УДК 517.977

Б. І. Мокін
І. О. Чернова
С. О. Довгополюк

Новий підхід до визначення мінімально-допустимого порядку математичної моделі замкнутої системи автоматичного керування з ПД-регулятором

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Запропоновано новий підхід до визначення мінімально-допустимого порядку моделі замкнутої системи автоматичного керування з ПД-регулятором в задачі оцінювання стійкості цієї системи.

Ключові слова: замкнута система автоматичного керування, ПД-регулятор, математична модель, мінімально-допустимий порядок моделі.

Abstract

A new approach to defining the minimum permissible order of the model of a closed system of automatic control of PD controller is proposed in the problem assess the stability of this system.

Keywords: closed system of automatic control, PD controller, mathematical model, minimally acceptable order of model.

В роботах [1–4] визначені умови і запропоновано метод еквівалентування лінійних динамічних систем, що описуються диференціальними рівняннями

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x,\ n > 3, \tag{1}$$

диференціальними рівняннями, що мають такий же вигляд, але 1-го, 2-го або 3-го порядку, а також показано, що в задачі оцінки стійкості цих динамічних систем, в разі якщо вони є замкненими, цей порядок не повинен бути меншим трьох. Тому виникає запитання: «А чи зберігається ця умова в задачі оцінки стійкості замкнених лінійних динамічних систем, процеси в яких в загальному вигляді описуються диференціальними рівняннями

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + ... + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_1 \frac{dx}{dt} + b_0 x,\ n > 3, \tag{2}$$

тобто, рівняннями з похідною у правій частині, що є характерним для замкнених систем автоматичного керування з ПД-регуляторами?»

Для пошуку відповіді диференціальне рівняння (2) ми перетворили по Лапласу при нульових початкових умовах, поставивши у відповідність йому передаточну функцію $W_n(p)$, де

$$W_n(p) = \frac{b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + 1}, \tag{3}$$

яка, у свою чергу, як відомо [5], в частотній області породжує амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ) $W_n(j\omega)$, де

$$W_n(j\omega) = W_n(p)\big|_{P=j\omega} = R_n(\omega) + jQ_n(\omega) = A_n(\omega) e^{\varphi_n(\omega)}, \tag{4}$$

$$A_n(\omega) = \sqrt{R_n^2(\omega) + Q_n^2(\omega)}, \quad \varphi_n(\omega) = arctg \frac{Q_n(\omega)}{R_n(\omega)}, \tag{5}$$

а АФЧХ (4) породжує ще й логарифмічну амплітудну частотну характеристику (ЛАЧХ) $L_n(\omega)$ і логарифмічну фазову частотну характеристику (ЛФЧХ) $\varphi_n^*(\omega)$, де ЛАЧХ – це

$$L_n(\omega) = 20\lg A_n(\omega), \tag{6}$$

а ЛФЧХ $\varphi_n^*(\omega)$ відрізняється від ФЧХ $\varphi_n(\omega)$ лише тим, що частотна вісь в ній масштабована в декадах.

По ЛАЧХ і ЛФЧХ визначають дві характерні для замкнутих динамічних систем частоти – частоту зрізу ω_{cut} і критичну частоту ω_{cr}, які є коренями рівнянь

$$L_n(\omega_{cut}) = 0,\ \varphi_n^*(\omega_{cr}) = -\pi. \tag{7}$$

Як відомо [5], лише тоді, коли виконується нерівність

$$\omega_{cut} < \omega_{cr}, \tag{8}$$

стійка розімкнута динамічна система при її замиканні одиничним негативним зворотнім зв’язком залишається стійкою. Якщо ж має місце нерівність

$$\omega_{cut} > \omega_{cr}, \tag{9}$$

тоді стійка розімкнута динамічна система при її замиканні одиничним негативним зворотнім зв’язком втрачає стійкість і стає нестійкою. Ось чому при побудові еквівалентної математичної моделі мінімально-допустимого порядку критична частота ω_{cr} динамічної системи, розімкнутий контур якої замикається одиничним негативним зворотнім зв’язком і для спрощення аналізу еквівалентується, повинна залишатись і після еквівалентування такою ж, якою вона була до еквівалентування, тобто, розв’язувати поставлену задачу ми будемо за умови, що виконується рівність

$$\omega_{cr}^e = \omega_{cr}, \tag{10}$$

де ω_{cr}^e - критична частота еквівалентної моделі мінімально-допустимого порядку.

Для розв’язання поставленої задачі нами проаналізовані усі можливі передаточні функції, які формуються різними комбінаціями нулів та полюсів виразу (3) і доведено, що мінімально-допустимим порядком диференціального рівняння (2), за якого ще виконується умова (10), є четвертий.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Определение условий и разработка методов описания процессов в сложных динамических объектах эквивалентными моделями не выше третьего порядка / А. Б. Мокин, В. Б. Мокин, Б. И. Мокин, И. А. Чернова // Международный научно-технический журнал «Проблемы управления и информатики». — 2016. — № 2. — С. 37—49.

2. Determining the Conditions and Designing the Methods for Description of Processes in Complex Dynamic Objects by Equivalent Models not Higher than the Third-Order / Alexander B. Mokin, Vitaliy B. Mokin, Boris I. Mokin, Irina A. Chernova // Journal of Automation and Information Sciences. — Volume 48. — 2016. — Issue 3. — Pages 83-97.

3. Мокін В. Б. Метод ідентифікації процесів у багатовимірних динамічних об’єктах, що допускають лінеаризацію, математичними моделями не вище третього порядку, еквівалентними за частотою зрізу / О. Б. Мокін, В. Б. Мокін, Б. І. Мокін, І. О. Чернова // Наукові праці Вінницького національного технічного університету. — 2014. — № 3. — Режим доступу: http://praci.vntu.edu.ua/index.php/praci/article/view/415

4. Ідентифікація еквівалентної за критичною частотою математичної моделі мінімального порядку для багатовимірного динамічного об’єкта / О. Б. Мокін, В. Б. Мокін, Б. І. Мокін, І. О. Чернова // Вісник Вінницького політехнічного інституту. — 2014. — № 5. — С. 9-14.

5. Макаров И. М., Менский Б. М. Линейные автоматические системы (элементы теории, методы расчета и справочный материал). — М.: Машиностроение, 1982. — 505 с.

Мокін Борис Іванович — доктор технічних наук, професор, академік НАПН України, професор кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки Вінницького національного технічного університету, Вінниця, e-mail: borys.mokin@gmail.com

Чернова Ірина Олександрівна — аспірантка кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки факультету комп'ютерних систем і автоматики Вінницького національного технічного університету, Вінниця

Довгополюк Сергій Олександрович – аспірант кафедри системного аналізу, комп'ютерного моніторингу та інженерної графіки факультету комп'ютерних систем і автоматики Вінницького національного технічного університету, Вінниця

Mokin Borys Ivanovych — Prof., Dr Hab. (Eng.), Professor at the Department of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: borys.mokin@gmail.com

Chernova Iryna Oleksandrivna — Post-graduate student at the Department of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia

Sergiy O. Dovgopolyuk – Post-Graduate Student of the Department of Systems Analysis, Computer Monitoring and Engineering Graphics of the Faculty of Computer Systems and Automatics, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia