УДК 004.932

К.В. БАРЧЕНКО, С.С. БІЛОШКУРСЬКИЙ, В.В. ГАРМАШ
Вінницький національний технічний університет

АНАЛІЗ МЕТОДІВ ФІЛЬТРАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ

Розглядаються локальні методи фільтрації зображень, методи, які ґрунтуються на диференційних рівняннях з частковими похідними, фільтри в частотній області та алгоритм нелокального усереднення. Проводиться порівняння цих методів за критерієм оцінки якості зображень PSNR на зображеннях зі штучно доданим шумом т реальним шумом.

Local methods of image filtering, methods based on differential equations with partial derivatives, filters in the frequency domain and algorithm of nonlocal averaging are considered. A comparison of these methods by the measure of image quality value PSNR in images with artificially added noise and real noise is occurred.

Ключові слова: зображення, фільтрація, шум, PSNR, локальні методи, білатеральний фільтр, анізотропна фільтрація, повна варіація, вейвлет, нелокальне усереднення.

Вступ

На сучасному етапі зображення стали невід’ємною частиною людського життя, а також важливою частиною багатьох галузей техніки. Область їх використання безперервно розширюється. Комп’ютеризовані процедури використовуються для полегшення сприйняття рентгенівських та інших зображень у промисловості, медицині та біології, для вивчення картини засмічення навколишнього середовища у географії. У фізиці та суміжних областях комп’ютерна обробка є звичайним способом покращення якості зображень, що отримані в ході експериментів. Аналогічні приклади успішного використання технологій обробки зображень можна знайти в астрономії, медичній радіології, промисловості, в оборонній та правоохоронній сфері [1].

Постановка задачі

У тому випадку, якщо зображення або відео послідовність були отримані за допомогою оцифрування, на них, як правило, присутній шум. Шум вносить спотворення в цифрові зображення.

Тому обробка та покращення якості зображень як задля покращення їх візуального сприйняття людиною, так і для вирішення завдань, пов'язаних з машинним сприйняттям зображень, є важливою областю сучасної роботи та потребує постійного покращення та удосконалення методів, за допомогою яких дані завдання можуть бути виконані.

Мета роботи: проаналізувати методи покращення зображень, визначити найкращі методи за критерієм оцінки якості PSNR для зображень зі штучно доданим шумом та зображень з реальним шумом.

Методи фільтрації зображень

Зображення, яке спостерігається отримане за допомогою приладів математично можна записати наступним чином:

$$v(i) = u(i) + n(i) \tag{1}$$

де $v(i)$ – величина, яка спостерігається, $u(i)$ – дійсна величина, яку необхідно відновити з $v(i)$, $n(i)$ – шумове відхилення.

Метод очищення від шуму зображення u може бути визначений як D_h:

$$u = D_h u + n(D_h, u), \tag{2}$$

де h – параметр фільтрації, $D_h u$ – очищене від шуму зображення та $n(D_h, u)$ – шум, визначений цим методом.

В даний час недостатньо просто згладити u та отримати очищене зображення. Більш сучасні методи не тільки згладжують зображення, але й намагаються відновити втрачену інформацію $n(D_h, u)$, якщо це необхідно [2], тобто в зображенні отриманому за допомогою цифрової дзеркальної камери нам часто необхідно зберегти чіткість та деталі, в той час як шум необхідно розмити.

В літературі існує велика кількість методів покращення якості зображень. Для аналізу вибрані наступні методи:

1. Локальні методи фільтрації, в тому числі:

- гаусівська модель згладжування [3], де згладжування u вимірюється інтегралом Діріхле $\int |Du|^2$;
- фільтр околів Ярославського [4] та Susan фільтр [5];
- білатеральний фільтр [6].

2. Методи, які ґрунтуються на диференційних рівняннях з частковими похідними (ДРЧП), включаючи:

- модель анізотропної фільтрації [7];
- модель повної варіації Рудіна-Ошера-Фатемі [8];

3. Фільтри в частотній області, що включають:

- локальні адаптивні фільтри в областях перетворення [9];
- жорсткий та м'який трешолдинг [10,11];
- zhou-Wang вейвлет повна варіація [12].

4. Алгоритм нелокального усереднення (NL-means) [13].

