УДК 656.13.084

Кашканов А. А., к.т.н., доц.; Кашканова А. А.

МЕТОДИКА ОБЧИСЛЕННЯ ПОХИБОК ТА ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НЕПРЯМИХ ВИМІРЮВАНЬ ПАРАМЕТРІВ ДЛЯ АВТОТЕХНІЧНОЇ ЕКСПЕРТИЗИ ДОРОЖНЬО-ТРАНСПОРТНИХ ПРИГОД

Розглянуті питання обчислення похибок та обробки результатів непрямих вимірювань параметрів при проведенні експертиз дорожньо-транспортних пригод. Сформовано правила оцінювання похибки результату непрямого вимірювання, для визначення її впливу на інтерпретацію аналітичних результатів досліджень і розрахунків.

При вирішенні задач автотехнічної експертизи ДТП прийняття рішень відбувається в умовах неповноти інформації, тобто в умовах невизначеності.

В процесі прийняття рішень виникають різні види невизначеності в залежності від причин її появи. Зокрема розрізняють невизначеність [1]:

– кількісну, зумовлену значним числом об’єктів чи елементів в ситуації;

– інформаційну, обумовлену недостатністю інформації чи її неточністю через технічні, соціальні та інші причини;

– вартісну через надто дорогу чи недоступну плату за визначеність;

– професійну як наслідок недостатнього професіоналізму особи, що приймає рішення;

– обмежувальну (спричинену обмеженнями в ситуації прийняття рішень, наприклад обмеження в часі та інш.);

– зовнішнього середовища, пов’язану з його поведінкою чи реакцією на процес прийняття рішення.

Крім того, невизначеність може мати стохастичну або нечітку природу. При прийнятті рішень стохастична невизначеність виникає при використанні даних, про які відомі не точні значення, а їх статистичні оцінки. Нечітка невизначеність властива практично будь-якій ситуації експертного оцінювання і може бути об’єктивною, властивою всім реальним величинам, чи суб’єктивною, властивою людській природі в цілому, і особливо можливостям людини оцінювати інформацію.

Невизначеність можна усунути повністю чи частково двома шляхами: поглибленим вивченням наявної інформації або набуттям інформації, якої не вистачає.

Багато фізичних величин неможливо виміряти безпосередньо, тому їх визначення складається з двох різних етапів. Спочатку вимірюють величини x_i, які функціонально пов’язані з вимірюваною величиною X залежністю

$$X = f\left(x_1, \ldots, x_m\right), \tag{1}$$

а потім значення величини X знаходять з розрахунку, тобто непрямим шляхом. Залежність (1) повинна бути відома з теоретичних передумов або встановлена експериментально. Результати вимірювання аргументів x_i та оцінки їх похибок можна отримати з прямих, непрямих, сумісних вимірювань, взяті з наукової та довідкової літератури, технічної документації. Загальний підхід до обробки непрямих вимірювань [2, 3, 4, 5] передбачає, що аргументи, від яких залежить вимірювана величина, та оцінки їх похибок, можна отримати з прямих, непрямих, сумісних вимірювань, а відомі систематичні похибки результатів вимірювань аргументів виключені.

Розрахунки, що виконуються при експертизі ДТП, як правило, є непрямими вимірюваннями. Так, щоб визначити зупиночний шлях автомобіля, необхідно шляхом вимірювань отримати дані про час реакції водія, часові параметри спрацьовування гальмівної системи, швидкість автомобіля до початку гальмування, коефіцієнт зчеплення коліс автомобіля з дорожнім покриттям.

Результатом непрямого вимірювання є оцінка величини *X*, яку знаходять шляхом підстановки у вираз (1) результатів вимірювання аргументів x_i. Оскільки кожен з аргументів x_i вимірюється з певною похибкою, задача оцінювання похибки результату зводиться до додавання похибок вимірювання аргументів. Особливість непрямих вимірювань полягає в тому, що вклад окремих похибок вимірювання аргументів в похибку результату і правила їх додавання залежать від виду функції (1).

Для оцінювання похибок істотним є поділ непрямих вимірювань на лінійні та нелінійні непрямі вимірювання.

