

28. Марценюк В. П. Разработка и исследование высокопроизводительных АЦП для прецизионных систем весоизмерения: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Киев, 1984.—24 с.
29. Семнадцатиразрядный самокорректирующий АЦП /А. П. Стахов, А. Д. Азаров, В. И. Моисеев, В. П. Марценюк, В. Я. Стейскал //Приборы и системы управления. —1986. № 1.—с. 17—18.
30. Вишняков Ю. М. Разработка принципов построения и исследование пересчетных устройств в p -кодах Фибоначчи: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Таганрог, 1977.—24 с.
31. Оводенко А. В. Разработка и исследование операционных устройств в кодах Фибоначчи: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Киев, 1979.—25 с.
32. Соляниченко Н. А. Разработка принципов построения и исследование арифметических устройств в кодах с иррациональным отрицательным основанием: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Харьков, 1979.—24 с.
33. Лужецкий В. А. Разработка принципов построения и исследование устройств умножения и деления в кодах с иррациональными основаниями: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Харьков, 1980.—24 с.
34. Стахов Д. А. Проблемно-ориентированные фибоначиевые системы счисления для специализированных ЭВМ: Автореф. дис... канд. техн. наук.—Винница, 1992.—23 с.
35. Stakhov a. p. The golden section in the measurement theory //Computers & Mathematics with applications.—1989.—v.17, № 4—6.—p. 613—638.

УДК 681.325.3

ПРИСКОРЕНЕ АНАЛОГО-ЦИФРОВЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ НА ОСНОВІ НАДЛИШКОВИХ ПОЗИЦІЙНИХ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ

Канд. техн. наук, доц. Азаров О. Д.

Параметри комп'ютерних систем автоматичного керування цифрових вимірювальних приладів, гібридних обчислювальних комплексів у значній мірі залежать від характеристик перетворення інформації, зокрема, аналого-цифрового перетворення. Істотне значення при цьому має швидкодія аналого-цифрових перетворювачів (АЦП). Існують різні шляхи покращення вказаного параметру АЦП. Для цього широко застосовують структурні, схемотехнічні та технологічні методи. Досить велику питому вагу (близько 60 %) серед різних класів перетворювачів аналог—код мають так звані АЦП порозрядного врівноваження (кодування). Вони відрізняються достатньо простою реалізацією та середньою швидкодією.

У даній статті розглядаються шляхи підвищення швидкодії АЦП порозрядного врівноваження за рахунок використання властивостей надлишкових позиційних систем числення (НПСЧ). Згаданий підхід дозволяє для вказаного класу перетворювачів інформації комплексно вирішувати проблему швидкодії та точності [1]. Проте, підсумки досліджень за останні роки в цьому напрямку висвітлені недостатньо. У НПСЧ з дробовими вагами розрядів будь-яке дійсне число A можна зобразити у вигляді

$$A = \sum_{i=-\infty}^{n-1} a_i \alpha^i,$$

де i — номер розряду; $a_i \in \{1, \bar{1}\}$ — двійкова цифра в i -му розряді; α^i — вага i -го розряду; α — основа системи числення, значення якої знаходиться в межах $1,0 \leq \alpha \leq 2,0$; $(n - 1)$ — номер старшого розряду. При $\alpha = 1$ система числення вироджується в одиничну, а при $\alpha = 2$ — у двійкову. Слід зазначити, що вказана формула зображення чисел для техніки АЦП не є прийнятною, тому що вимагає наявності нескінченно великого числа розрядів. Тому в останньому випадку використовується зображення натуральних чисел

$$N \approx \sum_{i=0}^{n-1} a_i \alpha^i$$

Значення методичної похибки ΔN такого зображення залежить від набору a_i тобто різновиду НПСЧ. Якщо $a_i \in \{0, 1\}$, то це є система типу НПСЧ $(0, 1)$. При цьому $\Delta N \leq 1,0$. Якщо $a_i \in \{1, \bar{1}\}$ (НПСЧ $(1, \bar{1})$), то похибка $\Delta N \leq 2,0$. Визначальною особливістю НПСЧ є можливість багатозначного зображення чисел. Наочно це видно на прикладі «золотої» системи числення. Так початковий відрізок натуральних чисел у цьому випадку зображується, як показано нижче.

Незважаючи на те, що в НПСЧ $(1, \bar{1})$ точно зображувати можна тільки парні числа, діапазон чисел такої системи вдвічі більший ніж у НПСЧ $(0, 1)$.