Локальні методи фільтрації

Оригінальне (півтонове) зображення u визначається в обмеженій області $\Omega \subset R^2$ та позначається як $u(x)$ для $x \in R^2$. Відповідно до звичайної практики візуалізації на екрані або на принтері ми не інтерполюємо дискретні значення шуму n_i як функцію з обмеженим спектром, але як кусочно-постійну функцію, постійну в кожному пікселі i та рівній n_i.

Ми запишемо $|x|$ як L^2 норму та $x \cdot y$ як скалярний добуток.

1. Фільтр Гауса

Це найбільш частий у використанні фільтр розмиття. Це насправді згортка зображення лінійним симетричним ядром. Необхідність згладжування зазвичай виражається з допомогою позитивності ядра. Формула такого ядра також називається ядром Гауса

$$x \to G_h(x) = \frac{1}{\left(4\pi h^2\right)} e^{-\frac{\left|x^2\right|}{4h^2}} \quad (3)$$

G_h має середньоквадратичне відхилення. Обчислення правильне якщо h достатньо мале. З іншого боку, властивості зменшення шуму залежать від того факту, що околи, які приймають участь у згладжуванні достатньо великі, таким чином шум зменшується шляхом усереднення. В подальшому, якщо ми припустимо, що $h = k\epsilon$, де k – кількість відліків функції u та шуму в інтервалі довжиною h, ϵ^2 – розмір локального вікна, k повинно бути більше за 1.

В початковому пікселі $i = 0$ гаусівський згладжувальний ефект обчислюється наступним чином:

$$G_h * n(0) = \sum_{i \in I} \int_{P_i} G_h(x) n(x) dx = \sum_{i \in I} \epsilon^2 G_h(i) n_i \quad (4)$$

де $n(x)$ була інтерпольована як кускової функція, P_i квадратні пікселі з центром у i має розмір ϵ^2 та $G_h(i)$ визначає середнє значення функції G_h у пікселі i [1].

2. Фільтри околів

Фільтри околів приймають до уваги значення рівнів сірого для визначення сусідніх пікселів. В такому випадку очищене від шуму значення пікселя *i* є (зваженим) середнім значень у пікселях, які мають значення рівня сірого близьке до *u(i)*. Можна визначити окіл рівня сірого, як

$$U(i,h) = \{ j \in I \,|\, u(i) - h < u(j) < u(i) + h \} \quad (5)$$

Таким чином, це також локальна схема, тобто локальна в області інтенсивності (яскравості). Але вона нелокальна в просторовій області, оскільки пікселі, які належать всьому зображенню використовуються для обчислення в пікселі *i*. Популярний варіант цього алгоритму наступний середньозважений фільтр

$$NH_h u(x) = \frac{1}{C(x)} \int u(y) e^{-\frac{|u(y)-u(x)|^2}{h^2}} dy, \quad (6)$$

де $\Omega \subset R^2$ є відкритою та обмеженою множиною і $C(x) = \int_\Omega u(y) e^{-\frac{|u(y)-u(x)|^2}{h^2}} dy$ – коефіцієнтом нормалізації.

Фільтри околів Yaroslavsky [4] розглядають змішані околи $U(i,h) \cap B_{\rho(i)}$, де $B_{\rho(i)}$ – шар з центром *i* та радіусом ρ. Таким чином метод бере середнє значення пікселів, які близькі за рівнями сірої та просторової відстані.

Фільтр SUSAN (Smallest Univalue Segment Assimilating Nucleus – найменший однорідний сегмент, який асимілюється ядром) пропонує наступне:

$$YNF_{h,p}(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{B_p(x)} u(y) e^{-\frac{|u(y)-u(x)|^2}{h^2}} dy, \quad (7)$$

де $C(x)$, як і раніше – коефіцієнт нормалізації [5].

3. Білатеральні фільтри

Білатеральний фільтр вперше був запропонований C. Tomasi та R. Manduchi [6] у 1998 році. Він застосовує просторове зважене усереднення без згладжування країв. Це досягається шляхом комбінування двох гаусівських фільтрів: один фільтр працює в просторовій області, а інший в області інтенсивності (яскравості). Таким чином, не тільки просторова відстань, а й відстань інтенсивності також важлива для визначення вагів.

