \beta_i) \right) - \\ &- \frac{kS_0 R_{CC} d \left(a \frac{\beta}{2} \omega t + a \frac{\beta^2}{4} \right)}{r^2 U_0} 2^n, \quad \Delta\beta_3 = \Delta\beta. \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Як видно із системи рівнянь (10), в результаті проведення надлишкових вимірювань у вищезазначений спосіб, з результатів вимірювань повністю вилучається адитивна складова інструментальної похибки ЗВ, що представлена на рис 1, а.

Для корегування мультиплікативної складової похибки ЗВ з системи рівнянь (10) виведемо корегувальний коефіцієнт η_M , який запишемо у вигляді:

$$\eta_M = \frac{2\Delta N_{31}}{\Delta N_{21} + \Delta N_{41}} \quad (11)$$

Корегувальний коефіцієнт (11) характеризує перерахунок значення міри ω_m в значення оцінки вхідного сигналу $\bar{\omega}$: $\eta_M = \bar{\omega}/\omega_m$.

Математична модель коефіцієнта корегування (11) є прикладом змішаного корегування. Перехід

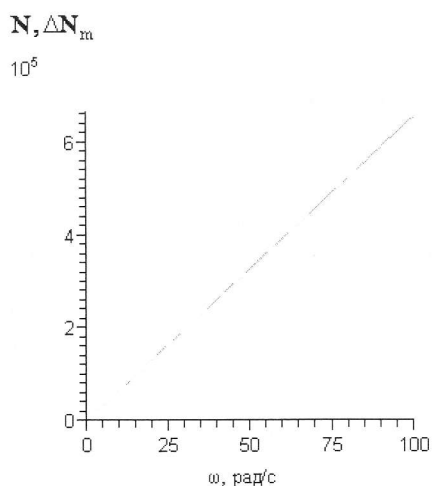


Рис. 2. Характеристики зміни статичної характеристика та відкорегованої мультиплікативної похибки при відхиленні впливної величини β

до знаходження різниць між значеннями вихідних сигналів ЗВ з накладеним тестовим сигналом та без нього $\Delta N_{ij} = N_i - N_j$ дозволяє виключити адитивну складову похибки, а самі ці значення приблизно дорівнюють виміряним величинам N_i , $\Delta N_{ij} \approx N_i$. Перехід до вимірювання відношень цих різниць дозволяє ефективно корегувати мультиплікативну складову похибки ЗВ.

Помноживши мультиплікативну складову похибки, що описується рівнянням (2) на корегувальний коефіцієнт (11), отримаємо результат вимірювання із зменшеною складовою мультиплікативної похибки. Характеристика зміни відкорегованої мультиплікативної складової похибки ЗВ за допомогою рівнянь (10) та (11) зображена на рис. 2.

Як видно з рис. 2, під час корегування мультиплікативної похибки вона майже повністю вилучається.

Для перевірки працездатності корегувального коефіцієнта збільшимо величину відхилення впливної величини β від свого номінального значення в чотири рази. При цьому характеристика зміни

мультиплікативної похибки ЗВ набуде вигляду, що представлений на рис. 3 а.

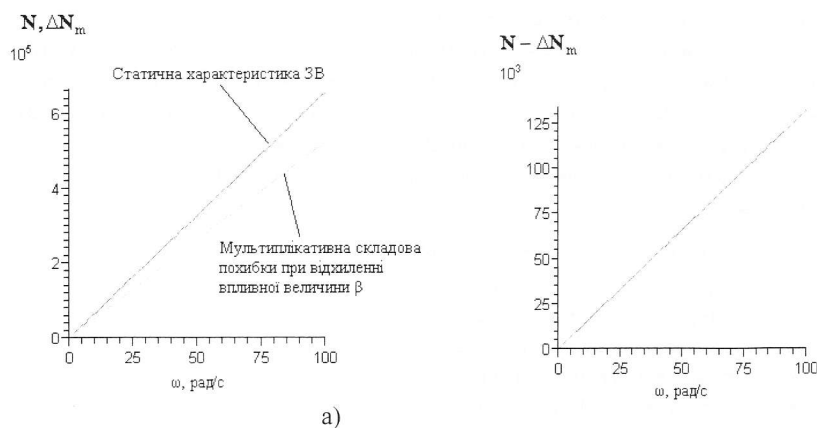


Рис. 3. Характеристики зміни: а) аналітичного рівняння перетворення обертальних параметрів та мультиплікативної складової похибки при збільшенні відхилення впливної величини від номінального значення у чотири рази; б) різниці між підвищеною мультиплікативною похибкою і статичною характеристикою ЗВ

Для зменшення впливу мультиплікативної складової похибки ЗВ помножимо її значення на корегувальний коефіцієнт, що описується рівнянням (11). В результаті корегування результату вимірювання отримаємо характеристики зміни функції перетворення та зменшеної мультиплікативної похибки ЗВ, що представлені на рис. 4.