Для лінійних непрямих вимірювань рівняння вимірювань має вид

$$X = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i, \tag{2}$$

де a_i – постійні коефіцієнти при аргументах x_i.

Будь-які інші функціональні залежності (1) відносять до нелінійних непрямих вимірювань.

Результат лінійного непрямого вимірювання обчислюють за формулою (2), шляхом підстановки в неї виміряних значень аргументів. Похибки вимірювання аргументів можна задати своїми границями Δx_i або довірчими границями $\Delta x(P)_i$ з довірчими ймовірностями P_i.

При малому числі аргументів (менше 5) проста оцінка похибки результату ΔX отримується шляхом додавання граничних похибок (без врахування знаку), тобто підстановкою границь $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_m$ у вираз

$$\Delta X = \pm\left(\Delta x_1 + \Delta x_2 + \ldots + \Delta x_m\right). \tag{3}$$

Зі збільшенням числа аргументів ця оцінка стає надто завищеною, оскільки таке додавання фактично передбачає, що похибки вимірювання усіх аргументів одночасно мають максимальне значення і співпадають за знаком. Ймовірність такого співпадання практично дорівнює нулю, хоча можна гарантувати, що похибка визначена за (3) є максимально можливою. Для знаходження більш реалістичної оцінки переходять до статистичного додавання похибки аргументів. Якщо в заданих межах похибки аргументів розподілені рівномірно, довірчі границі $\Delta X(P)$ похибки результату вимірювання визначаються за формулою

$$\Delta X(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{m} a_i^2 \cdot \Delta x_i^2}, \tag{4}$$

де k – коефіцієнт, який визначається прийнятою довірчою ймовірністю P (при $P = 0,95$ $k = 1,1$) [3].

Якщо похибки вимірювання аргументів задані довірчими границями з однаковими довірчими ймовірностями *P*, то вважаючи розподіл цих похибок нормальним, довірчі границі результату знаходять за формулою

$$\Delta X\left(P\right)=\sqrt{\sum_{i=1}^{m}a_i^2\cdot\left[\Delta x_i\left(P\right)\right]^2}. \tag{5}$$

Якщо довірчі ймовірності похибок аргументів різні, їх необхідно привести до одного значення *P*.

Особливістю нелінійних непрямих вимірювань є те, що результати вимірювань аргументів піддаються функціональним перетворенням, які у випадку роботи з випадковими величинами призводять до зміни законів їх розподілу [2, 5].

Результат вимірювання *X*, як і при лінійних непрямих вимірюваннях, отримують з виразу (1). Якщо функція (1) є складною, знаходження закону похибки результату може мати значні математичні ускладнення. Тому при нелінійних непрямих випробуваннях відмовляються від використання інтервальних оцінок похибки результату і обмежуються наближеною верхньою оцінкою її границь. В основі наближеного оцінювання похибки нелінійних непрямих вимірювань лежить лінеаризація функції (1) і подальша обробка результатів, як при лінійних вимірюваннях.

Метод лінеаризації передбачає розкладання нелінійної функції в ряд Тейлора

$$f\left(x_1,\ldots,x_m\right)=f\left(\tilde{x}_1,\ldots,\tilde{x}_m\right)+\sum_{i=1}^{m}\frac{df}{dx_i}\Delta x_i+R, \tag{6}$$

де x_i – результат вимірювання *i*-го аргументу; Δx_i – відхилення результату вимірювання аргументу від його середнього арифметичного; *R* – остаточний член ряду.

Якщо остаточний член *R* достатньо малий, то ним можна знехтувати і оцінити похибку як при лінійному непрямому вимірюванні. Розглянемо цей випадок докладніше.

Вираз для повного диференціалу функції (1) має вигляд

$$dX=\frac{\partial X}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial X}{\partial x_2}dx_2+\ldots+\frac{\partial X}{\partial x_m}dx_m. \tag{7}$$

За визначенням повний диференціал функції – це приріст функції, визваний малими приростами її аргументів.