У НПСЧ у порівнянні з двійковою системою подовжується розрядна сітка. При цьому число розрядів n_α в НПСЧ визначається співвідношенням

$$n_\alpha = \gamma_n n_2, \text{ де } \gamma_n = \frac{\ln 2}{\ln \alpha} \text{ — коефіцієнт подовження.}$$

$$\begin{array}{l} 0 = \\ 2 = \\ 4 = \\ 6 = \end{array} \begin{array}{c} \left\{ \begin{array}{cccccccccc} \alpha^3 & \alpha^2 & \alpha^1 & \alpha^0 & \alpha^{-1} & \alpha^{-2} & \alpha^{-3} & \alpha^{-4} & \alpha^{-5} \\ \bar{1} & 1 & 1 & \bar{1} & 1 & 1 & \bar{1} & 1 & 1 \\ \bar{1} & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \bar{1} & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \bar{1} & 1 & \bar{1} & \bar{1} & 1 & \bar{1} & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & 1 & \bar{1} & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} & \bar{1} \end{array} \right. \end{array}$$

Для окремих α параметр γ_n має значення

α	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
γ_n	3,80	2,64	2,06	1,71	1,48	1,31	1,18	1,08	1,00

Структурні схеми АЦП на основі НПСЧ зображені на рисунках 1, а, б, а кодувальна характеристика (характеристика вхід — вихід) — на рисунку 1, в. АЦП на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ містить схему порівняння аналогових сигналів (СП), цифро-аналоговий перетворювач додатного компенсуючого сигналу (α — ЦАП "-"), цифро-аналоговий перетворювач від'ємного компенсуючого сигналу (α — ЦАП "+"), суматор аналогових сигналів — ("+"), генератор форсуючого сигналу ΔA_d , логічний блок (ЛБ) та блок керування (БК). АЦП на основі НПСЧ $(0, 1)$ містить аналогічні блоки за винятком ЛБ. Замість двох ЦАП тут використовується один α — ЦАП "+", який додатково має знаковий розряд. Слід зазначити, що окремий генератор ΔA_d у певних випадках може бути відсутнім, а його роль відіграватимуть наявні ЦАП. У ході аналого-цифрового перетворення A_{dx} врівноважується компенсуючим сигналом A_k , який генерується на виході суматора. ЛБ в АЦП на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ формує вихідний код $K_{вих}$. Функціонування пристрою у відповідності до заданого алгоритму забезпечує БК.

Використовування в АЦП порозрядного кодування НПСЧ дозволяє скоротити тривалість такту t_m врівноваження в порівнянні з двійковим АЦП за рахунок можливості компенсації динамічних похибок. На рисунку 2, а показані діаграми врівноваження зі скороченою тривалістю $t_m = 3,0 \tau$ для двійкового АЦП, а на рис. 2, б — АЦП на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ при $\alpha = 1,80, t_m = 1,8 \tau$ із застосуванням форсуючого сигналу. У першому випадку виникає велика похибка врівноваження $\Delta A_{вр} = 2,0 Q_0$ (Q_0 — вага молодшого розряду АЦП). У другому $\Delta A_{вр} = 1,5 Q_0$ задовольняє нормі. Оцінку допустимих значень похибок усталення $\delta Q = e^{-t_m/\tau}$ ваги розрядів під час врівноваження доцільно здійснювати за допомогою математичної моделі у вигляді функції $\delta Q = f(\alpha, n, \delta Q_d)$, де δQ_d — відносне значення додаткового форсуючого сигналу ΔA_d . Автором запропонована методика складання згаданої математичної моделі на основі рівнянь балансу в формі $F(x, \alpha, n) = 0$ в «особливих» точках. До цих особливих точок належать ті окремі підінтервали в діапазоні кодуваної характеристики, в яких похибка квантування $\Delta A_{кв}$, або врівноваження — $\Delta A_{вр}$, знаходяться на межі норми. Для пошуку особливих точок розроблено спеціальний інтегрований пакет програм, який орієнтовано на персональний комп'ютер типу IBM PC/AT/XT, або сумісний з ним.

