

ОГЛЯД АЛГОРИТМІВ ВІДНОВЛЕННЯ ЦИФРОВИХ ГОЛОГРАМ

Вінницький національний технічний університет

Анотація

Розглянуто методи моделювання дифракції в задачах відновлення цифрових голограм. Проаналізовано доречність застосування наближення Френеля, Фраунгофера та методу кутового спектру.

Ключові слова: відновлення цифрових голограм, наближення Френеля, наближення Фраунгофера, метод кутового спектру.

Abstract

Diffraction modeling methods for digital holograms reconstruction are reviewed. Necessity of Fresnel and Fraunhofer approximations and angular spectrum method usage is studied.

Keywords: digital hologram reconstruction, Fresnel approximation, Fraunhofer approximation, angular spectrum method.

Вступ

З моменту появи голографія набула використання у широкому класі задач оптичного неруйнівного контролю. До останнього часу подальше впровадження голографічних методів обмежувалось складнощами, пов'язаними з використанням спеціальних плівок для запису голограм та необхідності витратних матеріалів для їх обробки. Розвиток технологій виробництва CMOS та CCD матриць а також збільшення кількості їх світлочутливих елементів (пікселів) дало змогу здійснювати безпосереднє оцифровування інтерференційної картини утвореної предметним та опорним променями.

Використання сучасних обчислювальних засобів разом з цифровими фотоматрицями дає змогу використати напрацювання в теорії моделювання дифракції електромагнітних полів для проведення чисельного експерименту по розрахунку комплексної амплітуди хвилі, яка була розсіяна або пройшла через досліджуваний об'єкт, тим самим усунувши деякі недоліки класичної голографії. Це дозволяє використовувати голографію у методах дослідження об'єктів, які покладаються на чисельне вимірювання мікрорельєфу або оптичної щільності.

Мета даної роботи полягає у огляді алгоритмів відновлення цифрових голограм, наведення їх переваг та недоліків, а також особливостей програмної реалізації.

Основна частина

Говорячи про схеми запису як аналогових так і цифрових голограм, необхідно виділити осьову (in-line) та позаосьову (off-axis) схеми. Відмінність між ними полягає у наявності або ж відсутності відхилення між предметним та опорним променями. Якщо опорний та предметний промені є паралельними, мова йде про осьову схему запису. В іншому ж разі, використовується позаосьова схема. При накладанні предметного та опорного променів в площині голограми (поверхня фотоматриці) утвориться інтерференційна картина, амплітуда якої дорівнюватиме [1]:

$$I_H = |U_r + U_o|^2 = |U_r|^2 + |U_o|^2 + U_r^* U_o + U_r U_o^*, \quad (1)$$

де U_r та U_o – комплексні амплітуди опорного та предметного променів, відповідно.

Випромінювання, яке не розсіялось об'єктом (нульовий порядок дифракції), характеризується першими двома доданками ($|U_r|^2 + |U_o|^2$), в той час як $U_r^* U_o$ та $U_r U_o^*$ описують +1 та -1 дифракційні порядки, які також дійсним та уявним зображенням об'єкта.

Після реєстрації інтерференційної картини в цілях покращення якості відновленого зображення об'єкта необхідно провести демодуляцію цифрової голограми [1] суть якої полягає в усуненні нульового порядку дифракції та зображення-двійника. Дана операція може бути виконана або шляхом фільтрації смуговим

фільтром частотного спектру інтерференційної картини, записаної при використанні позаосьової схеми запису, або використанням методу фазозсувної голографії [2].

У класичній голографії оптичне відновлення предметного хвильового поля здійснюється шляхом опромінення голографічної плівки, із записаною інтерференційною картиною, опорним променем. У цифровій формі дана дія виконується шляхом множення цифрової голограми I_H (інтерференційна картина) з комплексною амплітудою опорної хвилі U_r [3].