Якщо похибки вимірювання аргументів є малими величинами порівняно з номінальними значеннями аргументів, то можна замінити диференціали аргументів dx_i в (7) на похибки вимірювань Δx_i, а диференціал функції dX на похибку результату вимірювання ΔX

$$\Delta X=\frac{\partial X}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial X}{\partial x_2}\Delta x_2+\ldots+\frac{\partial X}{\partial x_m}\Delta x_m. \tag{8}$$

Вважаючи, що розподіл похибок аргументів підлягає рівномірному закону, при числі доданків $m<5$ границі похибки результату можна визначити за формулою (3). В тому випадку, коли похибки аргументів задані їх границями Δx_i чи довірчими границями, оцінку похибки результату визначають за (4) або (5). В обох випадках роль коефіцієнтів $a_1, a_2,\ldots,a_m$ виконують частинні похідні $\frac{\partial X}{\partial x_i}$.

Застосувавши формулу (8), отримаємо декілька простих правил оцінювання похибки результату непрямого вимірювання.

Правило 1. Похибки в доданках і різницях. Якщо x_1 та x_2 виміряні з похибками Δx_1 та Δx_2 і виміряні значення використовуються для обчислення суми чи різниці $X = x_1 \pm x_2$, то додаються абсолютні похибки (без врахування знаку): $\Delta X = \Delta x_1 + \Delta x_2$. Тоді границі похибки будуть $\pm \Delta X$.

Правило 2. Похибки в добутках і частках. Якщо виміряні значення x_1 та x_2 використовуються для обчислення $X = x_1 \cdot x_2$ чи $X = x_1 / x_2$, то додаються відносні похибки $\delta X = \delta x_1 + \delta x_2$, де $\delta x = \Delta x / x$.

Правило 3. Виміряна величина множиться на точне число. Якщо *x* використовується для обчислення добутку $X = A \cdot x$, в якому *A* не має похибки, то $\delta X = |A| \cdot \delta x$.

Правило 4. Піднесення до ступеня. Якщо *x* використовується для обчислення ступеня $X = x^n$, то $\delta X = n \cdot \delta x$.

Правило 5. Похибка у довільної функції однієї змінної. Якщо *x* використовується для обчислення функції $X = f(x)$, то $\delta X = \frac{dX}{dx} \delta x$.

Використання правил дозволяє отримати не дуже завищену оцінку граничної похибки результату нелінійного непрямого вимірювання для числа аргументів $m < 5$. Якщо відомо, що похибки вимірювання аргументів незалежні, то для оцінювання похибки результату доцільно скористатися квадратичним додаванням.

Будь-який розрахунок похибки можна виконати шляхом послідовних кроків за допомогою вищевказаних правил.

Якщо неможливо зробити припущення про те, що похибки вимірювання аргументів малі порівняно з їх середніми значеннями, обробку результатів необхідно виконувати за більш складним алгоритмом, який враховує нелінійність функції (1). Хоча навіть у випадку великих похибок аргументів метод лінеаризації дозволяє оцінити порядок похибки результату (з меншою точністю) і судити про його невизначеність.

Список літературних джерел

1. Кашканов А.А. Методика зменшення невизначеності довідкових та розрахункових параметрів в задачах автотехнічної експертизи дорожньо-транспортних пригод // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – Луганськ, 2013. – № 5 (194) – Ч. 2. – С. 67-72.

2. Тартаковский Д. Ф. Проблемы неопределенности данных при экспертизе дорожно-транспортных происшествий / Д. Ф. Тартаковский. – СПб. : Юридический центр Пресс, 2006. – 268 с.

3. Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений. – 2-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1991. – 304 с.

4. Васілевський О.М. Основи теорії невизначеності вимірювань : підручник / О.М. Васілевський, В.Ю. Кучерук, Є.Т. Володарський. – Вінниця : ВНТУ, 2015. – 230 с.

5. Захаров И. П. Теория неопределенности в измерениях : учеб, пособие [для студ. высш. учеб, зав.] / И. П. Захаров, В. Д. Кукуш; М-во образования и науки Украины. – Харьков : Консум, 2002. – 256 с.

Кашканов Андрій Альбертович – к.т.н., доцент кафедри автомобілів та транспортного менеджменту, Вінницький національний технічний університет.

Кашканова Анастасія Андріївна – студентка факультету менеджменту та інформаційної безпеки, Вінницький національний технічний університет.