У рамках вказаної задачі досліджені похибки усталення самокомпенсуючого прискореного та форсовано-прискореного аналого-цифрового врівноваження на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$, та форсовано-прискореного врівноваження на основі НПСЧ $(0, 1)$. При цьому слід зазначити, що перетворення аналог—код на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ має властивість до самокомпенсації похибок усталення δQ . Введення форсованих сигналів ΔA_d у цьому випадку ще підвищує здатність до компенсації вказаних

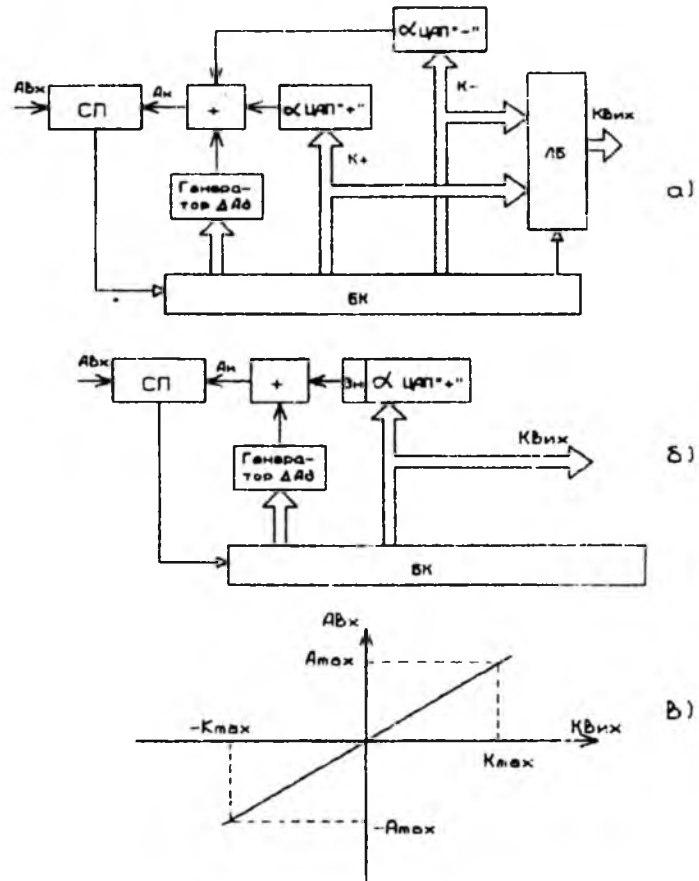


Рис. 1. АЦП порозрядного врівноваження:
 а — на основі НПСЧ (1, 1); б — на основі НПСЧ (0, 1); в — кодувальна характеристика

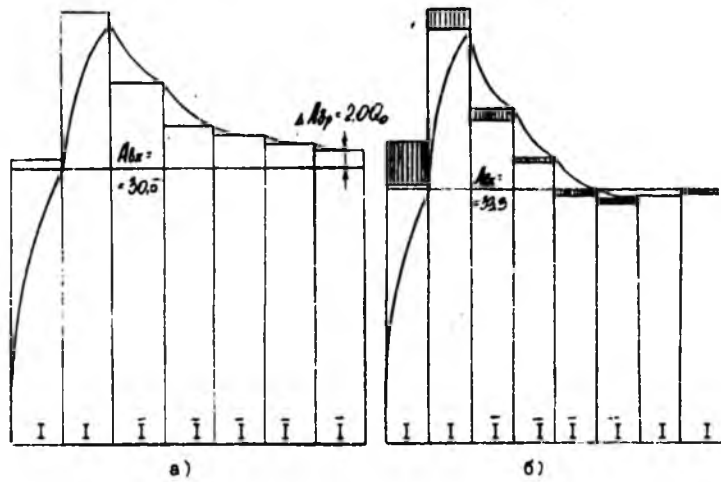


Рис. 2. Аналого-цифрове врівноваження з малою тривалістю t_m :
 а) $\alpha = 2$; б) $\alpha = 1,8$.

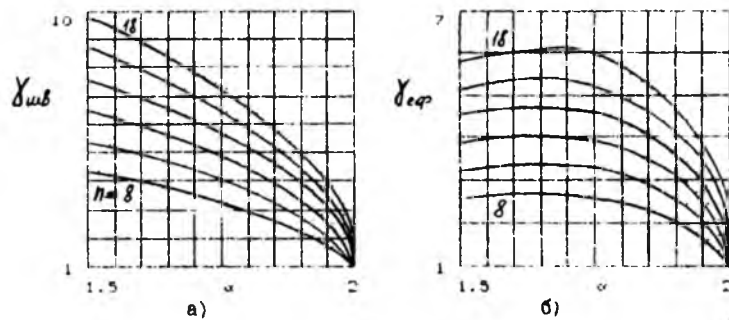


Рис. 3. Графіки функцій:
 а) $\gamma_{шв} = f(\alpha, n)$; б) $\gamma_{эф} = f(\alpha, n)$

похибок. У разі використання НПСЧ (0,1) така компенсація можлива тільки при застосуванні форсованих сигналів.