Для даного зображення $u(x)$ у пікселі x, вихідний білатеральний фільтр може бути знайдений як:

$$B(x) = \frac{1}{C(x)} \sum_{y \in N(x)} e^{-\frac{\|y-x\|^2}{2\sigma_d^2}} e^{-\frac{|u(y)-u(x)|^2}{2\sigma_r^2}} u(y), \tag{8}$$

де σ_d та σ_r параметри контролю зменшення вагів у просторовій (відстань) області та області інтенсивності (радіометрична), $N(x)$ – просторовий окіл пікселя $u(x)$, та коефіцієнт нормалізації.

$$C(x) = \sum_{y \in N(x)} e^{-\frac{\|y-x\|^2}{2\sigma_d^2}} e^{-\frac{|u(y)-u(x)|^2}{2\sigma_r^2}} . \tag{9}$$

Білатеральний фільтр широко використовується в застосуваннях. Але немає достатнього теоретичного базису для вибору розміру вікна околу. Цей параметр, як правило, вибирається шляхом експериментів. Очевидним фактом є те, що якщо розмір вікна занадто малий, то ефект знешумлення обмежений, оскільки не так багато пов'язаних між собою пікселів використовується. Але, коли збільшується розмір вікна, тобто вибирається глобальний розмір вікна, все більше і більше непов'язаних пікселів буде включено, що вплине на якість знешумлення, і практично, великий розмір вікна зробить алгоритм неефективним [6].

Методи на основі диференційних рівнянь з частковими похідними (PDE)

1. Анізотропне дифузійне рівняння

Дифузійні алгоритми видаляють шум із зображення без видалення важливих (суттєвих) країв, змінюючи зображення через часткове диференційне рівняння (ЧДР). Це виконується шляхом дифузійного процесу, в якому зображення багаторазово фільтрується і який локально пристосовується до основного сигналу зображення.

Нехай $I(x,t)$ – зображення в дифузійному процесі з часом (за часом) $t, I(x,U): R^2 \to R^+$ □ початкове зображення в безперервній області, $x \in R^2$ – положення пікселя в зображенні 2D. Раніше, ізотропне дифузійне рівняння (р-ня теплопровідності)

$$\frac{\partial I(x,t)}{\partial t} = div(\nabla I), \qquad I(x,0) = u \tag{10}$$

використовувалось для видалення шумів (знешумлення) зображення. Доведено, що зміна зображення згідно з цим анізотропним дифузійним рівнянням еквівалентна до фільтрування зображення фільтром Гаусса [7].

2. Повна варіація

Мінімізація повної варіації була представлена Rudin, Osher та Fatemi [8]. Нехай $v(x) = u(x) + n(n)$, де u позначає оригінальне зображення без шуму та n позначає шум. Для відновлення u розглянемо проблему мінімізації

$$E(u) = \lambda\|u - v\|^2_{L^2(\Omega)} + R(u), \tag{11}$$

де $\lambda > 0$, Ω – область на якій v визначається, та $R(u)$ □ оператор регуляризації. Раніше зусилля були сфокусовані на операторі $R(u)$, який ґрунтувався на найменших квадратах, таких як $\|\Delta u\|^2_{L^2(\Omega)}$, $\|\nabla u\|^2_{L^2(\Omega)}$ та інших. Поки шум може бути ефективно видалений, цей оператор регуляризації погіршує уривчастість, призводячи до неяскравих (слабких) і гладких відновлених зображень, з втраченими тонкими (витонченими) деталями.

Кращий вибір для функціонального просторового моделювання цих властивостей це $BV(\Omega)$, простір функції, що інтегрується з обмеженою повною варіацією $TV_\Omega(u) = \int|\nabla u|$. Дано зображення з шумом $v(x)$, вище згадані автори запропонували відновити початкове зображення $u(x)$ як рішення обмеженої проблеми мінімізації

$$\arg\min_u TV_\Omega(u) \tag{12}$$

при умові обмеження шуму

$$\int_{\Omega}(u(x)-v(x))dx=0 \text{ та } \int_{\Omega}|u(x)-v(x)|^2\,dx=\sigma^2 \tag{13}$$

Рішення u має бути настільки систематичним (правильним) як це тільки можливо у сенсі повної варіації, в той час як різниця $u-v$ розглядається (трактується) як помилка з заданою енергією. Обмеження задає правильне середнє значення та дисперсію для $u-v$, але не гарантує, що воно буде схоже на шум [10]. Отже, з попередньої задачі маємо

$$\arg\min_u\left(TV_{\Omega}(u)+\lambda\int_{\Omega}|v(x)-u(x)|^2\,dx\right) \tag{14}$$

для даного множника (коефіцієнта) Лагранжа λ. Вище наведена функція строго опукла і напівбезперервна знизу, відносно топології слабкої зірки BV. Тому існуючий мінімум є унікальним та обчислювальним [14]. Параметр λ контролює компроміс між правильністю (порядком) та точністю границі. Таким чином, λ пов'язано із ступенем фільтрації рішення проблеми мінімізації.

Інтенсивні дослідження показали, що повна варіація краще зберігає краї і, таким чином дозволяє різкіші реконструкції, наприклад [14, 15]. Серед всіх базових методів ЧДР, схема мінімізації TV - кандидат, який пропонує кращу комбінацію видалення шуму та збереження властивостей.

3. Ітераційна повна варіація

При подальшому вивчені видалення шуму $u(x)-v(x)$ в початковій моделі повної варіації (TV) у [16] була запропонована наступна повторювана TV модель.

1. Вирішити

$$u_1=\arg\min_{u\in BV}\left\{\int|\nabla u(x)|dx+\lambda\int(v(x)-u(x))^2\,dx\right\} \tag{15}$$

2. Виконати крок корекції

$$u_2=\arg\min_{u\in BV}\left\{\int|\nabla u(x)|dx+\lambda\int(u_1(x)-u(x))^2\,dx\right\} \tag{16}$$

де u_1 стає новим спостережуваним зображенням

3. Ітерація: обчислити u_{k+1} як мінімум в модифікованій мінімізації повної варіації

$$u_{k+1}=\arg\min_{u\in BV}\left\{\int|\nabla u(x)|dx+\lambda\int(u_k(x)-u(x))^2\,dx\right\} \tag{17}$$

У [16] було доведено, що:

- u_k сходиться монотонно у L^2 до v, зображення з шумом при $k\to\infty$.

- u_k наближається до зображення без шуму монотонно у відстані Брегмана, пов’язаної з напівнормою BV, принаймні доки $\|u_k-u\|\le\sigma^2$, де u початкове зображення, а σ – типове (стабільне, середнє квадратичне) відхилення доданого шуму.

Ці два результати вказують як зупинити послідовність та обрати u_k. Цього досить щоб продовжити ітерації доки результат стане менш шумним або відстань $\|u_k-u\|^2$ стане меншою за σ^2. Нове рішення зберегло більше деталей.

Фільтри в частотній області

Нехай u буде зображенням, що визначається на R^n. Передбачається, що u модифікований білим шумом n, де n – випадковий процес та $n(i)$ – незалежний і однаково розподілений з нульовим середнім значенням і сталою дисперсією σ^2. Отже, спостережуване зображення v можна записати:

$$v(i)=u(i)+n(i).$$

Нехай $B=\{g_{\alpha}\}_{\alpha\in A}$ буде ортогональним базисом R^n. Визначимо

$$v_B(\alpha)=\langle v,g_{\alpha}\rangle,\ u_B(\alpha)=\langle u,g_{\alpha}\rangle,\ n_B(\alpha)=\langle n,g_{\alpha}\rangle$$

як скалярні добутки. Тоді

$$v_B(\alpha)=u_B(\alpha)+n_B(\alpha)$$

трансформований шумовий процес.

Шумові коефіцієнти $n_B(\alpha)$ залишаються некорельованими та дорівнюють нульовим середнім значенням, але дисперсії помножуються на $\|g_\alpha\|^2$,

$$E[n_B(\alpha)n_B(\beta)] = \sum_{i,j\in I} g_\alpha(i)g_\beta(j)E[n(i)n(j)] = \langle g_\alpha, g_\beta\rangle\sigma^2 = \sigma^2\|g_\alpha\|^2\delta[\alpha-\beta]. \quad (18)$$