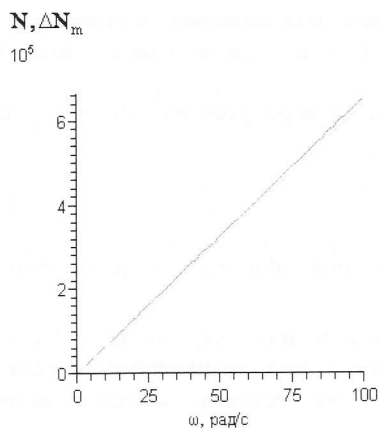


Рис. 4. Характеристики зміни функції перетворення та відкорегованої від мультиплікативної складової похибки ЗВ обертальних параметрів

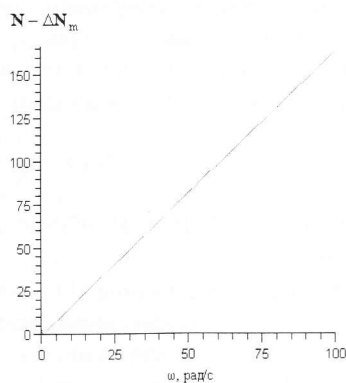


Рис. 5. Характеристика зміни відхилення відкорегованої мультиплікативної похибки ЗВ статичної характеристики

Як видно з рис. 4, відкорегована мультиплікативна похибка ЗВ набагато зменшена в порівнянні з рис. 3 а, і майже повторює теоретичну статичну характеристику. Різниця в показках між теоретичною статичною характеристикою і відкорегованою мультиплікативною похибкою ЗВ представлена на рис. 5.

З рис. 5, видно, що різниця в показках складає 150 відносних десяткових імпульсів в діапазоні показів від 0 до 100 рад/с. Максимальне значення вихідного сигналу ЗВ при цьому складає 600000 відносних десяткових імпульсів. Зведена мультиплікативна похибка ЗВ, що з'являється після корегування мультиплікативної похибки складає лише 0,025 %.

Розрахунки показують, що значення відкорегованої зведеної мультиплікативної похибки (0,025 %) є набагато меншим (у 833 рази) від значення зведеної мультиплікативної похибки (20,83 %), яка виникає в результаті збільшенні відхилення впливної величини β у чотири рази від свого номінального значення (рис. 3 б). Отже, корегувальний коефіцієнт, що описується рівнянням (11), дозволяє ефективно зменшувати мультиплікативну похибку ЗВ навіть при значному відхиленні впливних величин від номінальних значень шляхом домноження на нього результату вимірювання.

Висновки. Запропонована методологія корегування адитивної і мультиплікативної складових інструментальної похибки ЗВ та її математичний апарат дозволяють зменшувати або вилучати адитивну і мультиплікативну складові похибок ЗВ, що мають як лінійну, так і нелінійну функцію перетворення. Проведені дослідження характеристик змін адитивної і мультиплікативної похибок ЗВ обертальних параметрів, з використанням оператора (коефіцієнта) корегування та без нього, показали високу ефективність методології корегування мультиплікативної складової похибки і вилучення адитивної складової похибки при виконанні надлишкових вимірювань з використанням коефіцієнта корегування, що описується математичними моделями (10) і (11). Запропоновані математичні моделі доцільно використовувати для вимірювального контролю змін і деградацій реальної функції перетворення, що можуть виникати в процесі експлуатації ЗВ, в порівнянні з номінальною функцією перетворення ЗВ.

Список літературних джерел

1. Основи метрології та вимірювальної техніки. Основи метрології. Т. 1 / [Дорожовець М., Мотало В., Стадник Б. та ін.]; за ред. Б. Стадника. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2005. – 532 с. - ISBN 966-553-311-8.
2. Пронкин Н. С. Основы метрологии: практикум по метрологии и измерениям / Н. С. Пронкин. – М.: Логос, 2007 – 392 с.
3. Метрологічне забезпечення вимірювань і контролю : [навчальний посібник] / Є. Т. Володарський, В. В. Кухарчук, В. О. Поджаренко, Г. Б. Сердюк. – Вінниця: ВДТУ, 2001. – 219 с.
4. Васілевський О. М. Статистичні методи виявлення систематичних похибок вимірювань / О. М. Васілевський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. - № 1. – С. 9 – 12.
5. Васілевський О. М. Елементи теорії підвищення точності вимірювання та синхронізації кутових швидкостей роторів взаємозв'язаних електромоторів : [монографія] / О. М. Васілевський, П. І. Кулаков. – Вінниця: ВНТУ, 2011. – 176 с. - ISBN 978-966-641-420-8.
6. Васілевський О. М. Дослідження статичних метрологічних характеристик засобу вимірювання кутової швидкості / О. М. Васілевський // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2012. - № 6. – С. 26 – 30.
7. Васілевський О. М. Елементи теорії побудови потенціометричних засобів вимірювального контролю активності іонів з підвищеною вірогідністю : [монографія] / О. М. Васілевський, В. М. Дідич. – Вінниця: ВНТУ, 2013. – 176 с. - ISBN 978-966-641-505-2.