Аналого-цифрове перетворення на основі НПСЧ (1, $\bar{1}$) здійснюється за алгоритмом «тільки вмикання». Причому в цьому випадку доцільно вживати подовжений різновид такого алгоритму. Суть його полягає в тому, що код перетворення $K_{вих}$ формується ЛБ з урахуванням результату порівняння в кінці останнього такту врівноваження. При цьому число розрядів в цифровій частині АЦП збільшується на один в порівнянні з розрядністю α – ЦАП "+" та α – ЦАП "-". Проте похибки $\Delta_{Акв}$ та $\Delta_{Авр}$ зменшуються, а їхнє максимальне значення не повинно перевищувати $\Delta_{Аквmax} = \Delta_{Аврmax} = 1,5 Q_0$. Цю ситуацію можна ототожити з випадком зображення чисел у формі

$$N = \sum_{i=-1}^{n-1} a_i \alpha^i.$$

Рівняння балансу $F(x, \alpha, n) = 0$, $F_2(x, \alpha, n) = 0, \dots, F_7(x, \alpha, n) = 0$, за допомогою яких обчислюється похибка усталення, при самокомпенсуючому прискореному врівноваженні на основі НПСЧ (1, $\bar{1}$) мають такий вигляд:

$$x \alpha^{n-1} (1-x^{n-1}) + x \left(\sum_0^{n-3} x^i \alpha^i - x^{n-2} \alpha^{n-2} \right) - \sum_0^{n-3} \alpha^i + \alpha^{n-2} - 1,5 = 0; \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & (x \alpha^{n-2} + x^2 \alpha^{n-1}) (1-x^{n-2}) + x \left(\sum_0^{n-4} x^i \alpha^i - x^{n-3} \alpha^{n-3} \right) - \\ & - \sum_0^{n-4} \alpha^i + \alpha^{n-3} - 1,5 = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & (x \alpha^{n-3} + x^2 \alpha^{n-2} + x^3 \alpha^{n-1}) (1-x^{n-3}) + x \left(\sum_0^{n-5} x^i \alpha^i - x^{n-4} \alpha^{n-4} \right) - \\ & - \sum_0^{n-5} \alpha^i + \alpha^{n-4} - 1,5 = 0; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \alpha^{n-7} \left(\sum_1^4 x^i \alpha^i - \sum_5^6 x^i \alpha^i \right) (1-x^6) + x \left(\sum_0^{n-8} x^i \alpha^i - x^{n-7} \alpha^{n-7} \right) - \\ & - \sum_0^{n-8} \alpha^i + \alpha^{n-7} - 1,5 = 0; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & \alpha^3 \left(\sum_1^{n-7} x^i \alpha^i - \sum_{n-6}^{n-4} x^i \alpha^i \right) (1-x^4) + x \left(\sum_0^2 x^i \alpha^i - x^3 \alpha^3 \right) - \\ & - \sum_0^2 \alpha^i + \alpha^3 - 1,5 = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \alpha^2 \left(\sum_1^4 x^i \alpha^i - \sum_5^7 x^i \alpha^i - \sum_8^9 x^i \alpha^i \right) (1-x^3) + x (1 + x \alpha - \\ & - x^2 \alpha^2) + \alpha^2 - \alpha - 2,5 = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \alpha \left(\sum_1^4 x^i \alpha^i - \sum_5^6 x^i \alpha^i + \sum_{10}^{12} x^i \alpha^i \right) (1-x^2) + x (1 - x \alpha) + \\ & + \alpha - 2,5 = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Розв'язання цих рівнянь ведеться чисельними методами. При цьому доцільно використовувати інтегрований пакет програм типу «MatchCAD» [2]. Математична модель δQ зображується складеною кусково-гладкою функцією на інтервалі $1,35 \leq \alpha \leq 2,00$ у вигляді

$$\delta Q(\alpha, n) = \begin{cases} \delta Q_1 \text{ якщо } \alpha_1 \leq \alpha \leq 2,00 ; \\ \delta Q_2 \text{ якщо } \alpha_2 \leq \alpha \leq \alpha_1 ; \\ \vdots \\ \delta Q_6 \text{ якщо } \alpha_6 \leq \alpha \leq \alpha_5 ; \\ \delta Q_7 \text{ якщо } 1,35 \leq \alpha \leq \alpha_6 . \end{cases}$$