Частотні діапазонні фільтри застосовуються незалежно до кожного трансформованого коефіцієнту $v_B(\alpha)$. Під час відновлювання зображення, просто виконується зворотне перетворення нових коефіцієнтів. Шумові коефіцієнти $v_B(\alpha)$ перетворюються на $a(\alpha)v_B(\alpha)$, де $a(\alpha)$ часто обмежуються значенням 0 або 1. Це нелінійний алгоритм через те, що $a(\alpha)$ залежить від значення $v_B(\alpha)$. Зворотне перетворення дає оцінку

$$\hat{U} = DV = \sum_{\alpha\in A} a(\alpha)v_B(\alpha)g_\alpha. \quad (19)$$

Класичний частотний діапазонний фільтр для B використовує базис Фур'є. Через використання базисів Фур'є, глобальні характеристики зображення можуть переважати над місцевими і утворювати помилкові періодичні узори. Щоб уникнути цього ефекту, базису необхідно приймати до уваги більше локальних особливостей, таких як вейвлет і локальні ДКП перетворення. Задача знаходження ідеального базису для кожного конкретного прикладу і досі є важливою проблемою в обробці зображень [9].

1. Гранична вейвлет обробка

Методи граничної вейвлет обробки були представлені Д. Донохо [10]. Нехай $B = \{g_\alpha\}_{\alpha\in A}$ буде ортогональним вейвлет базисом [11]. Для визначення $a(\alpha)$ вибирається певний поріг μ, тобто

$$a(\alpha) = \begin{cases} 1 & |v_B(\alpha)| > \mu \\ 0 & |v_B(\alpha)| \le \mu \end{cases} \quad (20)$$

Це так звана жорстка гранична обробка, яка відміняє коефіцієнти менші за поріг. Ця процедура базується на ідеї, що зображення представляється з великими вейвлет коефіцієнтами, які зберігаються, в той час як шум розподілений, як правило, малими коефіцієнтами, які скасовуються. Ефективність методу залежить від пропускної здатності апроксимації u шляхом використання маленького набору великих коефіцієнтів. Можна позначити цей оператор як $HWT_\mu(v)$.

Але через просте скасування вейвлет коефіцієнтів, нижчих за поріг, цей алгоритм створює деякі невеликі коливання, тобто явище Гіббса біля кутів. Донохо [11] показав, що ці ефекти можуть бути частково зменшені, якщо використовується м'яка гранична обробка

$$a(\alpha) = \begin{cases} \dfrac{v_B(\alpha) - \mathrm{sgn}(v_B(\alpha))_\mu}{v_B(\alpha)} & |v_B(\alpha)| > \mu \\ 0 \quad |v_B(\alpha)| \le \mu \end{cases}, \quad (21)$$

яку можна буде позначити як $SWT_\mu(v)$. Неперервність оператора м'якої граничної обробки зберігає структуру вейвлет коефіцієнтів і зменшує коливання біля країв.

2. Вейвлет повна варіація

В 2006 році Ванг та Жоу [12] запропонували цей алгоритм для медичних зображень, що базується на поєднані схеми мінімізації повної варіації та вейвлет схеми.

Нехай $z(x) = u_0(x) + n(x)$ буде спостережуваним зображенням, де $n(x)$ – шум, а $u_0(x)$ – величина що повинна бути відновлена. Всі ці три функції знаходяться в деякому функціональному просторі F, такому як $L^2(\Omega)$ для деякої області (діапазону) $\Omega \in R^2$. Нехай $\{\phi_j : j \in I\}$ – ортогональний базис [12] для F, якщо F – простір Гілберта. Нехай

$$z(x) = \sum_{j\in I} \alpha_j \phi_j(x)$$

і позначимо

$$u(x,\beta) = \sum_{j\in I} \beta_j \phi_j(x)$$

де $\beta = \beta_j$. Визначимо функцію повної варіації як

$$F(u) = \int_{R^2} |\nabla_x u(x,\beta)| dx + \frac{1}{2}\sum_{j\in I} \lambda_j(\beta_j - \alpha_j)^2 \quad (22)$$

де $\lambda_j > 0$. Тоді метою зменшення шуму є мінімізація $F(u)$ і знаходження мінімуму $u^* = u(x,\beta)$

такого, щоб $F(u^*) = \min_\beta F(u)$.

Для $u = u(x,\beta)$, де $\beta = \beta_j$

$$\frac{\partial F(u)}{\partial \beta_j} = \int_{R^2} \frac{\nabla_x(u)}{|\nabla_x u|} \cdot \nabla_x \phi_j dx + \lambda(\beta_j - \alpha_j) = -\int_{R^2} \nabla_x \cdot \left[\frac{\nabla_x(u)}{|\nabla_x u|}\right] \phi_j dx + \lambda(\beta_j - \alpha_j) \quad (23)$$

Тоді рівняння Ейлера-Лагранджа для моделі дорівнює:

$$-\int_{R^2} \nabla_x \cdot \left[\frac{\nabla_x(u)}{|\nabla_x u|}\right] \phi_j dx + \lambda(\beta_j - \alpha_j) = 0 \quad (24)$$

Практично, штучний параметр часу t і time-march (часове граничне) зображення, що використовує градієнт потоку, визначається як

$$\frac{\partial \beta_j}{\partial t} = \int_{R^2} \nabla_x \cdot \left[\frac{\nabla_x(u)}{|\nabla_x u|}\right] \phi_j dx + \lambda(\beta_j - \alpha_j), \beta_j(0) = \alpha_j \quad (25)$$

В порівнянні з вейвлет схемами жорсткої і м'якої граничних обробок, цей алгоритм усуне ефект Гіббса. Однією з найбільших проблем в традиційній моделі TV є надмірне згладжування. Для вейвлет моделі TV Ванг і Чжоу представили ефективний автоматичний критерій зупинки. В порівнянні з традиційними моделями TV, шляхом встановлення критерію автоматичної зупинки, що заснований на певних статистичних властивостях вейвлет коефіцієнтів, вейвлет модель TV перешкоджатиме зображенню бути надмірно згладженим [12].

Нелокальні методи

В 2006 році А. Буадес, Б. Колл та Д. Морел розробили метод нелокального усереднення (Non-local mean), що згодом набув популярності [13]. Різниця між цим методом та попередніми адаптивними методами фільтрації у просторовій області полягає в тому, що цей метод не вимагає локальних обмежень. Метод був вдосконалений у роботах М. Махмоуді та Д. Сапіро [17]. На відміну від попередніх методів фільтрації околів, цей метод використовує схожі схеми, що мають місце в різних частинах зображення і використовує ці схожості для знешумлення.

1. Алгоритм нелокального усереднення

Нехай $v(i)$ та $u(i)$ будуть досліджуваними зображеннями з шумом та оригінальним зображенням, відповідно, де i – індекс пікселя. Відновлені значення можуть бути отримані як середньозважена величина усіх сірих значень в зображенні (індексовані у множині I)

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} \omega(i,j) v(j), \quad (26)$$

де $NL(v)(i)$ – відновленні значення в пікселі i. Ваги відображають суму подібності між околами кожної пари пікселів, що беруть участь у розрахунку (i та j)

$$\omega(i,j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2}{h^2}},$$

де $\|.\|$ – описує зважену відстань Гауса і $Z(i)$ – нормуючий множник $Z(i) = \sum_j \omega(i,j)$. У наведеному вище рівнянні $v(N_i)$ – вектор значень околу пікселів $v(N_i) := (v(j))$, $j \in N_i$, де N_i визначає окіл пікселя i як стандартний квадратний блок зумовленого розміру навколо i. h – глобальний згладжувальний параметр, який контролює кількість розмивання, введеного в процес шумозаглушення. Для більш високих значень шуму, присутнього в зображенні, встановлюється більше значення h.

Система околу на I є об'єднанням $N = \{N_i\}_{i \in I}$ підмножин I таких, що для всіх $i \in I$.

$$(i) i \in N_i$$
$$(ii) j \in N_i \Rightarrow i \in N_j$$

Тоді підмножину N_i називають околом або схожим вікном i. Підмножина N_i буде записуватися як $N_i \setminus \{i\}$.

Подібність між двома пікселями i та j залежить від подібності інтенсивностей сірого рівня векторів $v(N_i)$ та $v(N_j)$. Пікселі з аналогічним околом сірого рівня до $v(N_i)$ в середньому матимуть більшу вагу.

Для обчислення схожості між двома блоками використовується гаусівськи зважена Евклідова відстань

$$\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,a}^2 = (G_a * |v(N_i) - v(N_j)|^2)(0). \quad (27)$$

Ефросом та Ленгом було показано що відстань L^2 – надійний засіб для порівняння вікон зображення [18]. Також цей засіб є більш адаптованим до будь-якого додаткового білого шуму. Дійсно,

$$E\left\|v(N_i)-v(N_j)\right\|_{2,a}^2=\left\|v(N_i)-v(N_j)\right\|_{2,a}^2+2\sigma^2 . \tag{28}$$

де u і v відповідно оригінальне та зашумлене зображення, а σ^2 – шумова дисперсія. Ця рівність показує, що, в очікуванні евклідова відстань зберігає порядок схожості між пікселями. Отже, найбільш схожі пікселі до i в v також очікується бути найбільш схожими пікселями до i в u.

2. Швидший алгоритм нелокального усереднення

Для зображення з n пікселів, ваги n^2 мають бути обчислені для кожного пікселя. Обчислення n^2 робить алгоритм неефективним та непрактичним. Тому в [17] зменшили загальне число обчислених зважених ваг, нехтуючи заздалегідь околами з очікуваними малими вагами. Це було зроблено наступними трьома способами:

1. Зафіксувати число M. Для кожного пікселя лише найближчі $2M+1$ аналогічні пікселі були обрані для розрахунку ваги.

2. Подальший розгляд схожості визначається нерівністю $\eta_1<(\bar{v}(i)/\bar{v}(j))<\eta_2$, де $\bar{v}(i)$ та $\bar{v}(j)$ – середнє сіре значення в околах пікселів i та j, і $\eta_1<1$ $\eta_2>1$ – дві сталі, значення яких наближається до 1. Лише пікселі, які задовольняють цій нерівності будуть розглянуті для розрахунку ваг.

3. Інший метод апроксимувати схожість між двома околицями – це обчислити $\overline{\nabla v}(i)=(\overline{v_x}(i)/\overline{v_y}(j))$, де $\overline{v_x}(i)$ та $\overline{v_y}(j)$ – середні горизонтальна і вертикальна похідні в околи пікселя i. Визначимо $\theta(i,j)=\angle(\overline{\nabla v}(i),\overline{\nabla v}(j))$ та $\sigma_\theta=1.4826median_{I\times I}\left\|\theta(i,j)-median_{I\times I}(|\theta(i,j)|)\right\|$, де $\theta(i,j)$ – кут між середніми значеннями напрямків градієнта. Вага $\omega(i,j)$ обчислюється (ненульова), якщо значення градієнта в пікселі i або j невелике або $\theta(i,j)<\sigma_\theta$.

(1) і (2) змушують найближчі блоки бути легкодоступними в $O(1)$ таблиці пошуку складності, до якої звертаються за середнім сірим значенням околу поточного пікселя, що обробляється. (3) утворює кут між середніми значеннями напрямків градієнта у відповідних пікселях, щоб бути мірою для фільтрування не пов'язаних околів, де поріг вибраний статистичним результатом з [14] та [17].

Отже, в моделі Сапіро ваги $\omega(i,j)$ обчислюються наступним рівнянням:

$$w(i,j)=\begin{cases}\dfrac{1}{Z(i)}e^{-\frac{\left\|v(N_i)-v(N_j)\right\|_a^2}{h^2}},[\left(\left\|\nabla v(i)\right\|<s_\nabla\right)\\ \quad or\left(\left\|\nabla v(j)\right\|<s_\nabla\right)\\ \quad or\left(q(i,j)<s_\nabla\right)]\\ \quad and\left(h_1<(\bar{v}(i)/\bar{v}(j))<h_2\right)\\ 0, otherwise\end{cases} \tag{29}$$

Це ефективно зменшило обчислювальну складність початкового алгоритму.

Експериментальні результати

Для експерименту використовувались 200 зображень. Усереднені значення PSNR для зображень без обробки, зображень з додаванням штучного та реального шуму наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Значення PSNR для різних методів

Метод	Середнє значення PSNR		
	Без обробки	Зображення зі штучним шумом	Зображення з реальним шумом
Гаусівська модель згладжування [3]	24,54	25,45	24,57
Фільтр околів Ярославського [4]	24,54	26,02	24,83
Susan фільтр [5]	24,54	26,04	25,00
Білатеральний фільтр [6]	24,54	27,12	25,06
Метод анізотропної фільтрації [7]	24,54	26,67	25,02
Метод повної варіації Рудіна-Ошера-Фатемі [8]	24,54	27,03	25,12
Локальні адаптивні фільтри в областях перетворення [9]	24,54	27,65	25,17
Жорсткий трешолдинг [10]	24,54	26,08	25,01
М'який трешолдинг [11]	24,54	26,35	25,02
Zhou-Wang вейвлет повна варіація [12]	24,54	27,89	25,41
Алгоритм нелокального усереднення (NL-means) [13]	24,54	27,56	25,39

Висновок

Більшість методів для фільтрації зображень зосереджені на півтонових зображеннях з додаванням штучного шуму. І лише мала частина призначається для природних кольорових фотографій, отриманих цифровою камерою з реальним шумом. Але ці методи є або надто складними, або не можуть вирішити проблему зменшення шуму в достатній мірі. Тому необхідно продовжити дослідження в напрямку визначення чинників, які впливають на зменшення шуму та підвищення якості зображень з реальним шумом.

Література

1. Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс // – М. : Техносфера, 2005. – 1072 с.

2. F. Malgouyres A noise selection approach of image restoration, Applications in signal and image processing IX / F. Malgouyres // Vol 4478. – 2001. – P. 34-41.

3. M. Lindenbaum On Gabor Contribution To Image Enhancement / M. Lindenbaum, M. Fischer and A. M. Bruchkstein // Pattern Recognization 27. – 1994. – P. 1-8.

4. L.P. Yaroslavsky Digital Picture Processing. An Introduction / L.P. Yaroslavsky // Berlin-Heidelberg-New York, Springer-Verlag. – 1985. – P. 276.

5. S.M. Smith Susan - a new approach to low level image processing / S.M. Smith and J.M. Brady // International Journal of Computer Vision Vol 23(1). – 1997. – P. 45-78.

6. C. Tomasi Bilateral Filtering for Gray and Color Images / C. Tomasi and R. Manduchi // in Proc. 6th Int. Conf. Computer Vision, New Delhi, India. – 1998.

7. P. Perona Scale space and edge detection using anisotropic diffusion / P. Perona and J. Malik // IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intell. – 1990. – P. 629-639.

8. L.I. Rudin Nonlinear total variation based noise removal algorithms / L.I. Rudin and E. Fatemi S. Osher // Physica D. – 1992. – P. 259-268.

9. У. К. Прэтт Цифровая обработка изображений / У. К. Прэтт // М.: Мир. – 1982. – P. 523.

10. D. Donoho Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage / D. Donoho, I. Johnstone // Biometrika, vol. 81. – 1994. – P. 425□455.

11. D. Donoho Denoising by soft-thresholding / D. Donoho // IEEE Transactions on Information Theory, 41. – 1995. – P. 613□627.

12. Y. Wang A Total Variation Wavelet Algorithm for Medical Image Denoising / Y. Wang and H. M. Zhou // The International Journal on Biomedical Imaging, Volume 2006, article ID 89095. – 2006. – P. 6.

13. A. Buades Non-Local Algorithm for Image Denoising / A. Buades, B. Coll, and J.-M. Morel // In Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2. – 2005. – P. 605.

14. M. Black Robust Anisotropic Diffusion / M. Black, G. Sapiro, D. Marimont, and D. Heeger // IEEE Trans. Image Process., vol. 7, no. 3. – 1998.

15. T. F. Chan The Digital TV Filter and Nonlinear Denoising / T. F. Chan, S, Osher, and J. Shen // IEEE Trans, Image Proc. – 2001. – P. 231□241.

16. A. Efros Texture synthesis by non parametric sampling / A. Efros and T. Leung // Proc. Int. Conf. Computer Vision (ICCV 99), Vol. 2, 1991 – P. 1033-1038.

17. M. Mahmoudi Fast Image and Video Denoising via Nonlocal Means of Similar Neighborhoods / M. Mahmoudi and G. Sapiro// IEEE Signal Processing Letters 12. – 2005. – P. 79.

18. Using Geometry and iterated renement for inverse problems: Total variation based image restoration /[S. Osher, M. Burger, D. Goldfarb, J. Xu and W. Yin,], CAM-Report 04-13 UCLA. – 2004. – P.47

Надійшла 12.6.2012 р.
Рецензент: д.т.н. Кулик А.Я.