

УЗАГАЛЬНЕНИЙ ПЕРЕТВОРЮВАЧ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТА ТЕОРЕМИ ВЗАЄМОДІЇ

Вінницький національний технічний університет, e-mail: wjug@ukr.net

Запропоновано і розкрито поняття узагальненого перетворювача моменту інерції (УПМІ) як найзагальнішої форми, складеної відносно відомих та можливих у майбутньому перетворювачів моменту інерції, що дозволило на основі варіаційних принципів аналітичної механіки розробити їх узагальнену математичну модель, а за допомогою теорії динамічних аналогій побудувати дві електричні моделі цих пристроїв. Дослідження і аналіз отриманих математичної та електричних моделей дозволив виявити деякі загальні закономірності, що притаманні процесу вимірювального перетворення моменту інерції. Ці закономірності були представлені у вигляді чотирьох теорем.

Вступ

Як свідчить аналітичний огляд сучасного стану теоретичного забезпечення вимірювальних перетворювачів моменту інерції [1-2], на сьогодні єдиний підходів в розробці методів вимірювання і контролю моменту інерції та в створенні їх математичних моделей не існує.

Більш того, оскільки за своєю будовою наукова теорія має являти собою цілісну та внутрішньо диференційовану систему ієрархічно взаємозв'язаних, узагальнюючих, логічно сумісних понять, законів та тверджень, то наразі існують всі підстави стверджувати, що як система узагальнюючих положень теорія перетворювачів моменту інерції на сьогодні перебуває ще в незавершеному стані і потребує подальшого розвитку.

Отже, часткове розв'язання означеної проблеми і створення передумов для формування загальної теорії перетворювачів моменту інерції і є основною метою даної роботи.

На думку авторів, це стає можливим завдяки введенню абстрактного пристрою – узагальненого перетворювача моменту інерції (УПМІ) [3].

Узагальнений перетворювач моменту інерції

Узагальненим перетворювачем моменту інерції назвемо абстрактний вимірювальний пристрій довільного порядку (з n ступенями вільності), що реалізує вимірювальне перетворення моменту інерції в функціонально з ним пов'язану механічну фізичну величину – геометричну, кінематичну або динамічну, який є узагальненою формою відносно відомих та можливих у майбутньому перетворювачів моменту інерції і перетворюється в них за окремих умов.

На рисунку 1 показана структурна схема системи УПМІ.

Як видно з приведеного рисунка, в загальному випадку цей пристрій має являти собою суто механічну або електромеханічну систему і складатися з двох взаємодіючих частин:

- самого об'єкту вимірювання (контролю), який за своєю фізичною природою має бути механічною або електромеханічною системою (назвемо цю частину підсистемою А);

- деякої додаткової суто механічної системи з наперед заданими властивостями та в'язями (підсистемою В), що певним наперед заданим чином

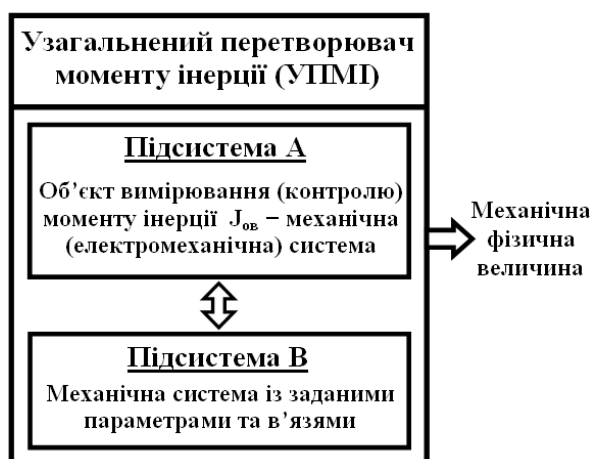


Рисунок 1. Структурна схема системи УПМІ

зв'язана з об'єктом вимірювання і створює для нього або поле активних сил, спонукаючи до руху, або поле реакції в'язей, обмежуючи цей рух.