де $\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_7$ знаходяться відповідно із співвідношень (1), (2), ... (7). У середовищі пакету «MatchCAD» обчислення цих функцій проводиться у формі $\delta Q_i := \text{root}(F_i(x), x)$. Межі підінтервалів або вузлові точки знаходяться шляхом розв'язання систем пар рівнянь, відповідно δQ_1 та $\delta Q_2, \delta Q_2$ та $\delta Q_3, \dots, \delta Q_6$ та δQ_7 . При $n = 16$ у вузлових точках α має значення: $\alpha_1 = 1,99; \alpha_2 = 1,96; \alpha_3 = 1,79; \alpha_4 = 1,76; \alpha_5 = 1,73; \alpha_6 = 1,63$, а $\delta Q = f(\alpha)$ в окремих точках інтервалу α

α	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
δQ	0,316	0,257	0,211	0,165	0,112	0,053	0,00

Для роботи у форсованому режимі застосовуються спеціальні додаткові сигнали. Математична модель відносного значення δQ_{∂} додаткового сигналу δA_{∂} при прискореному врівноваженні на основі НПСЧ (1, $\bar{1}$) на інтервалі $1,76 \leq \alpha \leq 2,00$ для всіх розрядів має вигляд

$$\delta Q_{\partial} = \frac{1,5 - \alpha^{n-2} + \sum_0^{n-3} \alpha^i}{\alpha^{n-1}}$$

$$\text{Якщо } 1,67 \leq \alpha \leq 1,76 \delta Q_{\partial i} = \begin{cases} \frac{0,5}{\alpha + 1}, \text{ якщо } i=0,1 ; \\ \frac{1,5 - \alpha^{n-2} + \sum_0^{n-3} \alpha^i}{\alpha^{n-1}}, \text{ якщо } i \geq 2, \end{cases}$$

$$\text{При } \alpha < 1,67 \delta Q_{\partial i} = \begin{cases} 0, i=0 ; \\ \frac{1,5 - \alpha^0}{\alpha^0}, \text{ якщо } i=1 ; \\ \frac{1,5 - \alpha + \alpha^0}{\alpha^2}, \text{ якщо } i=2 ; \\ \vdots \\ \frac{1,5 - \alpha^{l-1} + \sum_0^{i-2} \alpha^j}{\alpha^l}, \text{ якщо } i=l . \end{cases}$$

У випадку НПСЧ (0,1) можна застосовувати два форсуючих алгоритми: адаптований [3] та простий [4,5]. Для адаптованого алгоритму врівноваження додатковий сигнал задається співвідношеннями на інтервалі $1,67 \leq \alpha \leq 2,00$ для всіх розрядів

$$\delta Q_{\partial} = \frac{1,5 - \alpha^{n-1} + \sum_0^{n-2} \alpha^i}{\alpha^{n-1}} ;$$

$$\text{при } \alpha < 1,67 \delta Q_{\partial i} = \begin{cases} \frac{1,5 - \alpha^0}{\alpha^0}, \text{ якщо } i=0 ; \\ \frac{1,5 - \alpha + \alpha^0}{\alpha^2}, \text{ якщо } i=1 ; \\ \vdots \\ \frac{1,5 - \alpha^l + \sum_0^{l-1} \alpha^j}{\alpha^l}, \text{ якщо } i=l . \end{cases}$$

При використуванні простого алгоритму вказані значення δQ_{θ} та $\delta Q_{\theta i}$ домножуються на коефіцієнт M . Причому, якщо $1,67 \leq \alpha \leq 2,00$, то $M \approx 0,5$, а при $\alpha < 1,67$ — $M < 0,5$. Точне значення M знаходиться шляхом розв'язання відповідних систем рівнянь балансу.

Математична модель форсовано-прискореного врівноваження на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ описується складеною кусково-гладкою функцією $\delta Q = f(\delta Q_1, \delta Q_2, \dots, \delta Q_6)$. Причому для $n = 16$, у вузлових точках

$$\alpha_1 \approx 1,99; \alpha_2 \approx 1,97; \alpha_3 \approx 1,88; \alpha_4 \approx 1,76; \alpha_5 \approx 1,67.$$

Значення δQ_i знаходяться розв'язанням рівнянь балансу

$$F_1(x, \alpha, n, \delta Q_{\theta}) = 0, F_2(x, \alpha, n, \delta Q_{\theta}) = 0, \dots, F_6(x, \alpha, n, \delta Q_{\theta}) = 0.$$

Складання цих рівнянь проводиться за вказаною методикою. Математична модель δQ форсовано-прискореного врівноваження на основі НПСЧ $(0, 1)$ описується складеною функцією $\delta Q = f(\delta Q_1, \delta Q_2)$. У вузловій точці $\alpha_1 \approx 1,67$. Значення δQ_1 знаходиться у результаті розв'язання рівняння балансу

$$\begin{aligned} & \alpha^{n-1} [x(1 + \delta Q_{\theta}) - \delta Q_{\theta}] (1 - x^{n-1}) + \\ & + x(\alpha - 1) \sum_0^{n-3} x^i \alpha^i - x^{n-1} \alpha^{n-2} (1 + \delta Q_{\theta}) - 1,5 = 0, \\ & a \delta Q_2 - x(\alpha - 1) \sum_0^{n-3} x^i \alpha^i - x^{n-1} \alpha^{n-1} [x(1 + \delta Q_{\theta}) - \delta Q_{\theta}] - 0,5 = 0, \end{aligned}$$

Чисельні значення $\delta Q = f(\alpha)$ в окремих точках для НПСЧ $(1, \bar{1})$ та НПСЧ $(0, 1)$ відповідно дорівнюють

α	1,55	1,60	1,65	1,70	1,75	1,80	1,85	1,90	1,95	2,00
δQ (1, $\bar{1}$)	0,43	0,39	0,34	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,00
(0, 1)	0,38	0,36	0,33	0,30	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05	0,00

У випадку простого форсованого алгоритму цей показник буде меншим. Порівняння наведених даних свідчить, що можливості щодо компенсування для форсовано-прискорених алгоритмів врівноваження на основі НПСЧ $(1, \bar{1})$ та НПСЧ $(0, 1)$ на інтервалі $1,67 \leq \alpha < 2,00$ приблизно співпадають, але при $\alpha < 1,67$ вигідніше використовувати НПСЧ $(1, \bar{1})$. Міру підвищення швидкодії АЦП на основі НПСЧ зручно оцінювати через коефіцієнт швидкодії

$$\gamma_{шв} = \frac{T_2}{T_{\alpha}} = - \frac{n \ln \alpha}{\ln \delta Q},$$

де T_2 — час перетворення в двійковому АЦП, T_{α} — в АЦП на основі НПСЧ, а ефективність використання надлишковості — через коефіцієнт

$$\gamma_{эф} = \frac{\gamma_{шв}}{\gamma_n} = - \frac{n (\ln \alpha)^2}{\ln 2 \ln \delta Q}.$$

Графічна ілюстрація $\gamma_{шв} = f(\alpha, n)$ та $\gamma_{эф} = f(\alpha, n)$ для випадку застосування НПСЧ $(1, \bar{1})$ наведена на рисунках відповідно 3, а та 3, б.

ВИСНОВКИ

1. Використання НПСЧ у техніці аналого-цифрового перетворення дозволяє підвищити швидкість АЦП порозрядного врівноваження, особливо із зростанням n . Так при $\alpha = 1,60$; $n > 18$, значення $\gamma_{шв} \geq 9$.

2. Найбільша ефективність введення надлишковості виникає при $1,65 < \alpha < 1,70$. У цьому випадку досягається максимальне підвищення швидкодії при мінімальних додаткових витратах обладнання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стахов А. П., Азаров А. Д., Моисеев В. И. и др. Аналого-Цифровые преобразователи на основе избыточных систем счисления // В кн.: Помехоустойчивые коды — М.; Знание, 1989, с. 40—48.
2. Аладьев В. З., Гершгорн Н. А. Вычислительные задачи на персональном компьютере. — К.; Техніка, 1991. — 245 с.
3. Способ аналого-цифрового преобразования: А. с. 1388985 СССР, МКИ ³ Н 03 М 1/26/В. Я. Стейскал (СССР) — 7 с.: Ил.
4. Способ аналого-цифрового преобразования: А. с. 1304172 СССР, МКИ ⁴ Н 03 М 1/26/А. П. Стахов, А. Д. Азаров, В. Я. Стейскал и др. (СССР). — 3 с.: Ил.
5. Bouaciddler Z., Sockolov S. Increase analog system accuracy with a 14 bit monolithic ADC//EDN. — August 18. — 1982. — p. 137—144.