При умові, що дифракційний порядок $U_r^* U_o$, який описує дійсне зображення, був виділений за допомогою смугового фільтру в голограмі I_{HF} , відновлення предметного хвильового фронту буде описуватись формулою [4]:

$$\begin{aligned} I_{HF} &= U_r^* U_o, \\ U_o &= \frac{I_{HF}}{U_r^*} = \frac{I_{HF} U_r}{U_r^* U_r} = \frac{I_{HF} U_r}{|U_r|^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Варто зазначити, що використання формули (2) можливе тільки за умови наявності матриці значень U_r . На практиці подібне вимірювання опорної хвилі є складним, тому масив значень U_r розраховують з використанням моделі плоскої або сферичної хвилі. Зазвичай, використовується модель плоскої хвилі, оскільки, при обранні нульової фази та одиничної амплітуди, величина її комплексної амплітуди може бути спрощена до константи:

$$U = A e^{i\phi} = 1 e^{i \cdot 0} = 1. \quad (3)$$

Після знаходження амплітуди предметної хвилі за формулою (2) у площині голограми необхідно знайти амплітуду поля в площині на відстані z від голограми, у якій зображення предмета стане чітким.

Дана відстань дорівнює відстані між об'єктом та фотоматрицею під час запису голограми. Взаємозв'язок між комплексними амплітудами оптичних полів у даних двох площинах може бути описаний рівнянням Гельмгольца, для розв'язку якого можуть використовуватись формули Кірхгофа та Релея-Зоммерфельда [1]:

$$\begin{aligned} U_z(x, y) &= \frac{1}{i\lambda} \iint U_0(\xi, \eta) \frac{1}{r} \exp(ikr) K(\theta) d\xi d\eta, \\ r &= \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $U_z(x, y)$ та $U_0(\xi, \eta)$ – комплексні амплітуди оптичного поля у кінцевій та початковій площинах на відстані z , відповідно, k – хвильове число.

Для випадку, коли точкове джерело випромінювання знаходиться нескінченно далеко від площини дифракції, коефіцієнт $K(\theta)$ для формули Кірхгофа дорівнює $\frac{1}{2}(\cos\theta + 1)$, а для першого та другого розв'язку Релея-Зоммерфельда – $\cos\theta$ та 1 , відповідно [5]. Формули Кірхгофа та Релея-Зоммерфельда можуть бути представлені у формі інтегралу згортки з функцією імпульсного відгуку h [6]:

$$\begin{aligned} U_z(x, y) &= \iint U_0(\xi, \eta) h(x, y, \xi, \eta) d\xi d\eta, \\ h(x, y, \xi, \eta) &= \frac{1}{i\lambda} \frac{1}{r} \exp(ikr) K(\theta), \end{aligned} \quad (5)$$

Враховуючи те, що цифрові голограми, записані із використанням сучасних фотоматриць, складаються з мільйонів пікселів, обчислювальна складність рівняння (4) повинна бути якомога меншою. Для зменшення обчислювальної складності даних формул використовується параксіальне наближення, згідно до якого $\cos\theta \approx z/r_{01}$, а також розрахунку відстані r за допомогою наближень Френеля та Фраунгофера.

За рахунок можливості заміни операції згортки поелементним множенням відповідних Фур'є образів, на практиці формулу (5) реалізують з використанням перетворень Фур'є та передавальної функції H :

$$U_z(x, y) = \mathfrak{F}^{-1} \{ H(v_x, v_y, z) \cdot \mathfrak{F} \{ U_0(\xi, \eta) \} \} \quad (6)$$

Для апроксимації Френеля передавальна функція дорівнює [5]:

$$H(v_x, v_y) = \exp(ikz) \exp(-i\pi \lambda z (v_x^2 + v_y^2)) \quad (7)$$

Наближення Френеля може використовуватись тільки у випадку, якщо відстань є більшою за [6]:

$$z \gg \sqrt[3]{\frac{k}{8} ((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2)_{max}^2} \quad (8)$$

Для ще більших відстаней до площини розрахунку дифракційної картини z можливе використання наближення Фраунгофера, передавальна функція якого дорівнює [6]:

$$z \gg \frac{k(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{2} \quad (9)$$

Дифракційний інтеграл Фраунгофера визначається таким чином та може бути обрахований з використанням одного перетворення Фур'є [5]:

$$U(x, y) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left(i\frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right) \iint U_0(\xi, \eta) \exp\left(-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x\xi + y\eta)\right) d\xi d\eta \quad (10)$$