Математична і електричні моделі системи УПМІ

Математичною моделлю системи УПМІ, як це було строго показано в роботі [3], мають бути представлені у формі рівнянь Лагранжа другого роду його рівняння руху

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial}{\partial \dot{q}_s} T_A(J_{OB}) \right] + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{q}_s} \right) - \left[\frac{\partial}{\partial q_s} T_A(J_{OB}) + \frac{\partial T_B}{\partial q_s} \right] = Q_s^{(A)} + Q_s^{(B)}, \quad s=1,2,\dots,n. \quad (1)$$

Система диференціальних рівнянь (1) є узагальненою математичною моделлю будь-якого теоретично можливого перетворювача моменту інерції, яку, врахувавши особливості руху, що притаманні існуючим перетворювачам, нескладно трансформувати до вигляду [3]

$$\begin{cases} (J_{OB} + m_A l^2) \ddot{q}_1 = M_A^{(m)} + M_A^{(e)} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_1} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_1}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T_B}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T_B}{\partial q_s} = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} - \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_s}, \quad s=2,3,\dots,n, \end{cases} \quad (2)$$

де T_A і T_B – кінетичні енергії підсистем А та В відповідно; Π – потенціальна енергія системи УПМІ; Φ – її дисипативна функція Релея; Q_s – узагальнена сила, що відповідає s -ій узагальненій координаті; $M_A^{(m)}$ та $M_A^{(e)}$ – головні моменти сил відносно осі обертання механічного та електромагнітного походжень відповідно; J_{OB} – перетворюваний момент інерції; q_s – система узагальнених координат; n – число ступенів вільності системи УПМІ.

Окрім математичної введена система УПМІ має і дві електричні моделі [4, 5], що є дуальними одна відносно одної. Їх рівняння можна одержати на підставі системи (2), скориставшись теорією динамічних аналогій.

Так, в першій системі електродинамічних аналогій [5] ці рівняння набудуть вигляду *другого закону Кірхофа* в рівняннях Лагранжа-Максвелла

$$\begin{cases} (L_{OB} + L) \ddot{q}_1^{(e)} = e_1 - \frac{\partial W_e}{\partial q_1^{(e)}} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \dot{q}_1^{(e)}}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial W_m}{\partial \dot{i}_s} = e_s - \frac{\partial W_e}{\partial q_s^{(e)}} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \dot{i}_s}, \quad s=2,3,\dots,n, \end{cases}$$

де W_m – енергія магнітного поля електричної моделі підсистеми В; W_e – енергія електричного поля електричної моделі системи УПМІ; Φ_e – її електрична дисипативна функція Релея; e_s – контурні електрорушійні сили; L_{OB} – індуктивність, яка є електричним аналогом перетворюваному моменту інерції J_{OB} ; $i_s = \dot{q}_1^{(e)}$ – контурні струми, що задають систему узагальнених швидкостей для електричної моделі; n – кількість незалежних контурів.

Розроблену електричну схему *першої* моделі наведено на рисунку 2.

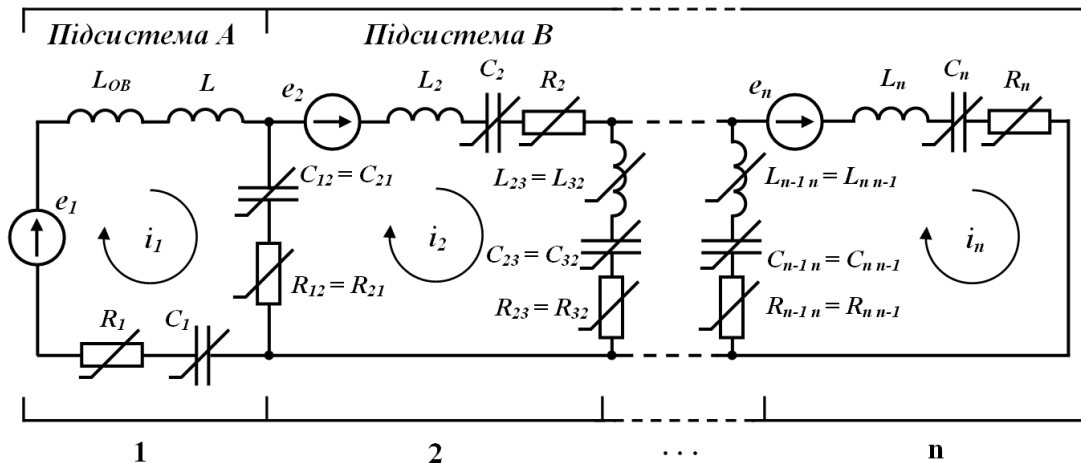


Рисунок 2. Структурна й електрична схеми першої електричної моделі системи УПМІ

Дану електричну схему наведено в спрощеному вигляді – планарному. Однак оскільки в загальному випадку зв'язок між підсистемами А та В системи УПІМІ може відбуватися за рахунок зміни всіх узагальнених координат та швидкостей, то в тому ж загальному випадку всі незалежні контури першої електричної моделі можуть мати поміж собою спільні вітки. Зокрема це стосується першого контуру, що є аналогом підсистеми А.

В основу другої електричної моделі покладено другу систему електродинамічних аналогій [5]. Тоді електричним аналогом математичної моделі УПІМІ (2) буде перший закон Кірхгофа для електричних кіл, представлений рівняннями Лагранжа-Максвелла

$$\begin{cases} (C_{OB} + C) \ddot{\psi}_1 = J_1 - \frac{\partial W_M}{\partial \psi_1} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \varphi_1}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial W_e}{\partial \varphi_s} = J_s - \frac{\partial W_M}{\partial \psi_s} - \frac{\partial \Phi_e}{\partial \varphi_s}, \quad s = 2, 3, \dots, n. \end{cases}$$

Електричну схему цієї моделі наведено на рисунку 3.

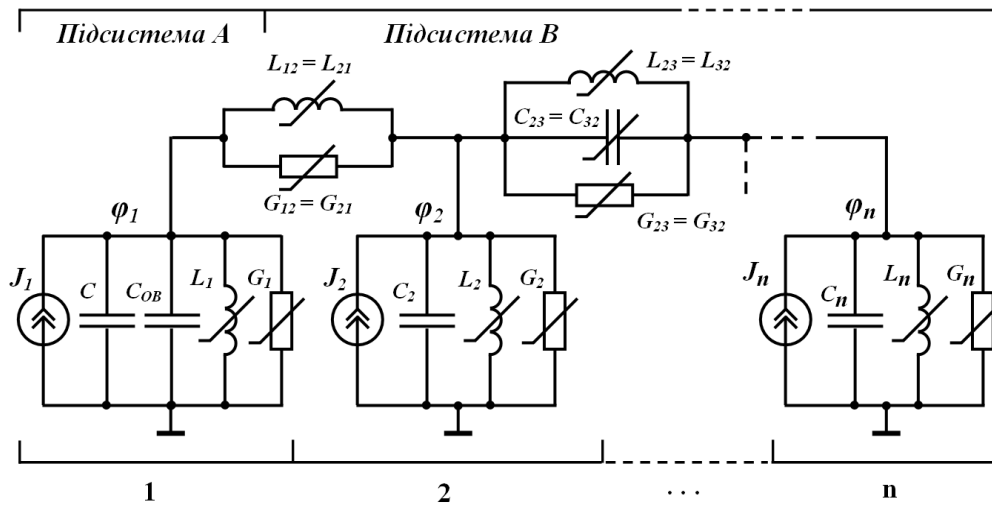


Рисунок 3. Структурна й електрична схеми другої електричної моделі системи УПІМІ

Як і електрична схема першої електричної моделі дана схема також представлена планарно. Це зроблено для спрощення сприйняття, оскільки в загальному випадку повинні бути заданими електричні зв'язки між всіма вузлами наведеного електричного кола.

Теорема взаємодії

Під час аналітичного дослідження руху системи УПІМІ, її математичної моделі (2) та розподілу дії взаємних сил підсистем А та В (рис. 4) не можна залишити поза увагою деякі важливі спільні закономірності, які є і будуть притаманними будь-яким нині відомим та можливим у майбутньому перетворювачам моменту інерції.

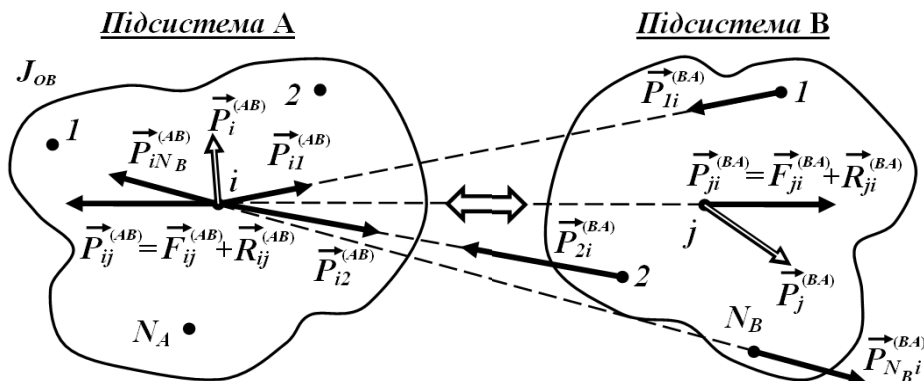


Рисунок 4. Розподіл дії взаємних сил між підсистемами А і В системи УПІМІ

Назвемо ці закономірності *теоремами взаємодії* і сформулюємо їх.

Теорема 1 (теорема про дію та протидію підсистем А та В УПМІ): *дія підсистеми А УПМІ на підсистему В породжує протидію, рівну за величиною та протилежну за напрямом*

$$\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} + \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} = 0.$$

Теорема 2 (теорема еквівалентності взаємодії підсистем А та В УПМІ): *рух підсистем А та В у зовнішньому силовому полі, створеному підсистемою В, еквівалентний руху підсистем А та В у зовнішньому силовому полі, що створене підсистемою А, якщо тільки ці поля будуть являти собою дію та протидію.*

Теорема 3 (теорема про дію та протидію підсистем А та В УПМІ в узагальнених силах): *узагальнена дія однієї матеріальної системи на іншу завжди породжує по будь-якій узагальненій координаті узагальнену протидію, рівну за величиною та протилежну за знаком*

$$\sum_{i=1}^{N_A} \vec{P}_i^{(AB)} \frac{\partial \vec{r}_i^{(A)}}{\partial q_s} + \sum_{j=1}^{N_B} \vec{P}_j^{(BA)} \frac{\partial \vec{r}_j^{(B)}}{\partial q_s} = 0, \quad s = 1, 2, \dots, n,$$

де $\vec{P}_i^{(AB)}$ – рівнодіюча активних сил та реакцій в'язей, що спонукають до руху чи, навпаки, обмежують рух кожної i -ої з N_A матеріальних точок підсистеми А внаслідок силової дії на неї з боку всіх N_B точок підсистеми В; $\vec{r}_i^{(A)}$ – радіус-вектор i -ої матеріальної точки відносно заданої інерціальної системи відліку; $\vec{P}_j^{(BA)}$ та $\vec{r}_j^{(B)}$ – подібно, тільки з тією різницею, що сформульовано відносно підсистеми В; q_s – система узагальнених координат; n – число ступенів вільності системи.

Теорема 4 (теорема про динамічний режим): *будь-яке перетворення моменту інерції вимагає перехідного процесу для об'єкту вимірювання (контролю) і можливе тільки за цієї умови.*

Висновки

Отже, в даній роботі отримала подальший розвиток теорія перетворювачів моменту інерції механічних та електромеханічних систем, для чого було запропоновано і розкрито поняття узагальненого перетворювача моменту інерції як найзагальнішої форми, складеної відносно відомих та можливих у майбутньому перетворювачів моменту інерції. Це дозволило на основі варіаційних принципів аналітичної механіки розробити їх узагальнену математичну модель, а за допомогою теорії динамічних аналогій побудувати дві електричні моделі цих пристроїв. Дослідження і аналіз отриманих математичної та електричних моделей виявив деякі загальні закономірності, що притаманні процесу вимірювального перетворення моменту інерції, які були представлено у вигляді чотирьох теорем.

Список літератури

1. Кухарчук В. В. Елементи теорії контролю динамічних параметрів електричних машин: монографія / В. В. Кухарчук. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 1998. – 125 с.
2. Ведміцький Ю. Г. До питання розв'язку проблеми систематизації математичних моделей і методів перетворення моменту інерції. Огляд та перспектива / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету. – 2006. – Випуск 3/2006(38), Частина 1. – С. 130-133.
3. Ведміцький Ю. Г. Узагальнений перетворювач моменту інерції / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Кременчуцького державного політехнічного університету ім. М. Остроградського. – 2008. – Випуск 3/2008(50), Частина 1. – С. 113-118.
4. Ведміцький Ю. Г. Вимірювальне перетворення і контроль моменту інерції механічних та електромеханічних систем в процесі їх експлуатації. Теорія і практика / Ю. Г. Ведміцький // Вісник Хмельницького національного університету. – 2008. – №4(113). – С. 47-55.
5. Ведміцький Ю. Г. Елементи теорії електродинамічного моделювання вимірювального перетворення і контролю моменту інерції. Проблематика, динамічні аналогії та принцип дуальності / Ю. Г. Ведміцький, В. В. Кухарчук // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2008. – №5(80). – С. 25–30.