

**УДК 621.86:534-16**

**Поліщук Л.К., Коцюбівський Р.П., Керничний В.М.**

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НЕСТАЦІОНАРНИХ РЕЖИМІВ РОБОТИ  
СТРІЧКОВОГО КОНВЕЄРА**

*Вінницький національний технічний університет, Вінниця, Хм. шосе, 95, 21021*

**UDC 621.86:534-16**

**Polishchuk L.K Kotsyubivskyy R.P Kernychnyy V.M**

**MATHEMATICAL MODEL OF TRANSIENT MODE CONVEYOR BELT**

*Vinnitsia National Technical University, Vinnitsa, Hm. Highway 95, 21021*

*Розглядається метод розрахунку перехідних процесів в машинах неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривного взаємозв'язку електромагнітних коливних явищ в асинхронному двигуні і механічних коливань у транспортуючому органі . Суть методу полягає у перетворенні вихідних хвильових рівнянь шляхом заміни супутніх координат на нерухомі і подальшому інтегруванні нелінійних рівнянь з частковими похідними методом скінченних елементів за фіксованих крайових умов.*

*Ключові слова: математична модель, стрічковий конвеєр, рівняння руху, електропривод.*

*The method of calculation of transient processes machines in continuous transport considering moving boundaries dumpers elastic links and inseparable relationship of oscillating electromagnetic phenomena in asynchronous motor and*

*mechanical vibrations in transporting the body. The method consists in transforming the initial wave equations by replacing the associated coordinates fixed and further integration of nonlinear equations with partial derivatives of the finite element method for fixed boundary conditions.*

*Key words: mathematical model, belt conveyor, the equation of motion, electric.*

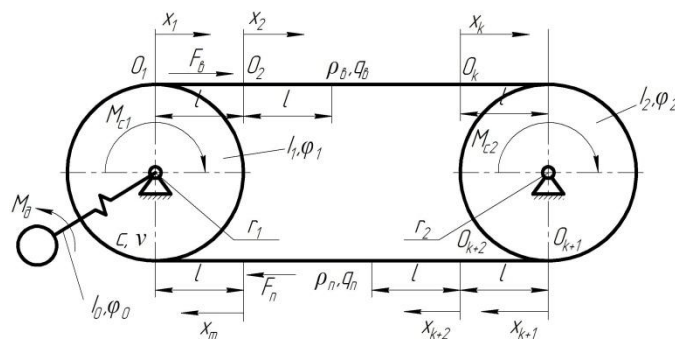
Довжина траси сучасних стрічкових конвеєрів у гірничовидобувній, вугільній та інших галузях промисловості досягає значних розмірів (10 км і більше) [1]. Транспортувальні органи таких машин мають велику масу і значну податливість в осьовому напрямі. Це обумовлює виникнення хвильових явищ в довгомірих елементах системи та їх суттєвий вплив на динаміку конвеєра при нестационарних режимах роботи [2, 3].

Традиційний підхід до математичного моделювання динамічних процесів ґрунтується на тому, що вітки конвеєра розглядаються як прямолінійні стержні. Їх поздовжні коливання в супутній системі координат описуються відомими хвильовими рівняннями, що підлягають розв'язуванню за рухомих крайових умов. На практиці, виходячи з того, що перехідні режими тривають протягом невеликих проміжків часу, рухомістю меж нехтують [3]. Однак, під час досліджень динаміки конвеєрів зі значними робочими швидкостями згадане припущення може призвести до суттєвих похибок розрахунку. Це зумовлює необхідність розв'язування задачі з урахуванням строгої відповідності крайових умов рівнянням з частковими похідними, котрими описується рух віток транспортувального органу.

У даній праці розглядається метод розрахунку перехідних процесів в машинах неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривного взаємозв'язку електромагнітних коливних явищ в асинхронному двигуні і механічних коливань у транспортуючому органі. Суть методу [4] полягає у перетворенні вихідних хвильових рівнянь шляхом заміни супутніх координат на нерухомі і подальшому числовому

інтегруванні нелінійних рівнянь з частковими похідними за фіксованих крайових умов.

Розглянемо механічну систему стрічкового конвеєра, подану на рис.1, де  $J_0$  -зведений до привідного барабана момент інерції ротора двигуна з механічними передачами;  $J_1, J_2$  - моменти інерції привідного і натяжного барабанів;  $M_0, M_{c1}, M_{c2}$ , -зведений момент двигуна і моменти опору рухові барабанів;  $c, \nu$  - жорсткість і коефіцієнт лінійного опору муфти;  $r_1, r_2$ , - радіуси барабанів. Робочу і холосту вітки конвеєра розбиваємо на однакову кількість скінченних елементів довжиною  $l$ . Для опису поздовжніх коливань ділянок використовуємо систему супутніх координат  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , початки яких  $O_1, O_2, \dots, O_m$  у початковий момент часу розташовані на межах відповідних ділянок. Переміщення перерізів ділянок віток  $u_1, u_2, \dots, u_m$  є функціями просторових координат і часу  $t$ . Кутові переміщення ротора двигуна і барабанів позначаємо як  $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ .



**Рис. 1. Розрахункова схема стрічкового конвеєра**

Рівняння поздовжніх коливань  $i$ -ї ділянки вітки конвеєра записуємо у вигляді

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} - \mu a_i^2 \frac{\partial^3 u_i}{\partial x_i^2 \partial t} = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (1)$$

де  $a_i = \text{sqrt}(E / \rho_i)$  - швидкість поширення хвилі пружних деформацій ( $E$  і  $\rho_i$  - модуль пружності і густина матеріалу стрічки);  $\mu$  - коефіцієнт, за допомогою

якого враховується розсіяння енергії в матеріалі згідно з гіпотезою Фойгта.  
Розглянемо нерухомі координати

$$z_i = x_i + u_i(x_i, t) \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (2)$$

які за відсутності переміщень збігаються з відповідними супутніми координатами  $x_i$  ( $i=1, 2, \dots, m$ ).

З урахуванням (2) похідні функції  $u_i(x_i, t)$  записуємо як

$$\frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} = \frac{u_i'}{1 - u_i'}; \quad \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial t} = \frac{\dot{u}_i}{1 - u_i'}. \quad (3)$$

У правих частинах співвідношень (3) переміщення  $u_i$  розглядаємо як функцію нерухомої координати  $z_i$  і часу  $t$ , причому похідну за просторовою координатою позначаємо штрихом, а за часовою - точкою.

Диференціюючи (3) за  $x_i$  і  $t$ , визначаємо з урахуванням (2) другі та змішані похідні функції  $u_i(x_i, t)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} &= \frac{u_i''}{(1 - u_i')^3}; & \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t} &= \frac{u_i'' \dot{u}_i}{(1 - u_i')^3} - \frac{\dot{u}_i'}{(1 - u_i')^2}; \\ \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial t^2} &= \frac{\ddot{u}_i + 2 \dot{u}_i \dot{u}_i' - 2 \dot{u}_i u_i' - 2 u_i u_i' \dot{u}_i' + \dot{u}_i^2 u_i'' + (u_i')^2 \dot{u}_i}{(1 - u_i')^3}; \\ \frac{\partial^3 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2 \partial t} &= \frac{\dot{u}_i [u_i''' (1 - u_i')^3 + 3(1 - u_i')^2 (u_i'')^2]}{(1 - u_i')^7} + \frac{\dot{u}_i'' (1 - u_i')^3 + 3(1 - u_i')^2 \dot{u}_i' \dot{u}_i'}{(1 - u_i')^6}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розкладаючи вирази (3) і (4) у степеневі ряди, обмежуючись членами, що мають порядок малості не вище другого, одержуємо

$$\frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial x_i} = u_i' (1 - u_i'); \quad \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial t} = \dot{u}_i (1 + u_i');$$

$$\frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t} = \dot{u}_i' (1 + 2u_i') + u_i'' \dot{u}_i;$$

$$\frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2} = u_i''(1 + 3u_i'); \quad \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial t^2} = \ddot{u}_i(1 + u_i') + 2\dot{u}_i \dot{u}_i';$$

$$\frac{\partial^3 u_i(x_i, t)}{\partial x_i^2 \partial t} = \dot{u}_i''(1 + 3u_i') + u_i''' \dot{u}_i + 3u_i'' \dot{u}_i'. \quad (5)$$

Підставляючи (5) в (1) і нехтуючи в доданку, за допомогою якого враховується розсіяння енергії, членами вищого порядку малості, одержуємо рівняння руху в нерухомій системі координат:

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \left( 1 + \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) + 2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i \partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} - a_i^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i^2} \left( 1 + 3 \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) - \mu a_i^2 \frac{\partial^3 u_i}{\partial z_i^2 \partial t} = 0 \quad (6)$$

( $i=1, 2, \dots, m$ ).

Для зручності розроблення алгоритму розв'язування задачі скористаємося відносними просторовими координатами

$$\zeta_i = \frac{z_i}{l} \quad (i=1, 2, \dots, m), \quad (7)$$

З урахуванням (6), (7) одержуємо

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i \partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{a_i^2}{l^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i^2} \left( 1 + \frac{3}{l} \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) - \frac{\mu a_i^2}{l^2} \frac{\partial^3 u_i}{\partial \zeta_i^2 \partial t} = 0 \quad (8)$$

( $i=1, 2, \dots, m$ ).

Поздовжня сила в деякому перерізі стрічки конвеєра визначається виразом

$$N_i(x_i, t) = EA \left( \frac{\partial u_i(x_i, t)}{\partial x_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i(x_i, t)}{\partial x_i \partial t}, \quad (9)$$

де  $A$  - площа поперечного перерізу стрічки.

Беручи до уваги перше і третє співвідношення (5), виконуємо перетворення координат у формулі (9):

$$N_i(z_i, t) = EA \left[ \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \left( 1 + \frac{\partial u_i}{\partial z_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial z_i \partial t} \right]. \quad (10)$$

Перейшовши до відносних просторових координат, врахувавши друге і п'яте співвідношення (5) та залежність (10), запишемо крайові умови на привідному барабані у вигляді

$$\begin{aligned}
& \frac{J_1}{r_1} \left[ \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial u_1}{\partial t} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta_1 \partial t} \right]_{\zeta_1=0} - \\
& - \frac{EA r_1}{l} \left[ \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial \zeta_1 \partial t} \right]_{\zeta_1=0} + \frac{EA r_1}{l} \left[ \frac{\partial u_m}{\partial \zeta_m} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_m}{\partial \zeta_m} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_m}{\partial \zeta_m \partial t} \right]_{\zeta_m=1} - \\
& - c \left[ \varphi_0 - \frac{1}{r_1} u_1(0, t) \right] - \nu \left[ \omega_0 - \frac{1}{r_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \left( 1 - \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) \right]_{\zeta_1=0} = -M_{c1}; \\
& J_0 \frac{d\omega_0}{dt} + c \left[ \varphi_0 - \frac{1}{r_1} u_1(0, t) \right] + \nu \left[ \omega_0 - \frac{1}{r_1} \frac{\partial u_1}{\partial t} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_1}{\partial \zeta_1} \right) \right]_{\zeta_1=0} = M_{c2}; \\
& u_1(0, t) = u_m(1, t); \quad \frac{d\varphi_0}{dt} = \omega_0. \tag{11}
\end{aligned}$$

Тут  $\omega_0$  - кутова швидкість ротора двигуна.

Крайові умови на натяжному барабані виражаються залежностями

$$\begin{aligned}
& \frac{J_2}{r_2} \left[ \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \right) + \frac{2}{l} \frac{\partial u_k}{\partial t} \frac{\partial^2 u_k}{\partial \zeta_k \partial t} \right]_{\zeta_k=1} + \\
& + \frac{EA r_2}{l} \left[ \frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_k}{\partial \zeta_k} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_k}{\partial \zeta_k \partial t} \right]_{\zeta_k=0} - \frac{EA r_2}{l} \left[ \frac{\partial u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1}} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1}} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_{k+1}}{\partial \zeta_{k+1} \partial t} \right]_{\zeta_{k+1}=0} = -M_{c2} \\
& u_k(1, t) = u_{k+1}(0, t) \tag{12}
\end{aligned}$$

При складанні крайових умов (11), (12) припускали, що кутові координати  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  зв'язані з переміщеннями перерізів стрічки залежностями

$$\varphi_1 = \frac{1}{r_1} u_i(0, t) = \frac{1}{r_1} u_m(1, t); \quad \varphi_2 = \frac{1}{r_2} u_k(1, t) = \frac{1}{r_2} u_{k+1}(0, t). \tag{13}$$

Крайові умови для стисків сусідніх елементів стрічки такі:

$$\begin{aligned}
& \left[ \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_i}{\partial \zeta_i} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial \zeta_i \partial t} \right]_{\zeta_i=1} = \left[ \frac{\partial u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1}} \left( 1 + \frac{1}{l} \frac{\partial u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1}} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_{i+1}}{\partial \zeta_{i+1} \partial t} \right]_{\zeta_{i+1}=0}; \\
& u_i(1, t) = u_{i+1}(0, t) \quad (i = 1, 2, \dots, k-1; k+1, k+2, \dots, m-1). \tag{14}
\end{aligned}$$

Розглянемо скінченний елемент стрічки конвеєра. Розв'язок нелінійного рівняння з частковими похідними (8) подаємо з деякою похибкою у вигляді

$$u_i(\zeta_i, t) \cong U_i \tau_i, \tag{15}$$

де  $U_i$  – матриця-колонка базисних функцій,

$$U_i = (U_{i1}(\zeta_i), U_{i2}(\zeta_i), \dots, U_{in}(\zeta_i)),$$

$\tau_i$  – матриця-колонка невідомих функцій часу,

$$\tau_i = \text{col}(\tau_{i1}(t), \tau_{i2}(t), \dots, \tau_{in}(t)),$$

Значення базисних функцій задаємо за допомогою виразів

$$U_{i1} = 1 - \zeta_i; \quad U_{ij} = \sin(j-1)\pi\zeta_i \quad (j = 2, 3, \dots, n-1); \quad U_{in} = \zeta_i. \quad (16)$$

Компоненти матриць-колонок  $\tau_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) визначаємо методом зважених нев'язок [5]. Підставляючи (15) в рівняння (8), перемножуючи отриманий вираз із матрицею-колонкою вагових функцій, котрі приймаємо рівними базисним (16), та інтегруючи добуток за  $\zeta_i$  в межах від нуля до одиниці, доходимо матричного співвідношення

$$A_i \ddot{\tau}_i + B_i \dot{\tau}_i + C_i \tau_i + D_i = R_{\Omega_i}, \quad (17)$$

де  $R_{\Omega_i}$  - матриця-колонка зважених нев'язок;

$$A_i = A_{1i} + A_{2i}; \quad B_i = -\frac{a^2}{l^2} \int_0^1 U_i^T U_i'' d\zeta_i;$$

$$D_i = \frac{2}{l} \int_0^1 U_i^T U_i' \dot{\tau}_i U_i \dot{\tau}_i d\zeta_i - \frac{3a^2}{l^3} \int_0^1 U_i^T U_i' \tau_i U_i'' \tau_i d\zeta_i, \quad (18)$$

причому

$$A_{1i} = \int_0^1 U_i^T U_i d\zeta_i; \quad A_{2i} = \frac{1}{l} \int_0^1 U_i^T U_i' \tau_i U_i d\zeta_i. \quad (19)$$

Як видно із співвідношень (18), (19), матриці  $A_{1i}$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  не залежать від часу і підлягають визначенню один раз. Компоненти матриць  $D_i$ ,  $A_{2i}$ , котрі є функціями часової координати, обчислюємо на кожному кроці інтегрування диференціальних рівнянь.

З урахуванням (15) і перших рівностей (11), (12), (14) записуємо нев'язки граничних умов для початкового ( $S_i$ ) і кінцевого ( $R_i$ ) перерізів елемента

$$S_i = S_{0i} \ddot{\tau}_i + S_{1i}; \quad R_i = R_{0i} \ddot{\tau}_i + R_{1i}; \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (20)$$

де

$$S_{0i} = \frac{J_1}{r_1} \left( 1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) U_i(0); \quad S_{0,k+1} = \frac{J_2}{r_2} \left( 1 + \frac{1}{l} U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \right) U_{k+1}(0);$$

$$R_{0k} = \frac{J_2}{r_2} \left( 1 + \frac{1}{l} U_k'(1) \tau_k \right) U_k(1); \quad R_{0m} = \frac{J_1}{r_1} \left( 1 + \frac{1}{l} U_m'(1) \tau_m \right) U_m(1);$$

$$S_{0,j+1} = R_{0j} (j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, k+2, \dots, m-1) = 0;$$

$$S_{11} = R_{1m} = \frac{2J_1}{r_1 l} U_1(0) \dot{\tau}_1 U_1'(0) \dot{\tau}_1 - \frac{EA r_1}{l} \left[ U_1'(0) \tau_1 \left( 1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) + \mu U_1'(0) \dot{\tau}_1 \right] +$$

$$+ \frac{EA r_1}{l} \left[ U_m'(1) \tau_m \left( 1 + \frac{1}{l} U_m'(1) \tau_m \right) + \mu U_m'(1) \dot{\tau}_m \right] -$$

$$- c \left( \varphi_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \tau_1 \right) - \nu \left[ \omega_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \dot{\tau}_1 \left( 1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) \right] + M_{c1};$$

$$S_{1,k+1} = R_{1k} = \frac{2J_2}{r_2 l} U_k(1) \dot{\tau}_k U_k'(1) \dot{\tau}_k + \frac{EA r_2}{l} \left[ U_k'(1) \tau_k \left( 1 + \frac{1}{l} U_k'(1) \tau_k \right) + \mu U_k'(1) \dot{\tau}_k \right] -$$

$$- \frac{EA r_2}{l} \left[ U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \left( 1 + \frac{1}{l} U_{k+1}'(0) \tau_{k+1} \right) + \mu U_{k+1}'(0) \dot{\tau}_{k+1} \right] + M_{c2};$$

$$S_{1,j+1} = R_{1j} (j = 1, 2, \dots, k-1, k+1, k+2, \dots, m-1) =$$

$$= U_i'(1) \tau_i \left( 1 + \frac{1}{l} U_i'(1) \tau_i \right) + \mu U_i'(1) \dot{\tau}_i - U_{i+1}'(0) \tau_{i+1} \left( 1 + \frac{1}{l} U_{i+1}'(0) \tau_{i+1} \right) + \mu U_{i+1}'(0) \dot{\tau}_{i+1}.$$

Одночасно забезпечити рівність нулю нев'язок, які визначаються виразами (17) і (20) вибором часових функцій  $\tau_{ij} (j = 1, 2, \dots, n)$  неможливо через надто велику кількість рівнянь, котрим ці функції повинні були б задовольняти. Прирівнюючи до нуля суми нев'язок всередині і на межах області існування функцій  $U_{ij}$  одержуємо сукупність диференціальних рівнянь

$$\dot{\vartheta}_i = Q_i; \quad \dot{\tau}_i = \vartheta_i \quad (i = 1, 2, \dots, m), \quad (21)$$

де



$$Q_i = G_i^{-1} H_i,$$

причому

$$G_i = A_i + k_i S_{0i} + \lambda_i R_{0i};$$

$$H_i = -B_i \tau_i - C_i \vartheta_i - D_i - k_i S_{1i} - \lambda_i R_{1i}.$$

Тут  $k_i$  і  $\lambda_i$  - матриці-колонки вагових коефіцієнтів.

В рівняннях (21) необхідно врахувати залежності

$$\tau_{in} = \tau_{i+1,1}; \quad \vartheta_{in} = \vartheta_{i+1,1} \quad (i = 1, 2, \dots, m-1);$$

$$\tau_{mn} = \tau_{11}; \quad \vartheta_{mn} = \vartheta_{11}, \quad (22)$$

котрі є наслідком других рівностей (11), (12), (14) і виразів (15), (16). Для цього з матриць-колонок  $\tau_i$ ,  $\vartheta_i$ ,  $Q_i$  виключаємо останні елементи, оскільки вони, згідно з (22), рівні іншим елементам відповідних матриць-колонок невідомих. Відповідні скорочені вектори позначаємо  $\tau_i^*$ ,  $\vartheta_i^*$ ,  $Q_i^*$ . Крім цього, перші елементи одержаних матриць-колонок  $Q_i^*$  замінюємо півсумами

$$q_{11}^* = \frac{1}{2}(q_{11} + q_{mn}); \quad q_{i1}^* = \frac{1}{2}(q_{i1} + q_{i-1,n}); \quad (i = 2, 3, \dots, m)$$

де  $q_{ij}$  ( $i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n$ ) - компоненти матриць колонок  $Q_i$ .

Остаточно одержуємо сукупність диференціальних рівнянь

$$\dot{\vartheta} = Q; \quad \dot{\tau} = \vartheta, \quad (23)$$

де

$$h(h = \tau, \vartheta, Q) = \text{col}(h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*).$$

Останні рівності (11) з урахуванням (15) перетворюємо до вигляду

$$\dot{\omega}_0 = \frac{M_0}{J_0} - \frac{c}{J_0} \left( \varphi_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \tau_1 \right) - \frac{\nu}{J_0} \left[ \omega_0 - \frac{1}{r_1} U_1(0) \dot{\tau}_1 \left( 1 + \frac{1}{l} U_1'(0) \tau_1 \right) \right]; \quad \dot{\varphi}_0 = \omega_0. \quad (24)$$

Якщо рушійний момент і моменти корисного опору відомі, то рівняння (23), (24) утворюють замкнуту систему і повністю описують перехідний процес. Більш строгий підхід полягає в сумісному розв'язуванні рівнянь руху механічної системи і рівнянь динамічного стану привідного двигуна. У цьому випадку рівняння (23), (24) доповнюємо математичною моделлю електричної машини.

Електромагнітні явища в асинхронному двигуні з урахуванням насичення магнітопроводу описуються рівняннями:

$$\begin{aligned}\frac{di_s}{dt} &= A_s (u + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s) + B_s (\Omega_r \Psi_r - R_r i_r); \\ \frac{di_r}{dt} &= A_r (\Omega_r \Psi_r - R_r i_r) + B_r (u + \Omega_s \Psi_s - R_s i_s).\end{aligned}\quad (25)$$

Де  $i_s, i_r, u_s$  - матриці-колонки струмів і напруг;  $A_r, B_r, A_s, B_s$  - матриці зв'язків;  $\Omega_s, \Omega_r$  - матриці частот обертання;  $\Psi_s, \Psi_r$  - матриці-колонки потокозчеплень;  $R_s, R_r$  - активні опори. Індекс  $s$  вказує на приналежність величини до обмотки статора,  $r$  – ротора.

Матриці-колонки  $i_s, i_r, u_s$  визначаються рівностями:

$$\begin{aligned}i_j (j = s, r) &= col(i_{jx}, i_{jy}); \\ U_s &= col(U_m, 0).\end{aligned}$$

де  $i_{jx}, i_{jy}$  - проекції струмів на координатні осі

$x, y, U_m$  - амплітуда напруги мережі живлення.

Квадратні матриці  $A_r, B_r, A_s, B_s$  визначаються залежностями:

$$A_s = a_s (1 - a_s G);$$

$$B_s = -a_s a_r G;$$

$$A_r = a_r (1 - a_r G);$$

$$B_r = B_s,$$

де  $G = \frac{1}{i_m^2} \begin{bmatrix} Ri + Ti(R - T)i_x i_y \\ (R - T)i_x i_y Ri + Ti \end{bmatrix}$ , причому

$$R = \frac{1}{\rho + a_s + a_r};$$

$$T = \frac{1}{\tau + a_s + a_r}.$$

Тут  $i_m, i_x, i_y$  - намагнічувальний струм і його складові за осями  $x, y$ ;  $\tau, \rho$  - величини, що визначаються за кривою намагнічення, яка є функціональною

залежністю робочого потокозчеплення  $\Psi_m$  від намагнічувального струму  $a_s$ ;  $a_r$  - величини, обернені до індуктивностей розсіяння обмоток статора і ротора.

Матриці частот обертання:

$$\Omega_s = \begin{pmatrix} 0 & w_0 \\ -w_0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\Omega_r = \begin{pmatrix} 0 & w_0 & -w_r \\ w_r & -w_0 & 0 \end{pmatrix},$$

де  $w_0, w_r$  - синхронна кутова швидкість двигуна і кутова швидкість ротора, виражені в електричних радіанах за секунду. Величини  $w_0, w_r$  мають значення:

$$w_0 = 314; \quad w_r = p_0 \cdot u \cdot w_1,$$

де  $p_0$  - число пар магнітних полюсів;  $u$  - передавальне відношення привода.

Матриці-колонки повних потокозчеплень обмоток статора і ротора мають вигляд:

$$\Psi_s = \frac{1}{a_s} i_s + \frac{1}{\tau} i;$$

$$\Psi_r = \frac{1}{a_r} i_r + \frac{1}{\tau} i,$$

де  $i = \cos(i_x, i_y)$ .

Величини  $I_x, I_y, I_m$  складають:

$$i_x = i_{sx} + i_{rx};$$

$$i_y = i_{sy} + i_{ry};$$

$$i_m = \sqrt{i_x^2 + i_y^2}.$$

Значення  $\tau$  і  $\rho$  визначаються виразами:

$$\tau = \frac{i_m}{\Psi_m}; \quad \rho = \frac{di_m}{d\Psi_m}.$$

Електромагнітний момент знаходимо за формулою:

$$M_E = \frac{3}{2} p_0 u \frac{1}{\tau} (i_{rx} i_{sy} - i_{ry} i_{sx}). \quad (26)$$

Криву намагнічування подаємо у вигляді:

$$\psi_m = a_1 i_m + a_2 i_m^3 + a_3 i_m^5, \quad \text{ЯКЩО } i_m > i_{mk};$$

$$\psi_m = a_1 i_m, \quad \text{ЯКЩО } i_m \leq i_{mk},$$

де  $i_{mk}$  - критичне значення намагнічувального струму, за межею якого залежність  $\psi_m(i_m)$  є нелінійною. Тоді  $\tau$  і  $\rho$ , згідно з виразами (25), визначаються залежностями:

$$\tau = (a_1 + a_2 i_m^2 + a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{ЯКЩО } i_m > i_{mk};$$

$$\tau = a_m, \quad \text{ЯКЩО } i_m \leq i_{mk}, \quad (27)$$

$$\rho = (a_1 i_m + 3a_2 i_m^2 + 5a_3 i_m^4)^{-1}, \quad \text{ЯКЩО } i_m > i_{mk};$$

$$\rho = a_m, \quad \text{ЯКЩО } i_m \leq i_{mk}, \quad (28)$$

Таким чином, запропонований метод дає можливість аналізувати перехідні режими роботи машин неперервного транспорту з урахуванням рухомості меж довгомірих пружних ланок та нерозривної взаємодії електричної машини (асинхронного двигуна) і механічної частини привода. Застосування скінченно-елементної дискретизації нелінійних рівнянь з частковими похідними дозволяє звести розв'язування задачі до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь за допомогою стандартних процедур, сприяє побудові простого і ефективного обчислювального алгоритму. Це відкриває перспективи поглибленого вивчення динаміки конвеєрів, підвищення якості їх проектування і забезпечення раціональних режимів експлуатації.

## Література

1. Червоненко А.Г. Раздольский А.Г., Заболотний Ю.В. Динамика протяжённных горных транспортных машин. – Киев: Наукова думка, 1983.-192с.
2. Кухта К.Я., Бойко А.Г. Гармаш И.З. Исследование сложных непрерывно-дискретных систе. – Киев: Наукова думка, 1981. – 154 с.
3. Спиваковский А.О., Дмитриев В.Т. Теоретические основы расчёта ленточных конвееров. – М.: Наука, 1977.-154 с.

4. Kharchenko Y.E. The finite element of rod which performs longitudinal oscillations in immovable coordinate system / International Conference on Modeling & Simulation: Proceedings. – Lviv (Ukraine): Lviv Polytechnic National University, 2001. P. 248-249.

5. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. – М.: Мир, 1986. – 318с.

#### References:

1. Chervonenko A.G. Razdol'skij A.G., Zabolotnij Ju.V. Dinamika protjazhjonnyh gornyh transportnyh mashin. – Kiev: Naukova dumka, 1983.-192s.

2. Kuhta K.Ja., Bojko A.G. Garmash I.Z. Issledovanie slozhnyh nepreryvno-diskretnyh siste. – Kiev: Naukova dumka, 1981. – 154 s.

3. Spivakovskij A.O., Dmitriev V.T. Teoreticheskie osnovy raschjota lentochnyh konveerov. – М.: Nauka, 1977.-154 s.

4. Kharchenko Y.E. The finite element of rod which performs longitudinal oscillations in immovable coordinate system / International Conference on Modeling & Simulation: Proceedings. – Lviv (Ukraine): Lviv Polytechnic National University, 2001. P. 248-249.

5. Zenkevich O., Morgan K. Konechnye jelementy i approksimacija. – М.: Mir, 1986. – 318s.