Згідно до формули (8) і (9) приблизні мінімальні відстані використання наведених апроксимацій для розмірів фотоматриць типу APS-C (22.2 x 14.8 мм) та 1/2.5" (5.76 x 4.29 мм) будуть дорівнювати:

$$\begin{aligned} z_{\text{Fresnel APS-C}} &\gg 90.7 \text{ см} \\ z_{\text{Fresnel 1/2.5''}} &\gg 15.7 \text{ см} \\ z_{\text{Fraunhofer APS-C}} &\gg 1050.9 \text{ м} \\ z_{\text{Fraunhofer 1/2.5''}} &\gg 76.1 \text{ м} \end{aligned} \quad (11)$$

З наведених результатів можна зробити висновок, що апроксимація Фраунгофера на практиці не може використовуватись у цифрових голографічних вимірювальних системах через вимогу до забезпечення занадто великої відстані між фотоматрицею та об'єктом.

Окрім методів на основі дифракційного інтегралу Релея-Зоммерфельда існує також метод кутового спектру [5], в рамках якого просторові складові Фур'є-образу розподілу комплексної амплітуди поля ототожнюються з плоскими хвилями, що розповсюджуються у різні напрямки. Передавальна функція методу кутового спектру визначається таким чином:

$$H(v_x, v_y) = \exp\left(ikz\sqrt{1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2}\right) \quad (12)$$

Головна перевага методу кутового спектру полягає у тому, що мінімальна відстань його використання така ж, як і у дифракційної формули Релея-Зоммерфельда ($r \gg \lambda$), що дозволяє його використання у задачах цифрової голографічної мікроскопії, а також те, що даний метод не використовує додаткових апроксимацій, окрім передбачених скалярною теорією дифракції.

Порівнюючи передавальні функції наближення Френеля (7) та методу кутового спектру (12) постає питання про оцінювання часу їх обрахунку використовуючи сучасне обладнання.

Обрахування даних передавальних функцій у середовищі Wolfram Mathematica 11.0.1 з використанням процесору Intel Core i7 2600 (частота 3.3 ГГц) для голограми з розміром 1944 x 2592 пікселів тривало: для передавальної функції методу кутового спектру – 0.42 с, для наближення Френеля – 0.55 с.

Висновки

Розглянуто методи моделювання дифракції на основі інтегралу Релея-Зоммерфельда та метод кутового спектру в задачах відновлення цифрових голограм. Обґрунтовано доцільність використання методу кутового спектру зважаючи на відсутність в ньому значних обмежень на найменшу відстань між площиною запису голограми та досліджуванним об'єктом а також співставну швидкодію порівняно з наближенням Френеля.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. New Techniques in Digital Holography / Pascal Picart. – John Wiley & Sons, 2015.
2. Off-axis digital hologram reconstruction: some practical considerations / Nicolas Verrier, Michael Atlan // Applied Optics. – 2011. – Vol. 50. – P. 136–146.

3. Digital recording and numerical reconstruction of holograms / Ulf Schnars, Werner P. O. Jüptner // Measurement Science and Technology. – 2002. – Vol. 13. – P. 85.
4. Digital Holography and Three-Dimensional Display / Ting-Chung Poon. – Springer US, 2006.
5. Introduction to Fourier Optics / Joseph W. Goodman. – McGraw-Hill, 2005.
6. Digital Hologram Synthesis [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://holo.zcu.cz/txt/TR-2007-02.pdf>. – Назва з екрану. – Дата звернення: 13.03.2017.

Довгалиук Ростислав Юрійович – аспірант спеціальності 05.12.20 Оптоелектронні системи, Інститут магістратури, аспірантури та докторантури, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця, e-mail: rostyslav.research@gmail.com.

Науковий керівник: **Заболотна Наталія Іванівна** – канд. техн. наук, доцент кафедри Лазерної та оптоелектронної техніки, Вінницький національний технічний університет, м. Вінниця.

Dovhaliuk Rostyslav Yu. — postgraduate student in Optoelectronic Systems, Institute of Master, Postgraduate and Doctoral Studies, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, e-mail: rostyslav.research@gmail.com.

Supervisor: **Zabolotna Nataliia I.** — Cand. Sc. (Eng), Assistant Professor at Department of Laser and Optoelectronic Technology, Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia.